



Universidad Austral de Chile
Conocimiento y Naturaleza

UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE
SEDE PUERTO MONTT
ESCUELA DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICAS

***Propuesta Metodológica para la Enseñanza de las
Medidas de Tendencia Central, Posición y Dispersión,
para Segundo Año de Enseñanza Media, Mediante la
Utilización de Aplicaciones Móviles.***

Profesor Patrocinante.
Mg. Ricardo Patricio Subiabre Salazar.

Seminario de Titulación para optar al título de
PROFESOR(A) DE MATEMÁTICAS

CRISTIÁN ABELARDO ÁLVAREZ GUERRERO

MACARENA FERNANDA OJEDA ESTEFÓ

PUERTO MONTT CHILE 2017

VºBº DEL PROFESOR PATROCINANTE

Nombre Completo: _____

Grado Académico o Título Profesional: _____

Institución: _____ Ciudad: _____

Cargo : _____ Teléfono: _____

e-mail : _____

Fecha : _____ Firma: _____

Firma estudiante: _____

Firma estudiante: _____

©2017 Cristian Abelardo Álvarez Guerrero.

©2017 Macarena Fernanda Ojeda Estefó.

Se autoriza la reproducción parcial o total de esta obra, con fines académicos, por cualquier forma, medio o procedimiento, siempre y cuando se incluya la cita bibliográfica del documento.

Hoja de calificación I

En Puerto Montt, el _____ de _____ de _____, los abajo firmantes dejan constancia que el estudiante Cristian Abelardo Álvarez Guerrero de la carrera Pedagogía en Matemáticas ha aprobado la tesis para optar al título de Profesor de Matemáticas, con una nota de _____

(Nombre y firma profesor(a) evaluador)

(Nombre y firma profesor(a) evaluador)

(Nombre y firma profesor(a) evaluador)

Hoja de calificación II

En Puerto Montt, el _____ de _____ de _____, los abajo firmantes dejan constancia que el estudiante Macarena Fernanda Ojeda Estefó de la carrera Pedagogía en Matemáticas ha aprobado la tesis para optar al título de Profesor de Matemáticas, con una nota de _____

(Nombre y firma profesor(a) evaluador)

(Nombre y firma profesor(a) evaluador)

(Nombre y firma profesor(a) evaluador)

Dedicatoria de Cristian

Este trabajo se lo dedico a mi madre por siempre haber confiado en mí y apoyado en momentos duros y difíciles, a mis hermanos, para que sepan que todo es posible si se lucha con esfuerzo para conseguirlo, a mi pareja Macarena, uno de los pilares más importantes en esta etapa, junto a mis amigos.

Dedicatoria de Macarena

Cada una de estas palabras están escritas con mucho esfuerzo, por eso, hoy, quiero dedicárselas a cada una de las personas que no dejaron que decaiga el entusiasmo por avanzar hacia la siguiente etapa importante en mi vida. Primeramente a mis padres, por ser la fuerza para continuar mi camino, a mi pareja, por encontrar valor en mis pensamientos, y finalmente, pero no menos importantes, a mis amigos, por creer en mí.

Agradecimientos de Cristian

Agradezco enormemente a todas esas personas que en alguna etapa de mi vida confiaron en mí y mis capacidades, en este sentido me toca mencionar a mi madre, que nunca ha dejado de confiar y creer en mí, a los profesores que han marcado mi vida académica y que influyeron en mi desarrollo pleno y valores que me hacen ser la persona que soy, además de mi pareja, por su inmenso cariño y amor durante estos años, junto a sus padres que me brindaron mucho apoyo desinteresado durante esta etapa.

Agradecimientos de Macarena

Este trabajo está construido no solo por dos personas, sino más bien, por una gran comunidad que nos generó la inspiración necesaria a la hora de escribir; esta comunidad la llamamos profesores y a ellos les agradezco los conocimientos adquiridos para llegar a esta etapa de mi vida. Gracias a mi pareja por la dedicación en cada párrafo y a mi familia por la paciencia y fe que tuvieron en mí.

Resumen

En este seminario de titulación se formula una propuesta metodológica para la enseñanza de las medidas de tendencia central, de posición y de dispersión, correspondientes al eje temático de 'Datos y Azar' para segundo año de enseñanza media en Chile, de acuerdo a los planes y programas del MINEDUC (2011). Utilizando como herramienta para el aprendizaje, aplicaciones móviles en el aula. Para ello, se escogieron aplicaciones móviles mediante la construcción de una base de datos.

En este sentido la propuesta contiene: La planificación general del aprendizaje esperado a tratar, las planificaciones de todas las clases que contempla la propuesta, material de apoyo y guías de ejercicios para cada clase, que implican la utilización de aplicaciones móviles como herramienta de aprendizaje.

Palabras claves: Propuesta metodológica, Tics, dispositivos móviles, aplicaciones móviles, estadística.

Abstract

This work is a pedagogical proposal formulated for the statistical concept of central tendency measures for second Year 10 students in Chile, according to the MINEDUC programs (2011); using mobile applications as a tool for learning. To do this, mobile applications were chosen through the construction of a database.

In this sense, the proposal contains a teaching plan that contemplates support material and exercise guides for each class, which imply the use of mobile applications as a learning tool.

Key words: Learning activities, TICs, Mobile devices, Mobile applications, Statistic.

Tabla de contenidos

Introducción.....	1
1. Objetivos.....	3
1.2 Objetivo General.	3
1.3 Objetivos Específicos.....	3
2. Limitaciones y Delimitaciones.	4
2.1 Limitaciones.	4
2.2 Delimitaciones.....	4
3. Revisión de Literatura.	5
3.1 Tecnologías de Información y Comunicaciones.....	5
3.1.1 Contexto Chileno.	5
3.1.2 Ventajas de las TICs.....	7
3.2 Dispositivos Móviles.....	9
3.3 Aplicaciones Móviles (APP).	13
3.4 Dispositivos Móviles y la Educación.....	16
3.4.1 Aprendizaje Móvil.....	17
3.4.1 Taxonomía de Bloom y su Relación con la Tecnología Móvil en el Aula.	23
4. Metodología.....	27
4.1 Registro de las Aplicaciones Móviles en la Base de Datos.....	27
4.2 Examinación de la Permanencia de las Aplicaciones Móviles de la Base de Datos.....	28
4.3 Criterios de Selección de las APP para las Clases de la Propuesta.	30
4.3.1 Criterio Funcional.....	30
4.3.2 Criterio Educativo.....	30
4.3.3 Selección de las Aplicaciones Móviles.....	31
4.4 Formulación de la Propuesta.	32
5 Propuesta Metodológica.....	35
5.1 Planificación.	35
5.1.1. Indicaciones Generales.	35

5.1.2. Planificación General	37
5.1.3. Planificación Clase a Clase.	39
5.2. Actividades Propuestas y Recursos de Aprendizaje.	52
6. Conclusiones.....	112
7. Referencias.	114

Índice de tablas.

Tabla 1: Tamaño de muestra y margen de error del uso de dispositivos móviles en Latinoamérica.....	12
Tabla 2: 'Justificación del Uso de Algunos Campos de la Base de Datos'.....	28
Tabla 3: 'Ejemplo de Revisión de Aplicaciones'.....	29
Tabla 4: Modelo de planificación T-Modelo cognitivo.....	37
Tabla 5: Modelo de planificación, (Clase 1).....	39
Tabla 6: Modelo de Secuencia didáctica, (Clase 1).	40
Tabla 7: Modelo de planificación, (Clase 2).....	42
Tabla 8: Modelo de Secuencia didáctica, (Clase 2).	43
Tabla 9: Modelo de planificación, (Clase 3).....	45
Tabla 10: Modelo de Secuencia didáctica, (Clase 3).	46
Tabla 11: Modelo de planificación, (Clase 4).....	48
Tabla 12: Modelo de Secuencia didáctica, (Clase 4).	49
Tabla 13: 'Esmaltes por color'	54
Tabla 14: 'Calificaciones de un curso en una evaluación de matemáticas'.	55
Tabla 15: 'Veces en que ejercitan en un mes un grupo de estudiantes'.	56
Tabla 16 Ejemplo tabla de frecuencia para datos agrupados, utilizado para el cálculo de la desviación media.....	61
Tabla 17: Ejemplo tabla de frecuencia para datos agrupados, utilizado para el cálculo de la varianza.	62
Tabla 18: 'Meses de edad de 50 niños de una sala cuna'.....	69
Tabla 19: 'Puntuaciones obtenidas por 100 alumnos(as)'.....	70
Tabla 20: 'Tiempo de espera en un supermercado'	71
Tabla 21: 'Valores obtenidos al lanzar un dado'.....	73
Tabla 22: 'Altura en metros'.....	74
Tabla 23: 'Notas obtenidas por un curso'.	75
Tabla 24: 'Cantidad de esmaltes por color'.	80
Tabla 25: 'Rúbrica para la construcción de tabla de frecuencia'	83

Tabla 26: 'Rúbrica para el cálculo de percentil'	83
Tabla 27: 'Rúbrica para el cálculo de percentil mediante APP'	84
Tabla 28: 'Rúbrica para la construcción de tabla de frecuencia'	84
Tabla 29: 'Rúbrica para el cálculo de cuartiles'	85
Tabla 30: 'Rúbrica para el cálculo de cuartiles mediante APP'	85
Tabla 31: 'Rúbrica para la contrucción de tabla de frecuencia'	86
Tabla 32: 'Rúbrica para el cálculo del percentil'	86
Tabla 33: 'Rúbrica para el cálculo del percentil mediante APP'	87
Tabla 34: 'Calificaciones de un curso en una evaluación de matemáticas'	88
Tabla 35: 'Veces en que ejercitan en un mes un grupo de estudiantes'	94
Tabla 36: 'Tabla de frecuencia'	100
Tabla 37: 'Tabla adecuada para la distribución de frecuencias'	102
Tabla 38: 'Calculo de la mediana, cálculo manual'	103
Tabla 39: 'Tabla de frecuencia'	107
Tabla 40: 'Tabla de frecuencia modelo general'	Anexos

Índice de figuras.

Figura 1: Uso de dispositivos móviles por país según el lugar físico.....	11
Figura 2: Porcentaje de personas que tienen aplicaciones móviles en sus dispositivos móviles.....	14
Figura 3: Uso de aplicaciones móviles móviles en el mundo en 2015.	15
Figura 4: Lugar físico en que las personas utilizan con mayor frecuencia sus dispositivos móviles. Fuente: <i>IMS Mobile in LatAm</i>	16
Figura 5: Modelo de Laurillard, un modelo conversacional para el uso efectivo de las tecnologías de aprendizaje.	19
Figura 6: Modelo de Koole - Un modelo para el encuadre de aprendizaje móvil. .	20
Figura 7: Modelo de Park- Un modelo pedagógico para el aprendizaje móvil.	21
Figura 8: Taxonomía original de Bloom (1950)	23
Figura 9: Taxonomía revisada de Bloom (2001).	24
Figura 10: Taxonomía de Boom para la era digital.....	25
Figura 11: 'Probabilidad y estadística de Reisix', panel de navegación, indicación para la calculadora.	57
Figura 12: 'Probabilidad y estadística de Reisix', sección calculadora.....	58
Figura 13: 'Probabilidad y estadística de Reisix', panel de navegación, indicación para la sección de operaciones.....	64
Figura 14: 'Probabilidad y estadística de Reisix', panel de navegación, sección de operaciones.....	65
Figura 15: 'Probabilidad y estadística de Reisix', selección de operaciones en sección de operaciones.....	66
Figura 16: 'Probabilidad y estadística de Reisix', tres operaciones en particular, escogidas de la selección de operaciones de la aplicación en cuestión.	67
Figura 17 'Estadística fácil de WGBN Software House', instructivo para utilizar la APP para el cálculo de medidas de tendencia central.	72
Figura 18: 'Estadística fácil de WGBN Software House', instructivo para utilizar la APP para el cálculo de la desviación estándar.....	73

Figura 19: 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre', cálculo de medidas de tendencia central, caso particular 1.	76
Figura 20: 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre', cálculo de medidas de tendencia central, caso particular 2.	77
Figura 21: 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre', cálculo de medidas de tendencia central, caso particular 3.	79
Figura 22: 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre', cálculo de medidas de tendencia central, caso particular 4.	81
Figura 23: 'Estadística fácil de WGBN Software House', cálculo de percentil, medidas de posición, caso particular 1.	90
Figura 24: 'Estadística fácil de WGBN Software House', Fórmula entregada por la APP, para el cálculo de percentiles.	91
Figura 25: ' Estadística fácil de WGBN Software House', cálculo de percentil, medidas de posición, caso particular 2. Fuente: 'APP Estadística fácil de Software House' (2017).	93
Figura 26: Diagrama de caja, resolución ejercicio 4, ítem a, pauta guía 2, medidas de posición.	96
Figura 27: Diagrama de caja mediante APP, resolución ejercicio 5, ítem a, pauta guía 2, medidas de posición.	97
Figura 28: Tabla de adecuada para la distribución de frecuencia, cálculo mediante la APP 'Estadística fácil de WGBN Software House', ejercicio 1, pauta guía 4, estadística.	103
Figura 29: Calculo de las medidas de tendencia central y del percentil 60, mediante la APP 'Estadística fácil de WGBN Software House', ejercicio 2, pauta guía 4, estadística.	105
Figura 30: Corroboración del resultado del ejercicio 3, de la guía 4 , de estadística mediante la APP ' Estadística fácil de WGBN Software House'.	107
Figura 31: Cálculo de la media, varianza, desviación estandar y percentil 75, mediante la APP "Estadística fácil de WGBN Software House', ejercicio 4, pauta guía 4, estadística..	109
Figura 32: Diagrama de caja, ejercicio 5 ítem b, pauta guía 4, estadística.	111

Figura 33: Cálculo del percentil 25, 50 y 75, ejercicio 5 ítem a, pauta guía 4 de estadística, mediante la APP 'Estadística fácil de WGBN Software House'..... 111

Introducción.

Los resultados de la prueba estandarizada PISA¹, (diseñada para conocer las habilidades, y aptitudes de los estudiantes en matemáticas, lectura y ciencias) que se realizó en el año 2015 en Chile, con una muestra representativa de estudiantes del país (10.000 alumnos(as)) que cursan segundo año de enseñanza media, dio cuenta que, en matemáticas, en comparación con otros países del mundo, nuestro país se encuentra bajo la media indicada por la OCDE² (OCDE, 2016)

Frente a estos resultados el artículo ‘Prioridades estratégicas para mejorar la calidad de la educación en Chile’ apunta que los resultados negativos podrían superarse usando orientaciones didácticas atingentes al desarrollo de la tecnología. (Arellano, 2005). Esto último, trae grandes beneficios para los(las) alumnos(as) y en específico para su motivación hacia la asignatura. Así lo señala en el texto ‘Aulas 2.0 y uso de las TIC³ en la práctica docente’, realizado por Domingo y Marqués (2011), asegurando que la implementación de TICs en el aula genera en el estudiante aspectos positivos, tales como el aumento de la atención y la motivación en un 100%, sumado a otros tales como: facilitación de la comprensión (98%), aumento en el acceso a recursos para comentar y compartir entre el alumnado y/o el profesorado (92%), facilitación de la enseñanza, aprendizaje y el logro de los objetivos (90%), aumento en la participación y la implicación del alumnado (88%), facilitación en la contextualización de las actividades y la gestión de la diversidad (82%).

No obstante lo anterior, algunos estudios resaltan que “el(la) profesor(a) tiene un papel autoritario, coercitivo, sus principios educativos son bastante inflexibles, impositivos, que deben ser respetados por el(la) alumno(a)” (Navarro, 2005). Además, el mismo autor anterior, señala, que esto genera algunos aspectos negativos principalmente en los(las) alumnos(as), tales como, un docente enfocado en la enseñanza y distante del estudiante, dejando poco espacio a este último, el cual tiene

¹ Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes. Fuente OCDE

² Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos

³ Tecnologías de información y comunicaciones

un papel pasivo, receptivo de los conocimientos, con poca independencia cognoscitiva (Navarro, 2005). Así mismo, en el documento 'Una mirada a la pedagogía tradicional y humanista. Presencia Universitaria' creado por Rodríguez en el año 2013, señala que este tipo de enseñanza, anula toda comunicación entre los(las) alumnos(as) durante la clase, siendo el silencio el medio más eficaz para asegurar la atención en el aula, generando desconfianza entre los(las) alumnos(as) y el profesor(as); la entrega del contenido se basa en la exposición verbal de la materia y/o la demostración, además, se exige la memorización de los conocimientos narrados por el(la) profesor(a), ajenos a las experiencias vivenciales de los estudiantes, forjando a corto plazo una desmotivación generalizada en el alumnado

Por otro lado al referirse a los dispositivos móviles y su utilización en la sala de clases, el documento 'Los medios distractores en el aula de clase' de Juárez publicado en 2017, establece que uno de los principales distractores para los(las) alumnos(as) en la sala de clases es el dispositivo móvil, por lo tanto, esta propuesta metodológica, se formula con la intención de cambiar este paradigma, de manera tal que los dispositivos móviles sean utilizados como una herramienta educativa dentro del aula para la enseñanza del eje temático 'Datos y Azar', específicamente las medidas de tendencia central, de posición y dispersión, en el nivel de segundo año de enseñanza media.

La elección del eje temático se sustenta en la importancia que entregan los planes y programas de segundo año medio establecidos por el MINEDUC en el año 2011 al uso de las TICs para los estudiantes, específicamente en el punto de "procesar y organizar datos, utilizando plantillas de cálculo, y manipular la información sistematizada en ellas para identificar tendencias, regularidades y patrones relativos a los fenómenos estudiados en el sector" (MINEDUC, 2011, p.14), el cual, se ajusta a las actividades planificadas para la propuesta y la teoría que demanda el aprendizaje esperado escogido.

1. Objetivos.

1.1 Objetivo General.

Formular una propuesta metodológica para la enseñanza del aprendizaje esperado AE2: Comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central, de posición y de dispersión, que establece el MINEDUC (2011), correspondiente al eje temático de 'Datos y Azar' de segundo año medio, utilizando aplicaciones móviles en el aula.

1.2 Objetivos Específicos.

Registrar en una base de datos las aplicaciones móviles disponibles en la plataforma '*Play Store de Google*' relacionadas al eje temático de 'Datos y Azar'.

Examinar, durante un mes, la permanencia de las aplicaciones móviles de la base de datos.

Seleccionar, de la base de datos, las aplicaciones móviles que cumplan con los criterios funcionales y educativos, para la enseñanza del AE2 (Comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central, de posición y de dispersión).

Observación: Las razones que justifican estos objetivos se exponen en la sección 4.1, 4.2 y 4.3, del capítulo 4.

2. Limitaciones y Delimitaciones.

2.1 Limitaciones.

La propuesta metodológica no será implementada por los investigadores, por lo que no existirán datos cuantitativos o cualitativos que permitan concluir sobre su efectividad en el aula.

Además, es importante señalar que existe la posibilidad de que las aplicaciones móviles contempladas para el desarrollo de la propuesta metodológica, dejen de estar disponibles en la plataforma '*Play Store de Google*', lo cual impedirá su posterior aplicación.

2.2 Delimitaciones.

La propuesta metodológica se formula para ser aplicada únicamente con estudiantes de segundo año medio, centrando su enseñanza solamente en el aprendizaje esperado AE2 (Comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central, de posición y de dispersión) correspondiente al eje temático de '*Datos y Azar*' que establece el MINEDUC.

En relación al motor de búsqueda (o buscador) empleado para encontrar cada aplicación móvil, se utiliza únicamente la plataforma '*Play Store de Google*' con las palabras: probabilidad, estadística, *statistics* y *probability*.

Se realiza un seguimiento diario sobre la permanencia de cada aplicación encontrada por un período de tiempo acotado de un mes (intervalo fechas), descartando automáticamente aquellas aplicaciones que fueron intermitentes durante este período.

3. Revisión de Literatura.

El presente capítulo se ha articulado en cuatro secciones: La primera aborda descriptivamente las Tecnologías de Información y Comunicaciones (TICs), la segunda concierne acerca de dispositivos móviles, la tercera presenta información al respecto de aplicaciones móviles y finalmente la cuarta, enfatiza sobre dispositivos móviles y la educación.

3.1 Tecnologías de Información y Comunicaciones.

3.1.1 Contexto Chileno.

Las Tecnologías de Información y Comunicaciones, en adelante TICs, definidas como “un conjunto de técnicas, desarrollos y dispositivos avanzados derivados de las nuevas herramientas (*software y hardware*), soportes de la información y canales de comunicación que integran funcionalidades de almacenamiento, procesamiento y transmisión digitalizados de la información” (Cobos, 2009, p. 1) con una velocidad impensada van apareciendo en el entorno social mediático, y además se han convertido en un elemento de desarrollo de la sociedad del conocimiento (Almenara, 2004) En este sentido, Contreras (2012) manifiesta que:

Desde aproximadamente 1996 a la fecha los establecimientos educacionales del país han ido incorporando las Tecnologías de Información y Comunicación, potenciando el uso de diversas estrategias

pedagógicas, con la finalidad de promover en los(las) alumnos(as) habilidades cognitivas de orden superior (Contreras, 2012, p. 1).

Bajo este contexto, Chile, se ha hecho responsable de los avances tecnológicos a través de programas como la red 'ENLACES' "creada por el Ministerio de Educación en 1992, con el objetivo de constituir una red educacional nacional entre todas las escuelas y liceos subvencionados del país e incorporar las nuevas tecnologías de información y comunicación a la educación" (ENLACES, 2015a, p. 1).

