



**Universidad Austral de Chile.
Facultad de Ciencias de la Ingeniería.
Escuela de Ingeniería Acústica.**

*Profesor Patrocinante
Dr. Nicolás Mujica Fernández
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile*

*Profesor Informante
Dr. Fernando Lund Plantat
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad de Chile*

*Profesor Informante
Dr. Jorge Arenas Bermúdez
Instituto de Acústica
Universidad Austral de Chile*

CARACTERIZACIÓN ACÚSTICA DE MATERIALES

*Tesis presentada como parte de los requisitos
para optar al grado de Licenciado en Acústica
y al título profesional de Ingeniero Acústico.*

ANDRES ANTONIO CARU CASTRO

2007

A mis padres, y hermanos por la fortaleza y Amor incondicional.

Agradecimientos

A mi profesor patrocinante Nicolás Mujica, por su apoyo y buena disposición durante el desarrollo de este estudio. A él debo agradecer el camino recorrido, su ayuda, rigor científico y tiempo que dedicó en resolver mis dudas.

A la universidad austral de Chile, y todos mis profesores quienes me orientaron al desarrollo personal y profesional durante estos 6 años.

A mi polola, Jessica, por el ánimo, apoyo y la compañía que siempre me ha brindado.

Expreso un especial reconocimiento al Centro para la Investigación Interdisciplinaria Avanzada en Ciencias de los Materiales (CIMAT), por su financiamiento durante todo el transcurso de este trabajo de investigación.

A mi familia y amigos que me han acompañado durante todo este largo camino.

Muchas gracias

Resumen

El desarrollo de esta tesis describe las técnicas acústicas conocidas como espectroscopía de resonancia ultrasónica y tiempo de vuelo. La espectroscopía de resonancia ultrasónica es el estudio de las resonancias mecánicas de los sólidos para inferir las propiedades de los materiales como, por ejemplo, las constantes elásticas. Esta técnica se basa en el hecho de que la respuesta en frecuencia para un sólido elástico, depende de diversos parámetros intrínsecos al objeto, como la densidad, la forma del objeto, las constantes elásticas, etc. Conociendo estos parámetros, las frecuencias de resonancia del objeto pueden ser predichas. En el caso inverso, al obtener el espectro en frecuencia, podemos determinar, a través de un proceso de minimización, algunos de esos parámetros, dando un valor inicial como ensayo (adivinanza), el cual se encontraría limitado por cierto rango de valores aceptables.

De acuerdo a las consideraciones anteriores, el desarrollo de la tesis consistió en medir la velocidad longitudinal y transversal del sonido en muestras de cobre y acero con la técnica de pulsos. Además se determinó los valores para las constantes elásticas asociadas a dichas frecuencias y se emplearon estos valores como parámetro de entrada en la técnica de espectroscopía de

resonancia ultrasónica, en donde, luego de la minimización se obtienen nuevos valores para las constantes elásticas.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Métodos mecánicos de caracterización de materiales	2
1.2.1. Cuasi - estáticos	3
1.2.2. Pulsos	4
1.2.3. Resonancia	4
1.3. Espectroscopía de Resonancia Ultrasónica (RUS)	6
1.3.1. Dos modelos simples	6
1.3.2. Ventajas	9
1.3.3. Cuidados experimentales	11
1.3.4. Método Directo	16
1.3.5. Método Inverso	21
2. Medición de constantes elásticas de metales isotrópicos mediante la técnica de pulsos	25
2.1. Introducción	25
2.2. Montaje experimental	26

2.3. Procedimientos experimentales	30
2.4. Procedimiento para el análisis de datos	33
2.5. Resultados	39
3. Medición de constantes elásticas de metales isotrópicos mediante la técnica de RUS	44
3.1. Introducción	44
3.2. Montaje experimental	45
3.3. Procedimientos experimentales	49
3.4. Procedimiento para el análisis de datos	51
3.4.1. Método Directo	53
3.4.2. Método Inverso	55
3.5. Resultados	57
3.5.1. Cobre	57
3.5.2. Acero	60
4. Conclusiones	69
5. Anexos	75
5.1. Relación entre las constantes elásticas y la velocidad del sonido para un material isotrópico	75

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Las constantes elásticas son la forma lineal de relacionar cómo un material responderá al esfuerzo [1] , y es de interés fundamental para ingenieros y físicos de materia condensada. Las constantes elásticas tienen tal importancia que se han desarrollado diversos métodos para lograr medirlas.

La meta de este trabajo es desarrollar una técnica acústica no invasiva para caracterizar las propiedades elásticas de los materiales, para que en un futuro próximo se logre explorar la dependencia entre las propiedades elásticas con la densidad de defectos en los sólidos, tales como las dislocaciones o el tamaño de grano.

1.2. Métodos mecánicos de caracterización de materiales

La ecuación que relaciona el esfuerzo con la deformación, está dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad (1.1)$$

donde σ_{ij} es el tensor de esfuerzos y ε_{kl} es el tensor de deformación, que se define como:

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_l}\right), \quad (1.2)$$

C_{ijkl} es el tensor de las constantes elásticas, el cual esta compuesto por 81 componentes. Sin embargo, existe una gran simplificación debido a la simetría intrínseca del tensor, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, con lo cual llegamos a reducir el número de constantes elásticas a 36. Si la deformación es función del estado del material se cumple que $C_{ijkl} = C_{klij}$, con lo cual el número de constantes elásticas independientes se reduce a 21. En el caso de tener una simetría isotrópica el valor de las constantes independientes se reduce a 2. Los materiales comúnmente presentan anisotropía a la escala de los granos independientes que lo componen, los cuales están orientados y distribuidos de forma aleatoria. Pero al existir una orientación al azar de estos granos, el sólido actúa como un material cuasi-isotrópico.

Existen distintos tipos de técnicas para medir las propiedades elásticas de un sólido, y las podemos clasificar en estáticas y dinámicas [2]. Las pruebas

estáticas consisten en medir directamente la fuerza aplicada y la deformación que se produce durante pruebas mecánicas. Entre estos métodos se encuentran la flexión de cuatro puntos y la nanoindentación cuando el tamaño del material que se desea caracterizar es pequeño. Las técnicas dinámicas presentan la ventaja que pueden utilizar una mayor variedad de tipos de muestras en tamaño y forma, con gran precisión y en un amplio rango de temperatura. Entre los métodos dinámicos encontramos métodos de resonancia y de pulsos. A continuación describiremos brevemente éstas técnicas, para luego describir el método de RUS en más detalle, el cual es llamado así por sus iniciales en inglés: *Resonant Ultrasound Spectroscopy*.

1.2.1. Cuasi - estáticos

Entre los métodos cuasi-estáticos podemos mencionar la técnica de flexión de cuatro puntos, en la cual se presiona una muestra por cuatro puntos de contacto y se realizan ciclos de carga y descarga de la muestra a un desplazamiento constante. La fuerza aplicada y la deformación que se obtiene al aplicar dicha fuerza se miden directamente en el montaje. Este método permite medir el módulo de Young realizando una regresión lineal de todos los datos obtenidos de la medición. Otro método que podemos mencionar es la nanoindentación, en donde se realiza una indentación de escala nanométrica con un diamante Berkovich. Este punto es monitoreado al aplicar una carga y se realiza una comparación del desplazamiento en función de la carga. Si bien este método permite medir el módulo de elasticidad, es sensible a las

propiedades microscópicas del material.

1.2.2. Pulsos

El método de pulsos, también conocido como medida de tiempo de vuelo, puede ser usado para determinar los valores de las constantes elásticas en los sólidos. Este método se basa en el tiempo que demora una onda en recorrer cierto material cuando se conocen sus dimensiones y densidad. La velocidad de la onda acústica en el material es constante, y es determinado por el medio en el cual se desplaza dicha onda acústica. Se distinguen dos tipos de ondas elásticas en los sólidos, longitudinales y transversales, existiendo también las ondas de superficie. La velocidad longitudinal y transversal del sonido puede ser calculada como un cociente entre la distancia de la muestra y el tiempo que demora la onda en recorrer el material. El montaje general consiste de un transductor para el envío de la señal al cual se le manda un pulso de amplitud modulada con frecuencia constante, generalmente a la frecuencia de resonancia del transductor, y el otro transductor es el encargado de detectar estos pulsos.

1.2.3. Resonancia

Entre los métodos dinámicos podemos mencionar la excitación de impulso, y la técnica conocida como RUS, "*Resonant Ultrasound Spectroscopy*". Estas técnicas, ocupan las frecuencias de resonancia para determinar las constantes elásticas en los sólidos, debido a que las frecuencias de resonan-

cia dependen de la forma, densidad, y constantes elásticas del material. Las longitudes de onda mayores en las cuales se produce la resonancia son cercanas al tamaño de la muestra, y debido a que se obtienen datos de medición sólo en las frecuencias de resonancia, podemos decir que en los métodos de resonancia, la muestra actúa como un filtro selectivo de esas frecuencias.

El método de excitación de impulso permite inferir el módulo de Young a través de las resonancias de un material, el cual posee una densidad y forma conocida. El método consiste en aplicar un impulso mecánico débil y medir con un micrófono su respuesta en frecuencia. La técnica de RUS se basa en la medición del espectro de resonancia de una muestra en la cual se conocen sus dimensiones, masa y densidad. Es sabido que las resonancias mecánicas de un sólido oscilando libremente con condiciones de borde libre, pueden ser calculadas como una aproximación del problema general de las ecuaciones de movimiento del objeto [3]. El montaje típico consiste de una muestra soportada por dos o más transductores, donde un transductor es usado para el envío de una señal de amplitud constante, variando la frecuencia a la cual se envía esta señal, y el otro transductor es usado para detectar las resonancias. El contacto entre el transductor y la muestra se realiza por puntos de contacto, para minimizar la carga sobre la muestra. Un espectro predicho puede ser calculado conociendo la densidad y forma del material, además de un valor inicial, el cual puede ser un ensayo o adivinanza, de las constantes elásticas del material. Un algoritmo compara el espectro medido experimentalmente con el espectro predicho y se realiza la minimización del problema hasta que el algoritmo logra una convergencia para los valores de

las constantes elásticas, o bien para otros parámetros.

1.3. Espectroscopía de Resonancia Ultrasónica (RUS)

El método de RUS puede determinar la totalidad del tensor de elasticidad a partir de sólo un espectro en frecuencia tanto para muestras isotrópicas como anisotrópicas. Las técnicas como el tiempo de vuelo también logran medir el módulo de elasticidad, pero para muestras anisotrópicas esto es bastante complicado ya que es necesario realizar la medida para la velocidad longitudinal y transversal del sonido por cada eje cristalográfico. Este método nos permite además obtener información acerca de la atenuación relativa de la energía acústica en el material, lo que puede ser cuantificado por el factor de calidad. La finalidad del método de RUS es invertir el problema y a través del espectro en frecuencia determinar las constantes elásticas o algún otro parámetro que se desee estudiar. La técnica de RUS puede ser explicada a través de dos modelos simples, los que abordaremos a continuación.

