



Universidad Austral de Chile

Facultad de Ciencias de la Ingeniería
Escuela de Ingeniería Naval

“ESTUDIO DE LA RESISTENCIA LONGITUDINAL
MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS
FINITOS”

Tesis para optar al Título de:
Ingeniero Naval
Mención: Arquitectura Naval.

Profesor Patrocinante:
Sr. Richard Luco Salman.
Ingeniero Naval.
Licenciado en Ingeniería Naval
Doctor en Ingeniería Naval.

JORGE ANDRÉS PEÑA GATICA
VALDIVIA – CHILE
2008

Esta tesis ha sido sometida para su aprobación a la Comisión de Tesis, como requisito para obtener el grado de Licenciado en Ciencias de la Ingeniería.

La tesis aprobada, junto con la nota de examen correspondiente, le permite al alumno obtener el título de Ingeniero Naval, con mención Arquitectura Naval.

EXAMEN DE TITULO

Nota de Presentación	(Ponderado) (1)	:
Nota de Examen	(Ponderado) (2)	:
Nota Final	(1 + 2)	:

COMISIÓN EXAMINADORA

.....
DECANO	FIRMA
.....
EXAMINADOR	FIRMA
.....
EXAMINADOR	FIRMA
.....
EXAMINADOR	FIRMA
.....
SECRETARIO ACADÉMICO	FIRMA

Valdivia,.....

Nota de Presentación	=	$NC / NA * 0,6 + \text{Nota de Tesis} * 0,2$
Nota Final	=	$\text{Nota de Presentación} + \text{Nota de Examen} * 0,2$
NC	=	Sumatoria de notas de curriculum, sin tesis
NA	=	Número de asignaturas cursadas y aprobadas

Agradecimientos

En primer lugar quisiera agradecer a mi mamá Nora, por su paciencia y dedicación para entregarnos todo lo que necesitábamos.

A mis hermanos Carlos y Daniela, por apoyarme en todo momento.

A Ximena, a quien amo, por ser mi compañera para la vida y apoyarme incondicionalmente.

A mis amigos, que me han acompañado y entregado su amistad.

A mis profesores, en especial a Richard Luco, que me han entregado sus conocimientos y ayuda para llegar a ser un profesional y a mis compañeros de trabajo que me han ayudado a integrarme a la vida laboral.

ÍNDICE

ÍNDICE	i
RESUMEN	vi
SUMMARY	vi
INTRODUCCIÓN	vii
CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.	1
1.1.- Planteamiento General Del Método.....	1
1.2.- Fundamentos Teóricos Del Método De Elementos Finitos.....	2
1.2.1.- Teoría de la Elasticidad	3
1.2.2.- Tensión	3
1.2.3.- Deformación.....	5
1.2.4.- Relación entre Tensión y deformación.....	6
1.3.- Definición de Elementos.....	7
1.3.1.- Elementos de Placa.....	8
1.4.- Criterio de fallas de la máxima energía de distorsión o de Von Mises	11
CAPITULO 2: RESISTENCIA LONGITUDINAL.....	12
2.1.- Introducción.....	12
2.2.- Tipos de Carga.....	12
2.3.- Teoría de la viga elástica.....	14
2.3.1.- Tipos de vigas.....	15
2.3.2.- Determinación de esfuerzos cortantes y momentos flectores.....	17
2.3.3.- Tensiones en vigas sometidas a flexión pura.	19
2.3.4.- Deformaciones en vigas sometidas a flexión pura.....	22
2.4.- Teoría de la Viga - Buque.....	24
2.4.1.- Obtención de las cargas.	25
2.4.2.- Obtención de los esfuerzos primarios.....	26
2.4.3.- Cálculo de las deflexiones de la viga buque.	28

CAPITULO 3: DESARROLLO DE MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	29
3.1.- Buque a estudiar.....	29
3.2.- Parámetros a utilizar.....	29
3.2.1.- Sistema de unidades.....	29
3.2.2.- Material.....	30
3.2.3.- Sistema de Coordenadas.....	30
3.2.4.- Estado de Cargas.....	31
3.3.- Datos para el Cálculo Mediante Reglamento.....	31
3.3.1.- Definiciones según reglamento.....	31
3.4.- Desarrollo del Modelo Geométrico del Buque como Viga.....	32
3.4.1.- Modelo de Elementos Finitos.....	32
3.5.- Desarrollo del Modelo Geométrico del Buque Completo.....	33
3.5.1.- Modelo de Elementos finitos.....	34
3.5.2.- Condición de Carga.....	35
3.5.3.- Condiciones de Contorno.....	36
CAPITULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	38
4.1.- Resultados del Reglamento.....	38
4.2.- Modelo del buque como viga.....	39
4.2.1.- Tensión máxima.....	39
4.2.2.- Fuerza cortante.....	39
4.2.3.- Desplazamiento Máximo.....	40
4.2.4.- Desplazamiento Vertical.....	40
4.3.- Modelo del buque completo.....	41
4.3.1.- Análisis de Tensiones.....	41
4.3.2.- Desplazamiento Máximo.....	44
4.4.- Cuadro Resumen de los resultados.....	46
CAPITULO 5: CONCLUSIONES.....	47
BIBLIOGRAFÍA.....	49

ANEXOS	51
ANEXO 1: DETALLES PROPIEDADES VIGA BUQUE Y CARGAS	51
ANEXO 2: ESTADO DE CARGAS VIGA BUQUE	52
ANEXO 3: DETALLE DE ESPESORES	53
ANEXO 4: ESQUEMA DE CARGAS	
ANEXO 5: CUADERNA MAESTRA	

RESUMEN

En el presente trabajo se estudiará la flexión longitudinal a la que están sometidas la mayoría de las embarcaciones mayores, mediante el método de los elementos finitos (FEM, por sus siglas en inglés). Para esto se utilizará como caso de estudio un pesquero típico, de construcción transversal, que será sometido a un tren de olas que flexionan la embarcación en el sentido del arrufo, y se comparan los resultados con un modelo de elementos vigas que simulan las propiedades físicas y geométricas del buque, el que será sometido al mismo estado de cargas que el modelo global.

SUMMARY

The present work will study the longitudinal flexion, which most of the large ships are submitted, through the Finite Element Method (FEM), to do this it will be used, as case of study, a typical fishing vessel of transversal framing, that it will be submitted to a train of waves, causing sagging in the ship, this results will be compared whit the ones obtain from a beam model, simulating the physical and geometrical properties of the ship and that will be submitted to the same loads that the global model.

INTRODUCCIÓN

La flexión longitudinal es un fenómeno que afecta a todas las embarcaciones, independiente del tamaño del barco, aún cuando es mucho más significativo en buques que son esbeltos en el sentido longitudinal, produciendo esfuerzos considerables en la estructura, es por esto que es necesario estudiarlos y comprobar si la estructura es capaz de soportarlos.

Uno de los métodos de cálculo utilizados, es mediante los Reglamentos de las Casas de Clasificación, los que consisten en obtener, mediante fórmulas empíricas propuestas por las casas clasificadoras, los valores mínimos aceptables para el módulo resistente de la sección maestra, el área necesaria para soportar la fuerza cortante y la inercia de la sección. Este método, a pesar de ser muy utilizado, es una caja negra, es decir, las fórmulas son obtenidas por las Casas Clasificadoras en base a la experiencia de éstas en el ámbito de la construcción naval y se aplican para barcos típicos.

Es por lo anterior que en la presente tesis se estudiará el fenómeno de la flexión longitudinal, utilizando el método de los elementos finitos, con el cual se obtendrá un modelo completo de la estructura del barco, que luego será sometido a cargas que simulen la condición de arrufo que ocurre cuando una ola, de longitud de onda similar a la eslora, atraviesa el buque, puesto que esta es la condición más desfavorable a la que pueda estar sometido, en cuanto a la flexión longitudinal, debido a que el peso del buque se concentra principalmente en la zona de bodega y además ésta se encuentra en el seno de la ola. Adicionalmente se modelará el buque como una viga, con propiedades similares a las del buque y con cargas similares a las aplicadas al modelo completo. Esto es posible, basándose en la teoría de la viga-buque, según la cual se asume que se comporta de igual forma que una viga simplemente apoyada y cargada en el sentido vertical.

Para el estudio se utilizará el programa de elementos finitos *ALGOR*, y el software para diseño en tres dimensiones, mediante superficies del tipo NURBS, *Rhinoceros*.

CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

El Método de Elementos Finitos (MEF o FEM por sus siglas en inglés Finite Element Method), se ha convertido en una de las herramientas más utilizadas al momento de obtener resultados rápidos y fiables para los diferentes problemas que se presentan en el área de ingeniería, especialmente en problemas en el cálculo de estructuras en donde es necesario obtener soluciones rápidas a problemas complejos de abordar mediante otras técnicas.

1.1.- Planteamiento General Del Método.

El método consiste en discretizar un medio continuo mediante una cantidad finita de elementos llamados *elementos finitos*, los que están enlazados entre sí a través de nodos ubicados en los contornos de cada uno de estos elementos. En cada elemento se asume una función de aproximación que definirá el comportamiento de la variable que se está estudiando, en el caso de las estructuras las variables definidas son los desplazamientos; en función de los valores que adquieran estas variables en los nodos, se obtendrán los desplazamientos nodales. Una vez obtenidas estas funciones, se plantean las ecuaciones de compatibilidad de todos los elementos, que relacionan los elementos unos con otros y que luego se resuelven utilizando métodos matriciales. Es por la dificultad de la resolución de estas matrices con métodos de cálculo manuales que el rol de los computadores y softwares se hacen más importantes.

El método de elementos finitos puede plantearse en una serie de etapas, las que en el caso específico del cálculo de esfuerzos y desplazamientos en una estructura son siete y están divididas en tres grupos: el preproceso o idealización de la realidad, el proceso o cálculo en sí, y el post proceso o visualización de los resultados. En estas etapas, el usuario sólo participa en las del preproceso y post proceso, puesto que el cálculo lo desarrolla el programa de elementos finitos, con la programación incluida dentro de éste, basándose en las propiedades ingresadas anteriormente en el preproceso.

A su vez estas etapas están divididas en subprocesos, que son detallados a continuación:

Preproceso.

- i. **Discretización o modelación de la estructura:** La estructura es dividida en una cantidad finita de elementos unidas por nodos, los cuales se comportan de

forma parecida a los elementos reales. Esta es una de las etapas más importantes, puesto que determina la precisión de los resultados obtenidos con el modelo.

- ii. **Definición del tipo de elemento y de sus parámetros:** En este paso se selecciona el tipo de elemento que es el más adecuado para modelar el sistema físico a estudiar y se definen las propiedades de los elementos elegidos, como por ejemplo, el espesor en los elementos de placa.
- iii. **Aplicación de las cargas y de las condiciones de contorno:** Las fuerzas externas, como cargas puntuales, presiones, momentos y la gravedad son aplicados al modelo. Las condiciones de contorno son colocadas sobre los nodos o superficies, para evitar los desplazamientos y/o rotaciones de los nodos y del sólido-rígido y así obtener un modelo estáticamente determinado que pueda ser resuelto por el programa y que se asemeje bastante a la realidad.
- iv. **Ensamble de las matrices de rigidez:** Para la obtención de las matrices de rigidez de cada elemento que relacionan a las cargas exteriores aplicadas sobre el elemento con los desplazamientos nodales, se utiliza el principio de energía potencial mínima.
- v. **Solución del sistema de ecuaciones algebraico lineal:** Los pasos anteriores conducen a un sistema de ecuaciones simultáneas, donde las incógnitas son los desplazamientos nodales.
- vi. **Cálculo de esfuerzo:** Una vez resueltas las ecuaciones lineales y determinados los desplazamientos, es posible obtener los esfuerzos y las reacciones.

Postproceso.

- vii. **Revisión de Resultados:** Una vez calculados todos los parámetros necesarios, estos se pueden representar en forma gráfica mediante el uso de colores para mostrar los resultados.

1.2.- Fundamentos Teóricos Del Método De Elementos Finitos.

Se debe seleccionar un modelo matemático que describa el comportamiento del fenómeno que se requiere estudiar, que para el caso de las

estructuras sería la teoría de la elasticidad, y es sobre este modelo al que se le aplican las técnicas físico-matemáticas, con el fin de simular las propiedades de la estructura que se quiere calcular, y del que se pueden obtener resultados que pueden ser trasladados a la realidad.

1.2.1.- Teoría de la Elasticidad

Se puede definir el ámbito de la teoría de la elasticidad como extendido al estudio de los sólidos deformables.

Se dice que un sólido es deformable cuando al momento de aplicar sobre él fuerzas externas las partículas que lo componen se desplazan hasta obtener un equilibrio entre las fuerzas externas e internas, producidas por las fuerzas de unión moleculares. Para describir el comportamiento de los sólidos deformables se utilizan los conceptos de Tensión y Deformación, los cuales están relacionadas entre sí mediante la Ley de Elasticidad de Hooke.

1.2.2.- Tensión

La tensión o el esfuerzo se define como la medida de la cantidad promedio de fuerza ejercida por unidad de superficie. Si consideramos un sólido como el de la figura, que está sometido a cargas externas, y que es atravesado, imaginariamente por un plano, que pasa a través del punto P , y que lo divide en dos partes, si suprimimos una de las partes, y hacemos un estudio del equilibrio de las fuerzas en la otra, vemos que el esfuerzo aparece al equilibrar las fuerzas externas.

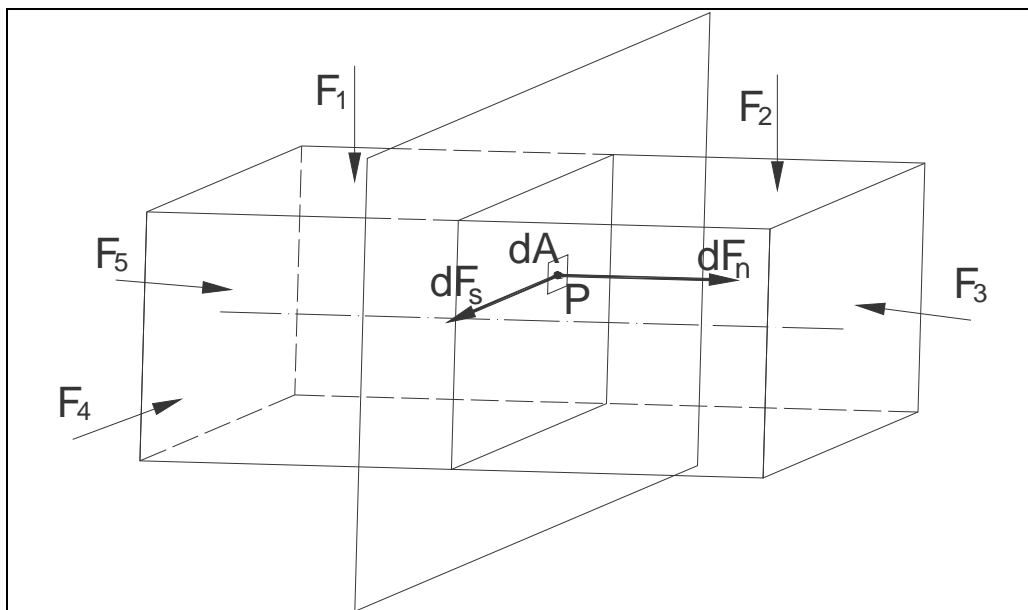


Fig. 1-1, sólido sometido a fuerzas externas

Sea dA , un área infinitesimal que rodea al punto P , sobre la que actúan fuerzas internas. La resultante de estas fuerzas es dF , la que se puede dividir en dos componentes, una normal al plano, dF_n , y otra tangencial al plano, dF_s . La tensión, al igual que las fuerzas, se puede dividir en dos, la tensión normal, σ y la tensión tangencial, τ , las que están definidas por:

$$\sigma = \frac{dF_n}{dA} \quad (1-1)$$

$$\tau = \frac{dF_s}{dA} \quad (1-2)$$

Si ahora consideramos un paralelepípedo infinitesimal, alrededor del punto P , cuyas aristas son paralelas a los ejes, X, Y y Z , del sistema de referencia cartesiano ortogonal, podemos ver que en cada cara del prisma se producen tensiones normales y tangenciales, lo que nos da un total de nueve tensiones, tres normales, indicadas como σ_x, σ_y y σ_z , y seis tensiones tangenciales o de corte, indicadas como $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ y τ_{zy} . En el caso de las tensiones normales, el subíndice representa el eje al cual son paralelas y en el caso de las tensiones tangenciales el primer subíndice indica el eje al cual es normal y el segundo indica la dirección del eje al que es paralela.

Debido a la naturaleza complementaria de las tensiones podemos reducir las tensiones tangenciales a tres.

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_{yx} \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} \end{aligned} \quad (1-3)$$

Es así como el estado tensional del punto P está definido por los nueve componentes antes mencionados.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \text{ (Tensor)} \quad (1-4)$$

Del concepto de tensión podemos hacer las siguientes observaciones:

- a. Las dimensiones de la tensión son unidades de fuerza por unidad de

superficie ($F \cdot L^2$), las que en unidades *M.K.S.* son N/m^2 o pascales.

- b. La tensión depende del punto y la orientación de la sección elegida.
- c. En general, la tensión no es sólo normal al plano de corte elegido, sino que se descompone en tensión normal (σ) y tensión tangencial al plano de corte (τ), para un mejor estudio.

1.2.3.- Deformación.

Todo sólido elástico al aplicarle fuerzas externas se encuentra sometido a tensiones, las que producen deformaciones proporcionales al estado tensional. Debido a que el sólido es elástico cuando las fuerzas externas dejan de aplicarse éste vuelve a su condición original.

Si consideramos el sólido de la Fig. 1-1, podemos descomponer las deformaciones, al igual que las tensiones, en *deformaciones normales*, indicadas como ε_x , ε_y y ε_z , que son paralelas a los ejes coordenados X, Y y Z, en seis *deformaciones cortantes*, que son indicadas como γ_{xy} , γ_{xz} , γ_{yx} , γ_{yz} , γ_{zx} y γ_{zy} . Las deformaciones normales producen una variación del volumen del sólido, en tanto que las deformaciones cortantes producen distorsiones en la forma del cuerpo, pero sin cambio en el volumen.