La misión del programa 'consiste en "Integrar las TICs en el sistema escolar para lograr el mejoramiento de los aprendizajes y el desarrollo de competencias digitales en los diferentes actores" (ENLACES, 2015a, p. 1). Así, este programa contribuye a la reducción de brecha digital en profesores(as), cambio en la percepción del rol de las TICs, desarrollo de 'competencias esenciales' del siglo XXI, y acceso a las nuevas tecnologías a través de las escuelas (ENLACES, 2015b, p. 1). Enlaces, cuenta además un con matriz de habilidades TICs para el aprendizaje, "la capacidad de resolver problemas de información, comunicación y conocimiento así como dilemas legales, sociales y éticos en ambiente digital" (Centro de Educación y Tecnología, 2013), además en ella se encuentran las siguientes dimensiones: 'Información', 'comunicación efectiva y colaboración', 'convivencia digital' y 'tecnología'.

Estas dimensiones, señalan las capacidades que los estudiantes deben tener para desenvolverse adecuadamente en las distintas áreas de trabajo con información y comunicación en el ambiente digital.

ENLACES, además cuenta con recursos educativos tales como, *software* educativo, videos, documentos, textos digitales y aplicaciones, de diversas categorías, equipos de liderazgo, educación parvularia, educación básica, educación media, educación especial, educación de personas jóvenes y adultas, y educación rural.

Gracias al programa ENLACES, es posible evidenciar cómo Chile se ha hecho cargo de los diferentes avances tecnológicos dentro de la educación, propiciando, una matriz de habilidades TICs para el aprendizaje, la que permite conocer las diversas habilidades que un estudiante puede generar gracias al uso de las TICs en el aula, conformada por un proceso de consulta y validación, la que además incorpora dimensiones tales como: Información, Comunicación efectiva y colaboración, convivencia digital y tecnología; e incluso con recursos educativos.

3.1.2 Ventajas de las TICs

A continuación, se presentan las ventajas del uso de las TICs en el aula, tanto para el(la) profesor(a) como para los estudiantes. Cabe destacar que éstas han sido elaboradas y resumidas del artículo teórico 'Las TICs en el ámbito educativo' de Fernandez, 2010:

MOTIVACIÓN: El(la) alumno(a) logra sentirse mucho más entusiasmado en la sala de clases, ya que las herramientas TICs permiten aprender de una forma diferente, amena y divertida.

INTERÉS: La atracción por parte del estudiantado en diversas materias es algo difícil de conseguir, pero con las TICs, con ayuda de los recursos de animación gráficos, y videos, se incorpora mucho más fácil.

INTERACTIVIDAD: Gracias a las TICs, el proceso de comunicación entre estudiantes, ya sea del mismo establecimiento como de otros, favorece el proceso de enseñanza - aprendizaje, haciéndolo más dinámico y didáctico.

COOPERACIÓN: Se genera un mayor compañerismo y colaboración tanto en estudiantes como en profesores(as), posibilitando la realización de trabajos o proyectos comunes, así este se vuelve más sencillo.

INICIATIVA Y CREATIVIDAD: El uso de las TICs permite desarrollar su iniciativa, imaginación y aprendizaje autónomo.

COMUNICACIÓN: La educación tradicional representa un papel en el que el(la) alumno(a) tiene un nivel pasivo, pero gracias a las TICs, la comunicación entre alumno(a) y profesor(a) se fomenta, en donde ambos comparten ideas, resuelven dudas, etc.

AUTONOMÍA: Los estudiantes aprenden a tomar decisiones, para buscar información, generando así un trabajo autónomo.

CONTÍNUA ACTIVIDAD INTELECTUAL: Gracias al uso de las TICs, los estudiantes deben estar constantemente formando ideas.

ALFABETIZACIÓN DIGITAL Y AUDIOVISUAL: Se internalizan los conocimientos necesarios para utilizar y conocer adecuadamente las TICs.

La motivación, el interés, la interactividad, cooperación, iniciativa y creatividad, comunicación, autonomía, continúa actividad intelectual, y alfabetización digital y audiovisual afirman la importancia del uso de las TICs en el aula, no obstante, hay que ponderar estas descripciones, pues son realizadas desde un punto de vista teórico y no empírico.

3.2 Dispositivos Móviles.

Dentro de la definición de TICs, como ya se explicó en el capítulo 3.1.1, se encuentran los *hardwares*, entre los cuales se pueden considerar los dispositivos móviles, tales como los *smartphones*, *tablets*, etc.

Estos tipos de objetos se han vuelto indispensable en la sociedad y el sentido de esta frase se condice con las cifras que se manejan, si se observa que “a finales de 2015 la penetración de teléfonos móviles en el mundo ascendió al 97%, lo que quiere decir que se añadieron 563 millones durante 2015. De este modo, el número total de dispositivos móviles a nivel global alcanzó los 7,9 mil millones, (frente a los 7,3 que había en el año 2014)” (Fombona Cadavieco, Sevillano, Ángeles, & Madeira Ferreira Amador, 2012, p. 10), todo esto solo si se considera al teléfono móvil, a la fecha el dispositivo móvil con más demanda en la actualidad. Entonces es más que razonable, considerar a este tipo de dispositivos como una herramienta más que poderosa, en el mundo actual.

Un dispositivo móvil se define como “un aparato de pequeño tamaño, con algunas capacidades de procesamiento, con conexión permanente o intermitente a una red, con memoria limitada, que ha sido diseñado específicamente para una función, pero que puede llevar a cabo otras funciones más generales”. (Alonso, Artime, Rodríguez, & Baniello, 2011, p.1)

Estos se clasifican en:

Dispositivo Móvil de Datos Limitados (*Limited Data Mobile Device*): “teléfonos móviles clásicos. Se caracterizan por tener una pantalla pequeña de tipo texto. Ofrecen servicios de datos generalmente limitados a S.M.S⁴, y acceso a W.A.P⁵” (Alonso, A. B., Artime, I. F., Rodríguez, M. Á., & Baniello, R. G, 2011, p.2).

Dispositivo Móvil de Datos Básicos (*Basic Data Mobile Device*): “se caracterizan por tener una pantalla de mediano tamaño, menú o navegación basada en iconos, y ofrecer acceso a *e-mails*, lista de direcciones, S.M.S y, en algunos casos, un navegador web básico. Un típico ejemplo de este tipo de dispositivos son los teléfonos inteligentes (“*smartphones*”)” (Alonso, A. B., Artime, I. F., Rodríguez, M. Á., & Baniello, R. G, 2011, p.2).

...Dispositivo Móvil de Datos Mejorados (*Enhanced Data Mobile Device*): se caracterizan por tener pantallas de medianas a grandes (por encima de los 240 x 120 *pixels*), navegación de tipo *stylus*, y que ofrecen las mismas características que el “Dispositivo Móvil de Datos Básicos” (*Basic Data Mobile Devices*) más aplicaciones nativas como aplicaciones de *Microsoft Office Mobile* (*Word, Excel, PowerPoint*) y aplicaciones corporativas usuales, en versión móvil, como Sap, portales intranet, etc. Este tipo de dispositivos incluyen los S.O. (sistema operativo) como *Windows Mobile* (Alonso, A. B., Artime, I. F., Rodríguez, M. Á., & Baniello, R. G, 2011, p.2).

⁴ Sigla que en inglés es acrónimo de *Short Message Service* que traducido al español significa: servicio de mensajes cortos, el que es un sistema de mensajes de texto que es utilizado en teléfonos móviles.

⁵ Sigla que en inglés es acrónimo de *Wireless Application Protocol*, que traducido al español significa protocolo de aplicaciones inalámbricas, el cual es un estándar abierto internacional para aplicaciones que utilizan las comunicaciones inalámbricas, por ejemplo: acceso a servicios de Internet desde un teléfono móvil

Hasta la fecha la cantidad de personas que poseen o utilizan un dispositivo móvil en el mundo y más en particular en Latinoamérica, alcanza niveles considerables, así lo deja en evidencia el siguiente gráfico, que se enmarca en un estudio realizado por 'IMS Mobile in LatAm' en 2015, el que detalla los resultados de encuestas realizadas en diversos países de la región, acerca del uso de dispositivos móviles por parte de las personas encuestadas, el dispositivo que ocupan en particular y su comportamiento con el dispositivo en sus vidas cotidianas. Los resultados en cuanto al uso de dispositivos móviles de personas que tienen la posibilidad de conectarse a internet en algún ambiente físico por cada país fueron los siguientes (IMS MOBILE IN LATAM, 2015):

Los países participantes, tamaño de la muestra por país y el margen de error asociado a cada uno se detallan a continuación:

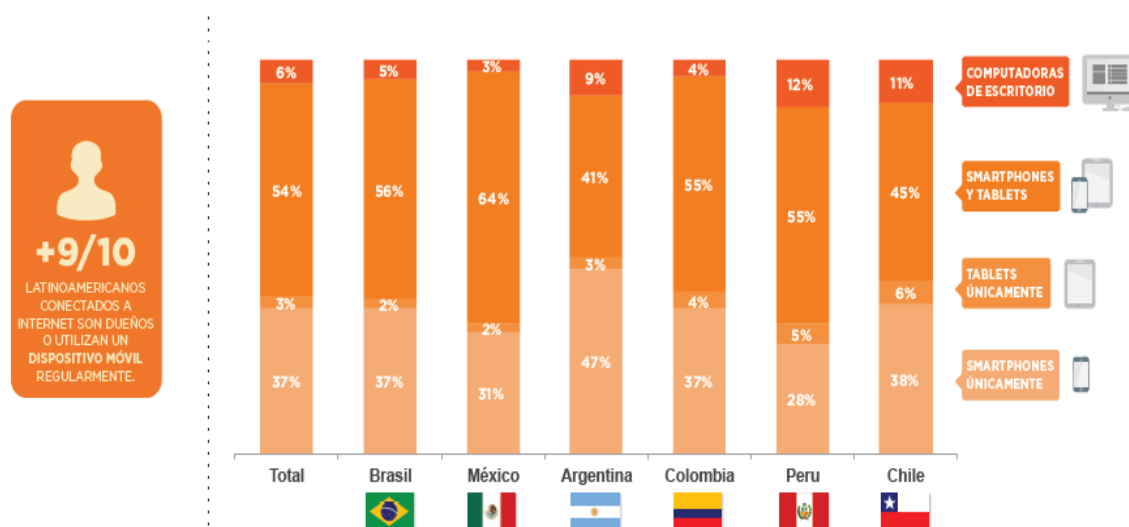


Figura 1: Uso de dispositivos móviles por país según el lugar físico.
Fuente: IMS Mobile in LatAm

Tabla 1: Tamaño de muestra y margen de error del uso de dispositivos móviles en Latinoamérica.
Fuente: IMS Mobile in LatAm

País	Tamaño de la Muestra	Margen de Error (95% de error)
Total	4,044	+/- 1.5%
Brasil	1,609	+/- 2.4%
México	805	+/- 3.5%
Argentina	405	+/- 4.9%
Colombia	414	+/- 4.8%
Peru	407	+/- 4.9%
Chile	404	+/- 4.9%

El estudio pone de manifiesto la demanda de este tipo de dispositivos en Latinoamérica y Chile (destacando el ámbito local), además de su auge en el último tiempo, concluyendo que nueve de cada diez personas encuestadas utilizan un dispositivo móvil regularmente.

Considerando lo expuesto y tomando en cuenta la inmensa demanda de la tecnología de este tipo en los últimos años, es que su utilización ya ha arremetido con fuerza en distintas áreas, de hecho “la rápida evolución de las tecnologías informáticas va pareja a la universalización de su uso, y es destacable el caso de los dispositivos móviles” (Fombona Cadavieco et al., 2012, p. 198).

3.3 Aplicaciones Móviles (APP).

Al momento de definir el concepto de APP⁶ hay que tener presente que “En esencia, una aplicación no deja de ser un *software*. Para entender un poco mejor el concepto, podemos decir que las aplicaciones son para los móviles lo que los programas son para los ordenadores de escritorio” (Cuello & Vittone, 2013, p. 14), de este modo una APP es un *software* para dispositivos móviles, de ellas se desglosan distintos tipos, como por ejemplo: Aplicaciones Web (son diseñadas para ser ejecutadas en el navegador del dispositivo móvil), aplicaciones nativas (son aquellas que se utilizan para establecer en una plataforma específica) y finalmente las aplicaciones híbridas (combinan lo mejor de los dos tipos de aplicaciones anteriores) (Delía, Galdamez, Thomas, & Pesado, 2013).

El uso de las denominadas APP explica el motivo por el cual un gran porcentaje de la sociedad se hace acreedora de un dispositivo móvil y es quizás una de las razones que explica el auge de estos y por qué han llegado a ser esenciales para la sociedad actual. El siguiente grafico explicita la cantidad de personas que poseen y utilizan APP en su dispositivo móvil. Un estudio que fue realizado en Latinoamérica por *IMS Mobile in LatAm* en 2015, los resultados en cuanto a lo anterior son los que se mencionan:

⁶ Abreviatura de la palabra en ingles *application*, que traducida al español es aplicación, la cual es referente a aplicaciones móviles

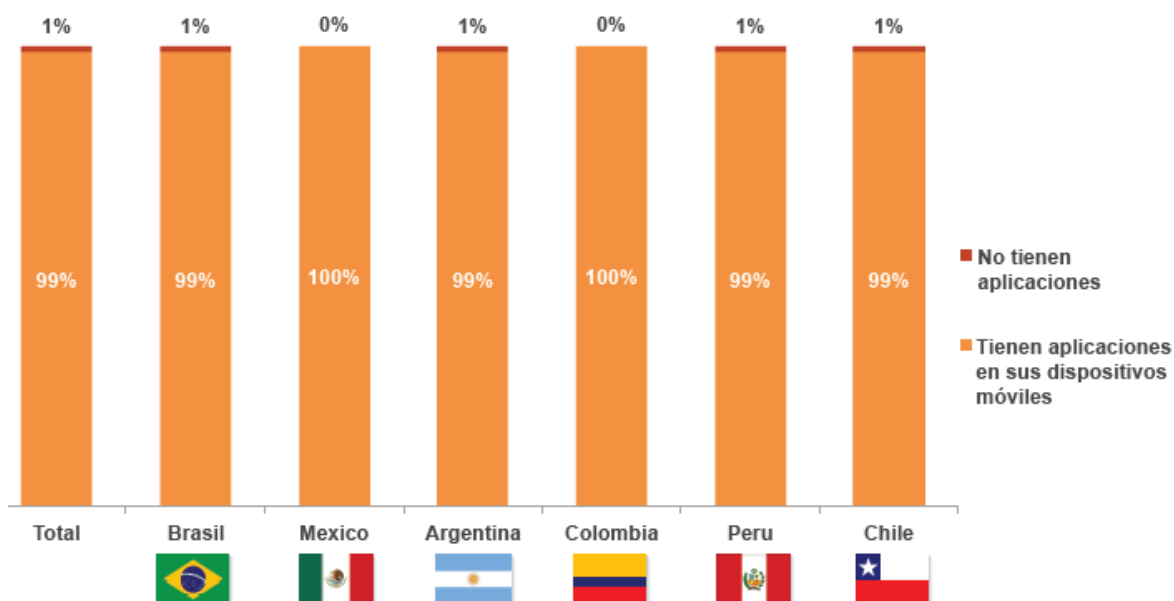


Figura 2: Porcentaje de personas que tienen aplicaciones móviles en sus dispositivos móviles.
Fuente: IMS Mobile in LatAm

Los resultados obtenidos en la Figura 2 evidencian que del total de países encuestados, en promedio, en Latinoamérica, solo el uno por ciento no tiene APP móviles en sus dispositivos, lo que deja de manifiesto que una de las razones más importantes por las cuales las personas en Latinoamérica poseen dispositivos móviles, es debido a su utilización como herramienta para la ocupación de APP móviles.

La utilización de las APP y las descargas que han tenido por parte de los usuarios en sus dispositivos móviles, han ido acrecentando de manera exponencial en los últimos años, como se muestra en la Figura 3:

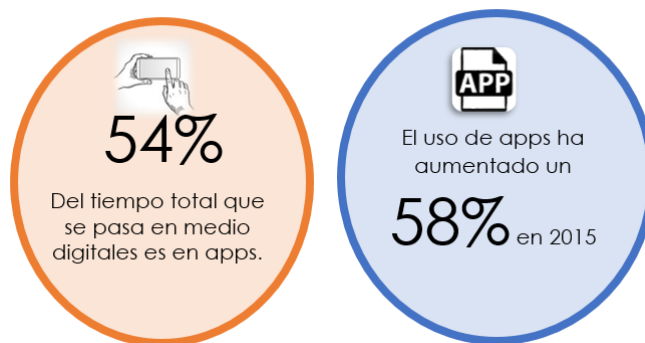


Figura 3: *Uso de aplicaciones móviles en el mundo en 2015.*
Fuente: Ditrendia

Si se observan los datos de la Figura 3 se puede ver que

En el mundo, el uso de APPs ya supone el 54% del tiempo gastado en el mundo digital. Con un crecimiento del 58% respecto a 2014, las apps más utilizadas están relacionadas con temas de personalización (332%), medios y revistas (135%) productividad (125%) y *lifestyle* y compras (81%) (Ditrendia, 2016, p. 36).

Dado el crecimiento que este tipo de *software* han tenido en los últimos años, es que resulta llamativo observar la utilidad de su ocupación en áreas en específico, como por ejemplo la educación, la que se abordará en la siguiente sección.

3.4 Dispositivos Móviles y la Educación.

Hoy en día los profesores(as) que no incluyen en sus metodologías de enseñanza, la utilización como herramienta de apoyo a los dispositivos móviles, es debido a que les “resulta complicado cambiar las prácticas tradicionales en el aula dado que el docente se encuentra en una zona de confort que le brinda seguridad, utiliza estrategias aprendidas y rutinarias que le resultan cómodas” (Sánchez, 2015), cerrando las puertas a la innovación, más aún, “muchos colegios no permiten la utilización de estos dispositivos e incluso penalizan su posesión en el recinto” (Monge Bartolomé, 2013, p. 10). Lo anterior se ve reflejado también en los resultados del estudio que ha hecho “*IMS Mobile in LatAm*” en 2015 (estudio realizado en Latinoamérica, donde Chile estuvo entre los países encuestados) y que pone de manifiesto las estadísticas recogidas acerca del lugar físico en que las personas encuestadas utilizan con mayor frecuencia sus dispositivos móviles:

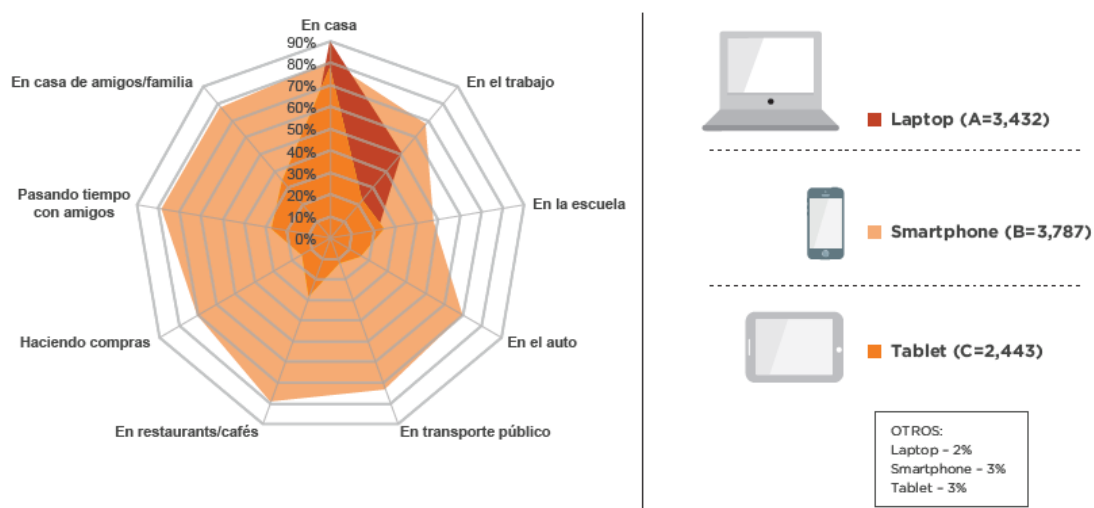


Figura 4: Lugar físico en que las personas utilizan con mayor frecuencia sus dispositivos móviles.
Fuente: IMS Mobile in LatAm

Dichos resultados que se muestran en la Figura 4, hablan de que por lo general la utilización ya sea de *laptop*, *smartphone* o *tablet* (considerados los dispositivos

móviles más comunes entre las personas en Latinoamérica), ver *IMS Mobile in LatAm*, es de todos los contextos considerados, el más bajo en las escuelas, lo que refleja las prácticas que tienen los colegios en cuanto a la normativa interna respecto a su empleo y la escasez de su utilización como metodología desde la mirada docente.

Estos resultados hipotéticamente podrían generar en la relación profesor(a)-estudiante, una cierta brecha, debido a que fuera del contexto educativo los estudiantes viven inmersos en la evolución tecnológica como tal, y así a medida que crecen, estos se adentran cada día más en la comunicación mediante las redes sociales, mensajería y espacios creativos, pero luego cuando entran en el aula y se prohíben los dispositivos digitales, se sienten apartados en un contexto que consideran ajeno (Valero, Redondo, & Palacín, 2012).

Por otro lado, los dispositivos móviles, según las investigaciones de Valero, Redondo y Palacín, generan en el aula el desarrollo de competencias básicas, ya que la educación y formación se orientan al desarrollo de destrezas y habilidades, y no únicamente a la adquisición de conocimientos. Estas competencias son: Competencia en comunicación lingüística, competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico, tratamiento de la información y competencia digital, competencia social y ciudadana, competencia cultural y artística, competencia para aprender a aprender, autonomía e iniciática personal y finalmente la competencia matemática. Esta última y la más pertinente a este estudio, se define como el razonamiento matemático, la capacidad para interpretar la información, resolver problemas, y ampliar el conocimiento, así también relacionar números, razonar matemáticamente e interpretar la información. Para esto se pueden utilizar una gran cantidad de aplicaciones para móviles tales como calculadoras científicas, que con ayuda de una pantalla gráfica y diferentes tipos de botones, logran grandes opciones educativas (Valero et al., 2012).