1.3.1. Dos modelos simples

Suponemos dos ondas viajando en direcciones opuestas a través de una cuerda no dispersiva fijada en los extremos, y asumimos que tienen la misma frecuencia y amplitud. Podemos calcular el desplazamiento de la cuerda, ocupando el principio de superposición, con lo cual nos queda el desplazamiento

escrito de la siguiente forma:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t). \quad (1.3)$$

La amplitud del desplazamiento es ahora $2A \sin(kx)$ y oscila de acuerdo a $\cos(\omega t)$. La frecuencia de resonancia del sistema esta dado por la siguiente expresión:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{T}{\rho}}, \quad (1.4)$$

donde T es la tensión, ρ es la densidad y L es el largo de la cuerda. Lo importante de esta expresión es recalcar que existe una relación entre la frecuencia de resonancia y las propiedades físicas de la cuerda. Por ejemplo, si aumentamos la longitud de la cuerda, la frecuencia de resonancia disminuirá su valor en frecuencia. Ahora si aumentamos la tensión en la cuerda, estas frecuencias también aumentan su valor. Esto es importante a la hora de ver dentro de que rango de frecuencias se desea trabajar.

Ahora, si asumimos un sistema masa, resorte y amortiguador, es decir un oscilador armónico amortiguado, descrito por su posición $x(t)$, podemos escribir la ecuación de movimiento para éste sistema como:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos(\omega t), \quad (1.5)$$

donde k es el coeficiente de elasticidad del resorte y c es el coeficiente de viscosidad del amortiguador. Ambas constantes son definidas como positivas. Las soluciones transiente y estacionaria están dadas respectivamente, como:

$$x_t = e^{\frac{-c}{2m}t} [C_1 \cos(\frac{\sqrt{4km - c^2}}{2m}t) + C_2 \sin(\frac{\sqrt{4km - c^2}}{2m}t)], \quad (1.6)$$

$$x_e = A \cos\left(\frac{\sqrt{4km - c^2}}{2m}t\right) + B \sin\left(\frac{\sqrt{4km - c^2}}{2m}t\right). \quad (1.7)$$

Los valores para las constantes A y B pueden tener la siguiente forma, dependiendo de las condiciones iniciales:

$$A, B = \frac{F_0}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right) + \frac{c^2}{m^2}\omega^2}}. \quad (1.8)$$

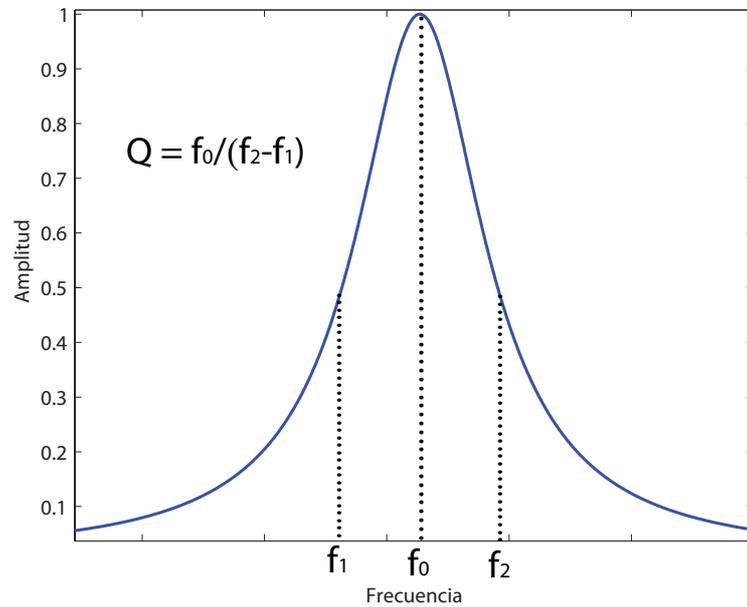


Figura 1.1: Gráfico de una típica curva Lorentziana. Q se define como $f_0/(f_2 - f_1)$, donde f_2 y f_1 son las frecuencias de corte cuando la amplitud del espectro disminuye a la mitad.

La ecuación 1.8 tiene la forma de una curva Lorentziana, la cual aparece graficada en la figura 1.1. En esta curva se puede cuantificar la atenuación de la energía a través del factor de calidad Q, el que está asociado a cada

modo de resonancia, y se define como:

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1}, \quad (1.9)$$

donde $\Delta f = f_2 - f_1$, es la diferencia de frecuencia del espectro centrado en la resonancia cuando la amplitud del espectro disminuye a la mitad. Los materiales que presentan valores grandes de Q , poseen una baja atenuación relativa de la energía acústica, y viceversa. De esta forma podemos caracterizar la atenuación de la energía en el material.

En el caso de la cuerda, observamos que las frecuencias de resonancia dependen del tamaño, densidad, y elasticidad de la cuerda. Usando un sistema de masa, resorte y amortiguador vemos que la solución es una curva Lorentziana, y de ahí podemos extraer información de la atenuación a través del factor de calidad.

1.3.2. Ventajas

El método de RUS presenta varias ventajas, una de las más importantes es la precisión que se obtiene para medir las constantes elásticas, alcanzándose errores menores al 0.5%. Se trata de una prueba no destructiva, por lo cual el material en estudio no pierde su utilidad ni sus propiedades después de realizar la prueba. El montaje es relativamente simple, debido a que la única condición para el montaje es que se logre tener control de la carga sobre la muestra, además de mantener el sistema estable al momento de la medición.

El rango de frecuencias donde se ocupa el método es de los kHz o MHz, dependiendo del tamaño de la muestra, por lo que llena una brecha entre los métodos cuasi-estáticos y los métodos de pulsos. La longitud de onda en el método de RUS es cercana al tamaño de la muestra, $\lambda \approx L$, mientras que en los métodos cuasi-estáticos $\lambda \gg L$, y en los métodos de pulsos ultrasónicos $\lambda \ll L$. El tamaño de la muestra no es un problema, ya que puede ser ocupado para muestras tan pequeñas como sea posible, por ejemplo: $70\mu\text{gr}$ [4]. Es importante destacar que en el método de RUS no existe aproximación de ondas planas como ocurre en el caso de la técnica de pulsos, por lo cual se aborda el problema de forma más real. Se pueden obtener todas las constantes elásticas, a partir de una sola medición del espectro de resonancia, independientemente si el material es isotrópico o anisotrópico. Además, no existen efectos de difracción, ni tampoco se ocupan agentes acoplantes, con lo cual puede ser ocupado en un gran rango de temperatura. Resumiendo, las ventajas son las siguientes:

- Es un método preciso.
- Es una prueba no destructiva.
- El tamaño de la muestra no es un problema.
- No existe aproximación a ondas planas.
- No existen efectos de difracción.
- No se ocupan agentes acoplantes.

- Se pueden obtener todas las constantes elásticas con sólo una medición.

1.3.3. Cuidados experimentales

Si bien el montaje del método de RUS es relativamente simple, se requieren de varios cuidados a la hora de realizar el experimento. Una de las cosas a considerar es la carga con la cual se presiona la muestra. Esta carga se coloca a partir del punto de equilibrio del sistema y pueden ocurrir dos fenómenos diferentes. Primero, podemos mencionar que al aumentar la fuerza con la cual presionamos la muestra se produce un corrimiento de las frecuencias de resonancia. Este corrimiento puede ser importante para las mediciones, ya que el corrimiento de las frecuencias de resonancias inducirá errores para el análisis de datos que se traducirá en errores en los resultados finales.

En la figura 1.2 vemos que para una resonancia fija, al variar la carga sobre la muestra, se produce el desplazamiento de la frecuencia de resonancia hacia valores más grandes. Esto se puede explicar debido a que al presionar la muestra con mayor masa se produce la deformación del material disminuyendo su longitud efectiva. Con esto, podemos concluir que a mayor carga, las frecuencias de resonancia aumentarían en frecuencia, debido al acoplamiento que se produce entre los transductores y la muestra al aumentar la fuerza con la cual están haciendo el contacto [5].

Si bien para el análisis numérico se asume un sólido en condiciones de borde libre, esto no es posible en la realidad, ya que al tener un acoplamiento nulo

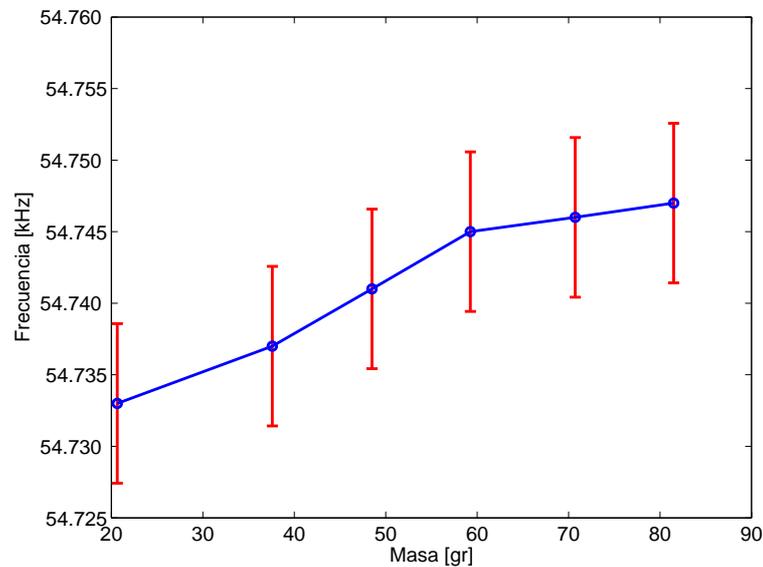


Figura 1.2: Variación de la frecuencia en función de la carga aplicada, para una frecuencia fija. El cambio es pequeño, pero medible: $\Delta f = 0.03\%$.

no se produce la transferencia de energía entre los transductores y la muestra. Los efectos de la carga para cualquier muestra en particular dependerán de la orientación entre el transductor y la muestra.

Otro fenómeno que puede ocurrir es el solapamiento de las frecuencias de resonancia, ya que al aumentar el acoplamiento debido a la carga, se produce la disminución del factor de calidad, el cual nos da información acerca de la atenuación en el material. El cambio del factor de calidad se observa como un cambio en el ancho del pico de resonancia.