Los nueve componentes de la deformación son los siguientes.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

Los desplazamientos componentes, para un punto dentro del sólido, a lo largo de los ejes X, Y, Z están dados por $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$ y $w(x, y, z)$, respectivamente. Si los desplazamientos son relativamente pequeños comparados con las dimensiones del sólido en estudio, pueden ser descritos por las siguientes ecuaciones lineales:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \gamma_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} & \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} & \gamma_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} & \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

Estas igualdades sólo pueden aplicarse para el estudio de pequeñas deflexiones. En el caso de deformaciones demasiado grandes con respecto al tamaño del cuerpo un análisis no-lineal debe ser realizado, puesto que las deformaciones influyen en la forma en que son aplicadas las fuerzas externas.

1.2.4.- Relación entre Tensión y deformación

Según la teoría de la elasticidad, un cuerpo elástico al ser sometido a fuerzas externas, sufre deformaciones y al momento de quitar las fuerzas este cuerpo retorna a su estado original.

La Teoría de la elasticidad está definida por la Ley de Hooke, que originalmente fue formulada para casos de estiramiento longitudinal y establece que la deformación unitaria, ε , de un material es directamente proporcional a la fuerza aplicada, F .

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{F}{AE} \quad \text{ó} \quad \frac{F}{A} = E \cdot \varepsilon \quad (1-7)$$

Donde:

- δ = Alargamiento total.
- L = Longitud inicial del cuerpo.
- E = Módulo de elasticidad de Young.
- A = Área de la sección transversal.

La fórmula (1.7) es sólo para estiramiento longitudinal, pero la Ley de Hooke, se puede generalizar para todo tipo de deformaciones.

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \quad (1-8)$$

Donde $[C]$ corresponde a la matriz que contiene las constantes elásticas del material, la matriz $\{\sigma\}$ contiene los seis componentes de la tensión y $\{\varepsilon\}$ los seis componentes de la deformación.

Para los materiales isótropos la matriz de elasticidad es representada por las propiedades del material, el módulo de elasticidad o módulo de Young, (E) y el módulo de corte, (G), además del coeficiente de Poisson, ν . Para pequeñas deflexiones, las siguientes relaciones son válidas para el esfuerzo y la deformación en materiales isótropos.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\
 \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] & \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G} \\
 \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}
 \end{aligned}
 \tag{1-9}$$

Las ecuaciones de (1.9) se pueden escribir de forma matricial en términos del Módulo de Young y del coeficiente de Poisson.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} \\ & & & \frac{1+\nu}{E} \\ & & & & \frac{1+\nu}{E} \\ & & & & & \frac{1+\nu}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix}
 \tag{1-10}$$

Las relaciones inversas vienen dados por:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \begin{pmatrix} \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} \\ \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{\nu}{1-2\nu} & \frac{1-\nu}{1-2\nu} \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix}
 \tag{1-11}$$

1.3.- Definición de Elementos.

Para discretizar un sólido continuo se puede utilizar varios tipos de elementos, dependiendo de la geometría y del estudio que se quiera realizar. Un elemento es la relación matemática que define cómo los grados de libertad de un nodo se relacionan con los grados del siguiente. Los elementos utilizados, en un

análisis de tensiones estático, se pueden dividir, a grandes rasgos, en tres grupos:

- **Lineales:** que se utilizan para el cálculo de puntales, vigas o sólidos en los cuales la dimensión principal es la longitud.
- **Superficies:** ya sean en 2-D ó 3-D, se utilizan para el cálculo de placas o membranas.
- **Poliedros:** se utilizan para simular elementos de sólidos.

Para el caso de las estructuras navales, los tipos de elementos más utilizados son los de *Vigas* y *Placas*. La formulación de las placas será descrito a continuación, la formulación de las vigas será descrito en el capítulo siguiente.

1.3.1.- Elementos de Placa.

Se utilizan para el cálculo de superficies estructurales en las cuales el espesor es mucho más pequeño comparado con las otras dimensiones. Son sólidos deformables en los que existe una superficie media, que se considera se aproxima a la placa y sobre la cual se añade un cierto espesor constante, por encima y por debajo de esta superficie.

Las placas soportan cargas axiales en el plano y cargas de flexión perpendiculares a ésta. Si las deformaciones son pequeñas, las acciones axiales y de flexión son desacopladas, esto es, las formas de manifestarse de cada uno no tienen relación por lo que pueden ser estudiados de forma independiente. La acción axial o de membrana puede ser analizada como tensión plana y la acción de flexión de placas delgadas con la teoría clásica de Kirchhoff.

1.3.1.1.- Teoría clásica de flexión de placas.

La teoría se basa en las siguientes suposiciones:

- i. Las placas están hechas de material elástico, lineal, homogéneo e isótropo.
- ii. Las deflexiones son pequeñas comparadas con el espesor de la placa.
- iii. La pendiente de deflexión de la superficie media es pequeña.

- iv. Los puntos del plano medio sólo se desplazan verticalmente.
- v. La sección plana normal a la superficie media permanece plana y normal a la superficie deformada.
- vi. La deformación de corte transversal es despreciada.
- vii. El esfuerzo normal a la superficie media es despreciada.

Para un elemento bajo carga planar y transversal, las tensiones y deformaciones presentes en el caso de cargas axiales, son ε_x , ε_y y γ_{xy} , por lo tanto las relaciones de deformación-desplazamiento están dadas por:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\end{aligned}\tag{ 1-12}$$

Donde u , v y w son las coordenadas del desplazamiento de un punto cualquiera dentro del elemento, en los ejes X , Y y Z respectivamente.

1.3.1.2.- Tensión plana.

Los problemas tridimensionales pueden ser reducidos a dos dimensiones si satisfacen las condiciones del estado de tensión plana, deformación plana o axisimetría. Al hacer esta suposición la modelación de la estructura y el esfuerzo computacional se simplifica enormemente.

Se dice que una placa se comporta como tal si cumple la siguiente relación:

$$\frac{h}{L} \leq \frac{1}{10}\tag{ 1-13}$$

Donde:

- h = Espesor de la placa
- L = La menor de las otras dos dimensiones.

Una plancha plana se encuentra sometida a tensión plana si sobre ella actúan cargas en cualquiera de sus bordes. Debido a que el espesor es pequeño no se generan esfuerzos en el eje X .

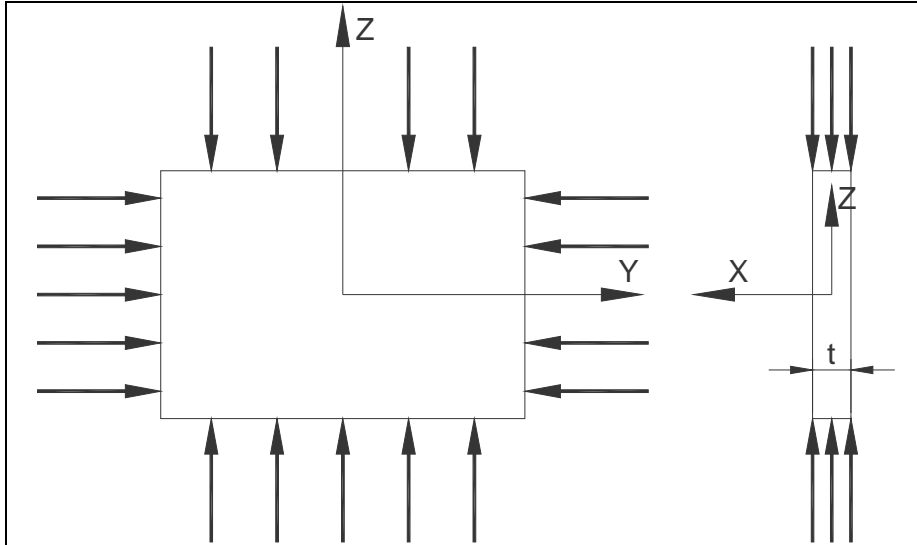


Fig. 1-2, Placa delgada sometida a tensión plana

Se puede decir que una estructura está sometida a tensión plana, cuando los esfuerzos en uno de los ejes ortogonales son pequeños comparados con los otros esfuerzos que se pueden aproximar a cero.

$$\sigma_{xx} = \tau_{yx} = \tau_{zx} = 0 \tag{1-14}$$

Los esfuerzos distintos de cero que se producen en un punto cualquiera son los expuestos en la figura 1.3

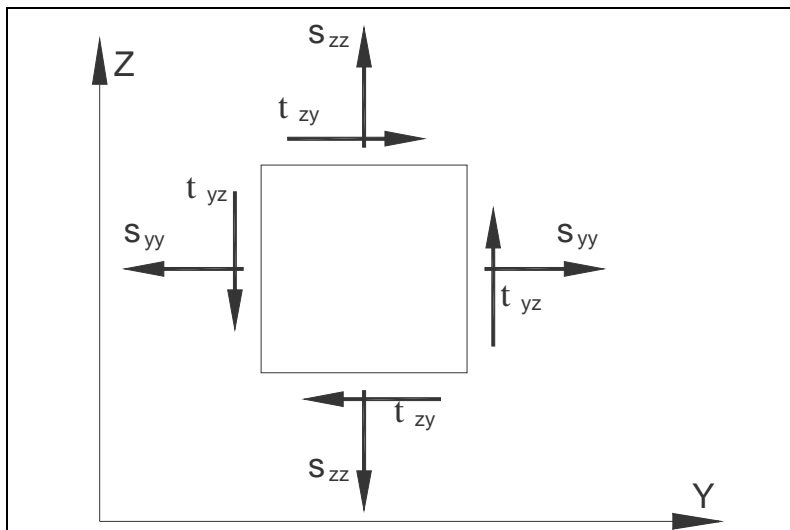


Fig. 1-3, Esfuerzos distintos de cero

Aún cuando los esfuerzos en el eje X son cero, las deformaciones normales en torno al eje no son cero debido al efecto de Poisson.

$$\begin{aligned} \gamma_{yz} = \gamma_{zx} &= 0 \\ \epsilon_{xx} &= -\frac{\nu}{E} (\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \end{aligned} \tag{1-15}$$

1.4.- Criterio de fallas de la máxima energía de distorsión o de Von Mises

Como se ha visto anteriormente un cuerpo sometido a fuerzas externas, se encuentra en un estado tensional complejo, por otro lado, en un material la información de que generalmente se dispone es el límite elástico, σ_e , obtenido de un ensayo de tracción, es por esto que surge la necesidad de encontrar un estado monoaxial equivalente al estado triple que se considere y así hacer posible la comparación de esta tensión equivalente con el límite elástico del material.

Unos de los criterios más utilizados es el de la Teoría de la Máxima Distorsión, también conocida como el Criterio de Falla de Von Mises-Hencky, según el cual un elemento estructural falla cuando, en alguno de sus puntos, la energía de distorsión por unidad de volumen rebasa un cierto umbral. Esto en términos de tensiones puede escribirse según la llamada *tensión de Von Mises*.

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \geq \sigma_e \quad (1-16)$$

Donde σ_1 , σ_2 y σ_3 son las tensiones principales.

Si escribimos la tensión de Von Mises en términos del tensor de tensiones, tenemos que:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}{2} + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (1-17)$$

Con esta fórmula se puede obtener el valor del esfuerzo de Von Mises para un sólido en general.

CAPITULO 2: RESISTENCIA LONGITUDINAL.

2.1.- Introducción.

Al momento de diseñar un buque el tamaño y las características principales están definidas en su mayoría por el perfil de misión que tendrá la embarcación, el cual impondrá otras consideraciones, como estabilidad, resistencia al avance y eficiencia propulsiva, las que a grandes rasgos se contraponen entre sí. Por esto, lograr un equilibrio entre todos estos requerimientos requiere de un estudio muy acabado, lo que deja muchas veces, en un segundo plano la estructura, la que tendrá que “acomodarse” a los demás puntos ya estudiados, además de tener que soportar cargas producidas por un ambiente tan variable como la superficie del mar. Todo esto hace que la estructura de una embarcación posea características que no se encuentran en otras estructuras creadas por el hombre.

En contraste con la mayoría de las estructuras terrestres, los diferentes componentes estructurales de un barco están diseñados para desarrollar una multiplicidad de funciones, como por ejemplo, el casco, que además de ser el mayor miembro estructural soportante, es la envoltura estanca del barco y tiene una forma tal que entrega una estabilidad adecuada y una baja resistencia al avance. Así como el casco, la mayoría de las estructuras internas cumplen una doble función.

Debido a la gran complejidad de las estructuras navales, es necesario, durante el diseño de éstas, tener herramientas que nos ayuden a calcularlas lo más fidedignamente, para eso es necesario, primero, tener una buena estimación de las cargas a las que estarán sometidas.

2.2.- Tipos de Carga.

La estructura del buque está sometida a distintas condiciones de cargas, las que se clasifican en cuatro categorías:

- a) *Cargas estáticas*, varían sólo cuando el peso total del barco sufre algún cambio, como la estiba de la carga, cargas puntuales producidas por la varada, etc.
- b) *Cargas dinámicas de baja frecuencia*, son cargas que varían a lo largo del tiempo con periodos desde segundos hasta minutos, entre estas cargas se encuentran las producidas por las olas

- c) *Cargas dinámicas de alta frecuencia*, son cargas que varían en el tiempo con una frecuencia lo suficientemente alta como para inducir vibraciones en la estructura del barco, como las vibraciones inducidas por máquinas rotativas, etc.
- d) *Cargas de impacto*, como lo son las cargas resultantes del fenómeno de “Slamming”, o de golpes por efecto de armas a bordo, en el caso de la embarcaciones con propósitos militares.

En este caso, como ya hemos mencionado se estudiarán las cargas estáticas y las cargas dinámicas de baja frecuencia producidas por olas.

Las cargas de origen estático se producen debido a dos fuerzas que se contraponen, la fuerza de empuje producidas por las presiones hidrostáticas que actúan en el volumen sumergido del casco y la fuerza de gravedad o pesos del buque y su contenido, que se aplican a lo largo de todo el buque. Las cargas de origen dinámico de baja frecuencia se producen cuando el buque atraviesa un tren de olas de longitud de onda igual o superior a la eslora del buque.

Debido a la gran dificultad de realizar un estudio dinámico, es posible estudiar las cargas dinámicas de baja frecuencia como si éstas fueran cargas estáticas. Debido a las fuerzas producidas por estas olas el buque tiende a flectarse ya sea en arrufo o en quebranto por lo que el estudio de la resistencia longitudinal pasa a ser un punto importante al momento de calcular las estructuras.

Para el cálculo de la resistencia longitudinal existen diversas maneras de obtener respuestas fiables, la más rápida consiste en calcularla mediante Reglamentos proporcionados por las Casas de Clasificación, las que se basan en fórmulas empíricas obtenidas por estos organismos, otra forma de cálculo es considerar la totalidad de la estructura primaria del buque como una sola viga de sección transversal variable, sometida a diversas cargas producidas por los empujes y los pesos, la que se puede calcular mediante métodos numéricos, como la ecuación de Navier, para obtener los esfuerzos. Otro método de cálculo es mediante elementos finitos en el que se puede estudiar el buque como una viga simplemente apoyada, con las propiedades geométricas y de los materiales similares a la del buque, utilizando la teoría de la viga-buque, o como un modelo global del buque, con elementos de placa, con los pesos y las presiones hidrostáticas aplicadas como cargas.

2.3.- Teoría de la viga elástica.

Una viga es un elemento estructural diseñado principalmente para soportar cargas aplicadas perpendicularmente el eje de ésta, produciendo esfuerzos cortantes y momentos flectores, y en las cuales la dimensión predominante es el largo con respecto a las otras dos dimensiones, otra característica importante es la sección transversal de ésta, puesto que los esfuerzos que pueda soportar la viga están en directa proporción con la forma de esta sección transversal.

Se dice que una viga se encuentra sometida a *flexión pura* cuando la suma de las fuerzas situadas al lado de la misma es nula y el vector momento resultante está contenido en dicha sección, esta es *flexión pura asimétrica* (Fig. 2-1) cuando el momento flector \vec{M}_F tiene componentes M_y y M_z , según los ejes principales de inercia de la sección transversal, y *flexión pura simétrica* (Fig. 2-2), si el vector del momento tiene componente solamente en uno de esos ejes.

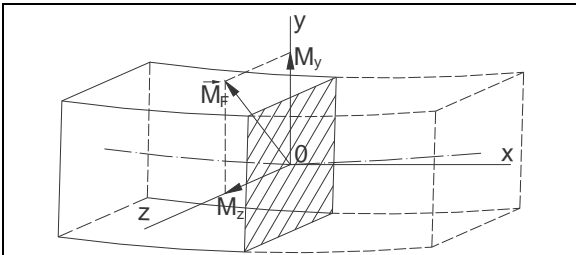


Fig. 2-1, Flexión Pura Asimétrica

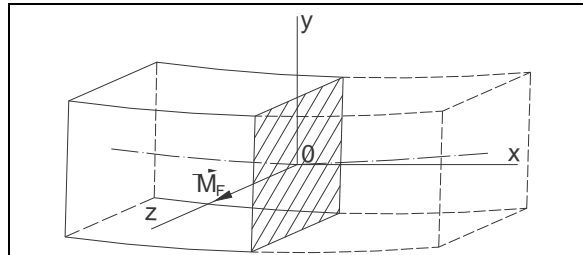


Fig. 2-2, Flexión Pura Simétrica

Si junto al momento flector \vec{M}_F actúan esfuerzos cortantes \vec{T} se dice que la viga está sometida a *flexión simple* (Fig. 2-3), que puede ser flexión simple como tal cuando el \vec{M}_F tiene la dirección de los ejes principales de inercia, o *flexión desviada* (Fig. 2-4) cuando el momento flector \vec{M}_F tiene componentes en los ejes principales de inercia.