3.4.1 Aprendizaje Móvil.

En el aula y en las clases de cualquier asignatura en general lo más importante es que se produzca el proceso de enseñanza-aprendizaje, desde hace tiempo está

internalizada en el colectivo de la sociedad académica que una de las más efectivas maneras de lograr este proceso, es con una clase orientada hacia la utilización por parte del docente de una herramienta concreta para transmitir procedimientos y principios al estudiantado, y que se cumplan los objetivos de aprendizaje propuestos por el(la) profesor(a) (Jorge, 1997). Una de esas herramientas corresponde al aprendizaje móvil (*m-learning*⁷) el cual implica "la explotación del *hardware* ubicuo de bolsillo, las redes inalámbricas y la telefonía móvil para facilitar, apoyar, mejorar y ampliar el alcance de la enseñanza y el aprendizaje" (Advance, 2011, p. 3), donde las APP vistas como *software* de un dispositivo móvil, tienen un papel protagónico.

Las *m-learning*, apuntan a varias de las categorías teóricas basadas en actividades dentro de lo pedagógico y "si bien algunas iniciativas pueden considerar el aprendizaje móvil como una forma de fomentar la interacción colaborativa, otras pueden ser partidarias de los enfoques conductistas. Es posible, por supuesto, mezclar varias categorías de actividad" (Advance, 2011, p. 28). A continuación se presentan modelos del uso operacional del aprendizaje móvil, donde se desarrollan ambos enfoques combinados, estos, extraídos del estudio realizado por Advance en 2011.

- El primero (ver Figura 5), confeccionado en 2002, deja en evidencia al *m-learning* como una metodología de apoyo al 'aprendizaje conversacional':

⁷ m, abreviación de *mobile* que traducido del inglés significa móvil, junto con *learning* cuyo significado es aprender, traducido del inglés

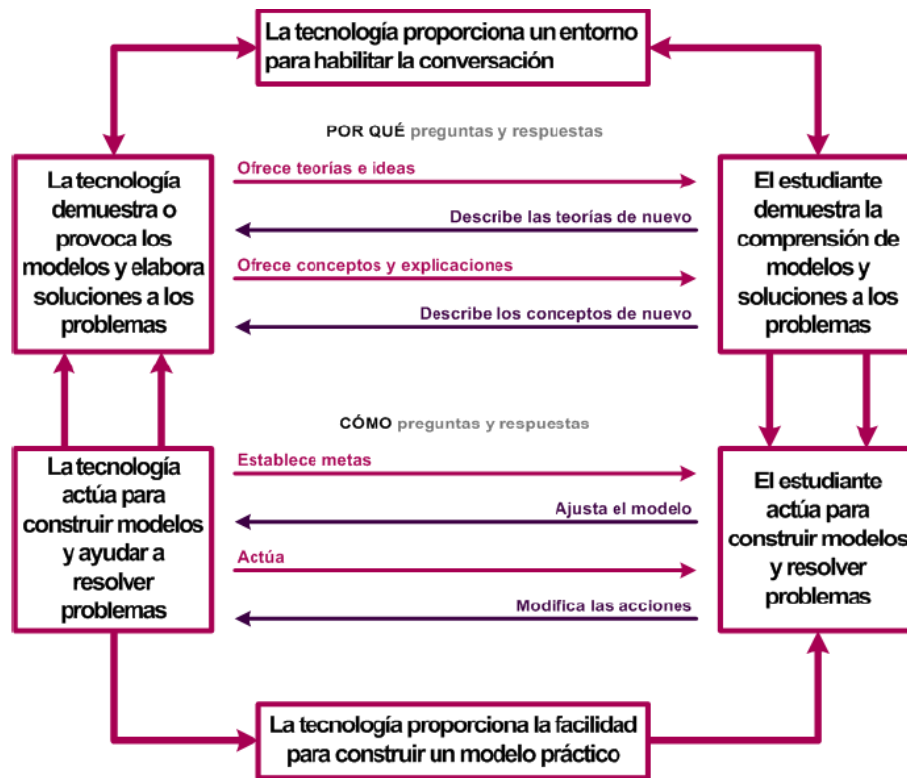


Figura 5: Modelo de Laurillard, un modelo conversacional para el uso efectivo de las tecnologías de aprendizaje. Fuente: JJSC InfoNet

Las funcionalidades de la tecnología móvil en el 'modelo de Laurillard' (Figura 5) son: Fomentar la capacitación a los estudiantes con el objetivo de desarrollar la habilidad de construir esquemas con el fin de resolver problemas y promover que el aula se transforme en un entorno para habilitar la conversación.

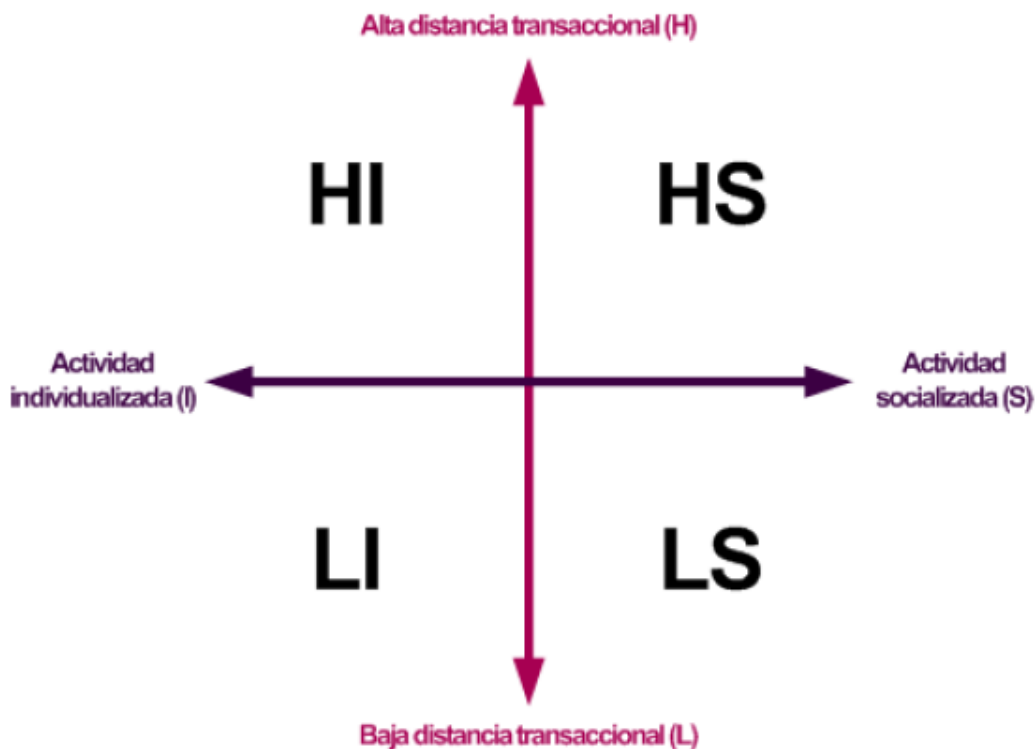
- El segundo modelo a destacar (ver Figura 6) es el confeccionado en 2009, enfocado en cómo se encuadra el aprendizaje móvil:



Figura 6: Modelo de Koole - Un modelo para el encuadre de aprendizaje móvil.
Fuente: jisc InfoNet

El 'modelo de Koole' (ver Figura 6) consiste en un diagrama de Venn de tres círculos, y en ellos se consideran distintos criterios: El estudiante, el ámbito social y aspectos del dispositivo móvil. En sus intersecciones se genera: La usabilidad del dispositivo, la tecnología de interacción, y la tecnología social. Por lo que, finalmente, la intersección entre los tres criterios generaría el aprendizaje móvil.

- Finalmente, el tercer y último modelo (ver Figura 7), confeccionado en 2011, relaciona la 'distancia transaccional' y la naturaleza 'social' de una actividad:



*Figura 7: Modelo de Park- Un modelo pedagógico para el aprendizaje móvil.
Fuente: jisc InfoNet*

H: alta distancia transaccional.

L: baja distancia transaccional.

S: alta interacción social.

I: baja interacción social.

El 'Modelo de Park' apunta a los tipos de experiencias de enseñanza y aprendizaje que los docentes puedan planificar para que su clase funcione; de este modo, por ejemplo, un enfoque HS permite la alta distancia transaccional y la alta interacción social entre compañeros.

Los anteriores modelos apuntan hacia fortalecer la emisión de los distintos aprendizajes esperados por parte del docente, que este logre tomar la mejor decisión dentro de algún contexto en particular, que el estudiante pueda resolver problemas relacionados con alguna asignatura mediante la tecnología y a generar la interacción entre el contexto en el aula, el estudiante y lo tecnológico.

3.4.1 Taxonomía de Bloom y su Relación con la Tecnología Móvil en el Aula.

Una acción educativa tiene como finalidad cumplir con lo diseñado para lograr los objetivos de aprendizaje, justamente la taxonomía de Bloom busca la categorización de todas estas acciones educativas “esto quiere decir que después de realizar un proceso de aprendizaje, el estudiante debe haber adquirido nuevas habilidades y conocimientos” (Olivera, 2011, p. 4).

La taxonomía de Bloom del año 1950, articula al proceso de aprendizaje dentro del dominio psicológico cognitivo, este dominio clasifica y además ordena habilidades de pensamiento y objetivos, por tanto sigue el proceso del pensamiento describiendo cada categoría como un sustantivo y organizándolas en orden ascendente, de inferior a superior (Churches, 2009), como muestra la Figura 8:



*Figura 8: Taxonomía original de Bloom (1950)
Fuente: Churches (2009)*

Hasta la fecha, la taxonomía original de Bloom, ha sido varias veces modificada de acuerdo a los nuevos avances en la educación, tal es el caso que la denominada ‘taxonomía revisada de Bloom’, confeccionada por Lorin Anderson y Krathwohl en 2001, deja atrás los sustantivos y da paso a que “cada una de las categorías o elementos taxonómicos tiene un número de verbos clave, asociados a ella” (Churches, 2009, p. 2), finalmente el modelo propuesto por Anderson y Krathwohl es el que muestra la Figura 9:

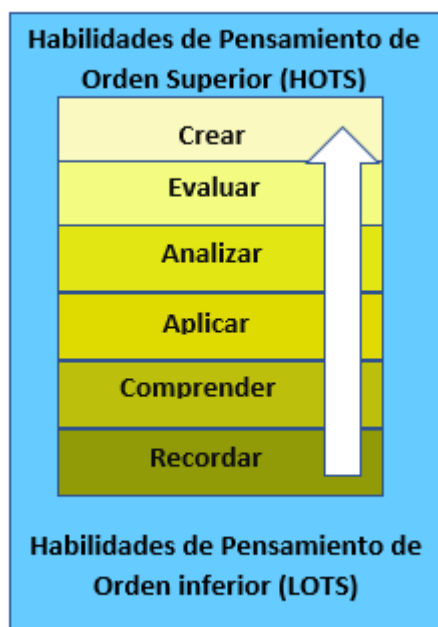
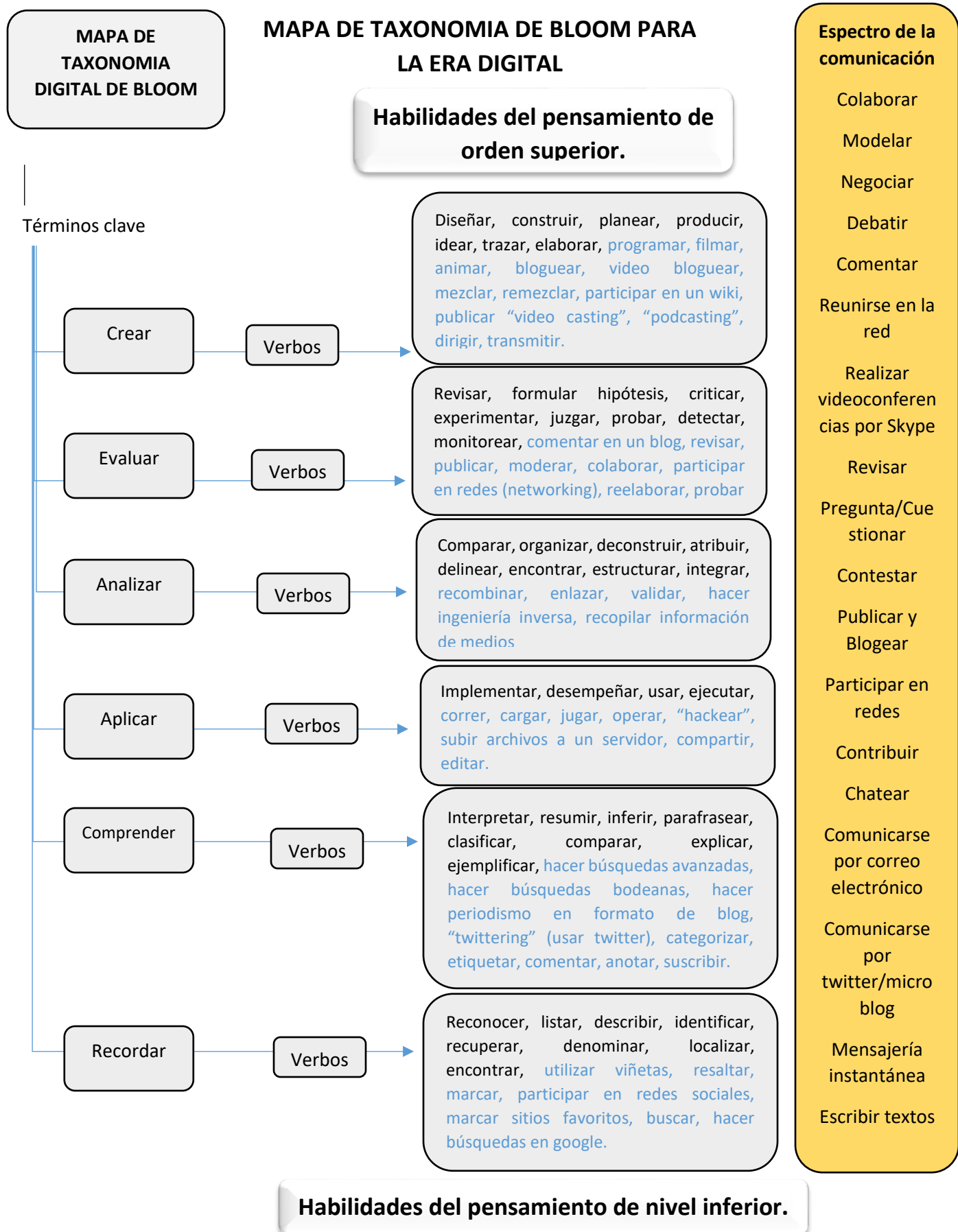


Figura 9: Taxonomía revisada de Bloom (2001).
Fuente: Churches (2009)

Sin embargo, a pesar de los cambios realizados por Anderson y Krathwohl a la ‘taxonomía de Bloom’, no se incluyen los nuevos procesos o acciones debido a la integración de TICs en el ámbito educativo.

Es por aquello que a raíz de la necesidad de incorporar e implementar las TICs en el aula, es que se crea la ‘taxonomía de Boom para la era digital’, esta incorpora conceptos y verbos propios del uso de TICs y recursos tecnológicos, destinados a cumplir como una herramienta para el docente en la sala de clases. El modelo es el que se muestra a continuación (ver Figura 10):



Como queda de manifiesto en la Figura 10, 'la taxonomía de Boom para la era digital', incluye verbos como programar, bloguear, etiquetar, publicar, etc., todos estos incluidos en las habilidades del pensamiento, considerando a la tecnología como parte fundamental de esta.

Para finalizar la sección 3.4.1, es necesario destacar, que no basta solo con la presencia del dispositivo móvil en el aula, sino que también, debe existir a lo menos una relación entre: el estudiante, la tecnología y el contexto o alta distancia transaccional y la alta interacción social entre compañeros en el aula, para que finalmente, se logre el tan anhelado aprendizaje móvil, cuyo objetivo es el aprendizaje colaborativo.

Para concluir el capítulo 3 ('Revisión de Literatura') como destaca la literatura consultada, las utilizaciones de dispositivos móviles en el aula podrían generar en los estudiantes destrezas y habilidades, sin embargo aunque la literatura propicia el uso de las aplicaciones móviles como herramienta educativa, estas conclusiones deben ser considerada con cautela, puesto que según lo investigado no hay estudios en Chile que incluyan dispositivos móviles en el aula como herramienta educativa.

4. Metodología

El presente capítulo se ha estructurado en cuatro secciones: La primera aborda el Registro de las aplicaciones móviles en la base de datos, la segunda concierne acerca de la Examinación de la Permanencia de las Aplicaciones Móviles, la tercera presenta información al respecto de los Criterios de Selección de las Aplicaciones Móviles y finalmente la cuarta, enfatiza sobre la Formulación de la Propuesta Metodológica.

4.1 Registro de las Aplicaciones Móviles en la Base de Datos

Para la formulación de la propuesta metodológica fue necesario realizar una búsqueda utilizando la plataforma '*Play Store de Google*'. Esta búsqueda considera todas las aplicaciones móviles relacionadas con el eje temático '*Datos y Azar*'.

La búsqueda a través de la plataforma se materializó utilizando 4 palabras claves en el gestor de búsqueda: *Statistics*, *probability*, estadística y probabilidad. El resultado arrojó un total de 259 aplicaciones móviles relacionadas con el eje temático señalado anteriormente.

Para poder organizar la información se categoriza cada aplicación encontrada en base a cada uno de los atributos que se mencionan en la siguiente tabla:

Tabla 2: Justificación del Uso de Algunos Campos de la Base de Datos.

Nombre del Campo	Justificación de su uso
Nombre de la aplicación	Esto permite identificar cada aplicación
Versión	Nivel de desarrollo
Número de descargas	Posibilita ver qué tan utilizada es la aplicación
Última actualización	Últimas y nuevas mejoras de la aplicación
Valoración promedio correspondiente	Permite conocer la evaluación de los usuarios en base a estrellas
Descripción	Reseña de cada aplicación
Desarrollador	Corresponde al programador de la aplicación

La base de datos fue anexada a este seminario de titulación a través de un C.D a final de este documento

4.2 Examinación de la Permanencia de las Aplicaciones Móviles de la Base de Datos.

Una vez finalizado el registro de las 259 aplicaciones móviles, se examina la permanencia de cada una de ellas; lo que se realiza verificando diariamente su disponibilidad para descarga a través de la plataforma ‘Play Store de Google’

Esta revisión se realiza por un periodo de un mes (4 de junio al 4 de julio de 2017), que a juicio de expertos, se considera un tiempo razonable para poder determinar y descartar todas aquellas aplicaciones que fueron intermitentes durante este período.

La permanencia en el tiempo se evalúa considerando si la aplicación estaba disponible para ser descargada.

Por ejemplo: La aplicación 1 (‘1300 formulas matemáticas’) considerando los 31 días de revisión tiene una permanencia de un 100%; mientras que la aplicación

259 7th ('Grade Math Learning Games') tiene una permanencia equivalente a un 90,32% ya que su disponibilidad de descarga fue de 28 días en los 31 días de revisión.

Tabla 3: 'Ejemplo de Revisión de Aplicaciones'.

Aplicación	Día revisión				
	1	2	3	...	31
1('1300 formulas matematicas')	1	1	1	1	1
2('1500 All Math Formulas')	1	1	1	1	1
...	1	1	1	1	1
8(Grade Math Learning Games)	1	1	0	1	0
....	1	1	0	0	0
i-esima app	1	1	0	1	1
....	1	0	1	0	1
259	0	1	1	0	1

Con $i=1,...,259$

Si se considera el ejemplo anterior podemos inferir que la aplicación 1 tiene una mayor permanencia que la aplicación 8 ya que fue registrada durante los 31 días del período comprendido.

El objetivo de haber realizado el trabajo anterior, es tener un criterio funcional confiable para la posterior elección de las aplicaciones que se utilizarán en la propuesta.

4.3 Criterios de Selección de las APP para las Clases de la Propuesta.

4.3.1 Criterio Funcional.

Al recolectar las 259 APPs en la base de datos, surgió la necesidad de formar un criterio de selección pertinente para el objetivo de la propuesta, ese criterio, consiste en la examinación de la permanencia de las aplicaciones móviles de la base de datos, (explicado en la sección 4.2) con el objetivo de ver la continuidad de cada APPs, e ir eliminando aquellas aplicaciones que eran intermitentes o simplemente ya no aparecían en la plataforma *Play Store* al pasar de los días. Se pudieron descartar de este modo 36 APPs.

Sumado a los criterios anteriormente señalados, se incluye el criterio de la cantidad de descargas que posee la aplicación móvil y la valoración entregada por los usuarios de '*Play Store de Google*' (resumida en la cantidad de estrellas que posee cada APP, considerando que la máxima valoración que se puede obtener es de 5 estrellas) como información de apoyo.

Con respecto a lo anterior, las APPs seleccionadas para la propuesta metodológica superan las 10.000 descargas, con una valoración promedio mínima de 3.1 estrellas y máxima de 4.1 estrellas.

4.3.2 Criterio Educativo.

Este criterio está centrado en el contenido que posee la aplicación, que a juicios de expertos debe ser pertinente al aprendizaje esperado que se desarrolla.