Esto puede ser visto de manera gráfica en la figura 1.3. Cuando el valor de Q es alto se dice que el material es poco disipativo y, gráficamente, se ven picos de resonancia más estrechos. En cambio, cuando el valor de Q es bajo,

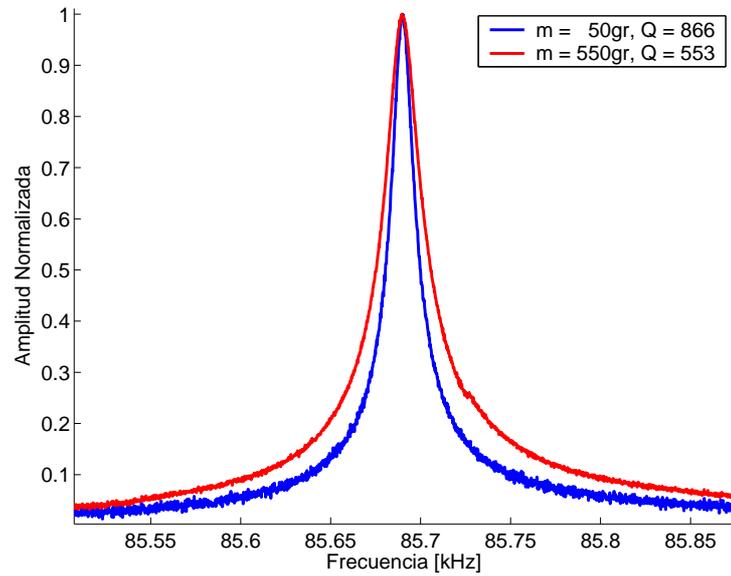


Figura 1.3: Medición de la variación del factor de calidad para una frecuencia fija, variando la carga con la cual se presiona la muestra (Acero).

los picos de resonancia son más anchos y existe la posibilidad de que, cuando se tienen dos frecuencias de resonancias muy cercanas, estas se pueden solapar haciendo imposible detectar cuáles son las frecuencias de resonancia de manera independiente, con lo cual estaríamos perdiendo algunas de estas frecuencias.

Uno de los puntos claves para el proceso inverso, es lograr medir todas las frecuencias de resonancia de manera correlativa. Esto en la práctica no es algo fácil, ya que dependiendo de cómo interactúe la muestra con los transductores, y según el modo de vibración que experimente la muestra a una frecuencia de resonancia dada, será posible detectar estas resonancias de ma-

nera más o menos precisa. En algunos casos esto es completamente imposible si se tiene un acoplamiento demasiado débil. Debido a esto, es necesario colocar la muestra en distintas posiciones dentro del montaje y realizar varias mediciones, pero siempre manteniendo el contacto por puntos de y no áreas de contacto para que, de manera final, se pueda promediar un espectro con las mejores mediciones para eliminar el ruido y realzar los picos de resonancia que presenten menos amplitud. Es importante que las frecuencias que se miden estén distribuidas de forma correlativa y no falte ninguna, ya que para el proceso de minimización esto es fundamental, porque en el modelo matemático asumimos que contamos con todas las frecuencias de resonancia. Otro aspecto a considerar es la frecuencia de resonancia de los transductores, la cual puede afectar a las mediciones si las frecuencias que deseamos medir se encuentran cerca de esa zona. Al medir una frecuencia de resonancia cerca de la resonancia del transductor puede ocurrir que el resultado que obtengamos sea una superposición de ambas frecuencias, y esto es lo que se desea evitar. Para este punto, lo ideal es trabajar lejos de la resonancia de los transductores, con lo cual los transductores se ocupan en una zona muy ineficiente de funcionamiento, pero suficiente para que el transductor funcione de manera correcta.

Uno de los cuidados experimentales a los cuales el método de RUS es más sensible, es a los errores debido a la geometría de la muestra, siendo este punto en el que se pueden tener mayores problemas. El método de RUS supone geometrías perfectas para el cálculo de los modos de resonancia. Pequeñas variaciones en la geometría pueden producir grandes errores en el proceso de

análisis, ya que lo que se está midiendo es distinto a lo que se predice de forma teórica. En el caso de paralelepípedos los errores debido a la geometría estarán determinados principalmente por el grado de paralelismo que presenten las caras opuestas de las muestras, siendo recomendable tener un error en el paralelismo no mayor a 0.1 % [6]. El paralelismo lo podemos calcular como el error relativo entre los lados de una misma cara (figura 1.4).

Como resumen y conclusión podemos decir que los principales cuidados que se debe tener en el método de RUS son los siguientes:

- Se debe minimizar el efecto de la carga sobre la muestra.
- Se deben medir todas las frecuencias de resonancia en un rango determinado.
- Se debe estar lejos de la resonancia de los transductores.
- Las muestras deben ser lo más cercano a lo definido de forma matemática.

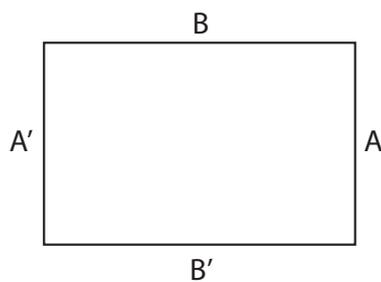


Figura 1.4: El paralelismo para los lados de una misma cara se calcula como el error relativo $((A - A')/B)100\%$.

1.3.4. Método Directo

Un problema clásico en mecánica es el cálculo de los modos normales de un sólido elástico. No existe una solución analítica para el problema de las vibraciones de un sólido en general, sin embargo, este problema ha sido solucionado para varias formas simples [7]. Existen dos aproximaciones generales para la obtención de una solución, estos son: métodos de elementos finitos y métodos de minimización de la energía.

El principio del Hamilton nos dice que el Lagrangiano es estacionario con respecto a pequeñas perturbaciones de las funciones propias, aproximando el problema a un problema de valores propios.

Minimización de la energía

El procedimiento para solucionar el problema directo, para una forma arbitraria con volumen V , tensor elástico C_{ijkl} , densidad ρ , y superficie S , comienza con el Lagrangiano. De la mecánica clásica podemos escribir la forma general del Lagrangiano como:

$$L = \int_V (E_c - E_p) dV, \quad (1.10)$$

donde E_c y E_p son las densidades de energía cinética y potencial, respectivamente. La densidad de energía cinética esta dada por la siguiente expresión:

$$E_c = \frac{1}{2} \sum_i \rho \omega^2 u_i. \quad (1.11)$$

Esto es válido para una dependencia armónica en el tiempo, $u_i(x, t) = u_{0i}(x)e^{j\omega t}$, donde ω es la frecuencia angular.

La densidad de energía potencial esta dada por

$$Ep = \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l} C_{ijkl} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_l}, \quad (1.12)$$

donde la suma de los índices i, j, k, l es de 1 a 3, y u_i es la componente i -ésima del vector de desplazamiento, donde $i = 1, 2, 3$ corresponde a los ejes coordenados x, y, z .

Para encontrar el mínimo del lagrangiano, dejamos variar u_i arbitrariamente en V y S como $u_i \rightarrow u_i + \delta u_i$ y calculamos la variación en $L(\delta L)$:

$$L + \delta L = \int_V \left[\frac{1}{2} \sum_i \rho \omega^2 (u_i + \delta u_i) - \sum_{i,j,k,l} \frac{\partial (u_i + \delta u_i)}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right] dV. \quad (1.13)$$

Ahora, manteniendo sólo los términos de primer orden, llegamos a

$$\delta L = \int_V \left[\sum_i \rho \omega^2 u_i \delta u_i - \sum_{i,j,k,l} C_{ijkl} \frac{\partial (\delta u_i)}{\partial x_j} \frac{\partial \delta u_k}{\partial x_l} \right] dV, \quad (1.14)$$

con lo cual la integral por partes produce

$$\begin{aligned} \delta L = \int_V \left(\sum_i \left[\rho \omega^2 u_i + \sum_{j,k,l} C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} \right] \delta u_i \right) dV \\ - \int_S \left(\sum_i \left[\sum_{j,k,l} \vec{n}_j C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \delta u_i \right] \right) dS. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Como δu_i es arbitrario en V y S , los valores de u_i corresponden a los puntos estacionarios de L ($\delta L = 0$), y se debe satisfacer que ambos términos de la ecuación (1.15) sean cero. Haciendo el primer término de la ecuación igual a cero llegamos a la siguiente ecuación de onda:

$$\rho \omega^2 u_i + \sum_{j,k,l} C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = 0. \quad (1.16)$$

Ahora, igualando el segundo término de la ecuación (1.16) a cero, llegamos a

$$\sum_{j,k,l} \vec{n}_j C_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} = \sum_j \vec{n}_j \sigma_{ij} = 0, \quad (1.17)$$

donde σ_{ij} corresponde al ij -ésimo término del tensor de esfuerzos, y \vec{n} corresponde a la normal en la superficie S . De esta ecuación se deduce la condición de que el método es para condiciones de borde libre.

Siguiendo el método de Rayleigh-Ritz, expandemos el vector de desplazamiento, el cual es desconocido, en un conjunto de funciones conocidas Φ_λ , con coeficientes desconocidos:

$$u_i = \sum_\lambda a_{i,\lambda} \Phi_\lambda. \quad (1.18)$$

La elección de Φ_λ es de forma arbitraria. En los primeros estudios se utilizaron funciones trigonométricas y polinomios ortogonales los cuales permiten una buena eficiencia numérica. Una de las mejores contribuciones fue realizada por Visscher [8], el cual tomó una expansión simple, pero que permite implementar una gran variedad de formas y simetrías, la cual tiene la siguiente estructura:

$$\Phi_\lambda = x^l y^m z^n. \quad (1.19)$$

Aunque esta no es la elección que permite realizar los cálculos de manera más rápida, permite realizar el cálculo para varios tipos de geometrías, donde $\lambda = (l, m, n)$ es un conjunto de tres enteros positivos. Sustituyendo esto en la ecuación (1.10) obtenemos:

$$L = \int_V \frac{1}{2} \left[\sum_{i,i',\lambda,\lambda'} \delta_{i,i'} \rho \omega^2 a_{i\lambda} a_{i'\lambda'} \Phi_\lambda \Phi_{\lambda'} - \frac{1}{2} \sum_{i,j,k,l,\lambda,\lambda'} C_{ijkl} a_{i\lambda} a_{j\lambda'} \frac{\partial \Phi_\lambda}{\partial x_j} \frac{\partial \Phi_{\lambda'}}{\partial x_l} \right] dV, \quad (1.20)$$

donde las sumas de λ y λ' van de 1 a N con la condición de truncación:

$$l + m + n < N. \quad (1.21)$$

Ahora podemos escribir la ecuación (1.20) de la siguiente forma

$$L = \frac{1}{2} \omega^2 \vec{a}^T \vec{\mathbf{E}} \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{a}^T \vec{\mathbf{\Gamma}} \vec{a}, \quad (1.22)$$

donde la matriz $\vec{\mathbf{E}}$ esta dada por

$$E_{\lambda i \lambda' i'} = \delta_{ii'} \int_V \Phi_\lambda \rho \Phi_{\lambda'} dV \quad (1.23)$$

y la matriz $\vec{\mathbf{\Gamma}}$ por

$$\Gamma_{\lambda i \lambda' i'} = \sum_{j,j'} C_{i,j,i',j'} \int_V \frac{\partial \Phi_\lambda}{\partial x_j} \frac{\partial \Phi_{\lambda'}}{\partial x_{j'}} dV. \quad (1.24)$$

El orden de las matrices $\vec{\mathbf{E}}$ y $\vec{\mathbf{\Gamma}}$ es R , y su valor esta dado por

$$R = \frac{3(N+1)(N+2)(N+3)}{6}. \quad (1.25)$$

Para $N \rightarrow \infty$, la ecuación (1.22) es una solución exacta al problema. En la práctica, el valor de N debe estar restringido por un buen compromiso entre el tiempo computacional de cálculo y la precisión a la cual se desea llegar.