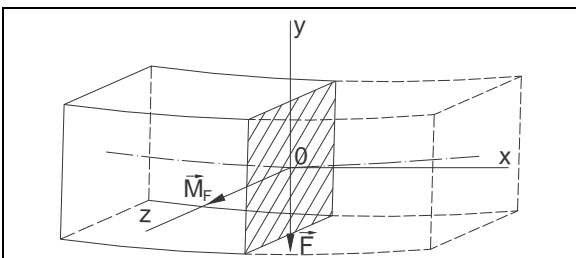


Fig. 2-3, Flexión Simple

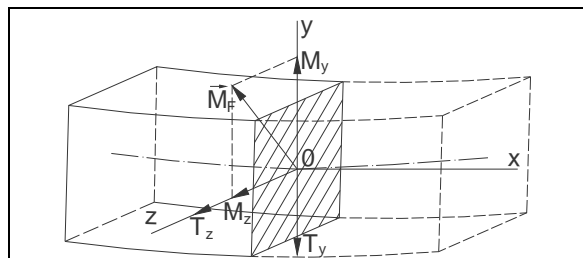


Fig. 2-4, Flexión desviada

Si además a la flexión pura o a la flexión simple se le agrega un esfuerzo normal N , que actúe simultáneamente, se dice que la viga está sometida a *flexión compuesta* (Fig. 2-5).

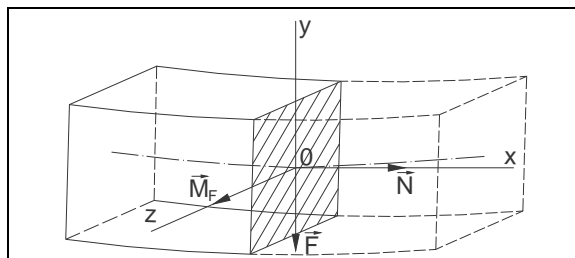


Fig. 2-5, Flexión compuesta

Para el caso en estudio, el de la viga-buque, se encuentra sometida sólo a flexión simple, puesto que se encuentra bajo la acción de distintas fuerzas, ya sea de presiones hidrostáticas o producidas por los pesos sobre el buque, aquí no se puede tener flexiones puras, ni compuestas, debido a que las fuerzas que se apliquen paralelas al plano de flotación son anuladas puesto que el barco se encuentra sobre un fluido que no opone resistencia en esas direcciones.

El cálculo y diseño de una viga, en general, está dividido en tres partes, en la primera se determinan cuáles son las cargas, los esfuerzos cortantes y momentos flectores a los que está sometida, la segunda parte trata de encontrar un perfil transversal que sea capaz de soportar los esfuerzos cortantes y los momentos flectores aplicados, y la tercera parte trata sobre encontrar las deflexiones a las que estará sometido la viga.

2.3.1.- Tipos de vigas.

Las vigas se clasifican según los tipos de apoyos en los que se encuentran sustentados, los que originan dos tipos de viga: las estáticamente determinadas y las vigas estáticamente indeterminadas. La distancia L entre los apoyos se denomina luz, los tipos de vigas son los siguientes:

2.3.1.1.- Vigas estáticamente determinadas.

Son aquellas vigas a las que se pueden calcular las reacciones en los apoyos mediante las ecuaciones de la estática, es decir que estas reacciones o incógnitas no sean más de tres. Los casos más comunes de vigas estáticamente determinadas son las siguientes:

- **Viga simplemente apoyada** (Fig. 2-6), es aquella viga que tiene sus dos extremos apoyados en soportes articulados que permiten la rotación en los extremos de la viga, y se supone que uno de los apoyos puede desplazarse libremente en el eje horizontal.

- **Viga apoyada y con voladizo** (Fig. 2-7), esta viga es similar a la anterior sólo que uno de los apoyos se encuentra desplazado hacia el centro, lo que produce un voladizo en tal extremo.
- **Viga en voladizo o ménsula** (Fig. 2-8), un extremo de la viga se encuentra empotrado, y el otro está libre.

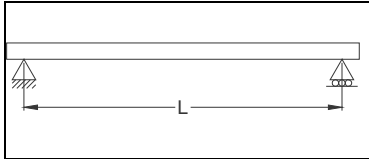


Fig. 2-6, Viga simplemente apoyada

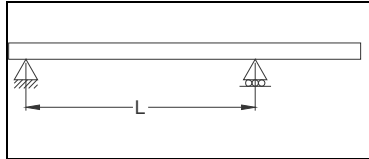


Fig. 2-7, Viga apoyada y con Voladizo

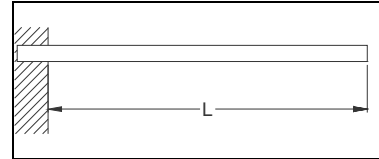


Fig. 2-8, Viga en Voladizo

De estas vigas solamente se estudiará la viga simplemente apoyada puesto que es la que mejor se asemeja al buque en un fluido.

2.3.1.2.- Vigas estáticamente indeterminadas.

Son aquellas vigas cuyos soportes tienen más de tres incógnitas, por lo que no es posible obtenerlos mediante las ecuaciones de la estática, para resolverlas se necesitan otras metodologías. Algunos ejemplos de este tipo de vigas son:

- **Vigas continuas** (Fig. 2-9), son aquellas vigas que tiene varios apoyos, ya sean simples o empotrados.
- **Viga empotrada – Simplemente apoyada** (Fig. 2-10), son vigas que están empotradas en un extremo y apoyada en el otro.
- **Viga Bi-empotrada** (Fig. 2-11), es aquella con ambos extremos Empotrados.

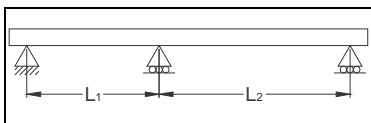


Fig. 2-9, Viga continua

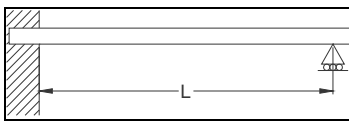


Fig. 2-10 Empotrada – Simplemente apoyada

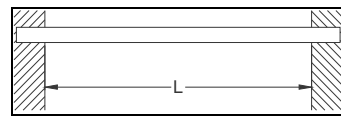


Fig. 2-11, Viga biempotrada

2.3.2.- Determinación de esfuerzos cortantes y momentos flectores.

Como ya se explicó anteriormente sólo se estudiará la viga simplemente apoyada, puesto que es la que se utiliza en el modelo de la viga-buque.

Una viga puede estar sometida a cargas puntuales, P , las que están repartidas a lo largo de la viga, están representadas en unidades de fuerza como Newtons, Kilogramos fuerzas, Kilopondios o Libras, o pueden estar sometidas a cargas distribuidas, w , las que se encuentran en unidades de fuerza sobre unidades de longitud, como, N/m o lb/ft . Cuando la cargas distribuidas son constantes se denominan cargas distribuidas uniformemente.

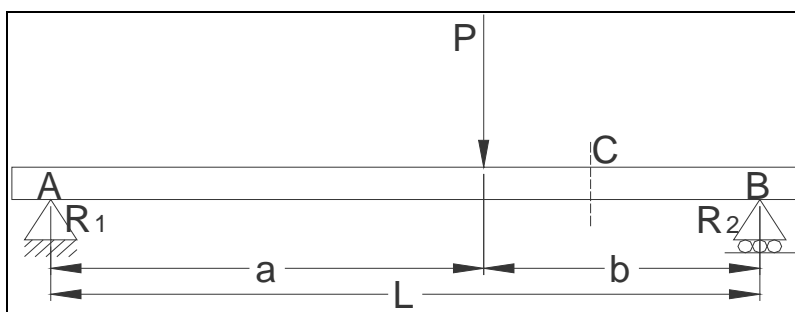


Fig. 2-12, Viga simplemente apoyada

En una viga simplemente apoyada sometida a una carga puntual P como la de la figura 2-12, se pueden obtener las reacciones en los apoyos A y B aplicando las ecuaciones de la estática, al igualar los momentos producidos por las fuerzas en torno al punto B , es decir:

$$\sum M_A = \sum M_B = R_1 L - P b = 0 \quad (2-1)$$

De donde.

$$R_1 = \frac{P b}{L} \quad (2-2)$$

Del mismo modo, tomando los momentos con respecto al punto A tenemos que:

$$R_2 = \frac{P a}{L} \quad (2-3)$$

Para obtener los momentos y los esfuerzos cortantes en el punto C se divide la viga en ese punto y se obtienen los diagramas de cuerpo libre de cada pieza,

podemos determinar el valor de los esfuerzos cortantes y los momentos flectores en el punto C.

Según el ejemplo, el valor del esfuerzo cortante en el punto C va a estar dado por la suma de todas las fuerzas exteriores actuando en el tramo \overline{AC} ,

$$V = R_1 - P \quad (2-4)$$

El valor del momento flector es:

$$M = R_1 x_1 - P_1(x - a) \quad (2-5)$$

Y está dado por las suma de los momentos producidos por las fuerzas externas con respecto al punto C.

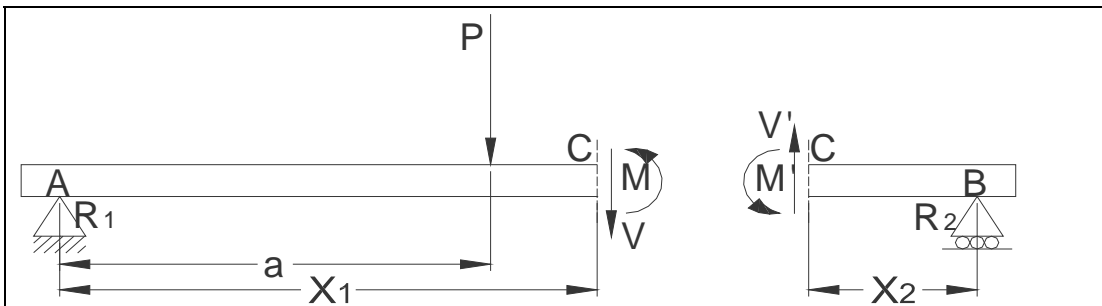


Fig. 2-13, diagramas de cuerpo libre

Como se puede apreciar, en la figura 2-13, los valores de momentos y cortantes en cada parte de la viga son de igual valor numérico, pero con signos o direcciones opuestas, es por esto que utilizaremos una convención de signos para tener un mayor orden en la obtención de estos valores. El valor del esfuerzo cortante será positivo según se muestra en la figura 2-14. El valor del momento flector será positivo cuando al aplicarlo a una viga tienda a curvar a ésta hacia abajo en el centro y hacia arriba en los extremos como se ve en la figura 2-15.

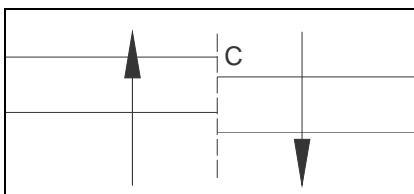


Fig. 2-14, Esfuerzo cortante positivo

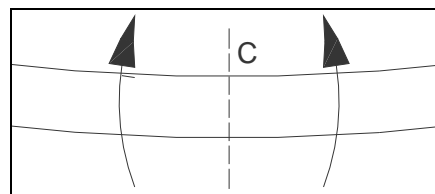


Fig. 2-15, Momentos positivos

Si consideramos dos secciones, C y C₁, separadas una distancia dx, y hacemos un balance de las fuerzas internas en ambas secciones, tenemos que, si no actúa ninguna fuerza externa en la sección los esfuerzos cortantes en ambos puntos son iguales, pero los momentos, para que exista un equilibrio en la

sección, deben ser distintos, por lo que el incremento de momentos, dM , está dado por el par producido por las fuerzas cortantes.

$dM = Vdx$, es decir

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (2-6)$$

Por lo tanto, la fuerza cortante es la derivada del momento con respecto a x .

Si consideramos ahora un carga repartida q , que actúa entre las secciones C y C_1 , al hacer el equilibrio de las fuerzas cortantes entre un punto y otro, tenemos que se produce un diferencia que está dada por:

$dV = -qdx$, es decir

$$q = -\frac{dV}{dx} \quad (2-7)$$

Por lo tanto el valor de la carga, es igual a la derivada de la fuerza cortante con signo negativo.

Luego de encontrado el esfuerzo cortante y el momento flector en un punto específico, es posible obtener estos valores para todo el largo de la viga, una vez obtenidos, se pueden graficar en los diagramas de cortantes y en el de momentos flectores. El ejemplo es para una carga puntual P , pero se puede extender en forma análoga, para cualquier tipo de apoyos y de cargas, siempre y cuando la viga sea estáticamente determinada.

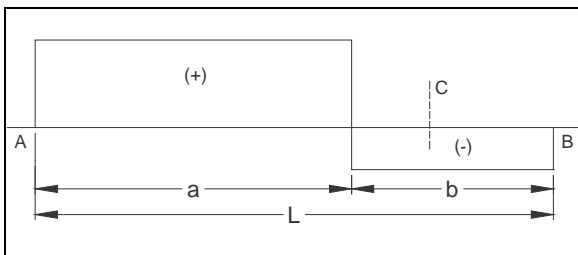


Fig. 2-16, Diagrama de Esfuerzos Cortantes

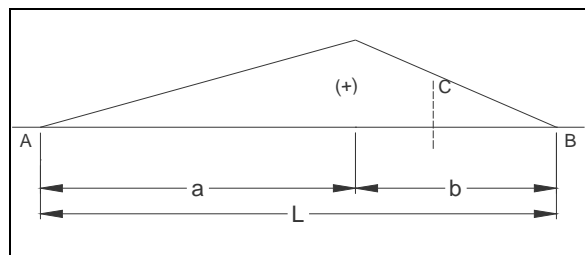


Fig. 2-17, Diagrama de momentos flectores

Después de obtenidos los diagramas es posible saber los valores de cortantes y momentos en cualquier lugar de la viga, con estos valores se obtienen los esfuerzos a los que está sometida la viga.

2.3.3.- Tensiones en vigas sometidas a flexión pura.

Una viga sometida a flexión pura se curva, hacia arriba o hacia abajo, debido a la acción de los momentos aplicados, y se puede notar que existen zonas en la

viga que se comprimen y otras que se alargan, además de existir una línea que no se comprime ni se alarga, esta se denomina “*eje neutro*”.

Se puede deducir que las partes de la viga que están comprimidas o alargadas son las zonas que están sometidas a mayores esfuerzos. Para obtener el valor de estos esfuerzos o tensiones ocuparemos la Ley de Navier, la que demostraremos utilizando el método geométrico (también existe el método analítico pero no será expuesto en este trabajo). Durante el estudio admitiremos que la viga es de material homogéneo, continuo e isotrópico, además de encontrarse dentro de los límites elásticos, según la Ley de Hooke.

Para demostrar la Ley de Navier utilizaremos un trozo de viga, de sección transversal prismática, sometida a flexión pura, como la que se observa en la figura 2-18

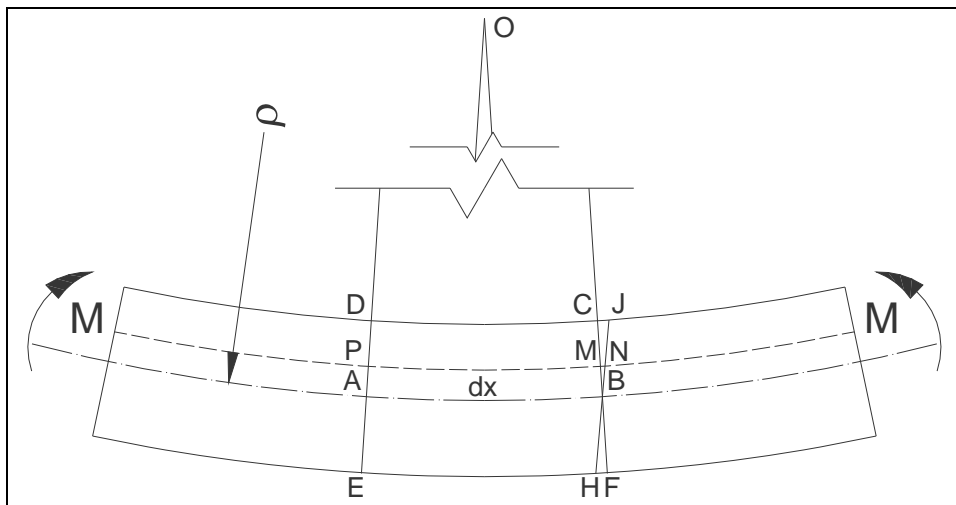


Fig. 2-18

Con \overline{AB} la línea del eje neutro, que no sufre deformaciones, con un radio de curvatura ρ , con la línea \overline{HJ} paralela a \overline{EO} , tenemos que el ángulo $MBN \approx AOB$ por lo que podemos escribir que:

$$\frac{\overline{MN}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{MB}}{\overline{AO}} \quad (2-8)$$

Como $\overline{MN} = \Delta dx$, $\overline{AB} = dx$, $\overline{MB} = y$, $\overline{AO} = \rho$, se tiene que:

$$\frac{\Delta dx}{dx} = \frac{y}{\rho} \quad (2-9)$$

Según la ley de elasticidad de Hooke,

$$\frac{\Delta dx}{dx} = \varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \text{ que se puede escribir como, } \frac{\sigma}{E} = \frac{y}{\rho}$$

O bien.

$$\sigma = -\frac{E}{\rho} y \quad (2-10)$$

El esfuerzo puede ser positivo o negativo, dependiendo de la zona a estudiar, en este caso como los momentos aplicados son positivos, y la zona considerada se encuentra sobre el eje neutro, las fibras estarán sometidas a compresión.

Como el cociente E/ρ es constante para toda la viga, podemos enunciar la Ley de Navier como:

“En una sección sometida a flexión pura, los módulos de las tensiones que se ejercen sobre las distintas fibras, son directamente proporcionales a sus distancias a la fibra neutra.”

La posición del eje, o la fibra neutra va a ser determinante para obtener los esfuerzos a los que estará sometida la sección.

La posición del eje neutro y el valor del radio de curvatura van a estar dados por las fuerzas internas que se opongan a los momentos producidos por las fuerzas externas, M . Como la viga está sometida a flexión pura, las fuerzas externas se anulan, por lo que la sumatoria de fuerzas internas tiene que ser igual a cero.