4.3.3 Selección de las Aplicaciones Móviles

Las aplicaciones seleccionadas para las clases de la propuesta metodológica, según los criterios expuestos anteriormente, fueron:

- 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre' (versión 1.1, año 2017)
- 'Statisitcs Calculator Pro de Christian Göllner' (versión 3.0.2, año 2017)
- 'Probabilidad y Estadística de Reisix' (versión 2.0, año 2017)
- 'Estadística Fácil de WGBN Software House' (versión 1.0.14, año 2017)

4.4 Formulación de la Propuesta.

La propuesta metodológica se formula a partir del AE2: “Comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central, posición y dispersión” (MINEDUC, 2011, p.80) que aparece en el programa de estudio del MINEDUC de segundo año de enseñanza media (a criterio de los autores de este seminario de titulación), cuyos indicadores de evaluación son los siguientes:

- Determinan las medidas de tendencia central para uno o más conjuntos de datos e interpretan correctamente la información.
- Determinan las medidas de posición para uno o más conjuntos de datos e interpretan correctamente la información.
- Comparan dos conjuntos de datos a partir de sus medidas de tendencia central, de posición y de dispersión.

Esta propuesta buscará el cumplimiento de los indicadores de evaluación anteriores en un tiempo estimado de ocho horas pedagógicas (cronológicamente 45 minutos), estimación calculada del total de horas del eje temático de ‘Datos y azar’, entregadas por el programa de estudios de 2° medio. El cálculo corresponde al cociente entre el total de horas y la cantidad de aprendizajes esperados del eje temático ‘Datos y Azar’, que son respectivamente 55 y 7 (MINEDUC, 2011). El resultado de este cociente es aproximadamente 7,85 horas. Al redondear aquel número resultan ocho horas pedagógicas, estas, distribuidas en cuatro clases de dos horas cada una.

La distribución y planificación de cada clase, sumado a la secuencia didáctica, actividades y material de apoyo se detallarán en el capítulo siguiente, donde la primera, segunda y tercera clase buscan cumplir con los tres indicadores de evaluación respectivamente, mientras que la cuarta y última clase busca cumplir con el indicador de evaluación número tres.

El uso de las Tecnologías de Información y la Comunicación (TICs) es primordial en esta propuesta, en particular el de los dispositivos móviles en el aula. En los planes

y programas del ministerio de educación en la sección ‘Consideraciones Generales para Implementar’ se detalla el propósito (para los estudiantes) del ‘Uso de las TICs’ en el aula. Estos son los siguientes (MINEDUC, 2011, p.14):

- Buscar, acceder y recolectar información en páginas web u otras fuentes, y seleccionar esta información, examinando críticamente su relevancia y calidad
- Procesar y organizar datos, utilizando plantillas de cálculo, y manipular la información sistematizada en ellas para identificar tendencias, regularidades y patrones relativos a los fenómenos estudiados en el sector
- Desarrollar y presentar información a través del uso de procesadores de texto, plantillas de presentación (*power point*) y herramientas y aplicaciones de imagen, audio y video
- Intercambiar información a través de las herramientas que ofrece internet, como correo electrónico, chat, espacios interactivos en sitios web o comunidades virtuales
- Respetar y asumir consideraciones éticas en el uso de las TICs, como el cuidado personal y el respeto por el otro, señalar las fuentes de donde se obtiene la información y respetar las normas de uso y de seguridad de los espacios virtuales.

Esta propuesta se detuvo en los tres primeros puntos anteriores, fortaleciendo en el estudiante el uso de las TICs, de la manera en que se describe en los planes y programas del ministerio de educación y en particular en esta propuesta metodológica a través de APP. En la primera y segunda clase que presenta esta propuesta, se trabajará con la APP ‘Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre’ (versión 1.1, año 2017) y ‘Estadística Fácil de WGBN Software House’ (versión 1.0.14, año 2017) junto a ‘Statistics Calculator Pro de Christian Göllner’ (versión 3.0.2, año 2017) respectivamente, las que se relacionan con el segundo punto del ‘Uso de las TICs’, además, en ambas clases, se utilizará el software *Power Point* en su versión del año 2016. La inserción de esta última herramienta, busca abordar el tercer punto del ‘Uso de las TICs’ y se utilizará específicamente para entregar el aprendizaje esperado en la primera clase y para la entrega de las instrucciones de cómo utilizar la APP en la

segunda. Además en la segunda clase, la APP 'Statisitos Calculator Pro de Christian Göllner', asocia la estadística a distintos tipos de gráficos y los entrega para distintos casos, lo que se encasilla en el tercer punto del 'Uso de las TICs'. En la tercera clase que ofrece la propuesta metodológica, se utilizará como herramienta, la APP 'Probabilidad y Estadística de Reisix' (versión 2.0, año 2017), abordando el primer y segundo punto del 'Uso de las TICs'. Finalmente, en la última clase, se utilizará también la APP 'Estadística Fácil de WGBN Software House', que busca tratar el segundo punto del 'Uso de las TICs'.

5 Propuesta Metodológica.

El presente capítulo se divide en tres secciones: Planificación, actividades propuestas y recursos de aprendizaje, y finalmente criterios e instrumentos de evaluación. El primero de ellos se subdivide en indicaciones generales, planificación general y, para finalizar, planificación clase a clase

5.1 Planificación.

5.1.1. Indicaciones Generales.

La siguiente estructura de planificación es extraída de (San Roman, 2016)

Unidad didáctica: Datos y azar.

Temática: Medidas de tendencia central, de posición, de dispersión.

Número de sesiones: Cuatro clases.

Curso: Segundo año medio.

Objetivo de aprendizaje

“Comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central, de posición y de dispersión.” (MINEDUC, 2011, p.80)

Indicadores de evaluación

- ✓ Determinan las medidas de tendencia central para uno o más conjuntos de datos e interpretan correctamente la información.
- ✓ Determinan las medidas de posición para uno o más conjuntos de datos e interpretan correctamente la información.
- ✓ Comparan dos conjuntos de datos a partir de sus medidas de tendencia central, de posición y de dispersión.

Conocimientos previos

- ✓ Población y muestra.
- ✓ Medidas de tendencia central.
- ✓ Medidas de posición: cuartiles y percentiles.

Temáticas y conceptos a abordar

Varianza, desviación estándar, medidas de posición, medidas de dispersión, medidas de tendencia central, media muestral, media de la población.

Recursos

- ✓ Aplicaciones móviles
- ✓ Guías de teoría y ejercicios
- ✓ *Power Point*

Modelo general por clase

A continuación, se especifican, para cada clase planificada, los modelos de uso operacional del aprendizaje móvil (explicados en la sección 3.4.1 del capítulo 3).

Clase 1: Medidas de tendencia central. Modelo de Koole.

Clase 2: Medidas de posición. Modelo de Laurillard.

Clase 3: Medidas de dispersión. Modelo de Koole.

Clase 4: Medidas de tendencia central, posición y dispersión. Modelo de Park.

5.1.2. Planificación General

Nombre de la Unidad: **Datos y azar.**

Subsector: **Matemáticas.**

Nivel: **Segundo Medio.**

Tiempo estimado: **8 horas pedagógicas.**

Tabla 4: Modelo de planificación T-Modelo cognitivo
Fuente: Flórez 2007

CONCEPTOS	PROCEDIMIENTOS - ESTRATEGIAS
• Medidas de dispersión: desviación estándar. • Media muestral.	• Analizar PPTs, cuadernillos de síntesis de denotaciones de ecuaciones y APP que entreguen aprendizajes esperados pertinentes a clases en particular. • Realizar guías de ejercicios con el apoyo de dispositivos y APP móviles por parte de los estudiantes. • Evaluar el desarrollo de las guías de ejercicios, ya sea entre los propios estudiantes o mediante el avance de las mismas, según el criterio del profesor(a). • Corregir los resultados de ejercicios que presentaron una mayor dificultad, ya sea en la

	pizarra o por la proyección de estos, mediante un dispositivo móvil.
CAPACIDADES - DESTREZAS	VALORES - ACTITUDES
• Analizar información, utilizando la desviación estándar • Organizar datos, usando cuartiles y percentiles • Determinar medias muestrales	Responsabilidad: • Cumplimiento • Compromiso • Orden Participación: • Opinar • Intervenir • Valorar Respeto: • Escuchar • Valorar

(Flórez, 2007)

5.1.3. Planificación Clase a Clase.

Tabla 5: Modelo de planificación, (Clase 1).

Fuente: Educar Chile.

Planificación de la 1° clase:		
Asignatura: Matemáticas.	Nivel: Segundo Medio.	Semestre: Segundo semestre.
Título de la unidad didáctica: Datos y Azar.		Total de horas: 2 horas.
Habilidad(es): Analizar información para lograr los diferentes objetivos de las actividades en clases. Aplicar las diversas definiciones para lograr utilizar la aplicación 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre'.	Objetivo de aprendizaje: Aplicar los conceptos de medidas de tendencia central a través del uso de las aplicaciones móviles.	Actitud(es): (Mineduc, 2011, p.79) "Interés por conocer la realidad al trabajar con información cuantitativa de diversos contextos".
Contenido(s): Medidas de tendencia central.		

Conocimiento(s) previo(s):	Recursos de aprendizaje	Indicador(es) de evaluación o logro:
-Operaciones básicas: Multiplicación, división, suma y resta.	-Power Point. -Plumón. -Pizarra. -Dispositivos móviles. -Aplicación móvil 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdez Aguirre'. -Guía de matemáticas N°1	Determinan las medidas de tendencia central para uno o más conjuntos de datos e interpretan correctamente la información.

(EducarChile, 2013)

Tabla 6: Modelo de Secuencia didáctica, (Clase 1).

Secuencia didáctica:
INICIO (Tiempo estimado 15 minutos) El (la) profesor(a) saluda a los estudiantes. Posteriormente se anota la fecha y el objetivo de la clase en la pizarra. Luego, a modo de introducir los conceptos, se les pregunta a los estudiantes qué recuerdan acerca de los conceptos de media aritmética, mediana y moda.
DESARROLLO (Tiempo estimado 60 minutos) Actividad 1: Se presenta el 'power point 1' (anexado en el C.D, que entrega este documento) con una actividad guiada por el(la) profesor(a) a cerca de los conceptos de medida de tendencia central. La actividad consiste en elegir a 5 estudiantes al azar para luego repartirles diferentes cantidades de lápices,

posteriormente, entre todos los estudiantes, responderán preguntas que, implícitamente, tienen que ver con los conceptos de la clase.

Actividad 2: El(la) profesor(a) hará una correspondencia entre las preguntas planteadas y el concepto de medida de tendencia central, entregando las diferentes fórmulas tanto para datos no agrupados como para datos agrupados.

Actividad 3: Finalmente el(la) profesor(a) entrega las indicaciones para realizar una guía relacionada con los conceptos de media, moda y mediana, y que será desarrollada con ayuda de la aplicación móvil 'probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre'.

CIERRE (Tiempo estimado 15 minutos)

El(la) profesor(a) realiza un resumen de la clase, y finalmente hace preguntas de metacognición⁸, tales como: ¿Qué aprendimos hoy?, ¿Qué me costó más?

⁸ “El concepto de la metacognición enmarca la indagación sobre cómo los seres humanos piensan y controlan sus propios procesos de pensamiento” (Silva Córdova, 2006)

Tabla 7: Modelo de planificación, (Clase 2).
Fuente: Educar Chile

Planificación de la 2° clase		
Asignatura: Matemáticas.	Nivel: Segundo Medio.	Semestre: Segundo semestre.
Título de la unidad didáctica: Datos y Azar.		Total de horas: 2 horas.
Habilidad(es): Organizar datos, usando cuartiles y percentiles	Objetivo de aprendizaje: Aplicar el concepto de medidas de posición a través de la organización de datos.	Actitud(es): (Mineduc, 2011, p.33) Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos
	Contenido(s): Medidas de posición	
Conocimiento(s) previo(s): - Población y muestra - Medidas de tendencia central	Recursos de aprendizaje - <i>Power Point</i> - Aplicación móvil 'Estadística fácil de WGBN Software House' - Aplicación móvil 'Statistics Calculator Pro	Indicador(es) de evaluación o logro: - Determinan las medidas de posición para uno o más conjuntos de datos e interpretan correctamente la información.

	de Christian Göllener' -Dispositivos móviles -Plumón y pizarra -Cuadernillo con fórmulas matemáticas -Guía de ejercicios	
--	--	--

(EducarChile, 2013)

Tabla 8: Modelo de Secuencia didáctica, (Clase 2).

Secuencia didáctica
Inicio (Tiempo estimado 20 minutos): El docente comienza saludando a los estudiantes escribiendo la fecha y el objetivo en la pizarra, luego, se realiza un resumen de la clase anterior.

Desarrollo (Tiempo estimado 60 minutos):

Actividad 1: El(la) profesor(a) les entrega lee y explica, a los estudiantes, el 'cuadernillo de estadísticas' (presente en los anexos de este seminario de titulación) con las diferentes ecuaciones sobre medidas de posición, paralelamente, se realizan ejercicios en la pizarra para ejemplificar lo descrito en el 'cuadernillo de estadística'.

Actividad 2: Se divide al curso en grupos, así, los estudiantes 'entrevistan' a sus compañeros para poder realizar la guía correspondiente a las medidas de posición. Para esta actividad, se incluye la utilización de los dispositivos móviles con las aplicaciones: 'Estadística Fácil de WGBN Software House', y 'Statistics Calculator Pro de Christian Göllner', como un método de apoyo.

Actividad 3: Una vez que el curso está dividido en grupos y con sus respectivos dispositivos y APPs abiertas, el(la) profesor(a), proyecta un instructivo sobre la utilización de esta, instructivo inmerso en el '*power point 2*' (anexado en el C.D que entrega este documento).

Actividad 4: Los estudiantes trabajan, mientras, el(la) profesor(a) aclara dudas sobre la utilización de la APP y sobre la materia en cuestión.

Actividad 5: Se revisan y discuten los resultados de las actividades entre todos los estudiantes, realizando preguntas relacionadas con la materia, así, el(la) profesor(a) asegura que los estudiantes lograron hacer la guía a cabalidad y aplicaron los conceptos asociados.

Cierre (Tiempo estimado 10 minutos): Finalmente el(la) profesor(a) concluye la clase entregando los resultados correctos de la guía de ejercicios realizada en clases, además, hace preguntas de metacognición, tales como: ¿Qué dificultades tuve hoy? ¿Para qué me ha servido lo que aprendí hoy? ¿Cómo lo aprendí?

Tabla 9: Modelo de planificación, (Clase 3).
Fuente: Educar Chile.

Planificación de la 3° clase		
Asignatura: Matemáticas.	Nivel: Segundo Medio.	Semestre: Segundo semestre.
Título de la unidad didáctica: Datos y Azar.		Total de horas: 2 horas.
Habilidad(es): Analizar información, utilizando varianza y desviación Estándar.	Objetivo de aprendizaje: Aplicar los conceptos de medidas de dispersión.	Actitud(es): (MINEDUC, 2011, p.49) Perseverancia, rigor, flexibilidad y originalidad al resolver problemas matemáticos
	Contenido(s): Medidas de dispersión.	
Conocimiento(s) previo(s): - Población y muestra. -Medidas de tendencia central.	Recursos de aprendizaje -Aplicación móvil 'probabilidad y estadística de Reisix'. -Dispositivos móviles. -Plumón y pizarra.	Indicador(es) de evaluación o logro: Comparan dos conjuntos de datos a partir de sus medidas de tendencia central, de posición y de dispersión.

	› Guía de ejercicios	
--	----------------------	--

(EducarChile, 2013)

Tabla 10: Modelo de Secuencia didáctica, (Clase 3).

Secuencia didáctica
Inicio (Tiempo estimado 20 minutos): El(la) profesor(a) comienza la clase saludando a los(las) alumnos(as), escribiendo el objetivo de la clase y la fecha en la pizarra, luego expone brevemente las actividades que se realizarán en la sesión del día. Para lograr el objetivo de la clase, el(la) profesor(a), ocupa la aplicación “probabilidad y estadística de Reisix”, que previamente solicitó a cada estudiante que la descargase en uno de sus dispositivos móviles. Finalmente, el docente explica a los(las) alumnos(as) cómo se relaciona la aplicación con la clase y lo básico para poder utilizarla.
Desarrollo (Tiempo estimado 60 minutos): Actividad 1: El(la) profesor(a) solicita a los estudiantes que se dirijan a una sección de la aplicación señalada con un icono con forma de ‘libro’, allí encontrarán la teoría necesaria para la clase. Luego, el(la) profesor(a) solicita a un(a) alumno(a) que lea los conceptos que aparecen en la sección, mientras aclara dudas con respecto a las fórmulas que ahí aparecen. Actividad 2: Posteriormente a la ‘Actividad 1’, el(la) profesor(a) les entrega a los estudiantes la ‘GUÍA DE MATEMÁTICAS N°3’ (impresa), en ella aparecen

ejemplos resueltos de cada concepto de medida de dispersión, que se encontrarán en la sección de la aplicación móvil señalada en el párrafo anterior. El docente le indica al curso que comprueben los resultados señalados en cada ejemplo, para ello el(la) profesor(a) les pide que para realizar los cálculos extensos, se dirijan dentro de la aplicación móvil a la sección señalada con el icono con forma de “calculadora” (ver figura 11), donde esta cumple una función semejante a la de una calculadora científica tradicional.

Actividad 3: En la siguiente parte del desarrollo de la clase, el(la) profesor(a) les indica a los(las) alumnos(as) que se dirijan a la segunda parte de la guía entregada, esta se denota como ‘Ejercicios’, en ella aparecen 3 ítems, estos relacionados a la Desviación media, Varianza y Desviación típica, respectivamente. El(la) profesor(a) les pide a los estudiantes que los desarrollen en sus cuadernos y que luego comparen las respuestas con las que le entrega la aplicación que se ha utilizado como herramienta para la clase, dirigiéndose a la sección enmarcada con el icono con forma de “gráfico circular” (ver figura 13), esta sección calcula los resultados de los ejercicios mencionados.

Cierre (Tiempo estimado 10 minutos):

Para culminar, el(la) profesor(a) aclara dudas (si existiesen) con respecto a los conceptos entregados en la clase, señala las respuestas correctas a las preguntas trabajadas en la guía, y finalmente dónde encontrar estos conceptos en situaciones cotidianas.

Tabla 11: Modelo de planificación, (Clase 4).
Fuente: Educar Chile.

Planificación de la 4° clase		
Asignatura: Matemáticas.	Nivel: Segundo Medio.	Semestre: Segundo semestre.
Título de la unidad didáctica: Datos y Azar.		Total de horas: 2 horas.
Habilidad(es): -Analizar información, utilizando la desviación estándar -Organizar datos, usando cuartiles y percentiles	Objetivo de aprendizaje: Aplicar las medidas de tendencia central, posición y dispersión en ejercicios relacionados y tabla de frecuencias.	Actitud(es): (Mineduc, 2011, p.33) Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos
	Contenido(s): -Medidas de dispersión: desviación estándar - Media muestral	
Conocimiento(s) previo(s): -Población y muestra -Medidas de tendencia central -Medidas de posición: cuartiles y percentiles	Recursos de aprendizaje -Aplicaciones móviles 'Estadística fácil de WGBN de Software House'. -Dispositivos móviles	Indicador(es) de evaluación o logro: Comparan dos conjuntos de datos a partir de sus medidas de tendencia central, de posición y de dispersión.

	-Power Point	
--	--------------	--

(EducarChile, 2013)

Tabla 12: Modelo de Secuencia didáctica, (Clase 4).

Secuencia didáctica
Inicio (Tiempo estimado 20 minutos): El(la) profesor(a) saluda a los(las) alumnos(as), anota el objetivo de la clase y la fecha en la pizarra, posteriormente realiza preguntas dirigidas a los estudiantes, relacionadas a los conceptos vistos en las clases anteriores, como medidas de tendencia central, posición y dispersión. Además aclara dudas de las clases anteriores.
Desarrollo (Tiempo estimado 60 minutos): Actividad 1: Se realiza un resumen de las 3 clases anteriores, para esto el(la) profesor(a) ocupará el ‘Cuadernillo de estadísticas’, (presente en los anexos de este documento) entregado en clases anteriores a los estudiantes y que solicitó con anticipación. Actividad 2: El(la) profesor(a) enseña a los(las) alumnos(as) a utilizar la APP ‘Estadísticas fácil de <i>WGBN Software House</i>’, además, hace algunas

aclaraciones con respecto a las notaciones que allí aparecen y al idioma con el que se encuentra.

Actividad 3: El(la) profesor(a) entrega la ‘Guía de ejercicios N° 4’ a los estudiantes y les señala que deberán de utilizar la APP ‘Estadísticas fácil de *WGBN Software House*’ como herramienta de apoyo, les indica que deberán de trabajar en parejas (si el número de alumnos(as) del curso es impar, habrá un grupo de 3 alumnos(as)). El trabajo consistirá en dar respuesta a las preguntas de la guía en cuestión, para ello, los estudiantes deberán de intercalar la resolución de algunos ejercicios de la guía, uno de ellos trabajará de manera tradicional o manual y a su vez su compañero trabajará con la ayuda de la APP mencionada, por ejemplo: si el ejercicio 1, se desglosa en dos ítems (a y b), el primero relacionado a construir una tabla de frecuencia y el segundo a calcular las medidas de tendencia central asociadas, el(la) ‘alumno(a) a’ deberá construir manualmente y de manera tradicional la tabla de frecuencias en el ítem a y el(la) ‘alumno(a) b’, construirá la tabla de frecuencia mediante la APP; posteriormente el ‘alumno a’ en el ítem b deberá de calcular las medidas de tendencia central mediante la APP y el ‘alumno b’ deberá de calcularlas de manera tradicional o manual. La idea primordial es que en ambos casos comparen sus resultados y corrijan errores que podrían surgir.