Como la expresión (1.10) del Lagrangiano es estacionaria si los desplazamientos de u_i corresponden a soluciones del problema de vibración libre, estas soluciones pueden ser obtenidas calculando las derivadas de la ecuación (1.20) con respecto a los coeficientes de la ecuación e igualándolas a cero. Con esto se llega al siguiente problema de valores propios:

$$\omega^2 \vec{\mathbf{E}} \vec{a} = \vec{\mathbf{\Gamma}} \vec{a}. \quad (1.26)$$

La matriz $\vec{\mathbf{E}}$ es definida positiva y simétrica, y la matriz $\vec{\mathbf{\Gamma}}$ es definida simétrica. La solución de la ecuación (1.26) nos entrega los valores propios del problema, los cuales corresponden a las frecuencias de vibración, pero además nos entrega información acerca del modo de oscilación, a través de los vectores propios.

Por nuestra elección de Φ_λ , los elementos de la matriz $\vec{\mathbf{E}}$ y $\vec{\mathbf{\Gamma}}$ tienen la siguiente forma

$$f(l, m, n) = \int_V x^l y^m z^n dV. \quad (1.27)$$

Esta integral puede ser resuelta y evaluada analíticamente para una variedad de geometrías.

Paralelepípedo

La elección de la geometría de la muestra fue paralelepípedo rectangular. El resultado de la integral en la ecuación (1.27) para un paralelepípedo rectangular de lados $2d_1, 2d_2, 2d_3$ es:

$$f(l, m, n) = \frac{8d_1^{l+1} d_2^{m+1} d_3^{n+1}}{(l+1)(m+1)(n+1)}. \quad (1.28)$$

Una vez obtenido el valor de la integral (1.27), las matrices $\vec{\Gamma}$ y \vec{E} se reducen a la tabulación de la función (1.28) con la condición de truncación dada por la ecuación (1.21).

1.3.5. Método Inverso

Aunque el cálculo de las frecuencias de resonancia de un cuerpo sólido está dado por su densidad, geometría y coeficientes de elasticidad de una manera compleja, la verdadera habilidad de RUS es invertir el problema y a través del espectro de resonancia determinar algunos de esos parámetros [9]. El proceso inverso es una minimización no lineal que determina un conjunto de parámetros para los cuales las frecuencias predichas presentan cierto grado de similitud con las frecuencias medidas.

Minimización Levenberg-Marquardt

Para determinar de mejor forma los parámetros que estamos buscando, debemos construir una función objetivo, la cual nos entregará información acerca de lo bien que estamos relacionando las frecuencias predichas con las frecuencias medidas [9]:

$$F = \sum_{i=1}^N \omega_i (f_i - g_i)^2, \quad (1.29)$$

donde f_i son las frecuencias medidas y g_i las frecuencias predichas a partir del método directo. El valor de w_i es el grado de importancia que uno le da a la medida experimental, para una frecuencia en particular. Se parte con la

expansión de la función objetivo F , en una serie de Taylor:

$$F(\vec{x}) = F(\vec{x}_0) + \sum_{\alpha} (\vec{x} - \vec{x}_0)_{\alpha} \frac{\partial F(\vec{x}_0)}{\partial x_{\alpha}} + \sum_{\alpha, \beta} \frac{1}{2} (\vec{x} - \vec{x}_0)_{\alpha} \frac{\partial^2 F(\vec{x}_0)}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta}} (\vec{x} - \vec{x}_0)_{\beta} + \dots \quad (1.30)$$

El vector \vec{x} tiene componentes $\alpha = 1, \dots, M$, donde M es el número de parámetros que necesitamos determinar. Esta expansión es válida sólo para diferencias de $\vec{x} - \vec{x}_0$ pequeñas. Si $F(\vec{x})$ es un mínimo en \vec{x}_0 , se cumple lo siguiente:

$$\frac{\partial F(\vec{x})}{\partial x_{\alpha}} = 0, \quad \alpha = 1, \dots, M. \quad (1.31)$$

Usando la ecuación (1.30), esto implica que

$$\frac{\partial F(\vec{x}_0)}{\partial x_{\alpha}} + \sum_{\beta} \frac{\partial^2 F(\vec{x}_0)}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta}} (\vec{x} - \vec{x}_0)_{\beta} = 0. \quad (1.32)$$

Ahora, calculando las derivadas obtenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial F}{\partial x_{\alpha}} = \sum_i 2w_i (f_i - g_i) \frac{\partial f_i}{\partial x_{\alpha}}, \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta}} = \sum_i 2w_i \frac{\partial f_i}{\partial x_{\alpha}} \frac{\partial f_i}{\partial x_{\beta}} + \sum_i 2w_i (f_i - g_i) \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_{\alpha} \partial x_{\beta}}. \quad (1.34)$$

El segundo término de la ecuación (1.34) es despreciable, debido a que la suma sobre las frecuencias medidas incluye muchos términos positivos y negativos. Consecuentemente el resultado final será pequeño en comparación con el primer término de la ecuación (1.34). por lo que puede ser eliminado

de la ecuación. Para implementar la minimización de Levenberg-Marquardt definimos:

$$B_\alpha = \sum_i w_i (f_i - g_i) \frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha}, \quad (1.35)$$

$$A_{\alpha\beta} = \sum_i w_i \frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha} \frac{\partial f_i}{\partial x_\beta}. \quad (1.36)$$

La solución de la ecuación (1.32) está dada por la siguiente expresión cuando la ecuación (1.30) es una buena aproximación para el valor de \vec{x} cerca de un mínimo:

$$x_\alpha = x_{0\alpha} - \sum_\beta A_{\alpha\beta}^{-1} B_\beta. \quad (1.37)$$

En el caso de que la aproximación no sea razonable, se puede ocupar algún método para encontrar el mínimo de la función, como puede ser el método del gradiente conjugado o el método de la pendiente del gradiente (the gradient descent method), este último nos daría lo siguiente:

$$x_\alpha = x_{0\alpha} - K B_\alpha, \quad (1.38)$$

donde la constante K es la medición del α -ésimo elemento de la curvatura de la superficie F . La minimización de Levenberg-Marquardt reemplaza la ecuación (1.37) con

$$x_\alpha = x_{0\alpha} - \sum_\beta G_{\alpha\beta} B_\beta, \quad (1.39)$$

donde

$$G_{\alpha\beta}^{-1} = A_{\alpha\beta} (1 + \Omega \delta_{\alpha\beta}). \quad (1.40)$$

La ecuación (1.39) es igual a la ecuación (1.37) si Ω es cero y es muy similar a la ecuación (1.38) si Ω es grande. Valores grandes de Ω representan una convergencia más conservativa, mientras que valores de Ω iguales a cero se producen sólo en la vecindad del mínimo. Si se realiza la iteración de la ecuación (1.39) un cierto número de veces, se producirá la convergencia a un punto \vec{x}_{min} en un espacio de parámetros de M-dimensiones. Finalmente F puede ser expandido en el punto \vec{x}_{min} de la siguiente forma:

$$F(\vec{x}) = F(\vec{x}_{min}) + \delta x_{\alpha} A_{\alpha\beta}(\vec{x}_{min}) \delta x_{\beta} + \dots, \quad (1.41)$$

donde $\delta\vec{x} = \vec{x} - \vec{x}_{min}$.

Para el trabajo de tesis, se utilizaron los programas del código directo e inverso realizados por Jerome Le Rousseau, quien realizó una variación del programa creado por Albert Migliori. Estos programas fueron ocupados en todos los aspectos de la investigación, y fueron descargados gratuitamente de la pagina web (<http://acoustics.mines.edu/acoustics-old/contrib/>), de la escuela de minas de colorado (Colorado School of Mines).

Capítulo 2

Medición de constantes elásticas de metales isotrópicos mediante la técnica de pulsos

2.1. Introducción

La técnica de pulsos (o tiempo de vuelo), es una técnica de ensayo no destructiva (NDT), que tiene diversas aplicaciones, entre ellas ser utilizada para caracterizar materiales [10, 11]. La idea detrás de este método consiste en enviar pulsos acústicos a través del material que se desea estudiar, con un transductor ultrasónico para la emisión de pulsos y otro para su recepción. El análisis de los materiales mediante ultrasonido se basa en el principio físico de que el movimiento de una onda acústica es determinada por el medio a través del cual viaja, y se distinguen los siguientes tipos: onda longitudinal,

transversal y superficial (Rayleigh).

2.2. Montaje experimental

El montaje experimental consiste de una barra cilíndrica de cobre o acero, la cual tiene hendiduras planas en sus extremos, del mismo diámetro que el transductor y se forma una especie de sándwich entre los transductores y la muestra. Se añade gel de cabello entre el transductor y la muestra para mejorar el acoplamiento acústico entre ambos, y todo esto es presionado por tiras de plástico. En la figura 2.1 se observa un esquema del montaje, y los detalles son los siguientes:

- Las muestras utilizadas son barras cilíndricas de cobre y acero 1020, las cuales pueden considerarse como materiales elásticos isotrópicos para las longitudes de onda involucradas, las cuales son del orden de 1 mm. Estas muestras son clasificadas según su longitud y diámetro (ver cuadro 2.1). Cada muestra es debidamente preparada en el taller mecánico, donde se dejan planos sus extremos, y se hace una hendidura o agujero cilíndrico cercano al tamaño del diámetro del transductor, de aproximadamente 18 mm, para poder colocar así los transductores en los extremos, quedando éstos relativamente fijos y con sus ejes centrados.

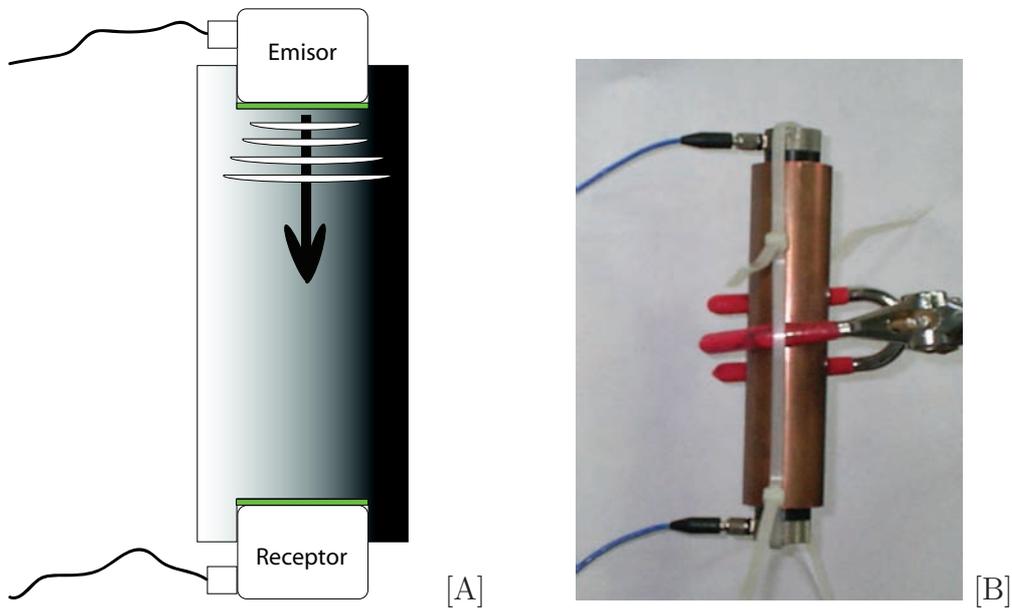


Figura 2.1: [A] Esquema de montaje de Pulsos. La onda acústica se propaga desde el emisor hacia el receptor. [B] Foto del montaje de Pulsos.