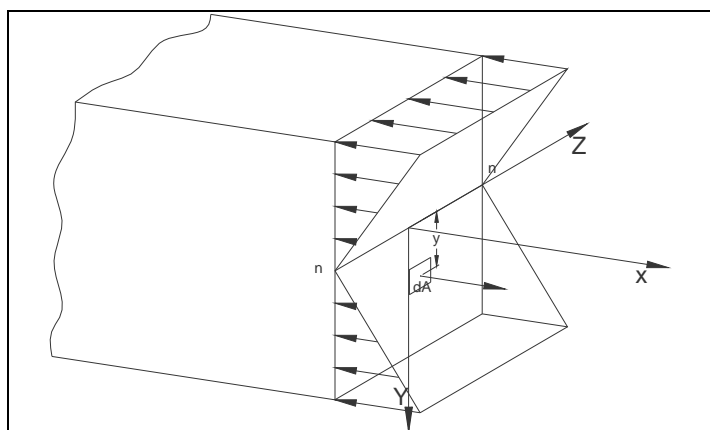


Fig. 2-19, Distribución del esfuerzo

Podemos escribir, que:

$$\int_A \sigma \cdot dA = \int_A \sigma \frac{y}{y} = \frac{\sigma}{y} \int_A y \cdot dA = \frac{E}{\rho} \int_A y \cdot dA = 0 \quad (2-11)$$

Ahora como ya se explicó, la anulación de las fuerzas no es suficiente para obtener un equilibrio elástico en las secciones de la viga, es necesario comprobar

que el momento resultante provocado por las fuerzas axiales tiene que ser igual al momento, M_F , producido por las fuerzas externas.

$$M_F = -\int_A y \sigma \cdot dA = -\frac{\sigma}{y} \int_A y^2 dA = -\frac{\sigma}{y} I_z \quad (2-12)$$

Con este resultado podemos expresar la Ley de Navier en función del momento flector y de las propiedades geométricas de la sección.

$$\sigma = \frac{-M_F}{I_z} y \quad (2-13)$$

De la ecuación de Navier podemos deducir que el esfuerzo máximo se va a ubicar en la fibra más alejada del eje neutro.

$$\sigma_{m\acute{a}x} = -\frac{M_F \cdot y_{m\acute{a}x}}{I_z} \quad (2-14)$$

Como vemos el cociente $y_{m\acute{a}x}/I_z$, depende exclusivamente de las propiedades geométricas de la sección transversal de la viga, y se le conoce como módulo resistente, y se representa, generalmente por W_z , por lo que la ecuación de Navier para el esfuerzo máximo sería:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = -\frac{M_F}{W_z} \quad (2-15)$$

Una vez obtenidos los momentos y utilizando la ecuación de Navier podemos encontrar un perfil de sección con el cual se obtenga un esfuerzo que sea menor que el esfuerzo admisible para el material con el que se está trabajando. Para el caso de la viga buque, la inercia y el centroide de la sección transversal van a estar dados por los elementos estructurales longitudinales, como el casco, los mamparos longitudinales y esloras, por lo que para obtener estas propiedades es necesario obtener una buena distribución de estos elementos.

Luego de elegida una sección transversal es posible obtener las deformaciones que las cargas aplicadas producen.

2.3.4.- Deformaciones en vigas sometidas a flexión pura

Al momento de diseñar una viga, no sólo es necesario saber cuáles son los esfuerzos a los que está sometida, también es necesario saber cuáles son las

deformaciones máximas para que éstas no sobrepasen las deformaciones admisibles, ya sean impuestas por criterios de diseño o deformaciones máximas que restrinjan el material.

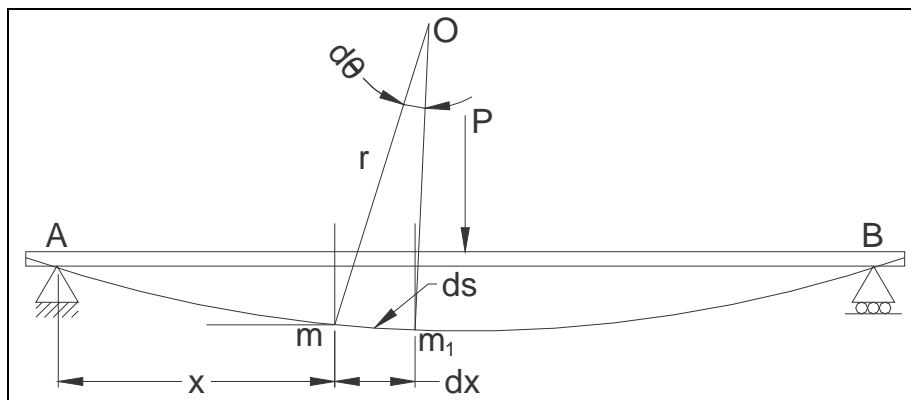


Fig. 2-20

Consideraremos una viga de sección prismática sometida a flexión simple, tendremos una fibra neutra, que se deformará pero que no cambiará de longitud, esta curva formada por la fibra se denomina *línea elástica*, o simplemente *elástica*.

Para encontrar la ecuación de la elástica utilizaremos el método de la doble integración. Si consideramos dos secciones rectas, m y m_1 , muy próximas una de otra separadas por una distancia ds , que forman un ángulo $d\theta$ y con un radio r , luego de producida la deformación. Por consiguiente:

$$ds = r d\theta \quad \text{y} \quad \frac{1}{r} = \frac{d\theta}{ds} \quad (2-16)$$

Debido a que las deformaciones son pequeñas, se pueden hacer las siguientes aproximaciones.

$$ds \approx dx \quad \text{y} \quad \theta \approx \text{tg } \theta = \frac{dy}{dx} \quad (2-17)$$

Si sustituimos los valores aproximados de ds y θ en las ecuaciones (2-12) tenemos que:

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (2-18)$$

Como se sabe el radio de curvatura está relacionado directamente con el momento aplicado y las propiedades geométricas de la sección transversal

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI_z} \quad (2-19)$$

La cual reemplazando en la ecuación (2-19)

$$EI_z \frac{d^2 y}{dx^2} = -M \quad (2-20)$$

El signo (-) se debe a la elección de los ejes coordenados, según los cuales el eje Y positivo se mide hacia arriba, y la deformación es hacia abajo.

Si diferenciamos la ecuación (2-18) respecto a x, y empleando las ecuaciones (2-6) y (2-7) obtenemos que:

$$EI_z \frac{d^3 y}{dx^3} = -V \quad (2-21)$$

Y

$$EI_z \frac{d^4 y}{dx^4} = q \quad (2-22)$$

Como se puede apreciar de la ecuación diferencial (2-20), se puede obtener el valor de la deflexión al despejar e integrar el valor de y con respecto a x. Pero al momento de integrar es necesario incorporar constantes, las cuales dependen de las condiciones de cargas y de contornos de cada viga, es por esto que al momento de resolver una viga más compleja, como la viga-buque, encontrar las constantes se vuelve mucho más complicado.

2.4.- Teoría de la Viga - Buque.

Como ya se explicó calcular la estructura de un barco, presenta grandes dificultades, debido a la gran complejidad de ésta y de la obtención de las cargas, es por esto que se puede hacer estimaciones, basándose en estudios probabilísticos y en la experiencia, como lo hacen las casas clasificadoras, haciendo este método de cálculo unos de los más utilizados, por su sencillez y rapidez.

Recordemos que podemos dividir la estructura en primaria, secundaria y terciaria, siendo la primaria el buque como una sola gran pieza estructural, la secundaria se refiere al estudio de paneles, como un mamparo o el doble fondo, y en la terciaria se consideran los elementos componentes de los paneles, como un bao con su placa asociada.

En la teoría de la viga-buque, se asume el barco, en su totalidad como una viga simplemente apoyada, con cargas distribuidas aplicadas a lo largo de esta, las que son producidas por las fuerzas de empuje, generadas por el volumen

desplazado, y que actúan hacia arriba y las fuerzas de los pesos, producidas por la estructura y la carga transportada, que actúan hacia abajo en el sentido vertical, como se puede apreciar en la figura 2-22.

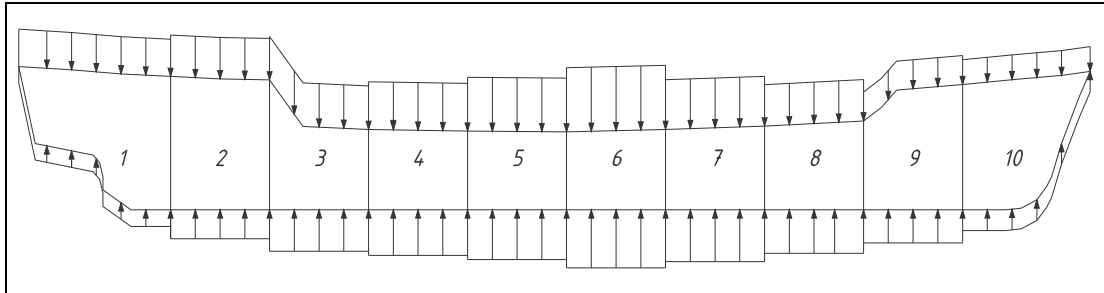


Fig. 2-21

Por lo tanto, para calcular los esfuerzos y deflexiones a las que estará sometida un buque, éste se calculará como una viga, es decir se seguirán los tres pasos, explicados anteriormente, para calcular una viga normal, que son, el cálculo de la cargas, de los esfuerzos y de las deflexiones. Estos pasos se explicarán a continuación.

2.4.1.- Obtención de las cargas.

En la figura 2-21 se muestra un buque dividido en diez secciones que están sometidas a cargas de empuje, representadas por flechas en el fondo del barco y apuntando hacia arriba y cargas de peso representadas por flechas en la cubierta apuntando hacia abajo. Las diferencias entre las magnitudes de las cargas en cada sección se debe, en el caso del empuje, a que las formas del fondo del casco no son constantes a lo largo de éste, y en el caso de la cargas de peso, se debe a la distribución de los pesos en el buque, ya sea por el arreglo de la estructura, que es reforzada en los extremos del buque debido a que estas zonas están mas expuestas a cargas externas, y debido a la ubicación de la carga transportada.

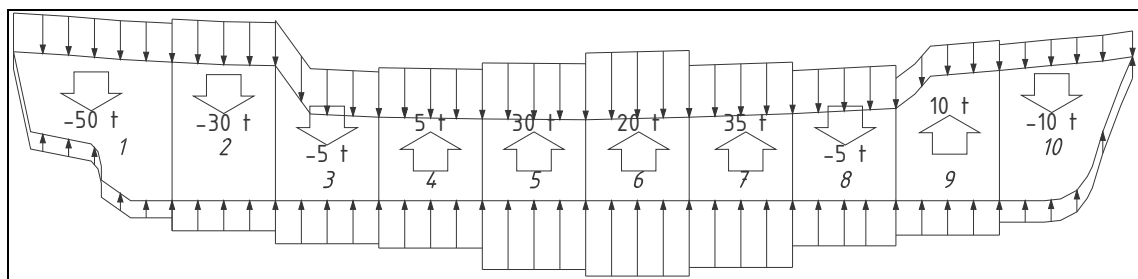


Fig. 2-22

Las flechas “grandes” representan las diferencias entre las fuerzas de empuje y los pesos de cada sección. Como se puede ver las cargas que apuntan hacia abajo representan un exceso de peso y las flechas o cargas que apuntan

hacia arriba representan un exceso de empuje en cada zona. En el ejemplo presentado debido a las formas y ubicación de las cargas la viga se flexionara hacia abajo en los extremos.

Si dividimos el casco en infinitas secciones que están sometidas a cargas de empuje y de peso y las dibujamos en un gráfico obtenemos la curva de carga, $w(x)$ y la curva de empuje, $b(x)$. Si obtenemos el área debajo de cada una de estas dos curvas obtenemos el peso total del buque y el empuje total generado por el volumen sumergido, estos dos valores son iguales pero con direcciones opuestas, lo que hace que nuestra embarcación se encuentre flotando y en equilibrio. Si sumamos estas dos curvas obtenemos la Curva de Cargas, $q(x)$, la cual representa la distribución de los pesos y los empujes a lo largo de la embarcación.

Como en cualquier cálculo de vigas, si integramos la curva de cargas, con respecto a la eslora, obtenemos la curva de esfuerzos cortantes, según (2-17)

$$V(x) = \int_0^{x_1} [b(x) - w(x)] dx \quad (2-23)$$

En donde:

$b(x)$ = es el empuje por unidad de longitud.

$w(x)$ = es el peso por unidad de longitud.

Ahora si integramos esta curva, desde 0 a un punto x en la viga, obtenemos la curva de momentos flectores.

$$M(x_1) = \int_0^{x_1} V(x) dx \quad (2-24)$$

Luego de obtenidas las curvas de carga, esfuerzos cortantes y de momentos, podemos obtener los esfuerzos a los que estará sometida la estructura primaria.

2.4.2.- Obtención de los esfuerzos primarios

Para obtener los esfuerzos primarios, es posible utilizar la Ley de Navier, puesto que el barco, se comporta en su totalidad como una viga sometida a flexión simple. Para esto, como se vio en el punto anterior, es necesario tener las propiedades geométricas de la sección en la cual se quieren obtener los esfuerzos.

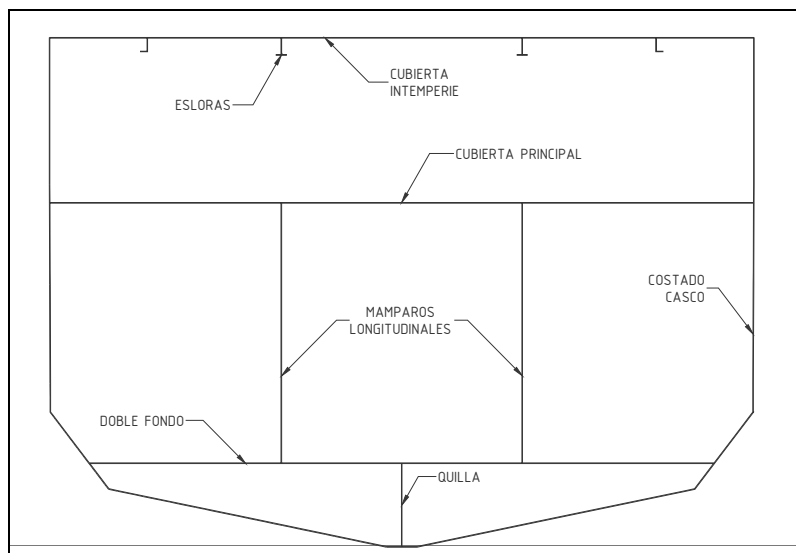


Fig. 2-23

Para el cálculo de la inercia, y por ende del módulo de sección, SM , y de la ubicación del eje neutro, según los reglamentos, como el Bureau Veritas, definen que deben considerarse los elementos que tengan continuidad longitudinal y que se encuentren debajo de la cubierta de fuerza, que es definida en el reglamento como la cubierta continua más alta. Entre estos, el principal elemento a considerar es el casco, puesto que el costado de éste es el que contribuye mayormente a la inercia. Además se consideran elementos longitudinales, como la quilla, las cubiertas y esloras, siempre y cuando estos tengan una extensión tal que sean capaces de absorber los momentos de la viga en total.

Recordando la Ley de Navier, el esfuerzo en la sección media es:

$$\sigma_{x_0} = \frac{M(x)}{SM} \quad (2-25)$$

Donde.

$M(x)$ = Es el momento flector.

SM = Es el módulo de la sección.

Como se puede ver existen dos módulos de sección, uno superior y otro inferior dependiendo de la ubicación de las fibras más alejadas del eje neutro, por lo tanto existirán dos esfuerzos, uno de tracción y otro de compresión.

Las casas de clasificación, en sus reglamentos, generalmente consideran el cálculo de un módulo de sección mínimo, el cual es comparado con el módulo obtenido de las propiedades geométricas de la sección media, para comprobar si es que la embarcación considerada cumple con los requerimientos mínimos de la viga buque sometida a flexión

2.4.3.- Cálculo de las deflexiones de la viga buque.

Al igual que en el cálculo del esfuerzo se pueden utilizar las ecuaciones de una viga simple, como las presentadas anteriormente (2-20), (2-21) y (2-22), para obtener las deformaciones a las que estará sometido el buque, éstas se obtienen al resolver las ecuaciones diferenciales.

Como se ve en las ecuaciones mencionadas, la deflexión depende de la geometría de la sección (la inercia, I), y de la elasticidad del material usado (módulo de elasticidad, E).

Como la flexibilidad es común, en las estructuras navales, éstas se calculan principalmente para que soporten un esfuerzo admisible, y no para obtener una deflexión mínima.

CAPITULO 3: DESARROLLO DE MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.

3.1.- Buque a estudiar.

El buque que se utilizará durante el estudio es un pesquero típico, de construcción transversal, el cual será alargado al dividirlo en su zona media y añadiendo un bloque, réplica de la cuaderna maestra. Es por esto que es necesario revisar si la estructura longitudinal posee la resistencia necesaria para soportar la flexión. Las características principales de la embarcación alargada son las siguientes:

Eslora Total (L)	=	55,575	m.
Eslora Perpendiculares (L_{pp})	=	51,750	m.
Manga (B)	=	10,400	m.
Puntal (T)	=	7,400	m.
Desplazamiento (Δ)	=	1403	Ton.
Capacidad de Bodegas	=	748	m ³ .
Clara cuadernas	=	575	mm.

3.2.- Parámetros a utilizar.

Para todos los modelos se utilizarán los mismos parámetros, para poder obtener resultados comparativos fiables, tienen el mismo sistema de unidades, el mismo material y el mismo sistema de coordenadas, además las cargas son equivalentes para todos los modelos.

3.2.1.- Sistema de unidades.

Se utilizó el sistema internacional de medidas M.K.S., según el cual las constantes utilizan las siguientes unidades.

Constante	Unidad	Símbolo
Longitud	Metros	m.
Masa	Kilogramos	Kg.
Tiempo	Segundos	s.
Fuerza	Newton	N.
Presión	Pascales	N/m ² .

Tabla 3.1, Sistema de unidades

3.2.2.- Material.

La nave está construida en acero dulce, por lo que en el modelo se utilizarán las propiedades del acero de calidad ASTM A-36 que posee las siguientes características:

Propiedades ASTM A-36	
Descripción de Material	Acero Estructural
Densidad de Masa	7855 Kg./m ³
Módulo de Elasticidad	199950000000 N/m ²
Relación de Poisson	0.29
Módulo de Elasticidad cortante	77221000000 N/m ²

Tabla 3.2, Propiedades Material Usado.

3.2.3.- Sistema de Coordenadas

Para todos los modelos se utilizó un solo sistema de coordenadas globales X, Y, Z, con la posición del origen ubicado en la intersección de la línea base con la perpendicular de popa y con la línea de crujía, según los cuales el modelo del barco está orientado con la eslora medida en +X, estribor medida en -Y y babor en +Y, con el puntal medido en +Z.