Actividad 4: El(la) profesor(a) corrige los ejercicios que podrían presentar alguna dificultad a través de la proyección de las resoluciones mediante un dispositivo móvil, y con la ayuda de la APP ‘Estadística fácil de *WGBN Software House*’ de ser necesario.

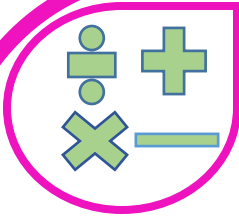
Cierre (Tiempo estimado 10 minutos):

El(la) profesor(a) realiza un resumen de estas últimas cuatro clases mencionando los conceptos que se abordaron y de qué manera se podrían utilizar en la vida cotidiana, dando ejemplos de ello.

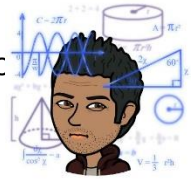
5.2. Actividades Propuestas y Recursos de Aprendizaje.

En la siguiente sección, se presentan cada una de las guías que se utilizarán como recurso para el aprendizaje de los(las) alumnos(as) en cada clase, junto a ellas, las pautas respectivas que contienen las respuestas de las preguntas expuestas o rubricas en casos particulares. Todo esto enmarcado en las actividades propuestas para cada clase.

Observación: Las diapositivas que se mencionan en las planificaciones están anexadas en un *DVD* al final de la propuesta.



Nivel: 2º Medio



GUIA DE MATEMÁTICAS 1

Medidas de tendencia central

1) En una escuela, se venden cada día 5 alternativas de postre. El dueño del casino registró el número de cada uno de los 5 tipos que vendió en una semana en particular. ¿Qué medida de tendencia central debiese utilizar para decidir cuál es el postre favorito de los niños? (Araneda, 2013, p. 174).

2) Los siguientes datos corresponden a las edades, en años, de las madres de los(as) alumnos(as) del sexto básico:

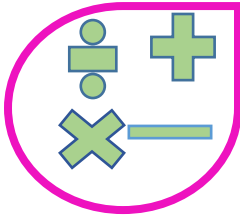
35 34 37 33 38 45 40 41 50 43 39 42

Obtenga la media y la mediana de estos datos, y comente la similitud o diferencia entre estos valores (Araneda, 2013, p. 161).

3) Las siguientes cantidades corresponden a los sueldos mensuales de 5 jugadores de básquetbol, en pesos, y que se desea entregar un valor que represente a estos sueldos (Araneda, 2013, p. 164).

100.000 100.000 100.000 100.000 4.000.000

¿Qué valor consideraría un mejor representante de las observaciones en este caso: La media o la mediana?



4) El promedio de las estaturas de siete amigos es de $1,55m$. Si seis de ellos miden $1,56m$; $1,5m$; $1,57m$; $1,56m$; $1,52m$; $1,55m$; ¿Cuál es la estatura del amigo que falta? (Astromujoff, 2014, p. 100).

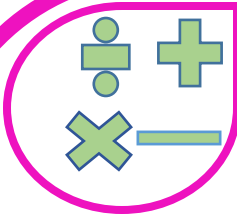
5) Renata, Valentina, y Sofía, quisieron contar la cantidad de esmaltes que tenían por color. Para esto, tomó una muestra de 16 diferentes colores de esmaltes y registró los datos (Astromujoff, 2014).

Tabla 13: 'Esmaltes por color'

Esmaltes por color.				Cantidad de esmaltes por color.	
20	15	18	13	Intervalo	n_i
18	18	19	21	[13,15[	
16	15	15	18	[15,17[	
20	20	21	16	[17,19[	
				[19,21]	

a) Completa la tabla para esa muestra.

b) Obtén el promedio, la moda y la mediana.



Nivel: 2º Medi



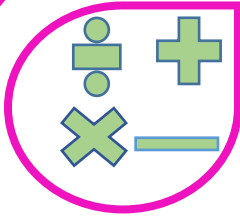
GUIA DE MATEMÁTICAS 2

Medidas de posición

- 1) ¿Cuáles son las estaturas en cm de los integrantes de tu familia? ¿Cuál sería el percentil 25?
- 2) Desde la APP 'Instagram', registra la cantidad de seguidores de 3 personas que sigan a cada integrante de tu grupo; luego, calcula los cuartiles de este registro.
- 3) Registra las notas del semestre de uno de tus compañeros de su curso, finalmente calcula el percentil 50. ¿Qué me arroja este dato?
- 4) La siguiente tabla corresponde a las calificaciones de un curso en una evaluación de matemáticas (Muñoz, 2014):

Tabla 14: 'Calificaciones de un curso en una evaluación de matemáticas'.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>n_i</i>
1,0	2,0	3
2,0	3,0	6
3,0	4,0	9
4,0	5,0	7
5,0	6,0	5
6,0	7,0	2



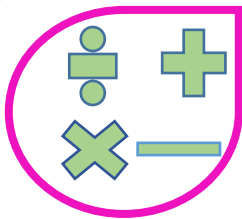
- ¿Bajo qué nota se encuentra el 85% del curso?
- El(la) profesor(a) felicita al 30% de los estudiantes que hayan tenido las mejores notas ¿cuál es la menor nota que debe haber obtenido un estudiante para ser felicitado?

5) Los siguientes datos corresponden a las veces que un grupo de estudiantes ejercitan en el mes (Muñoz, 2014):

Tabla 15: 'Veces en que ejercitan en un mes un grupo de estudiantes'.

3	3	2	6	0	1	4	3	1	5
4	8	1	2	4	2	2	3	2	2
1	3	2	7	2	2	1	1	2	2
1	2	2	3	3	4	3	1	1	2

- Haga un diagrama de caja
- ¿Qué puede observar?



Nivel: 2º Medio



GUIA DE MATEMÁTICAS 3

Medidas de dispersión

Ejemplos: Con la aplicación móvil 'Probabilidad y estadística de Reisix', compruebe si los resultados de los ejemplos que se muestran a continuación están correctos, para ello, diríjase a la sección de la aplicación que se mostrarán ahora (indicada por la flecha roja en la Figura 11) y ocupe la herramienta que allí se entrega:

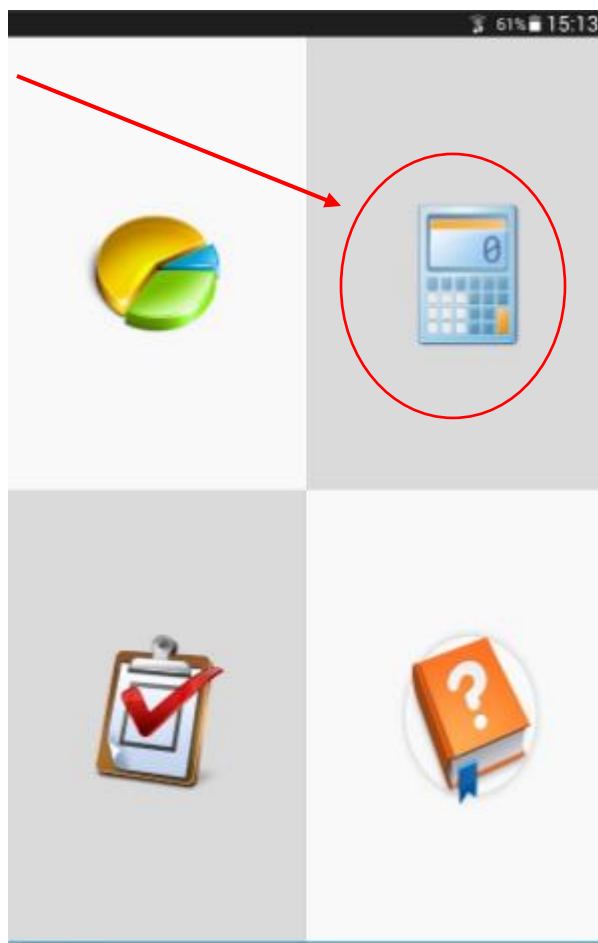
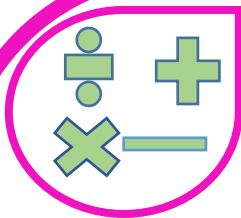


Figura 11: 'Probabilidad y estadística de Reisix', panel de navegación, indicación para la calculadora.
Fuente: 'Probabilidad y estadística de Reisix' (2017)



*Figura 12: 'Probabilidad y estadística de Reisix', sección calculadora.
Fuente: 'Probabilidad y estadística de Reisix' (2017)*

Datos no agrupados:

a) Desviación media (contenido extra):

- Hallar la desviación media de la series de números siguientes:

2, 3, 6, 8, 11.



Respuesta:

En primer lugar se debe de calcular la media aritmética:

$$\bar{X} = \frac{2+3+6+8+11}{5} = 6$$

Posteriormente se calcula la desviación media:

$$D_{\bar{x}} = \frac{|2-6| + |3-6| + |6-6| + |8-6| + |11-6|}{5} = 2,8$$

Finalmente la respuesta al ejercicio es 2,8

b) Varianza:

- Hallar la varianza de la siguiente serie de datos:

12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5.

Respuesta:

En primer lugar se debe de calcular la media aritmética:

$$\bar{X} = \frac{12+6+7+3+15+10+18+5}{8} = 9,5$$

Posteriormente se calcula la varianza

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{(12-9,5)^2 + (6-9,5)^2 + (7-9,5)^2 + (3-9,5)^2 + (15-9,5)^2 + (10-9,5)^2 + (18-9,5)^2 + (5-9,5)^2}{8} \\ &= 23,84\end{aligned}$$



Finalmente la respuesta al ejercicio es 23,84

c) **Desviación típica:**

- Calcular la desviación típica de la distribución:

9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

Respuesta:

En primer lugar se debe de calcular la media aritmética:

$$\bar{X} = \frac{9+3+8+8+9+8+9+18}{8} = 9$$

Posteriormente se calcula la varianza

$$\sigma^2 = \frac{(9-9)^2 + (3-9)^2 + (8-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (8-9)^2 + (9-9)^2 + (18-9)^2}{8} = 15$$

Luego para obtener la desviación típica, se debe de calcular la raíz cuadrada de la varianza en particular, en este caso:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{15} = 3,87$$

Finalmente la respuesta al ejercicio será 3,87



Datos agrupados:

a) Desviación media (contenido extra):

Calcula la desviación media de la distribución

Tabla 16: Ejemplo tabla de frecuencia para datos agrupados, utilizado para el cálculo de la desviación media.

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x} \cdot n_i$
12,5	3	37,5	9,286	27,858
17,5	5	87,5	4,286	21,43
22,5	7	157,5	0,714	4,998
27,5	4	110	5,714	22,856
32,5	2	65	10,174	21,428
	21	457,5		98,57

Primero se calcula el promedio, el cual va a estar dado por el cociente entre la suma de los valores de la tercera, dividido por la suma de los valores de la segunda columna (enmarcados con un círculo azul y rojo respectivamente, en el cuadro), cálculo realizado a continuación:

$$\bar{x} = \frac{457,5}{21} = 21,786$$

Finalmente la desviación media se obtendrá del cociente entre la suma de los valores de la quinta columna y la suma de los valores de la segunda



columna (enmarcados con un círculo amarillo y rojo respectivamente, en el cuadro), cálculo realizado a continuación:

$$D_i = \frac{98,57}{21} = 4,69$$

b) Varianza:

Calcular la varianza de la distribución de la tabla:

Tabla 17: Ejemplo tabla de frecuencia para datos agrupados, utilizado para el cálculo de la varianza.

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
15	1	15	802,59
25	8	200	2687,91
35	10	350	693,89
45	9	405	25,10
55	8	440	1089,51
65	4	260	1878,36
75	2	150	2005,98
	42	1820	9183,34



Primero se calcula el promedio, el cual va a estar dado por el cociente entre la suma de los valores de la tercera columna, dividido por la suma de los valores de la segunda columna (enmarcados con un círculo azul y rojo respectivamente, en el cuadro), cálculo realizado a continuación:

$$\bar{x} = \frac{1820}{42} = 43,33$$

Finalmente la varianza se obtendrá del cociente entre la suma de los valores de la cuarta columna y la suma de los valores de la segunda columna (enmarcados con un círculo amarillo y rojo respectivamente, en el cuadro). Cálculo realizado a continuación :

$$\sigma^2 = \frac{9183,34}{42} = 218,65$$

c) Desviación típica:

La desviación típica, será la raíz cuadrada de la varianza, por ejemplo en el ejemplo anterior esta estaría dada por :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{218,65} = 14,786$$

Ejercicios: Desarrolle los siguientes ejercicios y compare sus respuestas con las que entrega la aplicación 'Probabilidad y estadística de Reisix' para ello, diríjase a la sección que se mostrará a continuación:



Diríjase a la sección:

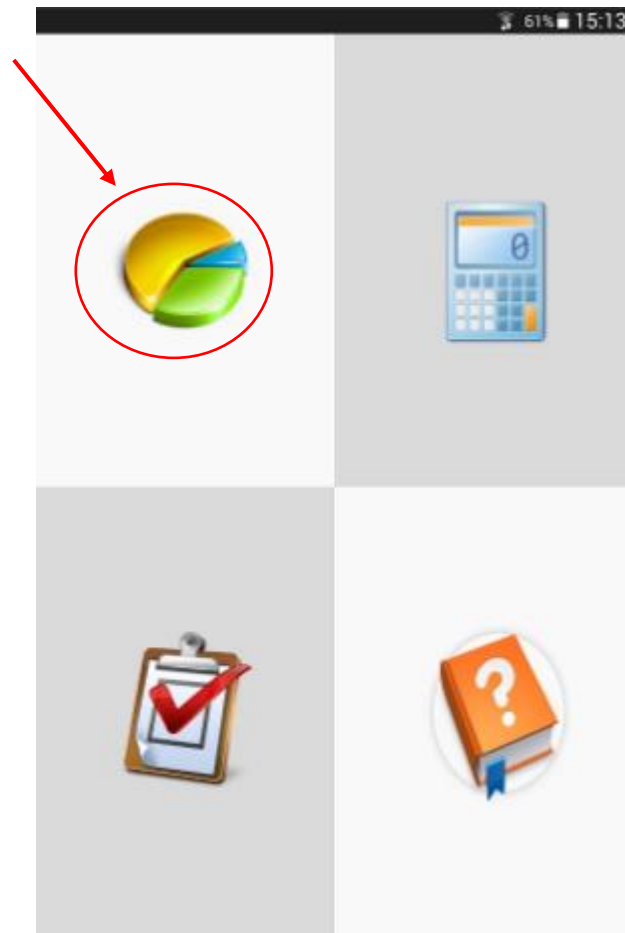


Figura 13: 'Probabilidad y estadística de Reisix', panel de navegación, indicación para la sección de operaciones.

Fuente: 'Probabilidad y estadística de Reisix' (2017).

Presione la opción de elegir una operación, enmarcada en rojo:

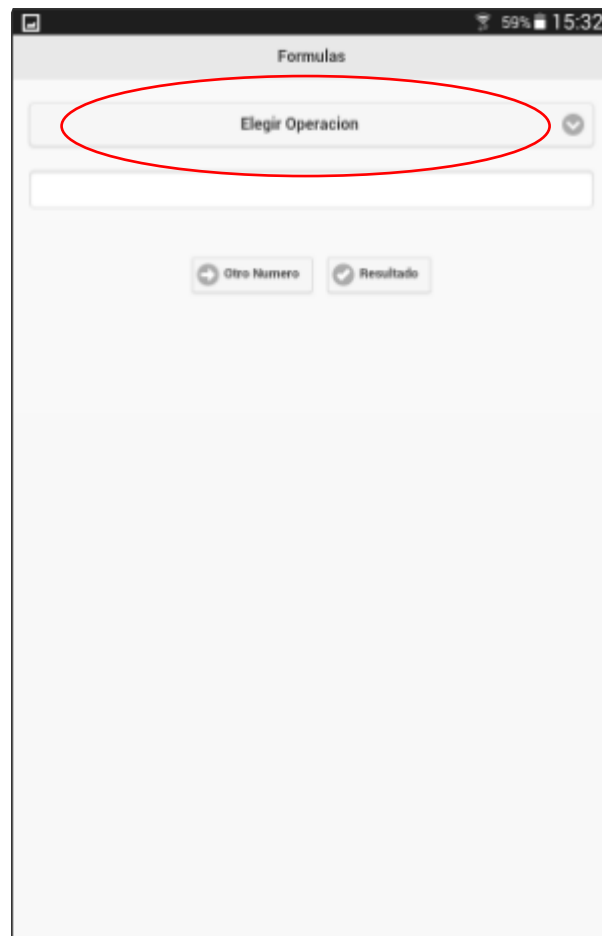


Figura 14: 'Probabilidad y estadística de Reisix', panel de navegación, sección de operaciones.
Fuente: 'Probabilidad y estadística de Reisix' (2017).



Elija la operación que desea ocupar:



Figura 15: 'Probabilidad y estadística de Reisix', selección de operaciones en sección de operaciones.
Fuente: 'Probabilidad y estadística de Reisix' (2017)

Al elegir la operación que desea ocupar, se seleccionaran cualquiera de los paneles que muestran las imágenes siguientes, (en este caso desviación media, varianza y desviación típica). Deberá de colocar sus datos en las casillas enmarcadas en rojo para obtener el resultado de la operación en particular.



Observación: Para datos agrupados, multiplique antes los valores de x_i por los de la frecuencia acumulada f_i , una vez realizado este cálculo, ingrese cada resultado a la casilla que se muestra a continuación:

Figura 16: 'Probabilidad y estadística de Reisix', tres operaciones en particular, escogidas de la selección de operaciones de la aplicación en cuestión.

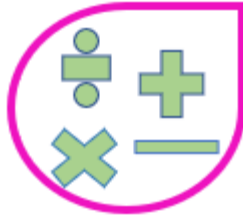
Fuente: 'Probabilidad y estadística de Reisix' (2017)

(Observación: Redondee cada resultado a dos cifras decimales)

Resuelve los siguientes ejercicios, relacionados a desviación media ($D_{\bar{x}}$):

1.

- a) Un día, Pedro invito a su casa a sus 8 primos y les pregunto las edades a cada uno de ellos, a los que estos respondieron, 12, 6, 7, 3, 15, 10, 18 y 5, respectivamente. Si pedro tiene 12 años



¿Cuál es la **desviación media** ($D_{\bar{x}}$) de las edades de Pedro y sus primos?

- b) El promedio de goles de un equipo de futbol por semana es de 6 goles, si juega 5 partidos a la semana y la **desviación media** ($D_{\bar{x}}$) de los goles que hace por semana es de 2,8. Encuentra unas series posibles de **números** de goles para 5 partidos, que cumplan con las condiciones detalladas anteriormente.

2. Resuelve los siguientes ejercicios relacionados a la **varianza** (σ^2):

- a) Felipe vende dulces en su almacén, en los días de cierta semana en particular vende 2, 4, 6, 3, y x, por día respectivamente, si la **varianza** (σ^2) de los dulces que vende esa semana es 8, y el promedio es 5

¿Cuáles el valor de x?

- b) María cocina la cena para su familia y debe de fijarse en el horno cada 9, 3, 8, 8, 9, 8, 9 y 18 minutos hasta que esté lista. Calcula la varianza de los minutos en que se debe de fijar María del horno.

3. Resuelve los siguientes ejercicios relacionados a la **desviación típica** (σ)

- a) Una educadora de párvulos obtuvo la siguiente tabla sobre los meses de edad de 50 niños de la sala cuna en la que trabajaba:



Tabla 18: 'Meses de edad de 50 niños de una sala cuna'

Meses	Niños
9	1
10	4
11	9
12	16
13	11
14	8
15	1

Construya una tabla de frecuencia a raíz de los datos entregados anteriormente y calcule la desviación típica

- b) Martin y José son periodistas, Martin durante la semana realizó 11, 10, 11, 10, 18 y 21 entrevistas, los días, lunes, martes, miércoles, jueves, viernes y sábado respectivamente. José en los mismos días realizó 2, 44, 32, 13, 12 y 10 respectivamente.

¿Cuál de los dos grupos de entrevistas presenta menos dispersión?



Nivel: 2º Medio



GUIA DE MATEMÁTICAS 4

Mediadas de tendencia central, posición y dispersión

Instrucciones: Responde cada pregunta junto a tu compañero, uno de ustedes de manera convencional y el otro con la ayuda de la APP 'Estadísticas fácil de WGBN Software House', siguiendo los pasos que se encuentran de manera explícita en cada pregunta a continuación:

1. Las puntuaciones obtenidas por 100 alumnos(as) en la última pregunta de un examen fueron las siguientes

Tabla 19: 'Puntuaciones obtenidas por 100 alumnos(as)'

7	3	2	4	5	1	8	6	1	5
3	2	4	9	8	1	0	2	4	1
2	5	6	5	4	7	1	3	0	5
8	6	3	4	0	10	2	5	7	4
0	2	1	5	6	4	3	5	2	3
9	7	3	4	3	5	7	4	6	5
6	1	0	5	7	8	5	2	3	10
4	6	2	1	1	2	6	7	4	5
4	7	6	3	5	0	2	8	2	7
8	5	2	7	1	4	6	3	5	6



Sabiendo que el puntaje máximo era de 10 puntos y el mínimo de 0 puntos, construir la distribución de frecuencias adecuada para las puntuaciones.

Observación: el instructivo para hacer una tabla de frecuencias con la APP está en la PPT2

2. La siguiente tabla muestra el tiempo de espera (en minutos) para ser atendido en cierta caja de un supermercado

Tabla 20: 'Tiempo de espera en un supermercado'

Tiempo en minutos	1	2	5	10	15	20	5	8	16	2	4	8
--------------------------	----------	----------	----------	-----------	-----------	-----------	----------	----------	-----------	----------	----------	----------

- a. Determinar las medidas de tendencia central (media aritmética, mediana, moda).
- b. Calcular la desviación estándar.
- c. A partir de los datos anteriores, ¿Qué puede afirmar respecto del tiempo de espera de esta caja del supermercado?
- d. Con los datos de tiempo de espera anteriores, ¿Que nos indica el percentil 60?