# Muestra	Material	Longitud [mm]	Diametro [mm]
1	Cobre	23.80 ± 0.04	25.40 ± 0.02
2	Cobre	53.63 ± 0.03	25.38 ± 0.02
3	Cobre	113.76 ± 0.02	25.42 ± 0.01
4	Cobre	195.19 ± 0.06	38.01 ± 0.02
5	Cobre	404.7 ± 0.1	25.42 ± 0.01
6	Acero	196.08 ± 0.06	38.07 ± 0.02

Cuadro 2.1: Muestras de cobre y acero usadas para su caracterización con la técnica de pulsos, clasificadas según su longitud y diámetro.

- Los transductores utilizados son transductores piezoeléctricos de contacto PANAMETRICS-NDT, modelo A109-S, para el envío de las ondas longitudinales, y modelo V155-RM para las ondas de cizalle. En ambos casos se utiliza un transductor para el envío de la señal y otro para la recepción, los cuales poseen una forma cilíndrica con dimensiones de 17,8 mm de radio y 16 mm de altura. Además, poseen su frecuencia de resonancia centrada en los 5 MHz.
- Se utiliza gel de cabello como acoplante mecánico entre los transductores y la muestra para el envío de ondas longitudinales. Para el envío de las ondas de cizalle es necesario utilizar un gel más viscoso especificado como SWC (shear wave couplant), PANAMETRICS-NDT, el cual mejora la medición notablemente, ya que en el gel de cabello las ondas de cizalle se atenúan muy rápidamente.
- Finalmente, todo el montaje es sujeto por tiras de plástico las cuales tienen el propósito de mantener fijo el montaje, y sobre todo mantener a los transductores en permanente contacto con la muestra.

Los demás componentes del esquema de medición pueden ser vistos en la figura 2.2 y sus detalles son los siguientes:

- Para la comunicación entre los instrumentos y el computador se utiliza

una tarjeta de interface GPIB, marca National Instruments, modelo GPIB-USB-HS, y el experimento es manejado desde un programa principal escrito en LabView, el cual envía la señal al generador de funciones y hace la lectura de señales desde el osciloscopio, el cual tiene la información de la señal de envío y recepción.

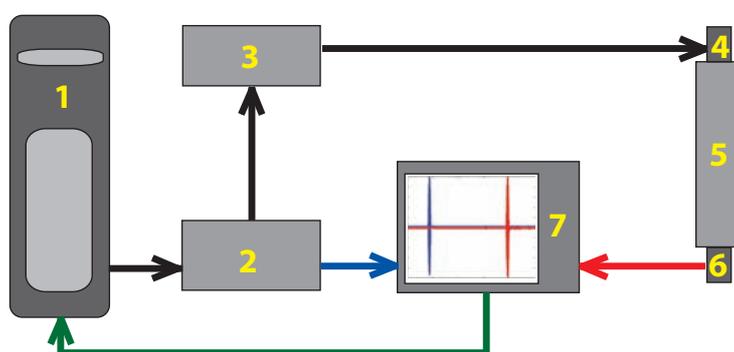


Figura 2.2: Esquema de medición de Pulsos, 1-Computador, 2-Generador de funciones, 3-Amplificador, 4-Transductor de envío, 5-Muestra, 6-Transductor de recepción, 7-Osciloscopio.

- Para el envío de la señal se utiliza un generador de funciones marca Agilent modelo 33250A que tiene una frecuencia de corte superior de 80 MHz para formas de ondas arbitrarias y posee una velocidad de 200 MS/s.
- La amplificación de la señal se realiza con un amplificador NF modelo HSA4011, el cual posee una frecuencia de corte de 1 MHz, y aunque

está lejos del rango de la zona de resonancia del transductor aún así alcanza a amplificar la señal de manera importante. El voltaje máximo de salida del amplificador es de 150 V_{p-p}, y la corriente máxima de 1A rms.

- La detección de las formas de onda de envío y recepción se realiza a través de un osciloscopio marca Textronix modelo TPS2012, que tiene un ancho de banda de 100 MHz y cuya velocidad de muestreo es de 1 GS/s. La transferencia de los datos hacia el computador se hace con la misma tarjeta de interface externa GPIB-USB.

2.3. Procedimientos experimentales

La figura 2.2 muestra un esquema del procedimiento ocupado en las mediciones de las barras de cobre y acero que aparecen en el cuadro 2.1. Lo primero que se realiza para el procedimiento experimental es la elección de la muestra que se desea medir, la cual previamente ha sido preparada en el taller mecánico. Luego se aplica gel en las hendiduras de los extremos de la muestra, el cual puede ser del tipo normal para cabello o gel especial en el caso de querer medir la velocidad de ondas de cizalle, y debe quedar uniformemente distribuido sobre la superficie de la hendidura de la muestra. Luego se colocan los transductores en las hendiduras y se presionan manualmente. Posteriormente se fijan los transductores con bandas plásticas tipo “*quicktie*”.

Luego, mediante un programa escrito en LabView generamos un pulso de frecuencia central y amplitud modulada, el cual está construido como la multiplicación de dos ondas de distinta frecuencia que presentan una razón de $1:2N$ entre sus frecuencias, siendo N el número de oscilaciones que se desea enviar por pulso (figura 2.3):

$$V(t) = A \sin(\omega_0 t) \sin(\Omega_0 t), \quad (2.1)$$

donde $\omega_0 = \frac{2\pi}{f_0}$, $\Omega_0 = \frac{2\pi}{F}$, y $F = \frac{f_0}{2N}$.

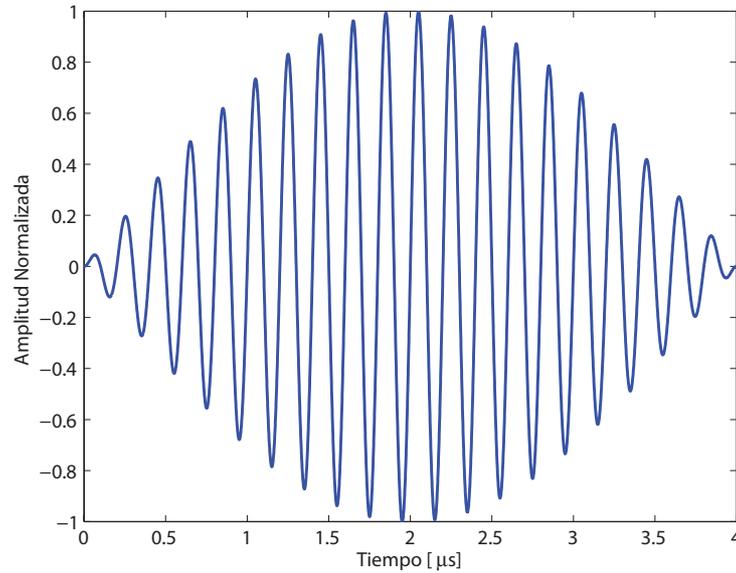


Figura 2.3: Señal con amplitud modulada con 20 oscilaciones por pulso. Se define $f_0 = 5$ MHz como frecuencia central y $F = f_0/2N$ como frecuencia de amplitud modulada, donde N es el número de oscilaciones por pulso.

Esta forma de onda es enviada desde el computador hacia el generador de funciones una vez, y el generador de funciones lo repite cada cierto periodo. El

tiempo del periodo tiene que ser suficiente para producir un buen promedio de la curva y a su vez, se debe evitar tener reflexiones que interfieran con los pulsos correlativos, ya que esto afectaría el pulso de recepción el cual se vería con un solapamiento de los pulsos y sus reflexiones.

La señal, luego de salir del generador de funciones como un pulso modulado con un cierto periodo, es enviada a la entrada del canal 1 del osciloscopio para poder controlar el pulso de envío y también es enviada al amplificador. El osciloscopio y el generador de funciones se encuentran sincronizados a través del reloj interno del generador de funciones. Posteriormente, la señal es amplificada lo máximo posible, teniendo cuidado de no saturar, y se envía al transductor de emisión. Al enviar la señal eléctrica desde el amplificador al traductor este se deforma debido a su característica piezoeléctrica y como el transductor esta mecánicamente acoplado a la muestra a través del gel, se produce el envío de una onda mecánica la cual viaja a través de la muestra a una velocidad constante. La onda mecánica que llega al transductor de recepción hace que éste se deforme y se produzca una diferencia de potencial entre sus superficies, la cual se traduce como una señal eléctrica de recepción y es enviada al canal 2 del osciloscopio, donde podemos medir finalmente los dos canales (envío y recepción). Una vez que tenemos las dos señales en los dos canales del osciloscopio, debemos ocupar la mejor resolución posible para visualizar y medir ambas señales de manera simultánea. Posteriormente se transfieren y guardan los datos en el computador mediante un programa escrito en LabView.

Para finalizar, debemos recordar que este proceso se realizó para todas las

muestras que aparecen en el cuadro 2.1 donde se clasifican según material, longitud, y diámetro.

2.4. Procedimiento para el análisis de datos

Lo primero que se hace es leer los datos almacenados que fueron entregados por el osciloscopio desde el programa Matlab, tanto para la señal de envío como de recepción. Una vez leídos los datos, se crean nuevos archivos, uno para el vector del tiempo y otro para los valores de amplitud, para reconstruir las señales de medición. Como lo que se desea hacer es calcular el tiempo de vuelo entre la señal de envío y recepción, se calcula la envolvente de cada señal mediante una transformada de Hilbert (el valor absoluto de la transformada), para determinar de forma más precisa el tiempo de vuelo entre los máximos de ambas señales.

Como se aprecia en la figura 2.4, la señal medida presenta ruido y un remanente, por lo que es difícil determinar el máximo de la señal de manera precisa. Debido a esto se aplica una interpolación del tipo “*spline*” a la curva y además se realiza un promedio móvil de la señal, con lo que finalmente se obtiene la suavización de la curva. Un ejemplo se puede apreciar en la figura 2.5.