Para el modelo de la viga-buque, sólo se necesita un sistema de dos dimensiones en los cuales se utilizará el plano XZ, con la eslora medida en el eje X y en dirección de +X con el origen en la misma coordenada longitudinal que la perpendicular de popa y con la viga ubicada en Z = 0.

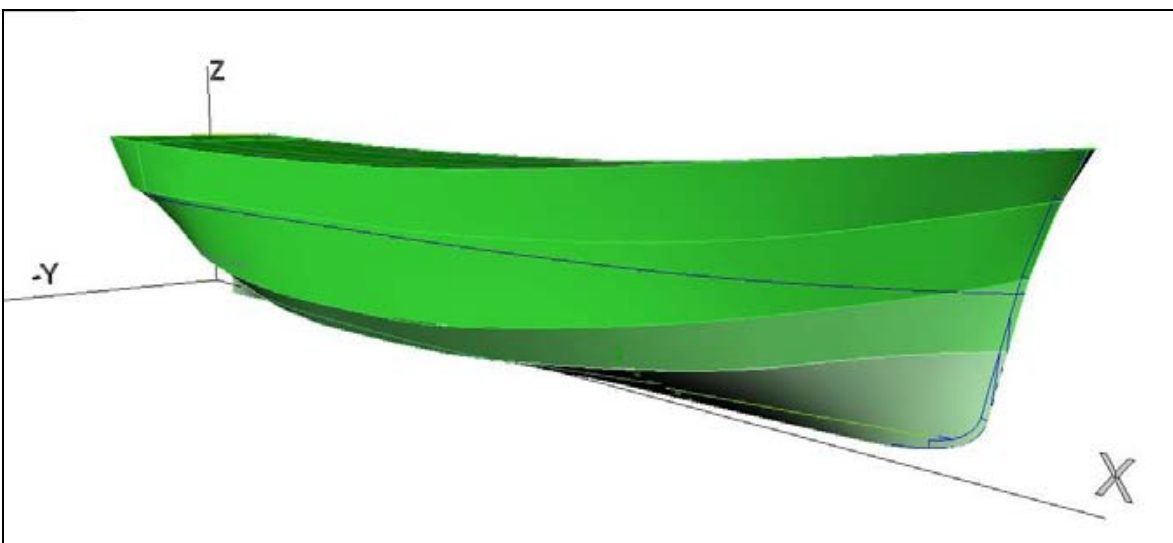


Fig. 3-1, Referencia Sist. Coordenadas.

3.2.4.- Estado de Cargas

Para realizar el estudio de la resistencia longitudinal se modelarán solamente algunas cargas, esto con el objeto de minimizar el tiempo informático que conlleva calcular más pesos, además de la dificultad de estimar estos pesos. Las cargas utilizadas son las siguientes: el peso por estructura, un peso en la zona del motor, un peso en los estanques ubicados en la sala de máquinas, y el peso de las bodegas.

Ítem	Peso (N)	LCG (m)	Limite Popa	Limite Proa	VCG (m)	TCG (m)
Estructura	2888425	24.32	-1.725	52.325	4.033	0
Motor	8047939	26.78	14.95	40.250	3.100	0
Estanque Sala Máquinas	1217005	10.70	6.325	14.950	2.900	0
Bodegas	1619402	11.25	6.900	14.950	2.600	0
Total	13772772	23.01			3.219	0

Tabla 3.3, Resumen estado de Cargas.

3.3.- Datos para el Cálculo Mediante Reglamento

Adicional a los modelos de elementos finitos se calculará la viga buque, mediante el reglamento "Rules for building and classing, Steel Vessels under 90 meters" del American Bureau of Shipping.

3.3.1.- Definiciones según reglamento

Para el cálculo por el reglamento, se requieren dimensiones definidas en éste.

Eslora escantillonado (L) = 53,000 m.

Eslora de francobordo (L_f) = 54,000 m.

Manga (B) = 10,400 m.

Puntal escantillonado (T) = 7,400 m.

Calado de escantillonado (d) = 4,120 m.

Desplazamiento moldeado (Δ) = 1403 Ton.

Coeficiente de bloque (C_b) = 0,600

3.4.- Desarrollo del Modelo Geométrico del Buque como Viga.

Como ya se explicó, primero se realizará un modelo del buque como una viga simplemente apoyada, de secciones transversales iguales en peso e inercia transversal, y aplicándole cargas distribuidas que simulan el efecto de los pesos y los empujes, para así obtener la posición de las zonas de desplazamiento nulo y la zona donde se produce la flecha máxima, además del esfuerzo máximo al que esté sometido el buque.

3.4.1.- Modelo de Elementos Finitos.

Para modelar la viga-buque se dividirá el barco en 19 partes a las cuales se le aplicarán las distintas propiedades geométricas y de cargas, utilizándose un tamaño de elemento de 278,5 mm de largo.

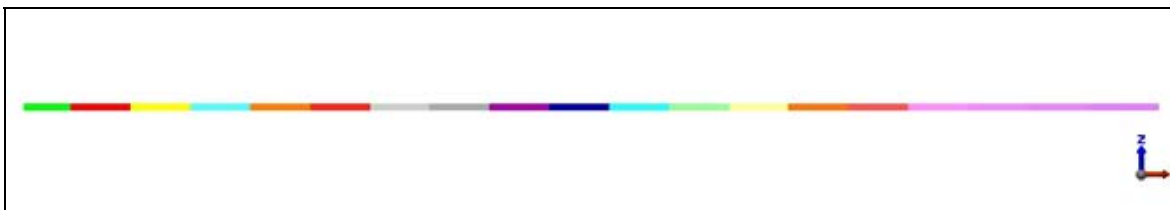


Fig. 3-2, Modelo de Vigas.

3.4.1.1.- Propiedades Geométricas y de Masas

Para el cálculo del esfuerzo en un viga es necesario conocer la propiedades geométricas de la viga a estudiar, para esto, como se indicó anteriormente, el barco se dividió en 19 partes y en la zona media de cada tramo se calcularon las áreas, las inercias y la altura del eje neutro de los elementos estructurales que conforman la viga-buque, es decir las estructuras longitudinales, como el casco, las cubiertas y las esloras.

Debido a que en el cálculo del área sólo se utilizaron los elementos longitudinales, es necesario hacer una corrección de la densidad del material en cada tramo de la viga, para que al multiplicar el área transversal antes calculada, por el largo del tramo de la viga el peso resultante sea igual al peso total de la estructura y de las cargas del tramo de la viga a la que se está representando.

El empuje de cada sección es obtenido mediante la integración de la curva de empujes obtenida con el modelo de superficies, cargado con la ola de estudio. Estos valores están representados en el anexo 1.

3.4.1.2.- Aplicación de las cargas.

Como ya se explicó, todos los pesos, como el desplazamiento ligero y las cargas, están incluidos en el peso de cada sección, mediante la densidad del material. El empuje se aplicará mediante cargas repartidas en las vigas, con los valores obtenidos de la curva de empuje.

3.4.1.3.- Condiciones de Contorno.

Las condiciones de contorno son restricciones aplicadas al modelo para simular el entorno en el que se encuentra, sin tener que modelarlo. En este caso se aplicarán condiciones para simular la acción del buque flotando en el agua.

Para evitar que se produzcan desplazamientos de sólido rígido se le aplicarán al modelo dos puntos de soporte que están ubicados en los nodos donde el desplazamiento es nulo, estos puntos se determinaron según la curva de la elástica, siendo los puntos que no tienen desplazamientos con respecto al eje neutro, esto da dos puntos. El nodo ubicado hacia popa tiene restringidos todos los desplazamientos, dejando libres los momentos, en tanto que el nodo de proa sólo tendrá restricciones en el sentido vertical, es decir en el eje Z, dejando libres los momentos, y los desplazamientos en el eje X.

El modelo obtenido es el siguiente:

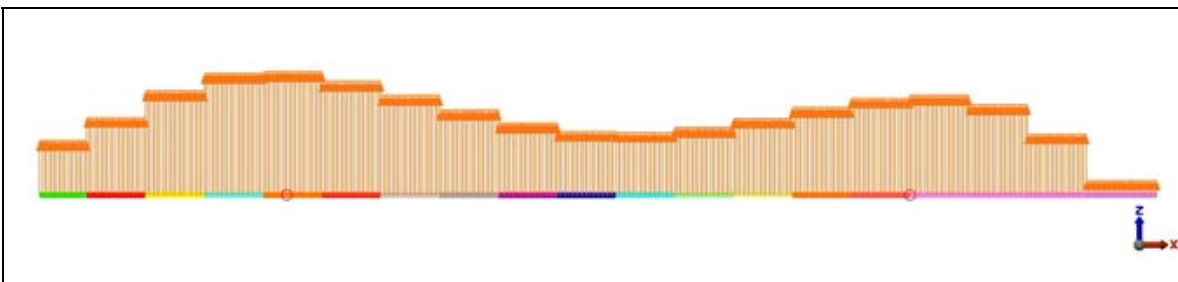


Fig. 3-3, Modelo de Vigas con Cargas y Condiciones de Contorno.

3.5.- Desarrollo del Modelo Geométrico del Buque Completo

Para realizar el modelo de elementos finitos del buque completo y debido a la dificultad de crearlo que esto representa, primero se generará un modelo de superficies en un software de diseño el que luego será exportado y mallado automáticamente por el software de elementos finitos, luego de obtenido el mallado éste debe ser revisado manualmente para evitar posibles errores que se puedan producir, como elementos dobles, ángulos de cercanos a 180°, etc.

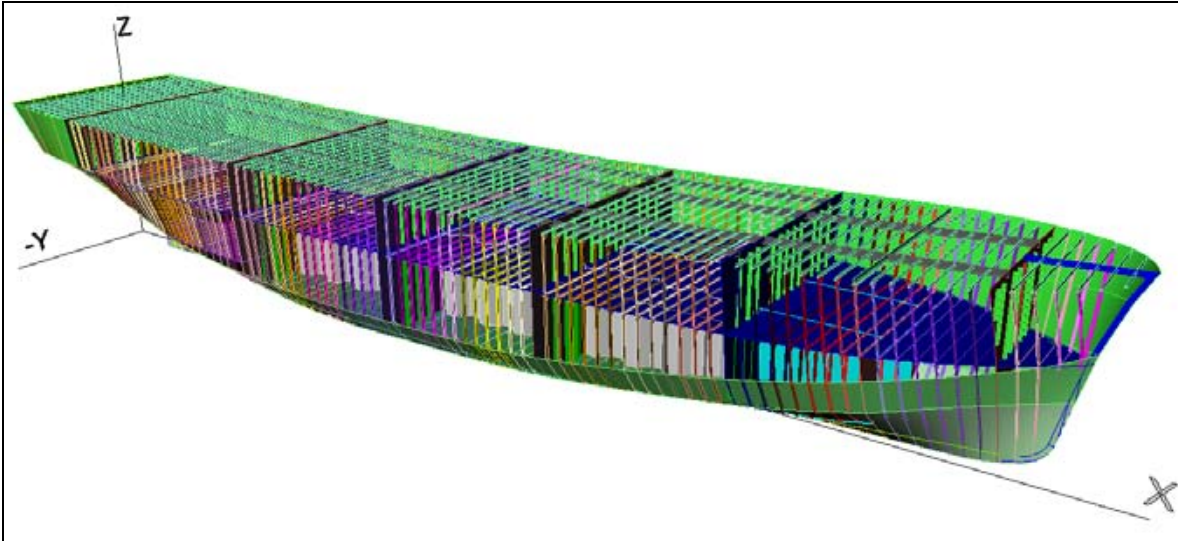


Fig. 3-4, Modelo de Superficies.

3.5.1.- Modelo de Elementos finitos.

Para modelar el buque completo se dividirán las estructuras en 18 partes que representan distintos elementos estructurales y que poseen un espesor dependiendo de la estructura que modelan. Las partes están descritas en el anexo 3.

Adicionalmente a las 18 partes que modelan elementos de placa se le añadirá una parte que contiene los puntales ubicados entre la cubierta a la intemperie y la cubierta principal, además de los puntales entre la cubierta principal y la cubierta de la sala de máquinas, que son elementos de viga que pueden soportar cargas de compresión y flexión.

El modelo tiene un tamaño de elemento aproximado de 287.5, es decir media clara de cuadernas, con lo que se obtiene un total de 73.266 Nodos unidos por 66.463 elementos.

El modelo obtenido es el siguiente:

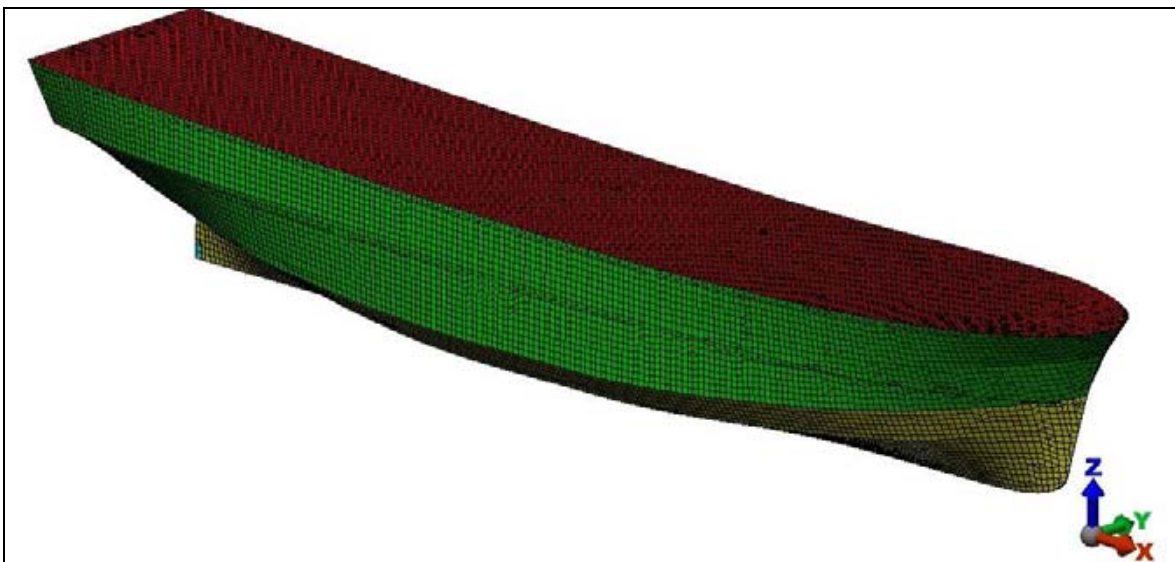


Fig. 3-5, Vista Isométrica Modelo Completo

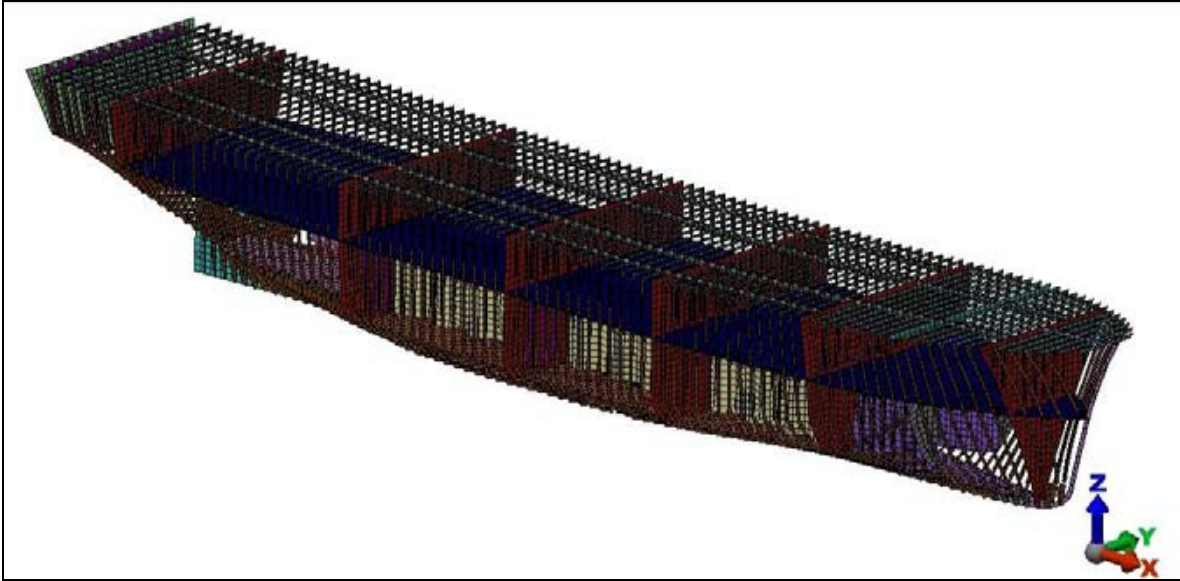


Fig. 3-6, Vista Isométrica Estructura Interna

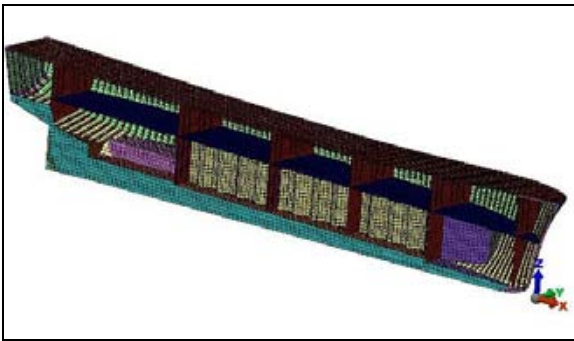


Fig. 3-7, Corte en LC

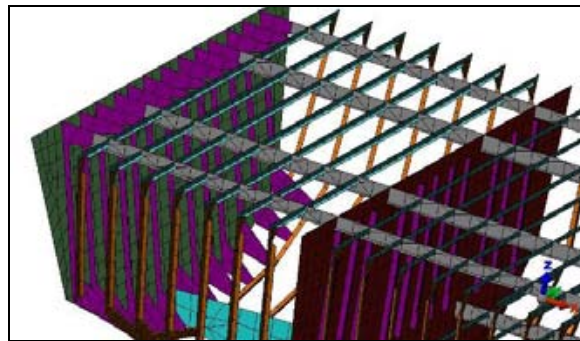


Fig. 3-8, Detalle Estructura Espejo

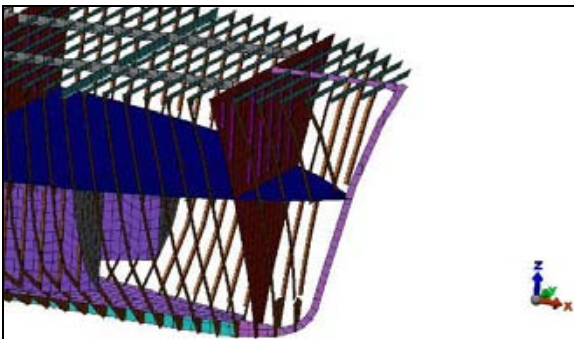


Fig. 3-9, Detalle Estructura Roda

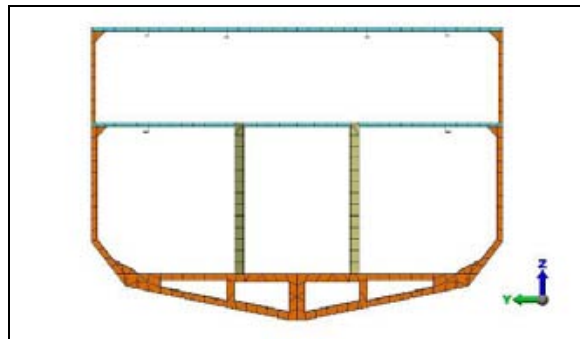


Fig. 3-10, Estructura sección Maestra

3.5.2.- Condición de Carga

Existen dos tipos de cargas, los pesos y los empujes los que serán detallados a continuación.