Instructivo para utilizar la APP en esta pregunta:

Recordando que el instructivo para construir tablas de frecuencias para datos no agrupados y calcular percentiles, cuartiles y quintiles se encuentra en la PPT2, para responder los ítems a y b de la pregunta en cuestión, se deben de seguir los siguientes pasos:

- b. Una vez que se construya la tabla de frecuencias en la APP, se debe de presionar la sección señalada con la flecha roja en la imagen de



abajo, y luego para calcular las medidas de tendencia central, las secciones señaladas con las flechas azules, que desde arriba hacia abajo respectivamente son la media aritmética ($\bar{X}$), la moda (M_o) y la mediana (M_e):

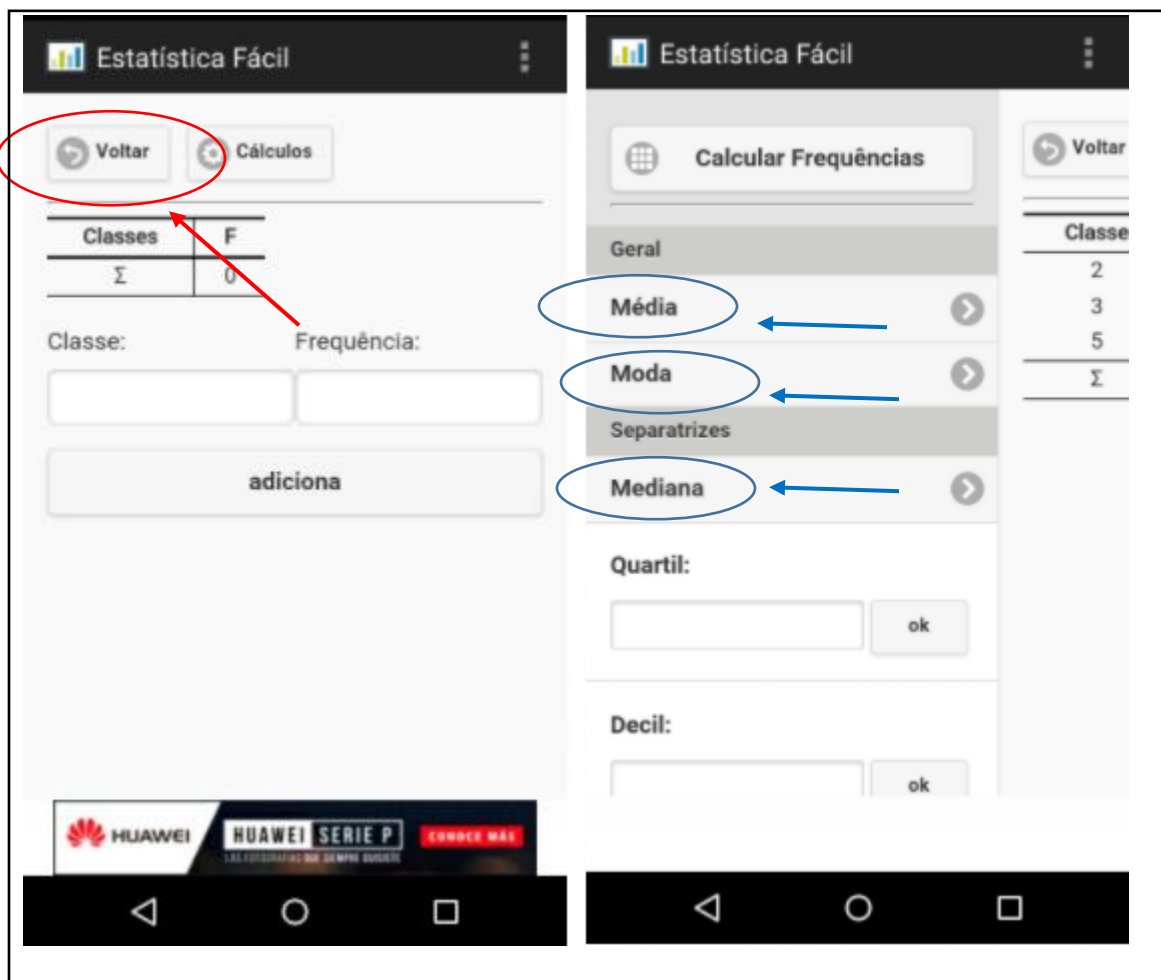


Figura 17: 'Estatística fácil de WGBN Software House', instructivo para utilizar la APP para el cálculo de medidas de tendencia central.
Fuente: "APP Estadística fácil de Software House" (2017).

c. Para el cálculo de la desviación estándar con la APP en cuestión se deben de seguir los siguientes pasos:



Primero debes de realizar todo lo que solicita el ítem ha anteriormente señalado, y presionar la sección señalada con la flecha roja en la imagen de abajo, y que se desglosa luego de presionar la sección que calcula la media aritmética:

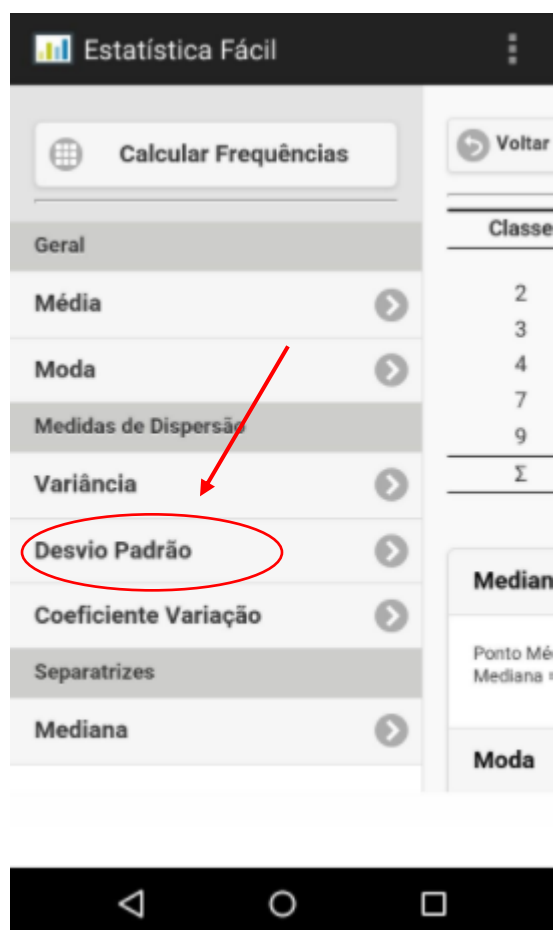


Figura 18: 'Estatística fácil de WGBN Software House', instructivo para utilizar la APP para el cálculo de la desviación estándar.

Fuente: 'APP Estadística fácil de Software House' (2017).

- Se lanza un dado cierta cantidad de veces y con los valores obtenidos se construye la siguiente tabla de frecuencias:

Tabla 21: 'Valores obtenidos al lanzar un dado'.

Resultado	1	2	3	4	5	6
n_i	5	2	4	X	4	7



Si la media aritmética de los resultados es 3.8, ¿Cuál es el número total de lanzamientos?

Instructivo para utilizar la APP en esta pregunta:

La APP en esta pregunta, se debe utilizar para comprobar el valor que te resulte de x , para ello debes de generar una tabla de frecuencias en la APP, como lo explica la PPT2

4. La siguiente tabla de distribución muestra las alturas en metros de un determinado grupo de árboles.

Tabla 22: 'Altura en metros'.

Altura (metros).	[150,155[	[155,160[	[160,165[	[165,170[	[170,175]
n_i	3	7	6	4	5

- Calcular e interpretar, la media y la desviación estándar de las alturas.
- Calcular el percentil 75.

Instructivo para utilizar la APP en esta pregunta:

- Para esta pregunta deberás de generar una tabla de frecuencias para datos agrupados en intervalos en la APP, como se explica en la PPT2, y calcular la media y la desviación estándar como se explican a continuación:

Luego para el cálculo de la media y la desviación estándar, observa la Figura 17 y la Figura 18.



- b. Para el cálculo de percentiles en la APP se debe de seguir el instructivo que se encuentra en la PPT2.

5. Las notas obtenidas por un curso de 30 alumnos(as) de estadística son:

Tabla 23: 'Notas obtenidas por un curso'.

Notas curso estadística									
6,7	5,3	5,4	5,5	5,3	4,4	3,3	4,1	5,2	4
5,6	2,2	3,5	5,1	2,5	2,4	3,8	4,1	3,8	3
6	4,8	6,2	5,8	6,3	4,5	5,8	2,8	6,3	3,1

- a. Obtener el máximo y mínimo de las calificaciones y los valores Q_1 , Q_2 y Q_3
b. Con la información anterior, construir un diagrama de caja box-plot, interprete. (Este ítem se debe de realizar sin la APP).

Instructivo para utilizar la APP en esta pregunta:

El instructivo para construir tablas de frecuencia para datos agrupados en intervalos, están en la PPT2, al igual que el de los cuartiles.

PAUTA

Guía 1 Medidas de Tendencia Central



1. La medida de tendencia central que se debiese utilizar para decidir cuál es el postre favorito de los niños es la moda.

2.

Moda|Mediana|Promedio

12 Números ordenados:
33.0 34.0 35.0 37.0 38.0 39.0 40.0 41.0 42.0 43.0 45.0 50.0

suma de ellos:477.0
no hay moda
mediana:39.5
Promedio (media):39.75

introduce datos:

35

34

37

33

38

45

40

41

50

43

Calcular

12 Números ordenados:
33.0 34.0 35.0 37.0 38.0 39.0 40.0 41.0 42.0 43.0 45.0 50.0

suma de ellos:477.0
no hay moda
mediana:39.5
Promedio (media):39.75

Figura 19: 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre', cálculo de medidas de tendencia central, caso particular 1.

Fuente: 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre' (2017).



Es decir: ($M_e = 39,5$; $\bar{X} = 39,75$)

Esto significa que no hay presencia de datos extremos (atípicos).

3.

Moda|Mediana|Promedio

5 Números ordenados:
100000.0 100000.0 100000.0 100000.0 4000000.0

suma de ellos: 4400000.0
la moda es: 100000.0
La frecuencia es: 4
mediana: 100000.0
Promedio (media): 880000.0

introduce datos:

100000
100000
100000
100000
4000000

Calcular

4 Números ordenados:
100000.0 100000.0 100000.0 4000000.0

suma de ellos: 4300000.0
la moda es: 100000.0
La frecuencia es: 3
mediana: 100000.0
Promedio (media): 1075000.0

Figura 20: "Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre", cálculo de medidas de tendencia central, caso particular 2.

Fuente: "Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre" (2017).

Es decir: ($M_e = 100.000$, $\bar{X} = 880.000$)

El valor que se consideraría mejor representaste en este caso es la mediana, ya que se acerca a la realidad de los datos, ya que del promedio ($\bar{X}$) existe una sensibilidad frente a datos atípicos. En efecto, el promedio, \$880.000, puede dar la idea equivocada de que los basquetbolistas reciben un sueldo mensual de esa cantidad, cuando en realidad tienen más chance de recibir \$100.000 mensual.



Esto ocurre con valores atípicos de una observación que se aleja del grueso de los datos, ya sea porque es muy grande o muy pequeño.

4. El promedio, dado por:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{n}$$

Por ende, para saber cuál es la estura del amigo que falta, siendo

$\bar{x} = 1,55\text{m}$ y R siendo la estura del amigo que falta, se calcularía de la siguiente forma:

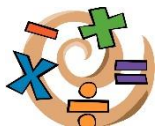
$$1,55 = \frac{1,56+1,5+1,57+1,56 + 1,52+ 1,55+R}{7}$$

$1,55 \times 7 = 1,56 + 1,5 + 1,57 + 1,56 + 1,52 + 1,55 + R$ Multiplicamos por 7 a ambos lados de la igualdad.

$10,85 = 9,26 + R$ Realizamos las operaciones correspondientes.

$10,85 - 9,26 = R$ Restamos por 9,26 a ambos lados de la ecuación para despejar R.

$1,59 = R$ Realizamos la última operación para finalmente obtener el valor de R.



Comprobando con la aplicación móvil:

Moda|Mediana|Promedio

7 Números ordenados:
1.5 1.52 1.55 1.56 1.56 1.57 1.59

suma de ellos:10.85
la moda es: 1.56
La frecuencia es: 2
mediana:1.56
Promedio (media):1.55

introduce datos:

1.56

1.5

1.57

1.56

1.52

1.55

1.59

Calcular

7 Números ordenados:
1.5 1.52 1.55 1.56 1.56 1.57 1.59

suma de ellos:10.85
la moda es: 1.56
La frecuencia es: 2
mediana:1.56
Promedio (media):1.55

Figura 79: 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre', cálculo de medidas de tendencia central, caso particular 3.

Fuente: 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre' (2017).



5. a) Rellenando la tabla según la información dada:

Tabla 24: 'Cantidad de esmaltes por color'.

CANTIDAD DE ESMALTES POR COLOR		
Intervalo	f	M_i
[13,15[	1	14
[15,17[	5	16
[17,19[	4	18
[19,21]	6	20

b) Siendo el promedio:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k M_i \cdot n_i}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{(14 \cdot 1) + (16 \cdot 5) + (18 \cdot 4) + (20 \cdot 6)}{16} \quad \text{.....Reemplazando los datos.}$$



$$\bar{X} = 17,88$$

.....Haciendo los
cálculos
correspondientes

Utilizando la aplicación para comprobar los cálculos:

Moda|Mediana|Promedio

Google ha cerrado el anuncio

16 Números ordenados:
14.0 16.0 16.0 16.0 16.0 16.0 18.0 18.0 18.0 18.0 20.0
20.0 20.0 20.0 20.0 20.0

suma de ellos:286.0
la moda es: 20.0
La frecuencia es: 6
mediana:18.0
Promedio (media):17.88

introduce datos:

14

16

16

16

16

16

16

18

18

18

18

Calcular

16 Números ordenados:
14.0 16.0 16.0 16.0 16.0 16.0 18.0 18.0 18.0 18.0 20.0
20.0 20.0 20.0 20.0 20.0

suma de ellos:286.0
la moda es: 20.0
La frecuencia es: 6
mediana:18.0
Promedio (media):17.88

Figura 22: 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre', cálculo de medidas de tendencia central, caso particular 4.
Fuente: 'Probabilidad y estadística de Eduardo Valdéz Aguirre' (2017).

Luego, para calcular la mediana, sabiendo que:



$$M_e = a + (b - a) \left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^n n_i}{2} - N_a}{n_{Me}} \right)$$

$$M_e = 17 + (19 - 17) \left(\frac{8 - 6}{4} \right) \text{ Reemplazando los datos.}$$

$$M_e = 18 \text{ Haciendo los cálculos correspondientes.}$$

La moda, que corresponde a:

$$M_o = a + (b - a) \cdot \left(\frac{n_a}{n_a + n_s} \right)$$

$$M_o = 19 + (21 - 19) \cdot \left(\frac{2}{2 + 6} \right) \text{ Reemplazando los datos.}$$

$$M_o = 19,5 \text{ Haciendo los cálculos correspondientes.}$$

Es decir: ($\bar{X} = 17,88$, $M_e = 18$, $M_o = 19,5$)

PAUTA

Guía 2 medidas de posición



1. Manualmente

Tabla 25: 'Rúbrica para la construcción de tabla de frecuencia'

Datos agrupados: Realización de la tabla de frecuencias				
	Excelente	Bueno	Suficiente	Malo
Correspondencia de los datos recaudados y notaciones.				
Óptimos cálculos de cada una de las partes de la tabla.				

Tabla 26: 'Rúbrica para el cálculo de percentil'.

Datos agrupados o no agrupados: Cálculo del percentil 25				
	Excelente	Bueno	Suficiente	Malo
Asertiva elección con la ecuación a utilizar.				
Óptimos cálculos en la ecuación elegida para el percentil 25				



Con la APP

Tabla 27: 'Rúbrica para el cálculo de percentil mediante APP'.

Cálculo del percentil 25				
	Excelente	Bueno	Suficiente	Malo
Ingresar correctamente los datos obtenidos				
Dirigirse a la opción correcta dependiendo de los tipos de datos.(agrupados o no agrupados)				

2. Manualmente

Tabla 28: 'Rúbrica para la construcción de tabla de frecuencia'.

Datos agrupados: Tabla de frecuencias.				
	Excelente	Bueno	Suficiente	Malo
Correspondencia de los datos recaudados y notaciones.				
Óptimos cálculos de cada una de las partes de la tabla.				



Tabla 29: 'Rúbrica para el cálculo de cuartiles'.

Datos agrupados o no agrupados: Cálculo de cuartiles				
	Excelente	Bueno	Suficiente	Malo
Asertiva elección con la ecuación a utilizar.				
Óptimos cálculos en la ecuación elegida para los cuartiles				

Con la APP

Tabla 30: 'Rúbrica para el cálculo de cuartiles mediante APP'.

Cálculo de cuartiles				
	Excelente	Bueno	Suficiente	Malo
Ingresar correctamente los datos obtenidos				
Dirigirse a la opción correcta dependiendo de los tipos de datos. (agrupados o no agrupados)				



3. Manualmente

Tabla 31: 'Rúbrica para la construcción de tabla de frecuencia'.

Datos agrupados: Tabla de frecuencias.				
	Excelente	Bueno	Suficiente	Malo
Correspondencia de los datos recaudados y notaciones.				
Óptimos cálculos de cada una de las partes de la tabla.				

Tabla 32: 'Rúbrica para el cálculo del percentil'.

Datos agrupados o no agrupados: Cálculo del percentil 50				
	Excelente	Bueno	Suficiente	Malo
Asertiva elección con la ecuación a utilizar.				
Óptimos cálculos en la ecuación elegida para el percentil 50				



Con la APP

Tabla 33: 'Rúbrica para el cálculo del percentil mediante APP'.

Cálculo del percentil 50				
	Excelente	Bueno	Suficiente	Malo
Ingresar correctamente los datos obtenidos				
Dirigirse a la opción correcta dependiendo de los tipos de datos. (agrupados o no agrupados)				

4. a) *Manualmente*

Para ello, ocuparemos la fórmula del percentil para datos agrupados:

$$\frac{K \cdot n}{100}$$



Si $[a,b[$ es el intervalo del k -ésimo percentil, entonces:

$$P_k = a + (b - a) \cdot \left(\frac{\frac{K \cdot N}{100} - N_K}{n_K} \right)$$

Siendo la tabla de datos la siguiente:

Tabla 34: 'Calificaciones de un curso en una evaluación de matemáticas'.

a	b	n_i	N_i
1,0	2,0	3	3
2,0	3,0	6	9
3,0	4,0	9	18
4,0	5,0	7	25
5,0	6,0	5	30
6,0	7,0	2	32

Entonces:

$$\frac{K \cdot N}{100}$$

..... Primero utilizamos la fórmula de percentil para datos agrupados sin intervalo.



$$\frac{85 \cdot 32}{100}$$

..... Luego reemplazamos los datos que corresponden.

27,2

..... ubicamos el 27,2 dentro de la frecuencia acumulada, la cual, en este caso, corresponde al quinto reglón, es decir, al intervalo [5,0; 6,0[

Como el intervalo [5,0; 6,0[es el intervalo del percentil 85, entonces reemplazando datos:

$$P_{85} = 5,0 + (6,0 - 5,0) \cdot \left(\frac{\frac{85 \cdot 32}{100} - 25}{5} \right)$$

Luego realizando los cálculos correspondientes:

$$P_{85} = 5,95$$

Respuesta: Bajo la nota 5,9 se encuentra el 85% del curso.



Percentil	χ^2
Amplitude da Classe = 1 $P_{89} = 5.44$	

Fuente: "APP Estadística fácil de Software House" (2017).

90



Classe	f_i	f_i	f_{ac}	f_{ac}	x_i	$x_i f_i$
1 - 2	3	0.094	3	0.094	1.5	4.5
2 - 3	6	0.188	9	0.281	2.5	15
3 - 4	9	0.281	18	0.563	3.5	31.5
4 - 5	7	0.219	25	0.781	4.5	31.5
5 - 6	5	0.156	30	0.938	5.5	27.5
6 - 7	2	0.063	32	1	6.5	13
Σ	32	-	-	-	24	123

Percentil

Amplitude da Cla
 $P_{85} = 5.44$

$$P_i = h_i + \frac{\left(\frac{i \times n}{100} - f_{ac_{ant}} \right) \times h}{f_{p_i}}$$

$$P_{85} = l_0 + \left[\left(\frac{(85 \times n)}{100} - f_{ac_{ant}} \right) + f_{p_{85}} \right] \times h$$

$$P_{85} = 5 + \left[\left(\frac{(27.2 - 25)}{5} \right) \times 1 \right] = 5.44$$

Figura 24: 'Estadística fácil de WGBN Software House', Fórmula entregada por la APP, para el cálculo de percentiles.

Fuente: 'APP Estadística fácil de Software House' (2017).

Es por lo anterior que los valores no son los mismos

b) Manualmente:

Para esta pregunta, como el(la) profesor(a) felicita al 30% de los estudiantes que hayan tenido las mejores notas y, además, necesitamos saber cuál es la menor nota que debe haber obtenido un estudiante para ser felicitado, entonces, ocuparemos el P_{70} .

Entonces:

$$\frac{K \cdot N}{100}$$

..... Primero utilizamos la fórmula de percentil para datos agrupados con intervalo.

$$\frac{70 \cdot 32}{100}$$

..... Luego reemplazamos los datos que corresponden.



$$\frac{70 \cdot 32}{100}$$

..... Realizamos los cálculos correspondientes.