En la figura 2.6 se observa la medición de los pulsos para el cálculo de la velocidad longitudinal del sonido en el cobre, para la muestra # 4 del cuadro 2.1. En la figura 2.7 se presenta la medición para el cálculo de la velocidad transversal del sonido en el cobre. Ambas medidas se realizaron variando el

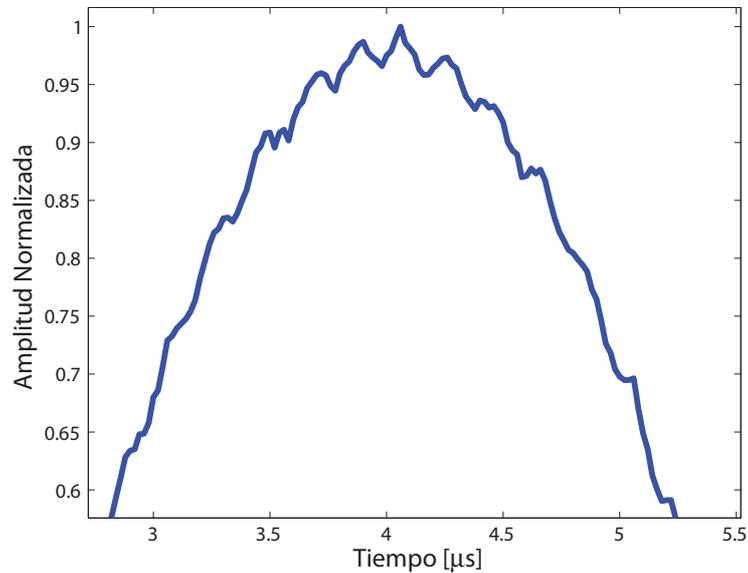


Figura 2.4: Envolvente típica de recepción. Se aprecia ruido en la señal medida como también un remanente de la oscilación a la frecuencia central f_0 . En este caso $f_0 = 5\text{MHz}$ y $N = 20$, muestra # 4 del cuadro 2.1.

número de oscilaciones por pulso y, además, la longitud de las barras. En las figuras 2.6 y 2.7 sólo está representada la barra de 19,48 cm con una modulación de 20 oscilaciones por pulso.

Como puede apreciarse de los gráficos 2.6 y 2.7, la velocidad longitudinal del sonido es casi el doble de rápida que la velocidad transversal para el cobre. Luego de calcular las envolventes de la señal de envío y recepción, y realizar el proceso de interpolación y promedio móvil para suavizar la curva, tanto para las medidas de velocidad transversal como longitudinal, como se aprecia en las figuras 2.8 y 2.9, se calcula la correlación cruzada entre las señales suavizadas para determinar el tiempo de vuelo que existe entre ellas

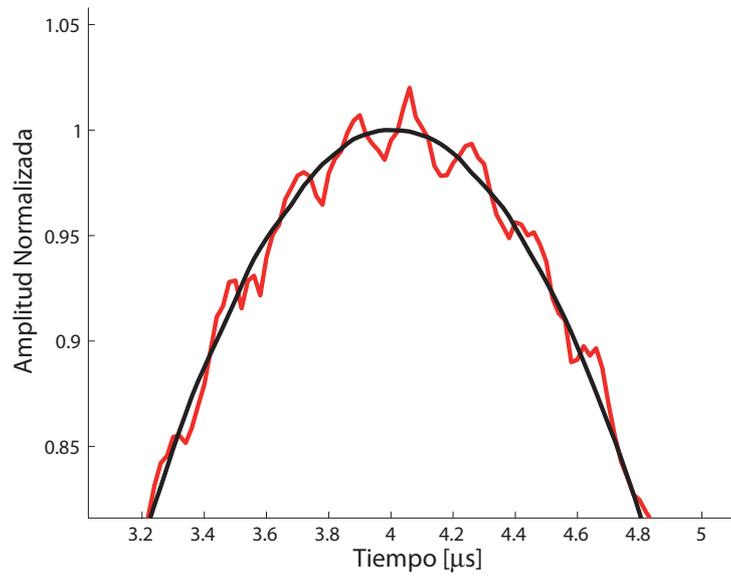


Figura 2.5: Interpolación mediante la técnica de "spline" y suavización de la señal de recepción con un promedio móvil.

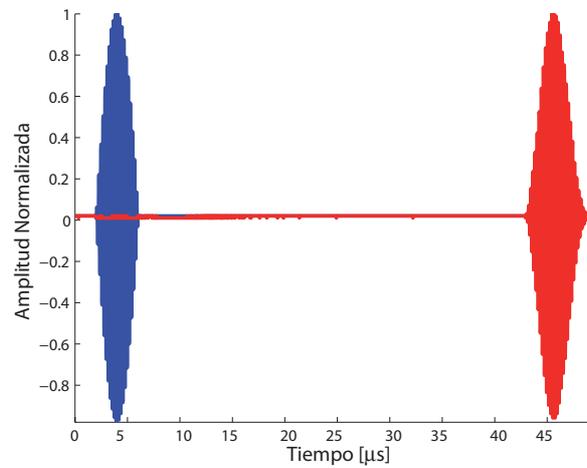


Figura 2.6: Pulso promedio de ondas longitudinales de envío y recepción para el cobre, $f_0 = 5\text{MHz}$, $F = 125\text{kHz}$, $N = 20$, muestra # 4 del cuadro 2.1.

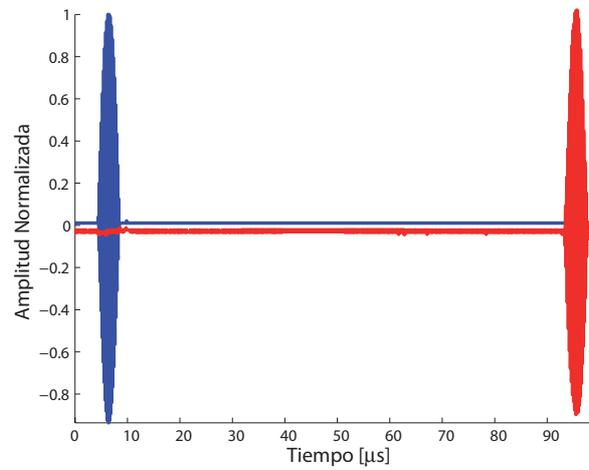


Figura 2.7: Pulso promedio de ondas transversales de envío y recepción en el la muestra # 4 de cobre, $f_0 = 5\text{MHz}$, $F = 125\text{kHz}$, $N = 20$.

(ver figuras 2.10 y 2.11).

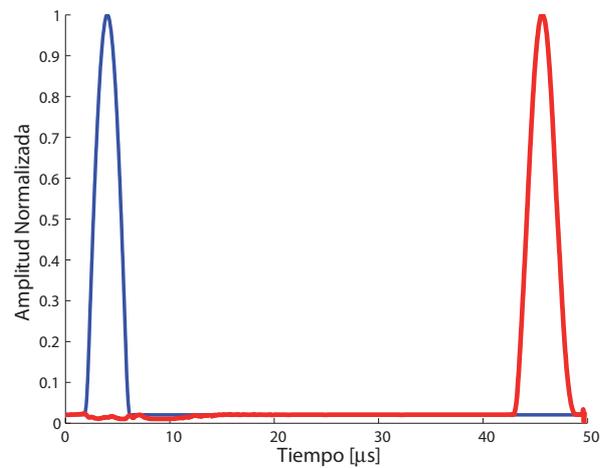


Figura 2.8: Envoltura del pulso de envío y recepción para la obtención de la velocidad longitudinal del cobre, a partir de la figura 2.6 con la muestra #4 del cuadro 2.1.

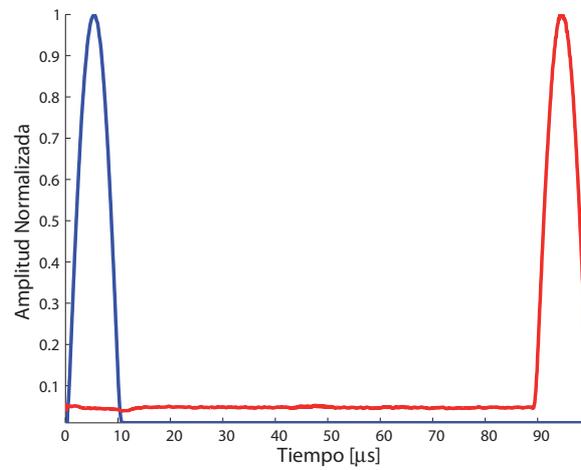


Figura 2.9: Envolvente del pulso de envío y recepción para la obtención de la velocidad transversal del cobre, a partir de la figura 2.7 con la muestra #4 del cuadro 2.1.

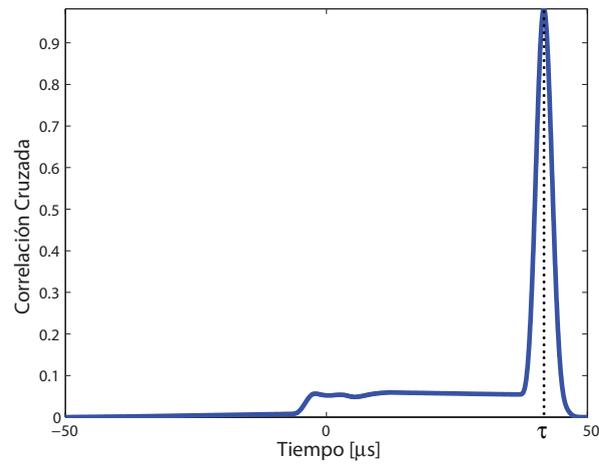


Figura 2.10: Correlación cruzada para envolventes de velocidad longitudinal del cobre de la figura 2.8. Se define τ como el tiempo de vuelo entre la señal de envío y recepción.

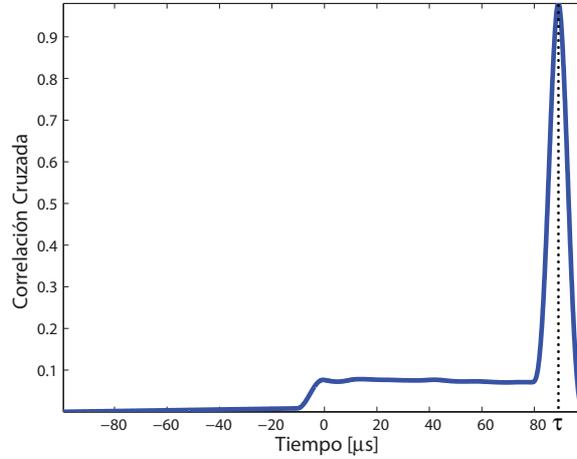


Figura 2.11: Correlación cruzada para envolventes de velocidad transversal del cobre de la figura 2.9. Se define τ como el tiempo de vuelo entre la señal de envío y recepción.