3.5.2.1.- Pesos.

Existen dos tipos de pesos, los de la estructura, y el de los elementos que lleva el buque, como los motores, la carga de las bodegas, petróleo, etc. El peso de la estructura está incluido en el modelo de elementos finitos, al agregarle las

propiedades de los elementos y de los materiales. Para los demás pesos se utilizarán los ya descritos anteriormente en la tabla 3-3, y se aplicarán al modelo como se describe en la tabla 3.3.

3.5.2.2.- Empujes

Para aplicar los empujes se dividió la superficie del casco en 19 partes en el sentido de la eslora, en las mismas coordenadas de las partes del modelo de Viga-Buque, a las cuales se les aplicó cargas de presión hidrostáticas con la altura dada por la ola utilizada para los cálculos de equilibrio (Ver Anexo 2).

3.5.3.- Condiciones de Contorno.

Como se explicó anteriormente las condiciones de contorno se utilizan para ubicar el modelo dentro de un ambiente, muy similar al que se encontraría en la realidad.

En este caso se utilizarán algunos nodos para evitar movimientos de cuerpo rígido de la embarcación, estos según el Bureau Veritas debieran ser:

Condición de Contorno	Desplazamientos		
	X	Y	Z
Un nodo en el extremo de proa del barco	Libre	Fijo	Fijo
Un nodo en el costado de babor en el extremo de popa (1)	Fijo	Libre	Fijo
Un nodo en el costado de babor en el extremo de popa (1)	Libre	Fijo	Fijo
Condición de Contorno	Rotaciones		
	X	Y	Z
Un nodo en el extremo de proa del barco	Libre	Libre	Libre
Un nodo en el costado de babor en el extremo de popa (1)	Libre	Libre	Libre
Un nodo en el costado de babor en el extremo de popa (1)	Libre	Libre	Libre
(1) Los nodos a babor y estribor en la zona de popa deben ser simétricos con respecto al plano longitudinal de simetría.			

Tabla 3.4, condiciones de contorno según BV

Pero debido a las cargas que le serán aplicadas y al estudio que se requiere en los nodos mencionados en la tabla, sólo tendrán restricciones en los ejes X e Y. Para las restricciones en el eje Z se utilizarán un par de nodos, ubicados de tal forma que no intervengan en la flexión del buque, estos serán ubicados en la curva de la elástica, recordemos que esta curva coincide con el eje neutro de la viga buque y se utilizarán las mismas coordenadas en el eje X para el par de nodos que restringen los desplazamientos verticales.

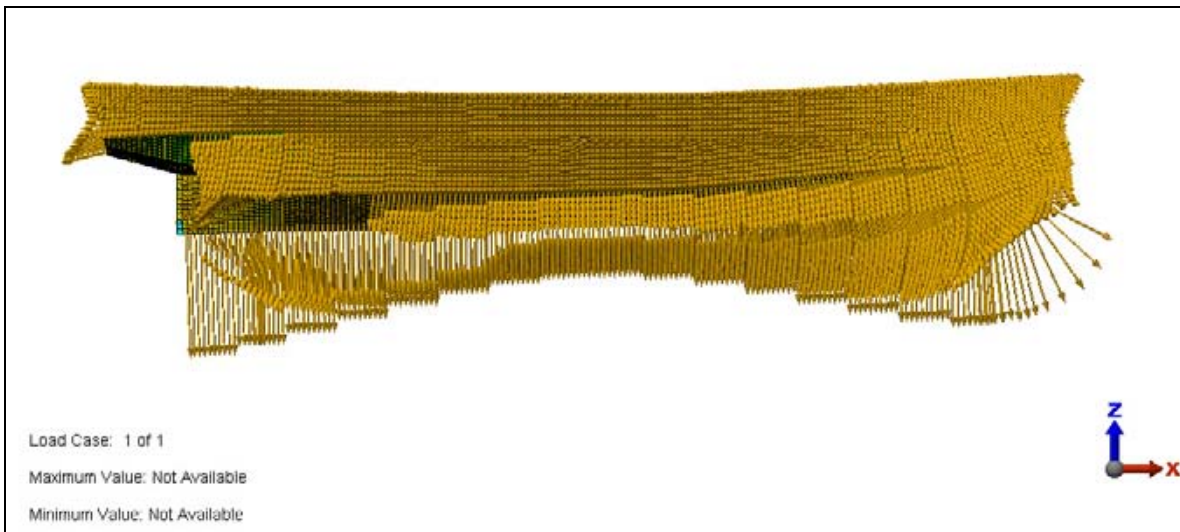


Fig. 3-11, modelo cargado y restringido

CAPITULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS.

Se obtuvieron los resultados de Tensiones y Deformaciones para los modelos realizados, para esto se acompañarán con imágenes y sus respectivos comentarios, además se revisarán los resultados obtenidos del cálculo por reglamento.

4.1.- Resultados del Reglamento

El método que utiliza el reglamento, es obtener mediante una fórmula empírica, el valor mínimo del módulo de sección, SM , de la viga buque en la cuaderna maestra.

En el reglamento, en la Parte 3, Capítulo 2, Sección 1, en el punto 3.1 el valor mínimo del módulo de sección es.

$$SM = C_1 C_2 L^2 B (C_b + 0,7) \quad m - cm^2 \quad (4-1)$$

En donde:

SM	=	Módulo de sección
C_1	=	6,40, para $45 \leq L < 61 \text{ m}$
C_2	=	0,01
L	=	Eslora del Barco.
B	=	Manga del Barco.
C_b	=	Coefficiente de bloque. No puede ser menor que 0,60

Con estos datos, tenemos que.

$$SM = 2435,69 \quad m - cm^2 \quad (4-2)$$

Una vez obtenido el módulo de sección se obtiene el momento de Inercia mínimo de la viga-buque.

$$I = L(SM) / 33,3 \quad m^2 - cm^2 \quad (4-3)$$

$$I = 3876,62 \quad m^2 - cm^2 \quad (4-4)$$

Si comparamos estos valores con los obtenidos en el buque tenemos que:

	Reglamento	Buque	
Módulo de Sección (m-cm ²)	2465,69	9100,62	Cumple
Inercia (m ² -cm ²)	3786,62	35001,00	Cumple

4.2.- Modelo del buque como viga.

En el modelo de la viga buque, al estar compuesto de elementos de vigas, la tensión es producida por el momento flector, y depende de la distancia del eje neutro a la fibra más alejada de este, dato que es ingresado como propiedad del elemento viga.

4.2.1.- Tensión máxima.

La tensión máxima producida debido al momento flector es de $3,29 \times 10^7$ N/m² y se produce en la zona de máxima deformación.

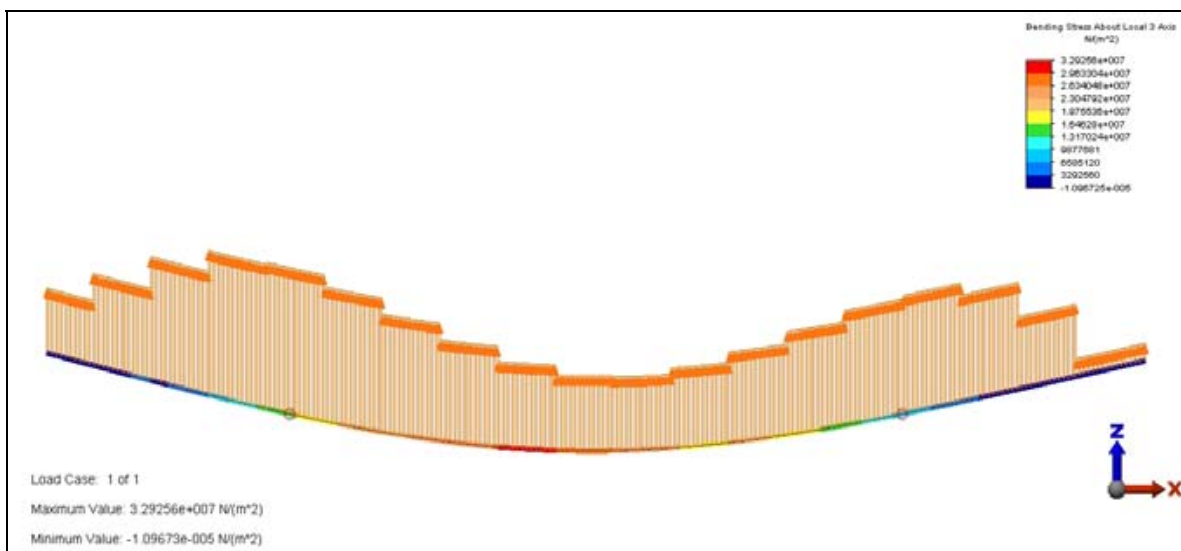


Fig. 4-1, esfuerzo flector

4.2.2.- Fuerza cortante.

La fuerza cortante producida debido al momento flector es de $3,29 \times 10^7$ N/m² y se produce en la zona de máxima deformación.

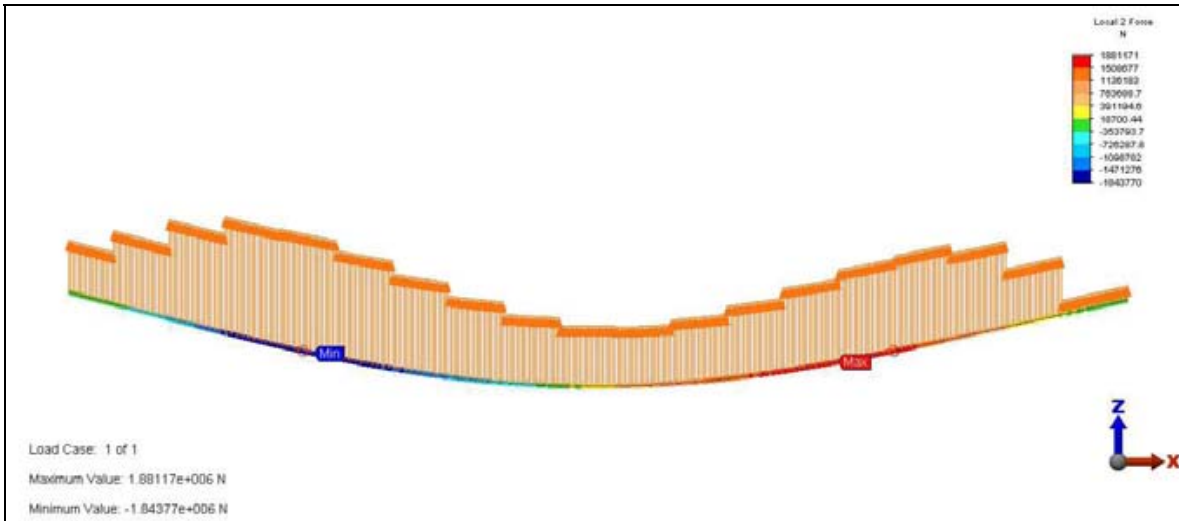


Fig. 4-2, Fuerza Cortante

4.2.3.- Desplazamiento Máximo.

En el resultado del desplazamiento máximo los valores obtenidos son los valores absolutos, es por esto que no existen valores negativos, como se puede apreciar en la figura 4-3, el valor máximo es de 0,0064 m y se ubica en el extremo de popa, y los valores de cero se ubican en donde están aplicadas las condiciones de contorno.

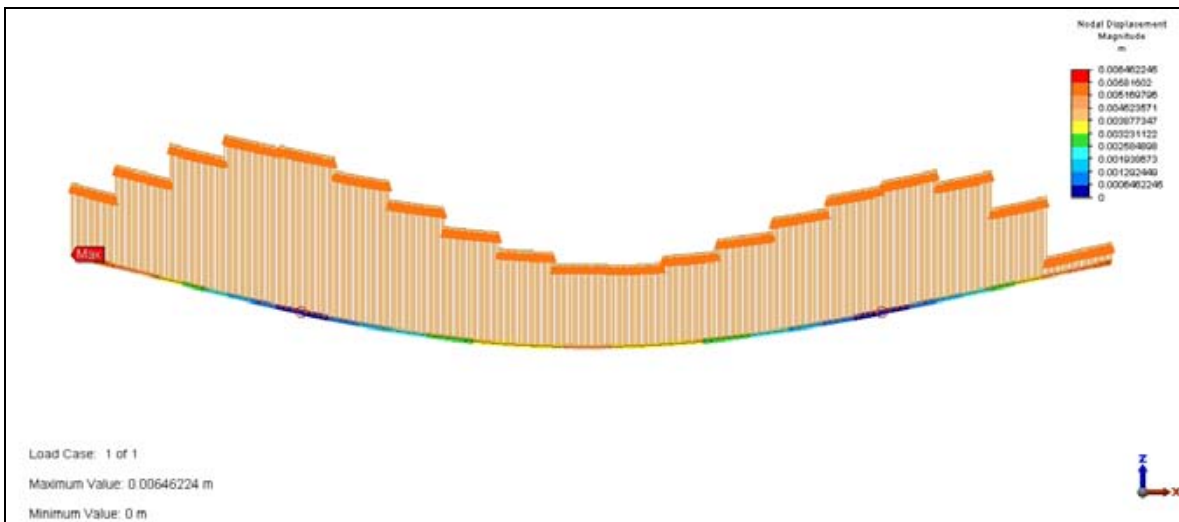


Fig. 4-3, Desplazamiento por magnitud

4.2.4.- Desplazamiento Vertical

Las deflexiones se producen en el sentido vertical y tienen un valor máximo de 0,0064 m. que se ubica en los extremos y un mínimo de -0,0039 m. ubicado a popa de la zona media de la viga, esto se debe a la distribución del momento flector y de la inercia de cada sección.

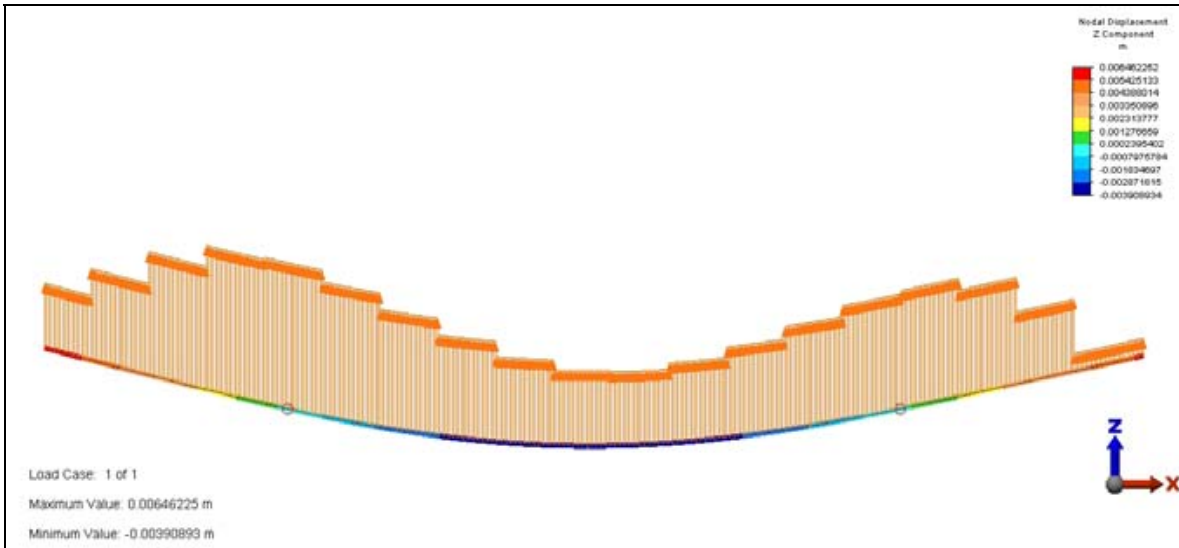


Fig. 4-4, deformaciones máximas

4.3.- Modelo del buque completo.

Dentro de los resultados obtenidos del modelo de placas tenemos tensiones y deformaciones, las que serán analizadas a continuación

4.3.1.- Análisis de Tensiones.

Como el modelo está compuesto por elementos de placa, se utiliza el criterio de falla de Von Mises, para comparar los esfuerzos máximos con los de fluencia del material, pero debido a que se está estudiando la viga buque se obtendrán los esfuerzos de tracción y compresión producidos por la flexión, además de los esfuerzos cortantes.

4.3.1.1.- Tensión Máxima

La tensión máxima, según el esfuerzo de Von Mises, se ubica en las zonas del fondo proa y de popa, esto se debe a que las cargas producidas por la presión hidrostática son mayores a proa y popa.

El esfuerzo máximo de Von Mises tiene un valor aproximado de $1,6 \times 10^8$ N/m² y se ubica en la zona del rasel de popa, Fig. 4-5. Otro esfuerzo característico se ubica en proa y tiene un valor de $1,06 \times 10^8$ N/m². Estos esfuerzos son locales, por lo que no son significativos para el problema en estudio.