22,4

..... ubicamos el 22,4 dentro de la frecuencia acumulada, la cual, en este caso, corresponde al cuarto reglón, es decir, al intervalo [4,0-5,0[.

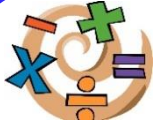
Como el intervalo [4,0-5,0[es el intervalo del percentil 70, entonces reemplazando datos:

$$P_{70} = 4,0 + (5,0 - 4,0) \cdot \left(\frac{\frac{70 \cdot 32}{100} - 18}{7} \right)$$

Luego realizando los cálculos correspondientes:

$$P_{70} = 4,628571429$$

Respuesta: la menor nota que debe haber obtenido un estudiante para ser felicitado es de un 4,6.



Utilizando la APP:

Voltar Cálculos

Clase	f_i	f_r	f_{ac}	f_{rac}	x_i	$x_d f_i$
1 -2	3	0.094	3	0.094	1.5	4.5
2 -3	6	0.188	9	0.281	2.5	15
3 -4	9	0.281	18	0.563	3.5	31.5
4 -5	7	0.219	25	0.781	4.5	31.5
5 -6	5	0.156	30	0.938	5.5	27.5
6 -7	2	0.063	32	1	6.5	13
Σ	32	--	--	--	24	123

Percentil

Amplitude da Classe = 1
 $P_{70} = 4.63$

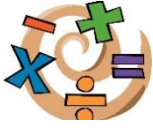
Σ	32	--	--	--	24	123
----------	----	----	----	----	----	-----

Percentil

Amplitude da Classe = 1
 $P_{70} = 4.63$

Figura 25: 'Estadística fácil de WGBN Software House', cálculo de percentil, medidas de posición, caso particular 2.
 Fuente: 'APP Estadística fácil de Software House' (2017).

$$P_{70} = 4,63$$



5. Manualmente

Primero hay que calcular los cuartiles, por lo tanto, hay que hacer una tabla de frecuencia:

Tabla 35: 'Veces en que ejercitan en un mes un grupo de estudiantes'.

X_i	n_i	N_i
0	1	1
1	9	10
2	14	24
3	8	32
4	4	36
5	1	37
6	1	38
7	1	39
8	1	40

Calcular el P_{25} , es decir, el Q_1 :

$$i = \frac{25}{100} \cdot 40$$

$$i = 10$$



$$i = \frac{50}{100} \cdot 40$$

$$i = 20$$

Por lo tanto: $Q_2 = 2$

Luego, calcular P_{75} , es decir, el Q_3 :

$$i = \frac{75}{100} \cdot 40$$

$$i = 30$$

Por lo tanto: $Q_3 = 3$

Luego, calcular el valor mínimo y el valor máximo:

Mínimo:

$$m = 0$$

Máximo:

$$M = 8$$

Ahora el Límite inferior y superior:

Límite inferior: $Q_1 - 1,5 \cdot R_{IC}$

$$1 - 1,5 \cdot 2$$

$$-2$$



Límite superior: $Q_3 + 1,5 \cdot R_{IC}$

$$3 + 1,5 \cdot 2$$

$$6$$

Finalmente:

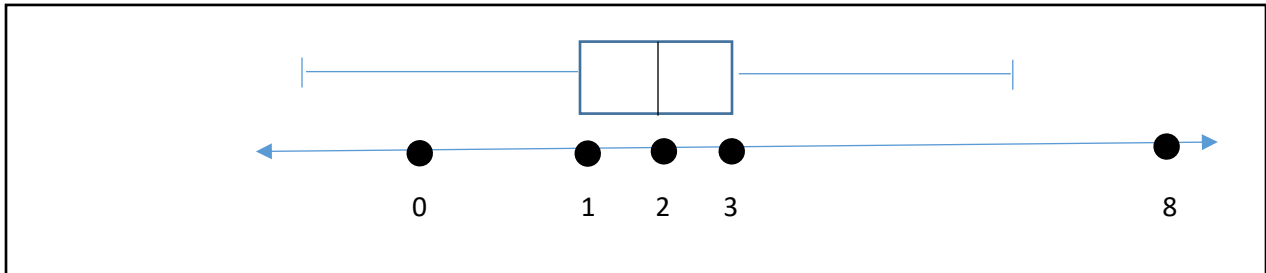


Figura 26: Diagrama de caja, resolución ejercicio 4, ítem a, pauta guía 2, medidas de posición.

b) Se pueden observar que existen 2 datos atípicos: 7 y 8.



Con la APP

a)

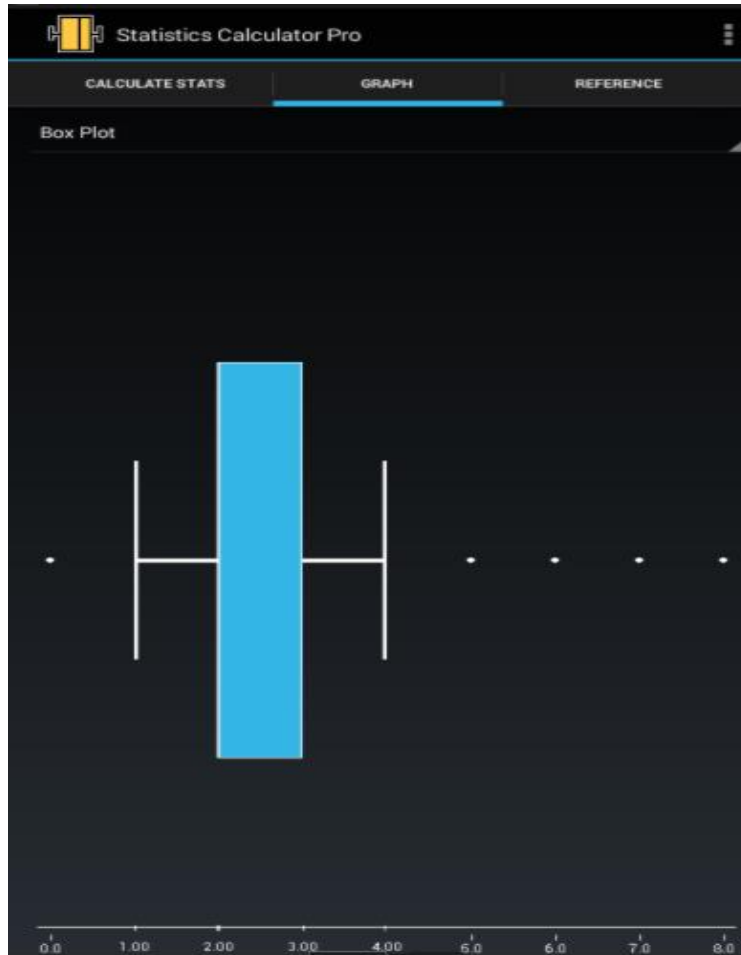


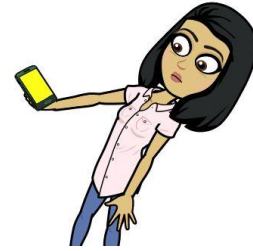
Figura 27: Diagrama de caja mediante APP, resolución ejercicio 5, ítem a, pauta guía 2, medidas de posición.

Fuente: 'Statistics Calculator Pro de Christian Go'Iner'.

b) Se observa que existen datos atípicos

PAUTA

Guía 3 medidas de dispersión



1. a) Las edades de todos los primos, incluida las de Pedro son:

12 / 6 / 7 / 3 / 15 / 10 / 18 / 5 / 12

Teniendo 9 edades, los cuales son los 9 datos

Al calcular la media aritmética de esos datos se tendrá:

$$\bar{X} = \frac{12+6+7+3+15+10+18+5+12}{9} = \frac{88}{9} \approx 9,78$$

Al calcular la desviación media de los datos se tendrá:

$$D_{\bar{x}} = \frac{|12 - \frac{88}{9}| + |6 - \frac{88}{9}| + |7 - \frac{88}{9}| + |3 - \frac{88}{9}| + |15 - \frac{88}{9}| + |10 - \frac{88}{9}| + |18 - \frac{88}{9}| + |5 - \frac{88}{9}| + |12 - \frac{88}{9}|}{9} = 4,14$$

De esta manera la desviación media de las edades de Pedro y sus primos serán de 4,14

- b) Del ejercicio se sabe que la desviación media es 2,8 y que los partidos son 5, por tanto el número de datos será 5, se ahí se puede concluir lo siguiente:



$$D_{\bar{x}} = \frac{|x - 6| + |y - 6| + |z - 6| + |w - 6| + |h - 6|}{5} = 2,8$$

$$D_{\bar{x}} = |x - 6| + |y - 6| + |z - 6| + |w - 6| + |h - 6| = 14$$

Del algoritmo, se concluye que x, y, z, w, h son los goles de los 5 partidos, que el equipo de futbol en cuestión, puede anotar en una semana en particular, por tanto para cumplir las condiciones dadas, la suma de las diferencias de cada uno de los goles de cada partido con el promedio entregado de los goles por semana, debe ser igual a la desviación media entregada multiplicada por la cantidad de partidos que juega en la semana, como se observa en el algoritmo anterior.

Hay varias series de números que pueden cumplir las condiciones anteriores, por ejemplo una respuesta a la pregunta puede ser:

6 / 6 / 5 / 5 / 11

2. a) Dado que el promedio de los datos es 5 y la varianza es 8, con los datos entregados se puede calcular lo siguiente:

$$\sigma^2 = \frac{(2 - 5)^2 + (4 - 5)^2 + (6 - 5)^2 + (3 - 5)^2 + (x - 5)^2}{5} = 8$$

$$9 + 1 + 1 + 4 + (x - 5)^2 = 40$$

$$(x - 5)^2 = 25$$

$$x - 5 = 5$$

$$x = 10$$



De esta manera se concluye que el valor de x será 10

b) Primero se debe de calcular la media aritmética:

$$\bar{X} = \frac{9 + 3 + 8 + 8 + 9 + 8 + 9 + 18}{8} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{(9-8)^2 + (3-8)^2 + (8-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (18-8)^2}{8} = 16$$

De esta manera la varianza de los minutos en que se debe María de fijar en el horno es de 16

3. a) Al construir una tabla de frecuencia para los datos, esta sería la siguiente:

Tabla 36: 'Tabla de frecuencia'.

x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
9	1	9	10,24
10	4	40	19,36
11	8	99	11,52
12	16	192	0,64
13	11	143	7,04
14	8	112	25,92
15	1	15	7,84
	50	610	82,56



Donde la desviación típica para dichos datos estaría dada por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{82,56}{50}} = 1,65$$

- b) Para saber cuál de los dos grupos de entrevistas presenta menor dispersión, hay que calcular la desviación típica de ambos grupos, de la misma manera como en el ejemplo c de esta guía, de esta manera, las desviaciones típicas de los grupos de Martín y José serían respectivamente: 4,35 y 14,42.

Comparando ambos resultados del párrafo anterior, se puede notar que el grupo de entrevistas que realizó Martín, presenta menos dispersión que el grupo de entrevistas que realizó José en la misma semana.

PAUTA

Guía 4, medidas de tendencia central, posición y dispersión



1. Para construir la distribución de frecuencias de la variable aleatoria X que representa las distintas calificaciones, ordenamos los datos en una tabla de frecuencia haciendo un recuento de los opositores que obtienen cada calificación (frecuencias absolutas de cada calificación).

Tabla 37: 'Tabla adecuada para la distribución de frecuencias'.

x_i	n_1	h_i	N_i	H_1
0	6	0,06	6	0,06
1	10	0,1	16	0,16
2	13	0,13	29	0,29
3	11	0,11	40	0,4
4	13	0,13	53	0,53
5	16	0,16	69	0,69
6	11	0,11	80	0,8
7	10	0,1	90	0,9
8	6	0,06	96	0,96
9	2	0,02	98	0,98
10	2	0,02	100	1
	100	1		



Con la APP

Voltar Cálculos						
Classe	f_i	f_r	f_{ac}	f_{rac}	x_i	$x_i f_i$
0	6	0.06	6	0.06	0	0
1	10	0.1	16	0.16	10	100
2	13	0.13	29	0.29	26	338
3	11	0.11	40	0.4	33	363
4	13	0.13	53	0.53	52	676
5	16	0.16	69	0.69	80	1280
6	11	0.11	80	0.8	66	726
7	10	0.1	90	0.9	70	700
8	6	0.06	96	0.96	48	288
9	2	0.02	98	0.98	18	36
10	2	0.02	100	1	20	40
Σ	100	--	--	--	423	4547

Figura 28: Tabla adecuada para la distribución de frecuencia, cálculo mediante la APP 'Estadística fácil de WGBN Software House', ejercicio 1, pauta guía 4, estadística.
Fuente: "APP Estadística fácil de Software House" (2017).

2. Cálculo de las medidas de tendencia central

a. Media:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = \frac{1 + 2 + 5 + \dots + 4 + 8}{12} = 8$$

Mediana:

Tabla 38: Cálculo de la mediana, cálculo manual

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}
1	2	2	4	5	5	8	8	10	15	16	20

$$Me = \frac{x_{\frac{12}{2}} + x_{\frac{12}{2}+1}}{2} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{5 + 8}{2} = 6,5$$



Moda:

En este caso la distribución de frecuencias es trimodal. Siendo estas; 2, 5 y 8.

- b. Para calcular la desviación estándar, primero debemos calcular la varianza.

$$\sigma^2 = \frac{(1 - 8)^2 + (2 - 8)^2 + \dots + (20 - 8)^2}{12} = 34,67$$

Luego, la desviación estándar es $\sigma = 5,89$

- c. Lectura: El tiempo medio de espera para ser atendido en la caja del supermercado (de estudio) es de 8 minutos con una desviación estándar de 5,89 min. multimodal (2, 5 y 8)
- d. Para calcular P_{60} debemos ordenar la información en forma creciente y utilizar la siguiente ecuación:

$$P_i = \begin{cases} X_{\left[\frac{i(n+1)}{100}\right]}, & \text{si } n \text{ es impar} \\ X_{\left[\frac{in}{100}\right]}, & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

$$P_{60}: X_{\left[\frac{in}{100}\right]} = X_{\left[\frac{60 \cdot 12}{100}\right]} = X_{[7,2]} = X_8 = 8.$$

Lectura: el 60% de la información se encuentra por bajo el 8.



Con la APP

72% 14:55

Estadística Fácil

Classe	f_i	f_r	f_{ac}	f_{rac}	x_i	$x_i f_i$
1	1	0.083	1	0.083	1	1
2	2	0.167	3	0.25	4	8
4	1	0.083	4	0.333	4	4
5	2	0.167	6	0.5	10	20
8	2	0.167	8	0.667	16	32
10	1	0.083	9	0.75	10	10
15	1	0.083	10	0.833	15	15
16	1	0.083	11	0.917	16	16
20	1	0.083	12	1	20	20
Σ	12	--	--	--	96	126

Moda

Maior Frequência = 2
Moda = 2

Média

Média = 8

Variância

Variância para a média de 8 = NaN

Desvio Padrão

Desvio Padrão para a média de 8 = NaN

Mediana

Ponto Médio = 6.5
Mediana = 8

Percentil

P₆₀ = 8

Figura 29: Cálculo de las medidas de tendencia central y del percentil 60, mediante la APP 'Estadística fácil de WGBN Software House', ejercicio 2, pauta guía 4, estadística.

Fuente: 'APP Estadística fácil de Software House' (2017).



Observación: La APP no calcula la varianza ni la desviación estándar para datos agrupados sin intervalos y solo entrega una de las modas, cuando es el caso de multimodal.

3. Sabemos que $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot n_i}{\sum_i n_i} = 3,8$

Es decir,

$$\frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot x + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 7}{5 + 2 + 4 + x + 4 + 7} = 3,8$$

$$\frac{83 + 4x}{22 + x} = 3,8$$

$$83 + 4x = 3,8(22 + x)$$

$$83 + 4x = 83,6 + 3,8x$$

$$x = 3$$

Luego, el número total de lanzamientos es: $5 + 2 + 4 + 3 + 4 + 7 = 25$



Con la APP:

The screenshot shows the 'Estatística Fácil' app interface. At the top, there's a status bar with a battery icon at 72% and the time 15:01. Below the app title, there are two buttons: 'Voltar' (Back) and 'Cálculos' (Calculations). The main part of the screen displays a frequency table with the following data:

Classe	f_i	f_r	f_{ac}	f_{rac}	x_i	$x_i f_i$
1	5	0.2	5	0.2	5	25
2	2	0.08	7	0.28	4	8
3	4	0.16	11	0.44	12	48
4	3	0.12	14	0.56	12	36
5	4	0.16	18	0.72	20	80
6	7	0.28	25	1	42	294
Σ	25	--	--	--	95	491

Below the table, there's a section labeled 'Média' (Mean) with a button 'x²'. The calculated mean is displayed as 'Média = 3.8'.

Figura 30: Corroboración del resultado del ejercicio 3, de la guía 4, de estadística mediante la APP 'Estatística fácil de WGBN Software House'.

Fuente: 'APP Estadística fácil de Software House' (2017).

4.

a.

Tabla 39: 'Tabla de frecuencia'.

<i>a</i>	<i>b</i>	x_i	n_i	N_i
150	155	152,5	3	3
155	160	157,5	7	10
160	165	162,5	6	16
165	170	167,5	4	20
170	175	172,5	5	25
			25	



La media:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 152,5 + 7 \cdot 157,5 + \dots + 5 \cdot 172,5}{25} = 162,7$$

La varianza:

$$\sigma^2 = \frac{3 \cdot (152,5 - 162,7)^2 + 7 \cdot (157,5 - 162,7)^2 + \dots + 5 \cdot (172,5 - 162,7)^2}{25} = 42,96$$

Luego $\sigma = 6,55$

b. Calcular p_{75}

$$P_{75}: \frac{i \cdot n}{100} = \frac{75 \cdot 25}{100} = 18.75$$
$$P_{75} = 165 + 5 \cdot \left(\frac{18.75 - 16}{20 - 16} \right) = 168,43$$



Bajo el 168,43 se encuentra el 75% de las alturas.

Con la APP



Figura 31: Cálculo de la media, varianza, desviación estandar y percentil 75, mediante la APP ‘Estatística fácil de WGBN Software House’, ejercicio 4, pauta guía 4, estadística.
Fuente: ‘APP Estadística fácil de Software House’ (2017).



5.

a. Calculamos los percentiles equivalentes p_{25} , p_{50} y p_{75}

$$P_{25}: \frac{i \cdot n}{100} = \frac{25 \cdot 30}{100} = 7,5$$
$$P_{25} = 3,1 + 0,9 \cdot \left(\frac{7,5 - 5}{10 - 5} \right) = 3,55$$

$$P_{50}: \frac{i \cdot n}{100} = \frac{50 \cdot 30}{100} = 15$$
$$P_{50} = 4 + 0,9 \cdot \left(\frac{15 - 10}{16 - 10} \right) = 4,75$$

$$P_{75}: \frac{i \cdot n}{100} = \frac{75 \cdot 30}{100} = 22,5$$
$$P_{75} = 4,9 + 0,9 \cdot \left(\frac{22,5 - 16}{23 - 16} \right) = 5,73$$

b. Para la construcción es necesario conocer los siguientes datos de la variable (ya calculados. $\text{máx.} = 6,7$, $\text{mín.} = 2,2$, $Q_1 = 3,55$, $Q_2 = 4,75$ y $Q_3 = 5,73$).

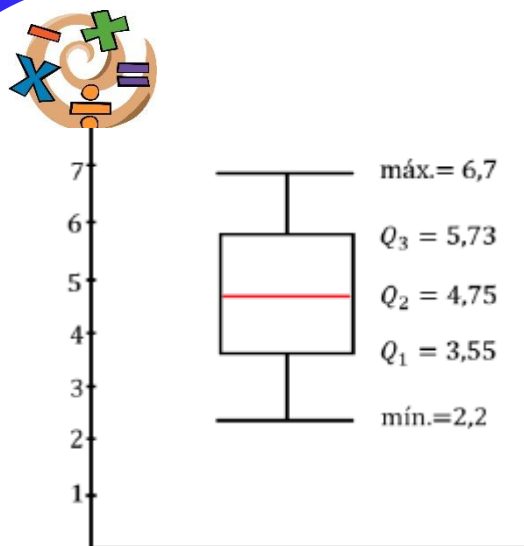


Figura 32: Diagrama de caja, ejercicio 5 ítem b, pauta guía 4, estadística.

Con la APP



Figura 33: Cálculo del percentil 25, 50 y 75, ejercicio 5 ítem a, pauta guía 4 de estadística, mediante la APP 'Estadística fácil de WGBN Software House'.

Fuente: 'APP Estadística fácil de Software House' (2017).

6. Conclusiones.

El objetivo principal del presente seminario de titulación, es entregar una propuesta metodológica para que docentes de segundo año de enseñanza media en Chile la utilicen en la sala de clases como material para la enseñanza en la asignatura de Matemáticas, en el eje temático de ‘Datos y Azar’, específicamente, en el AE2 (Comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central, de posición y de dispersión), utilizando los dispositivos móviles como herramienta TIC en el aula.

El motivo de esta propuesta surge por las dificultades expuestas en la introducción y revisión de literatura, las cuales dan cuenta de bajos resultados obtenidos por nuestros estudiantes en la prueba estandarizada PISA en el área de matemáticas en Chile. Sin embargo, estos resultados negativos podrían superarse utilizando orientaciones didácticas atinentes al desarrollo de la tecnología.

Relacionado al eje temático de ‘Datos y Azar’ se registraron en una base de datos aplicaciones móviles disponibles en la plataforma ‘*Play Store* de *Google*’, además se examinaron durante un mes la permanencia de estas, luego se seleccionaron las aplicaciones móviles que cumplieron con los criterios funcionales y educativos para el AE2 (Comparar características de dos o más conjuntos de datos, utilizando medidas de tendencia central, de posición y de dispersión). Basado en este último aprendizaje esperado es que se confeccionan cuatro clases que se desarrollan con la utilización de dispositivos móviles como recurso, teniendo en consideración los modelos del uso operacional del aprendizaje móvil.