Conociendo el tiempo de vuelo y la distancia efectiva de la barra es posible determinar la velocidad del sonido en la muestra, la cual para una longitud de onda de ≈ 1 mm posee una simetría isotrópica, por lo que tiene sólo dos constantes elásticas independientes y se cumplen las siguientes relaciones:

$$C_{11} = \rho c_l^2 \tag{2.2}$$

$$C_{44} = \rho c_t^2, \tag{2.3}$$

donde ρ es la densidad la muestra, C_{11} y C_{44} son las constantes elásticas y c_l y c_t son las velocidades longitudinal y transversal del sonido, respectivamente. Notar que las constantes C_{ij} están escritas en la notación de Voigt. Esto mismo, escrito en forma más general, quedaría como: $C_{11} = C_{1111}$ y $C_{44} =$

C_{3232} . Para más detalles de las relaciones ver anexo A.

2.5. Resultados

Resumiendo, en la figura 2.12 pueden verse los valores de velocidad que se obtuvieron para el cobre variando el número de oscilaciones por pulso y la longitud de las muestras.

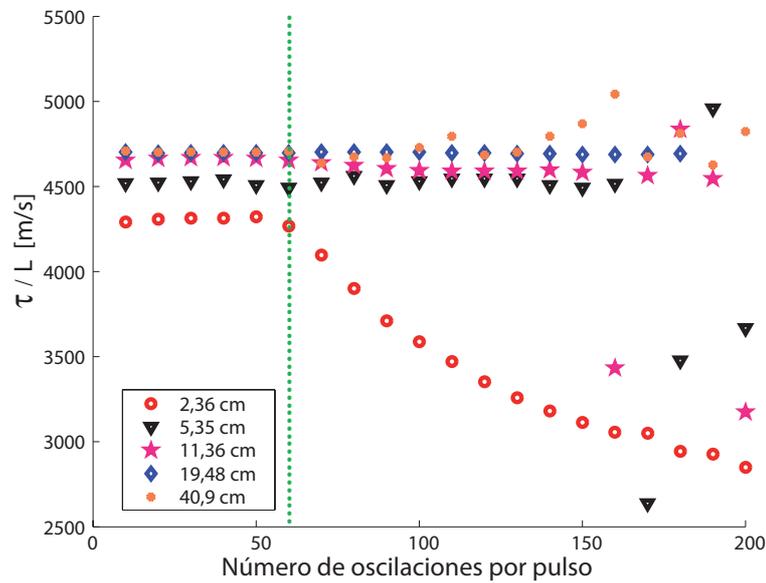


Figura 2.12: Medida de τ/L versus el número de oscilaciones por pulsos para diferentes longitudes de muestras de cobre, muestras # 1 a 5 en la tabla 2.1. Notar que para $N \leq 60$ y $L \geq 19$ cm, τ/L es independiente de N y L .

De este gráfico se puede observar que existe una aparente relación entre la longitud de la muestra y la cantidad τ/L que se obtiene. Pero esto es claramente un defecto del método inducido por la difracción del sonido del haz

del transductor, ya que la energía emitida por el transductor presenta cierta direccionalidad (ver figura 2.13). La mayor parte de la energía esta concentrada en el lóbulo principal, pero además presenta lóbulos laterales los cuales pueden provocar reflexiones no deseadas. Estas se hacen más notorias cuando el camino a recorrer por el lóbulo principal es muy cercano al que recorren los lóbulos laterales. El tamaño del transductor en comparación con la muestra también es importante, ya que si el radio del transductor es mucho más grande que el radio de la muestra, supongamos de forma cilíndrica, la onda que se propagaría sería muy cercana a una onda plana, con lo que no se notarían los efectos de los lóbulos laterales, ya que el pulso que recorrería la muestra sólo estaría formado por un lóbulo principal. En el caso opuesto, si suponemos una muestra de radio infinito, nunca tendríamos problemas con los lóbulos laterales, ya que estos viajarían sin posibilidades de ser reflejados por las paredes del cilindro infinito, por lo que tampoco tendríamos problemas de difracción.

Otra cosa que se podría pensar mirando el grafico, es que el valor de τ/L depende del número de oscilaciones por pulso. Acá ocurren dos fenómenos distintos. El primero tiene relación con el haz del transductor, el cual esta compuesto por un lóbulo principal y lóbulos laterales. En un material lo suficientemente grande, estos lóbulos pueden ser separados y distinguidos de manera independiente, para un número de oscilaciones fijo y pequeño. Al aumentar el número de oscilaciones por pulso, también estamos aumentando el ancho del pulso en el tiempo. Eventualmente, al seguir aumentando el número de oscilaciones por pulso, el lóbulo principal y los lóbulos laterales

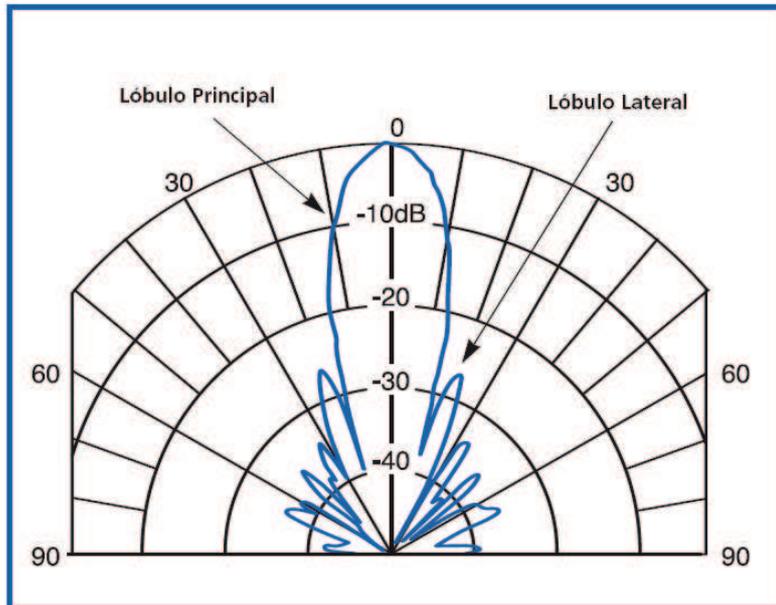


Figura 2.13: Direccionalidad típica del transductor. La mayor parte de la energía está concentrada en el lóbulo principal, que es el que define el ancho del haz. La energía fuera del lóbulo principal está concentrada en lóbulos laterales.

se juntarán y mezclarán. El segundo fenómeno que ocurre se relaciona con el tiempo de permanencia de la onda en el material. Lo que ocurre es que, al aumentar el número de oscilaciones por pulso estamos aumentando también el tiempo que permanece la onda recorriendo la muestra. Con esto llega un momento en donde la duración de tiempo del pulso, es mayor al tiempo que demora en realizarse la segunda reflexión, lo cual va provocando una superposición entre la señal que se envía al transductor y las reflexiones internas. Por lo tanto, podemos atribuir la aparente relación entre la longitud de la muestra, el número de oscilaciones y la cantidad τ/L , a los errores inducidos por el haz del transductor, los efectos de difracción y el tiempo de permanen-

cia de la onda en el material. El resultado de esto es que la forma de la señal que se recibe en el transductor de recepción, va experimentando cambios en su forma, lo que se interpreta como un corrimiento del máximo de la onda, implicando un error del valor τ/L que se calcula.

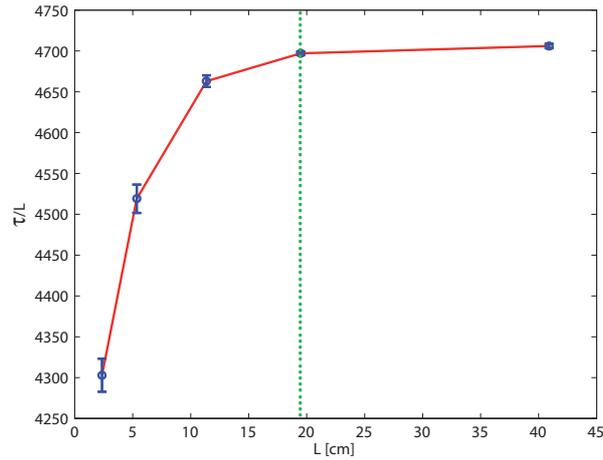


Figura 2.14: Variación de τ/L en función de la L . Con, $10 \leq N \leq 60$.

Se eligió como región segura para el cálculo de τ/L los números de oscilaciones por pulso entre 10 y 50, con los cuales son menos notorios los efectos de difracción y solapamiento de las señales. Se calculó el promedio de la cantidad τ/L para oscilaciones por pulso entre 10 y 60 para cada muestra de distinta longitud. Ahora, si graficamos este promedio versus la longitud de las muestras, el resultado se observa en la figura 2.14.

Se aprecia en la figura que los valores de τ/L tienden a un valor a medida que aumentamos la longitud. Como conclusión final, vemos que para $N \leq 60$ y $L \geq 19$ cm, τ/L comienza a ser independiente de N y L , por lo cual podemos identificar al valor τ/L como la velocidad del sonido en el material dentro

de esta zona. Se realiza el cálculo de la velocidad del sonido longitudinal y transversal como el promedio de las relaciones de τ/L obtenidas para las muestras # 4 y 5 del cuadro 2.1 con N de 10 a 60, donde N es el número de oscilaciones por pulso. Finalmente, y siguiendo la misma metodología para la velocidad longitudinal y transversal tanto para el cobre como para el acero, los resultados que se obtuvieron aparecen en el cuadro 2.2.

	Cobre	Acero 1020	Cobre (Literatura)	Acero (Literatura)
C_l [m/s]	4700 ± 60	5782 ± 20	4760	5790
C_t [m/s]	2186 ± 10	3207 ± 20	2325	3100
C_{11} [$*10^{11} Pa$]	1.981 ± 0.05	2.641 ± 0.05	2.006	2.648
C_{44} [$*10^{11} Pa$]	0.428 ± 0.01	0.812 ± 0.01	0.413	0.759

Cuadro 2.2: Resultados finales para la velocidad longitudinal y transversal del sonido en cobre y acero, y su correspondiente valor de constantes elásticas. Valores de la literatura, Handbook Chemistry and Physics 2006.

Una vez obtenidos los valores de la velocidad del sonido longitudinal y transversal podemos calcular el valor asociado a las constantes elásticas C_{11} y C_{44} y ocupar estos valores como parámetros de entrada (adivinanza) del problema de RUS.

Capítulo 3

Medición de constantes elásticas de metales isotrópicos mediante la técnica de RUS

3.1. Introducción

El método de RUS (Resonant Ultrasound Spectroscopy), en principio puede determinar la totalidad del tensor de elasticidad de un material con sólo un espectro de frecuencia de dicho material. La idea detrás de RUS consiste en reconocer las relaciones que existen entre las propiedades de la muestra con su espectro de frecuencia de resonancia. Ya que conociendo las propiedades de la muestra tales como tamaño, forma y constantes elásticas, es posible predecir el espectro de frecuencia de resonancia que tendría el material y, por lo tanto, es razonable pensar de manera inversa, a partir

del espectro de la muestra se puede determinar el valor para las constantes elásticas.