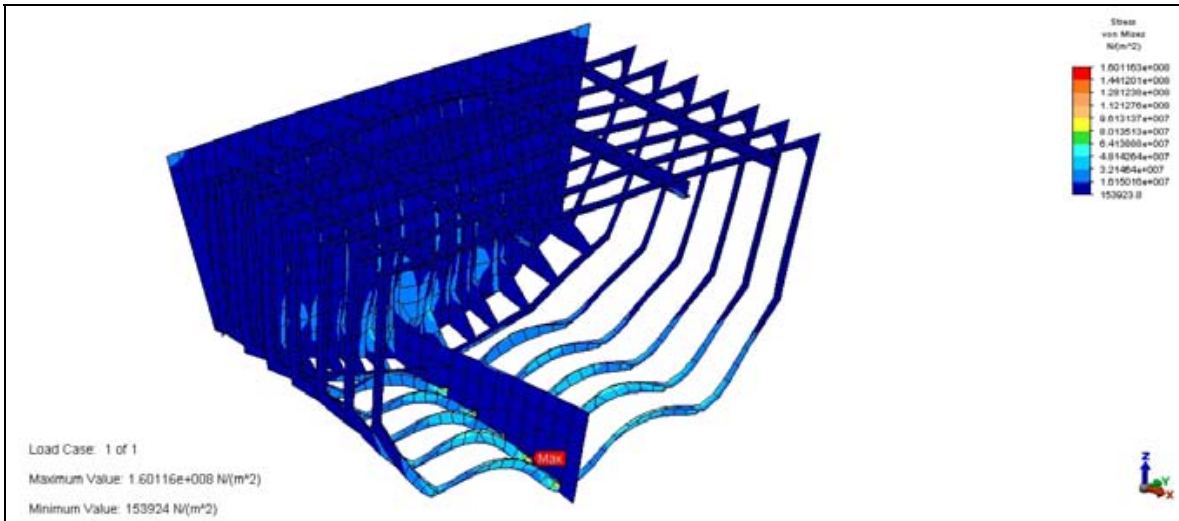


Fig. 4-5, Esfuerzo Máximo en popa

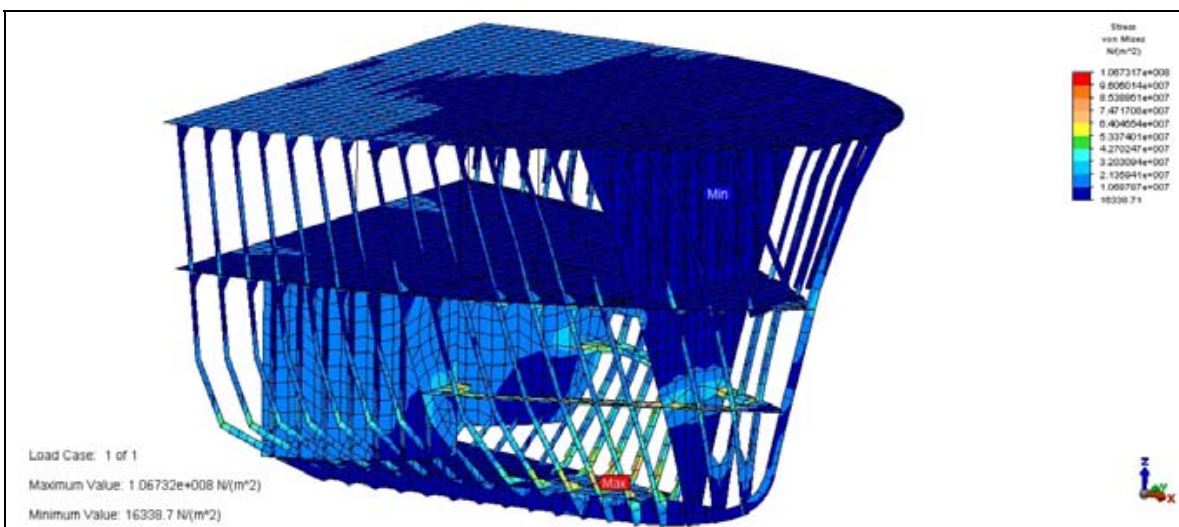


Fig. 4-6, Esfuerzo Máximo en proa

4.3.1.2.- Tensión producida por flexión.

Como se puede apreciar en las figuras 4-7, 4-8 y 4-9, existe una zona que está sometida a compresión, en azul (cubierta) y una zona sometida a tracción, en color rojo (quilla), según la teoría de vigas existe un eje neutro, esto es visible en la zona media del puntal, en donde se produce el cambio de tonalidades entre verde y azul, que según la escala de valores es donde se encuentra el 0, esta línea es bastante visible en la zona de media del buque, pero hacia los extremos se pierde, esto es debido a que el momento flector disminuye en esas zonas y además los esfuerzos locales, descritos anteriormente, afectan los resultados. Los valores de los esfuerzos máximos representados en las figuras son de $5,6 \times 10^7$ N/m² en tracción y de $-5,02 \times 10^7$ N/m² en compresión, sin embargo estos valores no son muy representativos de la viga buque, porque se producen por la deformación a la que están sometidas las planchas, al soportar las cargas de pesos y empujes. Si ahora removemos de los resultados los puntos máximos obtenemos los siguientes valores, figura 4-10, donde el valor máximo, es de

$3,79 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ para la tracción, en la zona del pantoque, en la unión de la plancha del costado con la plancha del fondo, y de $-4,5 \times 10^7 \text{ N/m}^2$, ubicado en la unión de la cubierta con la plancha del costado.

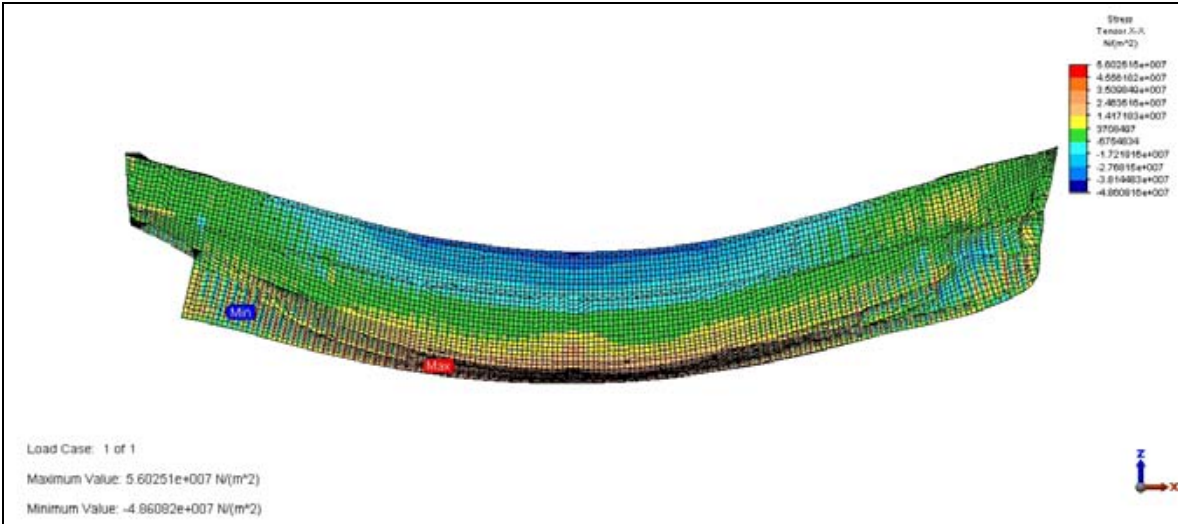


Fig. 4-7, Esfuerzo tensor en eje X

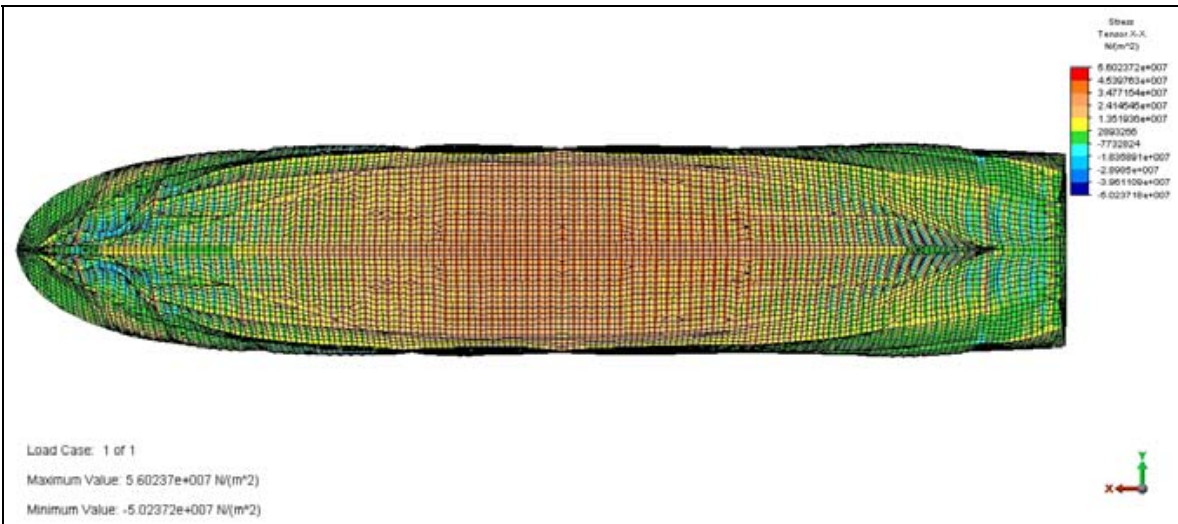


Fig. 4-8, Vista Inferior del tensor en el eje X

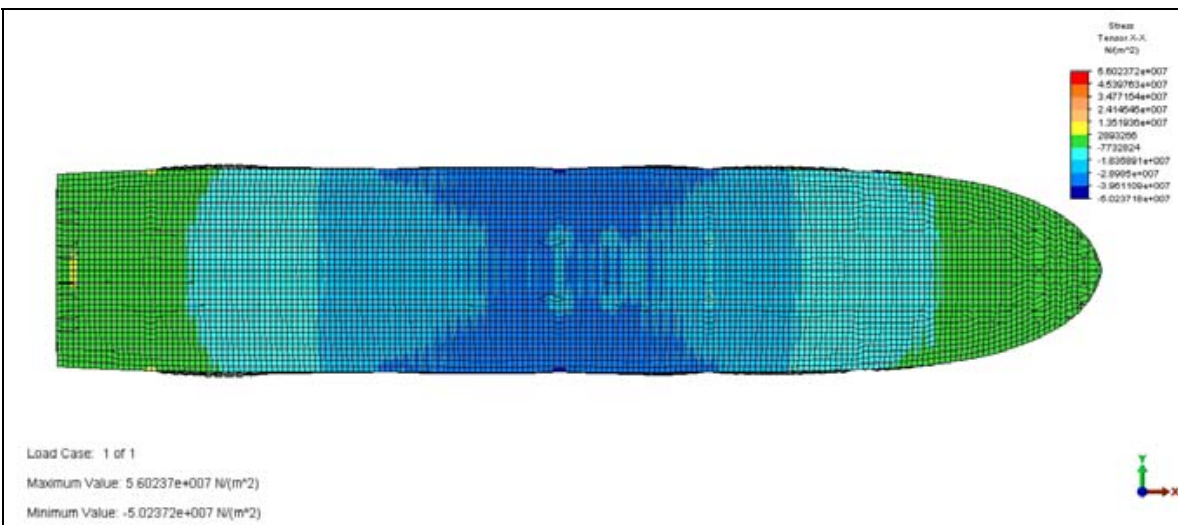


Fig. 4-9, Vista Superior del tensor en el eje X

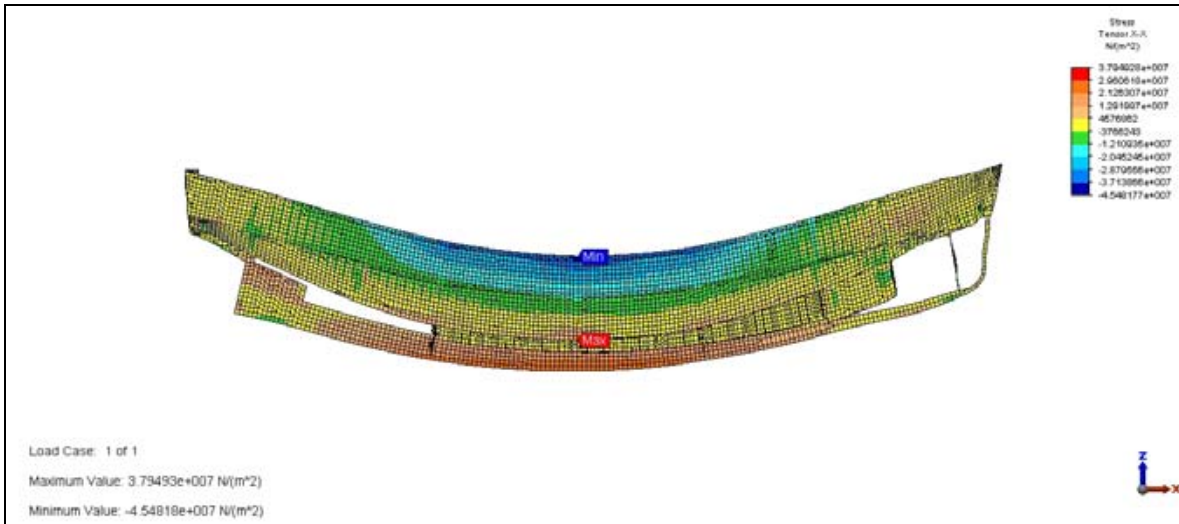


Fig. 4-10, Valores "reales" esfuerzo tensor X-X

4.3.1.3.- Tensión Cortante.

Al igual que en la tracción y la compresión, debido a la flexión se producen esfuerzos cortantes en el sentido vertical. Como se ve en la figura 4-11, los esfuerzos flectores tienen la misma forma que la curva de cortantes obtenida por las cargas aplicadas, y con valores máximos de $2,16 \times 10^7$ N/m² y de -3×10^7 N/m². Sólo los elementos estructurales longitudinales que son verticales soportan el esfuerzo cortante.

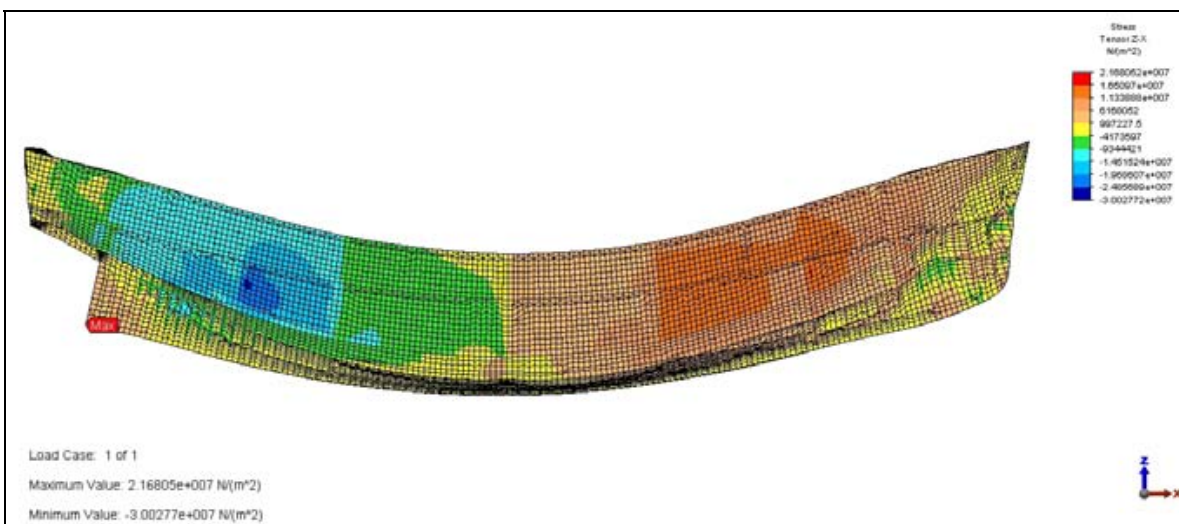


Fig. 4-11, esfuerzos cortantes

4.3.2.- Desplazamiento Máximo

Debido a que el modelo es global se producen deformaciones locales, como se ve en la figura 4-12, donde se muestran los valores absolutos del vector del desplazamiento de cada nodo y tienen un valor máximo es de 0,0095 m y se produce en el espejo, esto debido a las cargas por presión hidrostática aplicadas,

también se puede apreciar la ubicación de las condiciones de contorno, puesto que en esas zona los desplazamientos son nulos

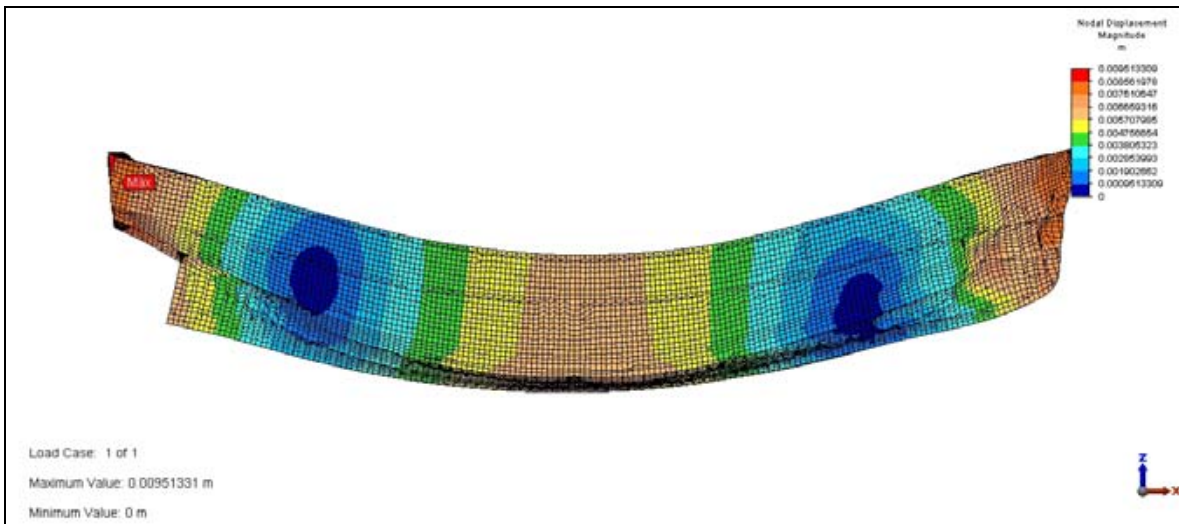


Fig. 4-12, Desplazamiento magnitud máxima

4.3.2.1.- Desplazamiento Por flexión.