Así, se busca que esta propuesta sea un aporte a los métodos de enseñanza y aprendizaje del AE2 del eje temático de 'Datos y Azar' para el nivel segundo año medio, debido a que según lo investigado no hay estudios en Chile que incluyan dispositivos móviles en el aula como herramienta educativa.

Al realizar una revisión exhaustiva en los libros de enseñanza media entregados por el ministerio de educación del año 2017, específicamente en el área de datos y azar, se pudo observar, una nula existencia de: Actividades relacionadas a la utilización de dispositivos móviles como recurso de aprendizaje y fórmulas de medidas de posición.

A pesar de ser una propuesta sin implementación, sería pertinente obtener evidencia empírica para dilucidar si esta propuesta tiene un impacto positivo en el aprendizaje del AE2 del eje temático de 'Datos y Azar' para el nivel de segundo año medio y posibles mejoras.

7. Referencias.

- Acosta Navarro, M. E. (2005). Tendencias pedagógicas contemporáneas: La pedagogía tradicional y el enfoque histórico-cultural. Análisis comparativo. *Revista cubana de Estomatología*, 42(1), 0-0.
- Advance, J. (2011). Informe infoKit de aprendizaje móvil. Recuperado de: <https://files.pbworks.com/download/XvIzfBp3DN/mobilelearninginfokit/50757490/mobile-learning-infokit-spanish.pdf>.
- Almenara, J. C. (2004). Formación del profesorado en TIC. El gran caballo de batalla. *Comunicación y Pedagogía: Nuevas tecnologías y recursos didácticos*, 27-31.
- Araneda, C., Sordo. (2013). *Recursos para la Formación Inicial de Profesores de Educación Básica en Matemáticas*. Santiago de Chile: Ediciones SM Chile S.A.
- Arellano, J. P. (2005). Prioridades estratégicas para mejorar la calidad de la educación en Chile. Santiago,, Chile: CIEPLAN.
- Astromujoff, D. L. (2014). *Matemática cuaderno de actividades*. Santiago de Chile: Santillana del Pacifico S.A.
- Centro de Educación y Tecnología, E. (2013). Matriz Habilidades TIC para el Aprendizaje. Recuperado de http://historico.enlaces.cl/tp_enlaces/portales/tpe76eb4809f44/uploadImg/File/PDF/formacion/Matriz%20de%20Habilidades%20TIC%20para%20el%20Aprendizaje.pdf
- Churches, A. (2009). Taxonomía de Bloom para la era digital. *Eduteka*. Recuperado de http://uvsfajardo.sld.cu/sites/uvsfajardo.sld.cu/files/taxonomia_de_bloom_para_la_era_digital.pdf.
- Cobos, E. M. R. (2009). Ventajas e inconvenientes de las TICs en el aula. *Cuadernos de educación y desarrollo*(9). Recueprado de: <http://www.eumed.net/rev/ced/09/emrc.htm>. (pp. 6-9).

- Contreras. (2012). Por qué y cómo insertar las TIC en la escuela. Recuperado de <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=214258>
- Contreras Contreras, P., & Arancibia Herrera, M. (2013). Aprendizaje y TIC: Innovaciones Didácticas para transformar contextos educativos. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 39(ESPECIAL), 5-6.
- Cuello, J., & Vittone, J. (2013). *Diseñando apps para móviles*: José Vittone—Javier Cuello. Santiago: Ilustraciones Tuga Movil.
- De León, A. T., Pinzón, C., & Peralta, J. (2014). J. Estilos digitales de estudiantes universitarios en C&T y aplicaciones didácticas de los SmarPhones en el Salón de clases *Proceedings of the 12th LACCEI Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology* (pp. 22-24).
- Delía, L., Galdamez, N., Thomas, P. J., & Pesado, P. M. (2013). *Un análisis experimental de tipo de aplicaciones para dispositivos móviles*. Paper presented at the XVIII Congreso Argentino de Ciencias de la Computación.
- Ditrendia. (2016). Mobile en España y en el mundo. Recuperado de http://www.amic.media/media/files/file_352_1050.pdf
- Domingo, M., & Marquès, P. (2011). Aulas 2.0 y uso de las TIC en la práctica docente. *Comunicar*, 19(37). (pp. 2-5).
- Durall Gazulla, E., Gros Salvat, B., Maina, M. F., Johnson, L., & Adams, S. (2012). Perspectivas tecnológicas: educación superior en Iberoamérica 2012-2017. Recueprado de <http://openaccess.uoc.edu/webapps/o2/handle/10609/17021>.
- EducarChile. (2013). Planifica con Educar Chile. Recuperado de <http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=217928>
- ENLACES. (2015a). Historia. Recuperado de <http://www.enlaces.cl/sobre-enlaces/historia/>
- ENLACES. (2015b). Quiénes Somos. Recuperado de <http://www.enlaces.cl/sobre-enlaces/quienes-somos/>
- Fernandez, I. F. (2010). LAS TICS EN EL ÁMBITO EDUCATIVO. Recueprado de http://www.eduinnova.es/abril2010/tic_educativo.pdf
- Flórez, P. M. T. (2007). PLANIFICACION DOCENTE. División General de Educación MINEDUC, Santiago, 2007.

- Fombona Cadavieco, J., Sevillano, P., Ángeles, M., & Madeira Ferreira Amador, M. F. (2012). Realidad aumentada, una evolución de las aplicaciones de los dispositivos móviles. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 2012,(41). 197-210.
- García-Galera, M. C., & Monferrer-Tomás, J. M. (2009). A Theoretical Analysis Proposal on Mobile Phone Use by Adolescents. *Comunicar*, 17(33), 83-92. doi:10.3916/c33-2009-02-008
- Gfk Adimark. (2016). 9 DE CADA 10 CHILENOS REVISA EL CELULAR ANTES DE IRSE A DORMIR. Recuperado de <http://www.adimark.cl/es/estudios/dinamica.asp?id=327>
- Gómez-Chacón, I. M. (2005). Motivar a los alumnos de secundaria para hacer matemáticas. *Publicado en: Matemáticas: PISA en la práctica. Curso de formación de Profesores*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Huircan M, C. K. (2013). *Estadística en la vida de hoy, Guía de aprendizaje N°5*, Santiago de Chile: Ministerio de Educación
- IMS MOBILE IN LATAM. (2015). Comportamiento de los usuarios de telefonía móvil de América Latina. Recuperado de <http://www.aam.cl/wp-content/uploads/filebase/IMS-Mobile-Study-Enero2015.pdf>
- Jorge, C. H. (1997). Metodologías de enseñanza y aprendizaje en altas capacidades. (Tesis de postgrado) *Universidad de la Laguna*.
- Joskowicz, J. (2012). Historia de las Telecomunicaciones. *Instituto de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República Montevideo, Uruguay*. Recueprado de https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/34597018/Historia_Telecomunicaciones_presentacion.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1513282759&Signature=VkiBsnFtlEs52gHv%2B5bnwGN%2BOxg%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DHistoria_de_las_Telecomunicaciones.pdf
- Juárez, A. M. P., Flores, D. J. V., & Calderón, Y. I. P. (2017). Los medios distractores en el aula de clase. *Universidad y Ciencia*, 8(13), 51-59.

- Martínez, O. (2016). Etnomatemática: una reseña crítica de sus acepciones. *Revista Científica*, 427-431. (pp. 22-30).
- MINEDUC. (2011). *Programa de Estudio para Segundo Año Medio*. Alameda 1371, Santiago: Edición especial para el Gobierno de Chile, Ministerio de educación
- Ministerio de Transportes y Telecomunicaciones Subsecretaría de Telecomunicaciones. (2017). Informe Anual del Sector Telecomunicaciones 2016. Recueprado de http://www.subtel.gob.cl/wp-content/uploads/2017/07/PPT_Series_MARZO_2017_V3.pdf
- Monge Bartolomé, Á. (2013). Dispositivos móviles en la educación. Recueprado de <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/3419>
- Muñoz G, R. P., Jiménez L. (2017). *Matemáticas 2ºMedio Texto del estudiante*. Edición especial para el Ministerio de Educación. Santiago: Ediciones S.M..
- Muñoz G, S. N., Díaz M, López M, Astromujoff N. (2014). *Matemáticas 1ºMedio Puentes del Saber*. Providencia, Santiago de (Chile): Santillana del Pacífico S.A.
- Muñoz, S., Diaz, López, Astromujoff (2014). *Matemática 1º Medio*. 2014.Santillana del Pacífico S.A.
- OCDE. (2016). Pisa 2015, resultados clave. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>
- Olivera, S. (2011). Taxonomía de bloom. *Universidad Cesar Vallejo*, 4. Recueprado de https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/39801731/4-taxonomia-de-bloom_CESAR_VALLEJO.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1513283409&Signature=3XvAkCsrA3dzFSdKASm22q4ZjA4%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3D4-taxonomia-de-bloom_CESAR_VALLEJO.pdf
- Pontes-Pedrajas, A. (2005). Aplicaciones de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación en la educación científica. Primera parte: funciones y recursos. *Revista Eureka sobre Enseñanza y divulgación de las Ciencias*, 2(1).

- Prensky, M. (2001). Nativos e Inmigrantes Digitales adaptación al castellano del texto original "Digital Natives, Digital Immigrants". Institución Educativa SEK. Recuperado de [https://www.marcprensky.com/writing/Prensky-NATIVOS%20E%20INMIGRANTES%20DIGITALES%20\(SEK\).pdf](https://www.marcprensky.com/writing/Prensky-NATIVOS%20E%20INMIGRANTES%20DIGITALES%20(SEK).pdf)
- Rodríguez Cavazos, J. (2013). Una mirada a la pedagogía tradicional y humanista. *Presencia Universitaria*, 3(5), 36-45.
- Sánchez, S. M. T. (2015). Educación en la nube. Un nuevo reto para los docentes de Educación Media Superior. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo* ISSN: 2007-2619 12(10), 11-21.
- San Roman. (2016). *Propuesta metodológica para la enseñanza de la matemática basada en las teorías de las inteligencias múltiples y estilos de aprendizaje. Una aplicación en la educación de adultos*. (Tesis de pregrado), Universidad Austral de Chile, Puerto Montt.
- Santoyo, G. J. R. (2013). El mercado de los dispositivos móviles. Recuperado de <http://www.northware.mx/wp-content/uploads/2013/04/El-mercado-de-los-dispositivos-moviles.pdf>
- Silva Córdova, C. (2006). Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje. *Revista del Centro de Investigación. Universidad La Salle*, 7(26). (pp. 14-18).
- Valero, C. C., Redondo, M. R., & Palacín, A. S. (2012). Tendencias actuales en el uso de dispositivos móviles en educación. *La educación digital magazine*, 147, 1-21.
- Vázquez-Cano, E., & Sevillano, M. L. (2015). *Dispositivos digitales móviles en Educación: El aprendizaje ubicuo* (Vol. 135). Madrid: Narcea Ediciones.
- West, M., & Ei, C. H. (2015). *La lectura en la era móvil: Un estudio sobre la lectura móvil en los países en desarrollo*. UNESCO Publishing.

Anexos

CUADERNILLO DE ESTADÍSTICA

DE ESTADÍSTICA



PROFESORES:

MACARENA OJEDA

CRISTIÁN ÁLVAREZ



CONTENIDOS:



MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL.



MEDIDAS DE POSICIÓN.



MEDIDAS DE DISPERSIÓN.



DENOTACIONES GENERALES

A CONTINUACIÓN SE PUEDEN ENCONTRAR ALGUNAS DE LAS DENOTACIONES UTILIZADAS EN ESTADÍSTICAS, ESTAS SE PUEDEN ENCONTRAR TANTO EN ECUACIONES COMO EN TABLAS DE FRECUENCIA.

- x_i = VALOR DE LA CLASE I-ESIMA DE LA VARIABLE X .
- n_i = FRECUENCIA ABSOLUTA CORRESPONDIENTE A LA CLASE I-ESIMA DE LA VARIABLE X .
- N_i = FRECUENCIA ABSOLUTA ACUMULADA CORRESPONDIENTE A LA CLASE I-ESIMA DE LA VARIABLE X .
- h_i = FRECUENCIA RELATIVA CORRESPONDIENTE A LA CLASE I-ESIMA DE LA VARIABLE X .
- $h_i \cdot 100$ = FRECUENCIA RELATIVA PORCENTUAL CORRESPONDIENTE A LA CLASE I-ESIMA DE LA VARIABLE X .
- H_i = FRECUENCIA RELATIVA ACUMULADA CORRESPONDIENTE A LA CLASE I-ESIMA DE LA VARIABLE X .
- $H_i \cdot 100$ = FRECUENCIA RELATIVA PORCENTUAL ACUMULADA CORRESPONDIENTE A LA CLASE I-ESIMA DE LA VARIABLE X .
- M_i = MARCA DE CLASE CORRESPONDIENTE A LA CLASE I-ESIMA DE LA VARIABLE X .
- $[a, b[$ = INTERVALO EN ESPECÍFICO, CON “A” LÍMITE INFERIOR Y “B” LÍMITE SUPERIOR.
- n_a = DIFERENCIA ENTRE LA FRECUENCIA DEL INTERVALO MODAL Y LA FRECUENCIA DEL INTERVALO ANTERIOR.
- n_s = DIFERENCIA ENTRE LA FRECUENCIA DEL INTERVALO MODAL Y LA FRECUENCIA DEL INTERVALO SIGUIENTE.

- N_a =FRECUENCIA ACUMULADA DE LA CLASE ANTERIOR A LA CLASE MODAL.
- n_{Me} =FRECUENCIA DE LA CLASE MEDIANA.
- K = ES EL K -ESIMO PERCENTIL.
- N_k = FRECUENCIA ACUMULADA QUE PRECEDE A LA CLASE DEL K -ESIMO PERCENTIL.
- n_k = FRECUENCIA DEL K -ESIMO PERCENTIL.
- i = POSICIÓN DE UNA VARIABLE EN PARTICULAR, (ESTA VA DESDE 1 HASTA K).
- $N = \sum_{i=1}^k n_i$
- n = NÚMERO TOTAL DE DATOS

(HUIRCAN M, 2013).

(S. N. MUÑOZ G, DÍAZ M, LÓPEZ M, ASTROMUJOFF N, 2014).

(R. P. MUÑOZ G, JIMÉNEZ L, 2017).

Nota: Las notaciones no son universales, pueden cambiar dependiendo del texto de donde se encuentren y el autor

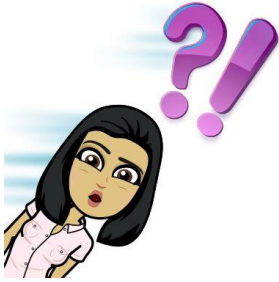


EJEMPLOS DE TABLAS DE FRECUENCIA

TABLA DE FRECUENCIA MODELO GENERAL

Tabla 40: 'Tabla de frecuencia modelo general'.

x_i	n_i	N_i	h_i	H_i	$h_i \cdot 100$	$H_i \cdot 100$
x_1	n_1	N_1	h_1	H_1	$h_1 \cdot 100$	$H_1 \cdot 100$
x_2	n_2	N_2	h_2	H_2	$h_2 \cdot 100$	$H_2 \cdot 100$
x_3	n_3	N_3	h_3	H_3	$h_3 \cdot 100$	$H_3 \cdot 100$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
x_{k-1}	n_{k-1}	N_{k-1}	h_{k-1}	H_{k-1}	$h_{k-1} \cdot 100$	$H_{k-1} \cdot 100$
x_k	n_k	N_k	h_k	H_k	$h_k \cdot 100$	$H_k \cdot 100$



MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

MEDIA ARITMÉTICA

✓ DATOS NO AGRUPADOS:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{n}$$

✓ DATOS AGRUPADOS:

❖ SIN INTERVALO

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot n_i}{N}$$

❖ CON INTERVALO

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k M_i \cdot n_i}{N}$$

(HUIRCAN M, 2013).

MODA

✓ DATOS NO AGRUPADOS:

ESTÁ DADA POR EL DATO QUE MÁS SE REPITE.

✓ DATOS AGRUPADOS:

❖ SIN INTERVALO

ESTÁ DADO POR EL DATO QUE TIENE
MAYOR FRECUENCIA ABSOLUTA (n_i)

❖ CON INTERVALO

$$M_o = a + (b - a) \cdot \left(\frac{n_a}{n_a + n_s} \right)$$

(R. P. MUÑOZ G, JIMÉNEZ L, 2017).

MEDIANA

(R. P. MUÑOZ G, JIMÉNEZ L, 2017).

✓ DATOS NO AGRUPADOS:

$$M_e = \begin{cases} \frac{\frac{X_k + X_{k+1}}{2}}{2} & \text{SI } N \text{ ES PAR} \\ \frac{X_{k+1}}{2} & \text{SI } N \text{ ES IMPAR} \end{cases}$$

✓ DATOS AGRUPADOS:

❖ SIN INTERVALO

$$M_e = \frac{N+1}{2}$$

❖ CON INTERVALO

OBSERVACIÓN: LA CLASE MEDIANA CORRESPONDE AL INTERVALO EN EL QUE SE ENCUENTRA LA MEDIANA Y ES EL PRIMER INTERVALO CUYA FRECUENCIA ACUMULADA ES MAYOR O IGUAL QUE $\frac{n}{2}$, DONDE N ES LA CANTIDAD DE DATOS.

$$M_e = a + (b - a) \cdot \left(\frac{\frac{N}{2} - N_a}{n_{Me}} \right)$$



MEDIDAS DE POSICIÓN

CUARTILES, DECILES, PERCENTILES

✓ DATOS NO AGRUPADOS:

$$i = \frac{K}{100} \cdot n$$

✓ DATOS AGRUPADOS:

❖ SIN INTERVALO

$$\frac{K \cdot n}{100}$$

❖ CON INTERVALO

$$\frac{K \cdot n}{100}$$

SI [A,B] ES EL INTERVALO DEL
K-ÉSIMO PERCENTIL, ENTONCES:

$$P_k = a + (b - a) \cdot \left(\frac{\frac{K \cdot N}{100} - N_K}{n_K} \right)$$

(S. N. MUÑOZ G, DÍAZ M, LÓPEZ M, ASTROMUJOFF N, 2014).



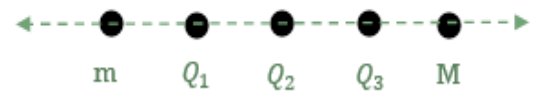
DIAGRAMA DE CAJÓN

CITA:

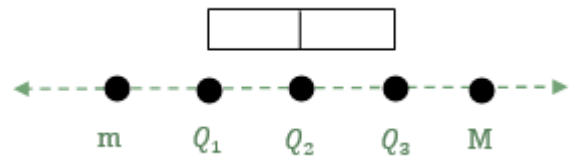
(S. N. MUÑOZ G, DÍAZ M, LÓPEZ M, ASTROMUJOFF N, 2014).

1° CALCULA LOS CUARTILES, EL VALOR MÁXIMO (M) Y MÍNIMO (m), Y EL RECORRIDO ($R_{IC} = Q_3 - Q_1$)

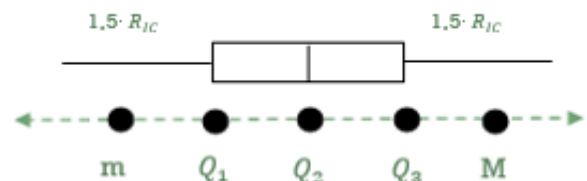
2° EN LA RECTA, UBIQUE: EL VALOR MÍNIMO, MÁXIMO, Q_1 , Q_2 , Q_3 .



3° CONSTRUYE UN RECTÁNGULO CUYOS EXTREMOS ESTÉN UBICADOS SOBRE Q_1 y Q_3 , Y CUYO LARGO SEA IGUAL A $Q_3 - Q_1$.



4° SE TRAZA UN SEGMENTO DESDE EL VALOR $1,5 \cdot R_{IC}$ HASTA Q_1 Y OTRO SEGMENTO DESDE Q_3 HASTA $1,5 \cdot R_{IC}$; ESTOS VALORES SON DENOMINADOS LÍMITES. POR LO TANTO EL PRIMER LÍMITE ESTÁ DADO POR: $Q_1 - 1,5 \cdot R_{IC}$ Y EL SEGUNDO LÍMITE EN $Q_3 + 1,5 \cdot R_{IC}$.





MEDIDAS DE DISPERSIÓN

DESVIACIÓN MEDIA

✓ DATOS NO AGRUPADOS:

$$D_m = \frac{\sum_{i=1}^k |x_i - \bar{x}|}{n}$$

✓ DATOS AGRUPADOS:

❖ SIN INTERVALO

$$D_m = \frac{\sum_{i=1}^k |x_i - \bar{x}| \cdot n_i}{N}$$

❖ CON INTERVALO

$$D_m = \frac{\sum_{i=1}^k |M_i - \bar{x}| \cdot n_i}{N}$$

(R. P. MUÑOZ G, JIMÉNEZ L, 2017).

VARIANZA

✓ DATOS NO AGRUPADOS:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

✓ DATOS AGRUPADOS:

❖ SIN INTERVALO

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{N}$$

❖ CON INTERVALO

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (M_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{N}$$

(R. P. MUÑOZ G, JIMÉNEZ L, 2017).

DESVIACIÓN TÍPICA

✓ DATOS NO AGRUPADOS:

$$\sqrt{\sigma^2}$$

✓ DATOS AGRUPADOS:

❖ SIN INTERVALO

$$\sqrt{\sigma^2}$$

❖ CON INTERVALO

$$\sqrt{\sigma^2}$$