Las deformaciones producidas por la flexión se producen en el sentido vertical con un valor máximo de 0,0095 m. en los extremos del buque y un mínimo de -0,0073 m. en la zona media.

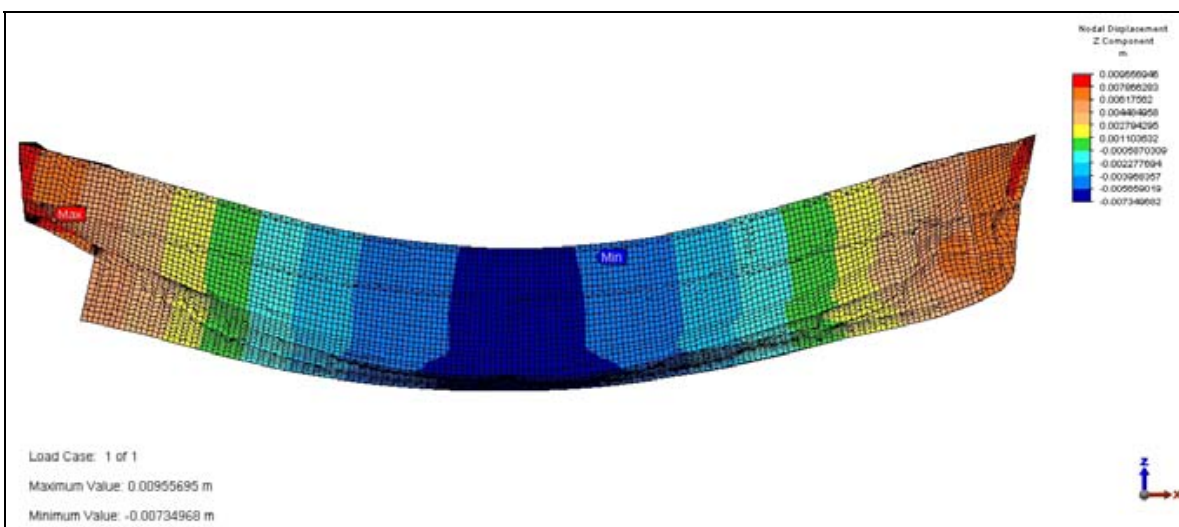


Fig. 4-13, deformación máxima.

4.4.- Cuadro Resumen de los resultados

	Viga Buque	Buque Completo
Esfuerzo Flector (Pa)	$3,29 \times 10^7$ Pa	$3,79 \times 10^7$ Pa
Fuerza Cortante (N y Pa) Máximo	$1,88 \times 10^6$ N	$2,16 \times 10^7$ Pa
Fuerza cortante (N y Pa) Mínimo	$-1,84 \times 10^6$ N	$-3,00 \times 10^7$ Pa
Desplazamiento Vertical (m) Mínimo	0,0064 m	0,0095 m
Desplazamiento Vertical (m) Máximo	-0,0039 m	- 0,0073 m

CAPITULO 5: CONCLUSIONES

Como se puede ver en el cuadro resumen el nivel de los esfuerzos, producidos debido a la flexión, en el caso del modelo global, son un poco mayores que los obtenidos en el modelo de vigas, pero esto se debe a que las placas de fondo además de estar sometidas a las deformaciones por flexión, están sometidas a la presión hidrostática, aún así la diferencia es de un 15%, por lo que se pueden considerar similares. Y la forma de la distribución de los esfuerzos es proporcional a la distribución del momento flector, en ambos casos.

En el caso de los resultados obtenidos por la fuerza cortante a la que está sometido el buque, no se pueden comparar en forma directa, debido a que el resultado obtenido del modelo de la viga buque está en Newtons y el resultado del modelo completo está en Pascales, pero si queremos obtener el esfuerzo cortante de una placa del costado lo podemos hacer con la definición de esfuerzo.

$$\tau = \frac{V}{A} \quad (5-1)$$

Donde:

τ , es el esfuerzo cortante.

V , es la fuerza cortante.

A , es el área que soporta la fuerza de corte.

En este caso A es el área de los elementos que soportan la fuerza cortante, estos son las planchas del costado que son verticales

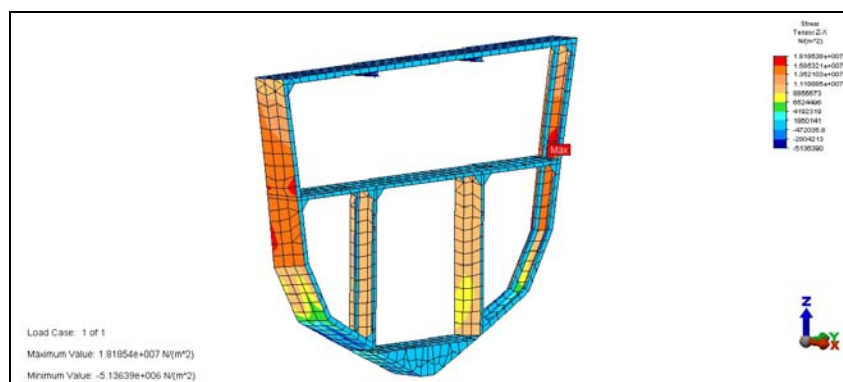


Fig. 5-5-1, Esfuerzo cortante, zona de valor máximo

Por lo tanto el costado tiene un largo de 4,6 m por banda y un espesor de 8 mm, lo que da un área de 0,074 m².

Tenemos que.

$$\tau = 2,54e10^7 \text{ N/m}^2$$

Podemos ver que la diferencia entre el modelo de la viga buque y del modelo completo, es de aproximadamente de un 17%, lo que es bastante pequeño, teniendo en cuenta además que el área considerada es aproximada, lo mismo ocurre en la zona de menor esfuerzo.

En el caso de las deflexiones, los valores de éstas, en ambos modelos, no son iguales, pero aún así, no alcanzan a ser mayores de 10 mm. los que en un barco de 50 metros es prácticamente cero, además la forma de la deformación en ambos casos son similares.

Según el cálculo por reglamento, de la *Inercia* y del *Módulo Sección*, los resultados obtenidos están muy por encima de los mínimos recomendados por la casa de clasificación, esto puede deberse a que en el cálculo no se consideran los momentos producidos por olas, sino sólo los momentos en aguas tranquilas.

BIBLIOGRAFÍA

- ALGOR (2004), "ALGOR User's Guide"; ALGOR, Inc.
- American Bureau of Shipping (2008), "Rules for Building and Classing, Steel Vessels, Part 3, Hull Construction and equipment", American Bureau of Shipping, ABS.
- American Bureau of Shipping (2004), "Guidance Notes on Safehull Finite Element Analysis of Hull Structures", American Bureau of shipping, ABS
- Ansys (2002), "Ansys User Manual", Ansys
- Asamblea de la Organización Consultiva Marítima Intergubernamental (1977), "Convenio Internacional de Torremolinos para la Seguridad de los Buques Pesqueros", Dirección General de Territorio Marítimo y de Marina Mercante, Oficina de Reglamentos y Publicaciones Marítimas.
- Beer, Ferdinand P. y Johnston, E. Russell (19xx), "Mecánica Vectorial Para Ingenieros", Estática;
- Bonilla de la Corte, Antonio (1984), "Construcción Naval y Servicios", Hijos de E. Minuesa, S.L.
- Bureau Veritas (2001), "Rules for Classification of Steel Ships", Bureau Veritas.
- Cifuentes S., Cristian (2007), "Estudio Comparativo De Tensiones Y Deformaciones En Mamparos De Materiales Compuestos"; Tesis de Grado, Universidad Austral de Chile.
- D'Arcangelo, Amelio M. (1979), "Guía Para Estructuras Buques (a guide to sound ship structures)", Cornell Maritime Press, Inc.
- Germanischer Lloyd (2001), "rules for Classification and Construction, Analysis Techniques", Germanischer Lloyd.
- Lewis, Edward V. (Editor) (1988), "Principles of Naval Architecture, Volume I – Stability and Strength"; SNAME.

- Martín Domínguez, Ricardo (1969), “Cálculo de Estructura de Buques” ; Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales, Sección de publicaciones.
- Ortiz Berrocal, Luis, “Resistencia de Materiales”; McGraw-Hill.
- Spyrakos, Constantine (1966), “Finite Element Modeling in engineering practice” ; ALGOR Publishing Division.
- Timoshenko, S. (1957), “Resistencia de Materiales”, Primera Parte ; ESPASA-CALPE, S.A.
- Troncoso P., Claudio (2006), “Análisis De Jaula Circular De HDPE Mediante El Método De Elementos Finitos”; Tesis de Grado, Universidad Austral de Chile.
- Zienkiewickz, O.C. y Taylor, R.L. (1994), “El Método de los Elementos Finitos”;

ANEXOS

ANEXO 1: DETALLES PROPIEDADES VIGA BUQUE Y CARGAS

Detalles Partes Viga Buque								
N° Parte	Coord. X (m.)		Área sección (m ²)	Inercia Y-Y (m ⁴)	Eje neutro Sobre LB (m)	Peso Sección (N/m)	Densidad (Kg/m ³)	Empuje (N/m)
1	-2.300	0.000	0.2223	0.6032	6.261	59068.0	27072.1	167822.9
2	0.000	2.875	0.2439	0.8909	5.784	58511.3	24448.2	237204.8
3	2.875	5.750	0.3958	2.4401	4.545	57892.9	14904.4	319538.4
4	5.750	8.625	0.4627	2.9343	4.068	324651.2	71490.2	373739.1
5	8.625	11.500	0.4776	3.0829	3.916	391662.7	83560.6	378622.4
6	11.500	14.375	0.4864	3.1811	3.815	429405.9	89957.7	347678.0
7	14.375	17.250	0.5154	3.4810	3.635	429890.6	84985.1	304851.9
8	17.250	20.125	0.5239	3.5443	3.567	415180.9	80742.2	260641.0
9	20.125	23.000	0.5268	3.5446	3.549	400469.1	77455.5	221123.5
10	23.000	25.875	0.5256	3.5001	3.566	385757.3	74775.7	194785.0
11	25.875	28.750	0.5237	3.4483	3.587	371045.5	72194.3	191203.5
12	28.750	31.625	0.5194	3.3887	3.628	356333.6	69901.1	207795.1
13	31.625	34.500	0.5099	3.3148	3.715	341621.8	68264.9	235370.3
14	34.500	37.375	0.4881	3.1772	3.885	326910.0	68239.3	268024.6
15	37.375	40.250	0.4651	3.0305	4.073	260980.3	57178.6	297021.5
16	40.250	43.125	0.4274	2.7713	4.227	49852.7	11883.7	306255.4
17	43.125	46.000	0.3808	2.4725	4.586	49234.3	13172.0	275803.5
18	46.000	48.875	0.2810	1.3674	5.131	48615.8	17628.5	187006.6
19	48.875	51.750	0.2076	0.4023	5.687	39997.8	19627.0	45802.6

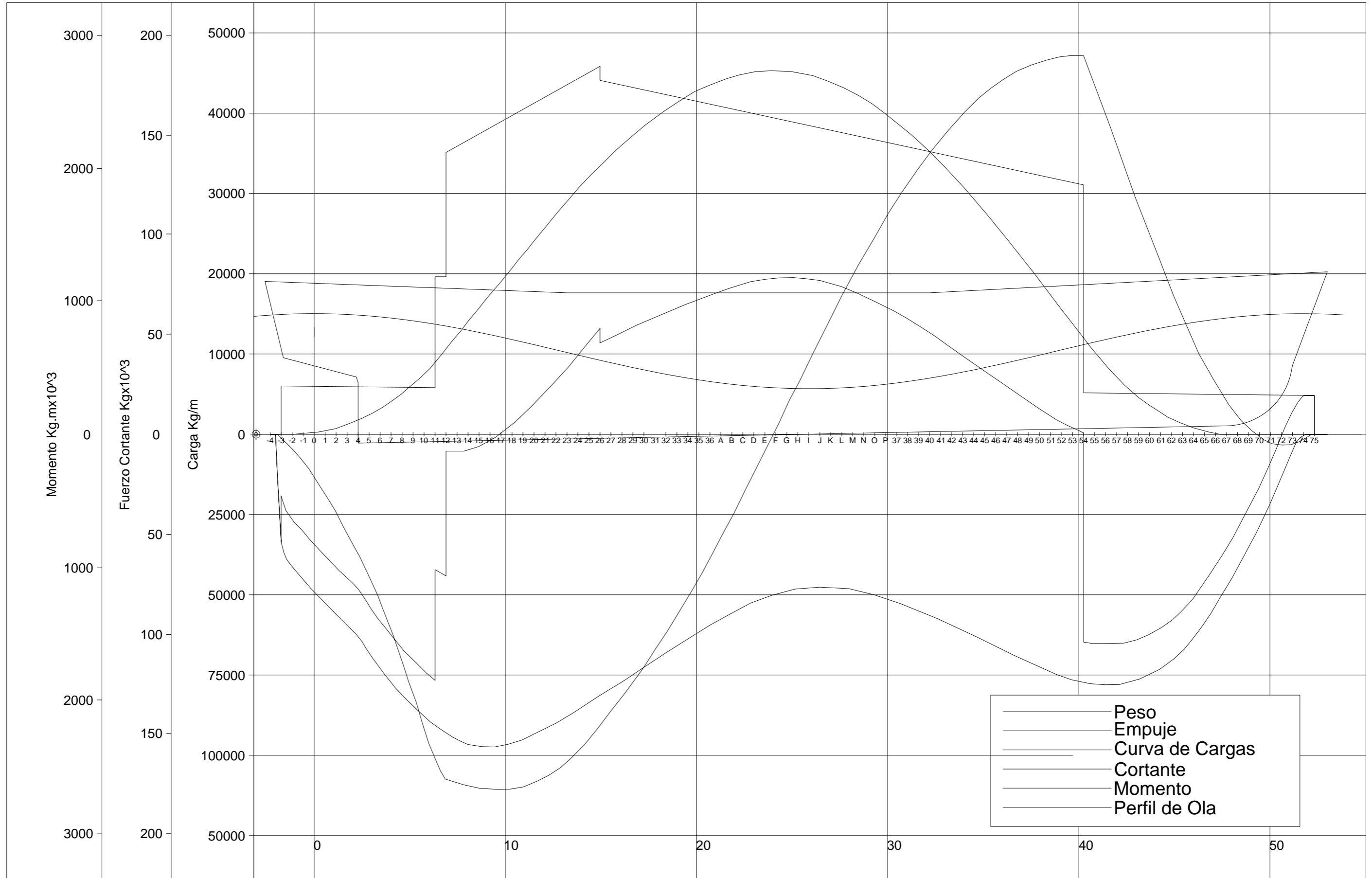
ANEXO 2: ESTADO DE CARGAS VIGA BUQUE

Detalles Partes Viga Buque								
N° Parte	Coord. X (m.)		Altura de agua (m)	Empuje (Kg/m)	Peso (Kg/m)	Carga Neta (Kg/m)	Fuerza cortante Kgx10 ³	Momento Kg.mx10 ³
1	-2.300	0.000	6.29275	17099.38	6018.40	-11080.98	-11.31	-8.05
2	0.000	2.875	6.25700	24168.66	5961.69	-18206.97	-50.00	-85.58
3	2.875	5.750	6.00340	32557.59	5898.67	-26658.92	-114.43	-316.21
4	5.750	8.625	5.54960	38080.07	33078.52	-5001.55	-172.89	-743.53
5	8.625	11.500	4.95100	38577.63	39906.29	1328.66	-176.85	-1250.74
6	11.500	14.375	4.27960	35424.72	43751.92	8327.21	-163.48	-1744.90
7	14.375	17.250	3.61660	31061.19	43801.31	12740.12	-131.62	-2172.30
8	17.250	20.125	3.04200	26556.57	42302.55	15745.98	-90.64	-2493.97
9	20.125	23.000	2.62500	22530.15	40803.57	18273.42	-41.56	-2685.86
10	23.000	25.875	2.41520	19846.54	39304.59	19458.05	13.17	-2727.59
11	25.875	28.750	2.43880	19481.61	37805.61	18324.00	68.06	-2610.13
12	28.750	31.625	2.69260	21172.13	36306.63	15134.51	116.52	-2342.68
13	31.625	34.500	3.14680	23981.75	34807.66	10825.90	154.03	-1950.88
14	34.500	37.375	3.74520	27308.88	33308.68	5999.80	178.24	-1469.99
15	37.375	40.250	4.41640	30263.36	26591.13	-3672.22	188.84	-939.30
16	40.250	43.125	5.22880	31204.19	5079.47	-26124.72	144.94	-441.17
17	43.125	46.000	5.65600	28101.47	5016.45	-23085.02	72.99	-129.98
18	46.000	48.875	6.07160	19053.99	4953.44	-14100.56	18.12	-5.20
19	48.875	51.750	6.28467	4666.80	4075.35	-591.45	-3.20	5.02

ANEXO 3: DETALLE DE ESPEORES

Detalle de estructuras		
Nº Parte	Estructura	Espesor (mm.)
1	Casco Costado	8
2	Casco Fondo	10
3	Cubierta	8
4	Baos	8
5	Cuadernas y Varengas	8
6	Mamparos Transversales	8
7	Refuerzo mamparos transversales	8
8	Longitudinales	8
9	Cubierta Abrigo	8
10	Quilla	10
11	Espejo	8
12	Mamparos Longitudinales	10
13	Cubierta Bodegas	8
14	Cubierta Sala Maquinas	8
15	Estanques de Popa	8
16	Roda	16
17	Cubierta bow thruster	8
18	Mamparos Longitudinales de proa	7

ANEXO 4: ESQUEMA DE CARGAS



ANEXO 5: CUADERNA MAESTRA