3.2. Montaje experimental

El montaje consiste de un “*sandwich*” entre dos transductores a través de un rodamiento lineal de aire, al cual se le aplica un flujo a presión de aire constante para eliminar la fricción, dejando al transductor superior libremente de manera vertical. El motivo de esto es buscar un punto de equilibrio en el sistema que no dependa de la fricción. Se aplica una carga calibrada en el rodamiento de aire para presionar la muestra, tratando de minimizar la carga aplicada, por lo cual es sostenido por unos resortes. Como se busca minimizar el acoplamiento entre los transductores y la muestra, el área de contacto se realiza por la diagonal del paralelepípedo (muestra), para que el contacto se realice por puntos y no por áreas de contacto, ya que lo que se trata de reproducir es la muestra en condiciones libres. En la figura 3.1 se aprecia una foto del montaje y en la figura 3.2 un esquema del mismo. Los detalles de cada parte se describen a continuación:

- Las muestras utilizadas son paralelepípedos de cobre y acero 1020, las cuales pueden considerarse como materiales elásticos isotrópicos, y por lo tanto, poseen sólo dos valores de constantes elásticas independientes asociadas. Cada muestra es debidamente preparada en el taller mecánico, en donde se realiza un proceso de pulido y rectificación de manera de dejar sus caras lo más paralelas posible para alcanzar un

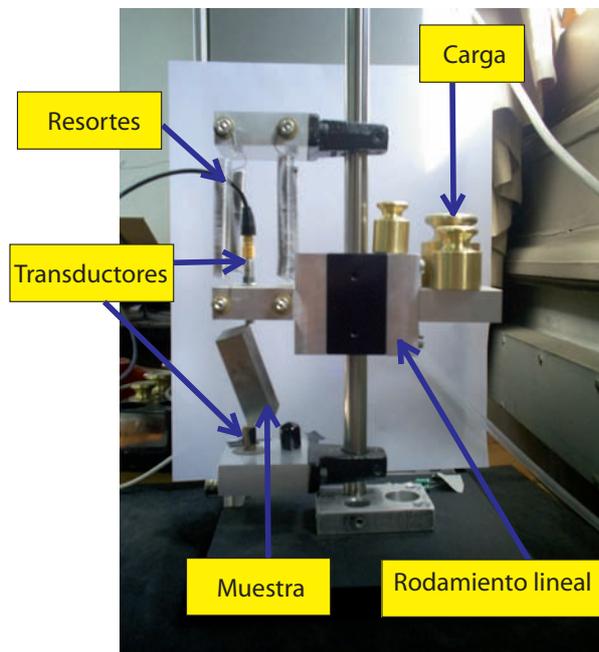


Figura 3.1: Foto del Montaje. Resortes soportan el rodamiento lineal de aire, al cual se le aplica un flujo de presión constante para evitar la fricción. La muestra es sostenida por las esquinas entre los transductores para minimizar el área de contacto. Con las masas calibradas se controla la carga sobre la muestra.

error en el paralelismo menor al 0,1%, que es lo recomendado en la literatura.

- Se utiliza un transductor piezoeléctrico de contacto para el envío de la señal, el cual es de marca Keramos y posee una frecuencia de resonancia centrada en los 100 kHz, sus dimensiones son 20,6 mm de largo con un radio de 6,9 mm. Para la recepción se ocupa un sensor de presión modelo 113A22 de alta frecuencia (resonancia de ≈ 500 kHz), marca PCB, el cual es alimentado por un condicionador de señal de la misma

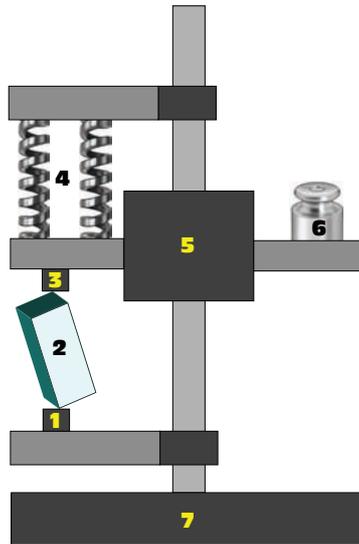


Figura 3.2: Montaje RUS, 1-Transductor de Envío, 2-Muestra, 3-Sensor de presión, 5-Resortes, 5-Rodamiento lineal de aire, 6-Masa calibrada, 7-Base.

marca, modelo 480C02. Ambos transductores poseen forma cilíndrica.

- Una de las piezas importantes en el montaje es el rodamiento lineal de aire, cuya finalidad es mantener el sistema libre de fricción. Esta pieza es la que permite juntar al sensor de presión con la muestra, otorgando libertad para poder desplazarse sólo en el sentido vertical manteniendo en el sistema los transductores centrados y alineados. El rodamiento de aire es alimentado por un flujo de aire a presión constante, el cual proviene desde un compresor de aire marca Black and Decker, modelo H11965F-B2, el cual provee un flujo de aire a una presión constante de 60 Psi en su válvula de salida.
- Se utilizan resortes para minimizar la carga sobre la muestra, los cuales

se encuentran distribuidos en forma paralela en una conformación de 2 resortes por lado, para alcanzar el punto de equilibrio del sistema, manteniendo a los transductores separados por una distancia igual a la longitud de la diagonal de la muestra.

- Se ocupan masas calibradas para presionar la muestra de manera firme pero lo más ligeramente posible, para minimizar el acoplamiento. Las masas se colocan a partir del punto de equilibrio del sistema.

La totalidad de las piezas que conforman el montaje y unen las partes anteriormente descritas fueron realizadas en duraluminio, en el taller mecánico de la Universidad de Santiago de Chile. Los detalles del esquema de medición pueden ser vistos en la figura 3.3 y sus detalles son los siguientes:

- Para el envío de la señal de amplitud constante realizando un barrido en frecuencia se utiliza un analizador de espectro SRS modelo SR780, el cual tiene una frecuencia de corte superior de 102.4 kHz y posee un rango dinámico de 145 dB.
- La amplificación de la señal se realiza con un amplificador NF modelo HSA4011, el cual posee una frecuencia de corte de 1 MHz. El voltaje máximo de salida del amplificador es de 150 V_{p-p}, y la corriente máxima de 1 A rms.

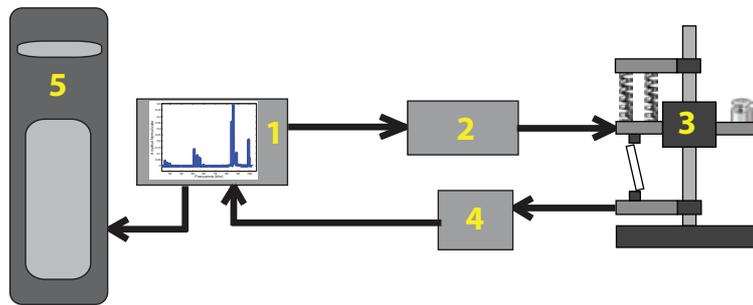


Figura 3.3: Esquema RUS, 1-Analizador de espectro, 2-Amplificador, 3-Montaje RUS, 4-Sensor condicionado de señal, 5- Computador.

- Para la comunicación entre el analizador de espectros y el computador se utiliza una tarjeta de interface GPIB, marca National Instrument, modelo GPIB-USB-HS, y el experimento es manejado desde un programa principal escrito en LabView el cual hace la lectura desde el analizador de espectros de las frecuencias de resonancias de los materiales medidos.

3.3. Procedimientos experimentales

Al comenzar el proceso experimental debemos regular la presión de aire, la cual es enviada al rodamiento lineal de aire desde el compresor. Los fabricantes recomiendan una presión óptima de 60 Psi y no mayor a 120 Psi, por lo cual se fija en 60 Psi. Luego de tener un flujo de aire constante y verificando que no existe ninguna fuga en el sistema, se fija la distancia entre los transductores igual a la distancia de la diagonal del paralelepípedo que se desea medir, llamando a este punto, el punto de equilibrio. A partir de este

punto debemos colocar la muestra entre los transductores, la cual ha sido previamente preparada en el taller mecánico. La muestra debería tener un error no mayor al 0,1 % en su paralelismo para obtener así una muestra representativa con el modelo matemático. Posteriormente, comenzamos a añadir las masas calibradas sobre el rodamiento de aire de manera que la muestra sea presionada por el sensor de presión lo más débilmente posible, haciendo un “*sandwich*” entre los transductores y el material en estudio, pero teniendo cuidado de que la muestra quede presionada lo suficiente para que esta no se caiga del montaje. En este punto es importante tener un compromiso entre el grado de acoplamiento que se produce al añadir más masa y cuán firme está la muestra dentro del montaje. Luego de colocar la muestra en el montaje, procedemos a fijar los parámetros en el analizador de espectros, como son la frecuencia inicial y final del barrido, la amplitud de dicha señal y el número de puntos o resolución en frecuencia. Las frecuencias de resonancias dentro de las cuales debemos tener mediciones están dadas por el programa directo, el cual considera los valores de las constantes elásticas, la densidad, las dimensiones y forma de la muestra para predecir el espectro de resonancia de un material con dichos parámetros. Como las frecuencias de resonancia se relacionan con las dimensiones de la muestra, es importante saber en que región se desea trabajar, ya que al tener muestras muy pequeñas el analizador de espectros no es capaz de medir dichas frecuencias, las cuales se elevarían por sobre el margen superior de medición. Luego de fijar los parámetros en el analizador de espectros, enviamos la señal realizando un barrido en frecuencia hacia el amplificador en donde la señal es aumentada lo máximo posible

evitando cualquier tipo de saturación. Al llegar la señal desde el amplificador hacia el transductor de contacto, éste se deforma debido a sus características piezoeléctricas y como se encuentra acoplado mecánicamente a la muestra, se produce la transmisión de la onda a través del material. Debido a que el acoplamiento entre la muestra y los transductores es débil, el sensor de presión detectará la señal solamente cuando la muestra vibre con mayor intensidad, o sea en las resonancias de la muestra actuando así como un sistema de filtro. La señal detectada por el sensor de presión es enviada al canal 1 del analizador de espectro. Una vez que se obtiene el espectro de resonancia de la muestra en estudio, se guardan los datos en el computador leyendo los datos desde el analizador de espectros con una tarjeta GPIB-USB, a través de un programa escrito en LabView. Todo el proceso experimental se realiza montando y desmontando la muestra varias veces para cada medición, ya que según el modo de vibración aparecerán algunos modos que serán más fáciles de detectar por el sensor de presión, según la posición de la muestra con respecto al sensor de presión y con respecto al modo de resonancia a la cual se encuentra.

3.4. Procedimiento para el análisis de datos

Una vez realizado el barrido en frecuencia y grabada la respuesta de la muestra con LabView, se realiza el análisis de los datos a través del programa Matlab. Lo primero que se realiza es el reordenamiento de los datos creando un archivo para el vector de frecuencia y otro para los valores de amplitud

de la señal. La forma típica del espectro se presenta en la figura 3.4 para la muestra de cobre.

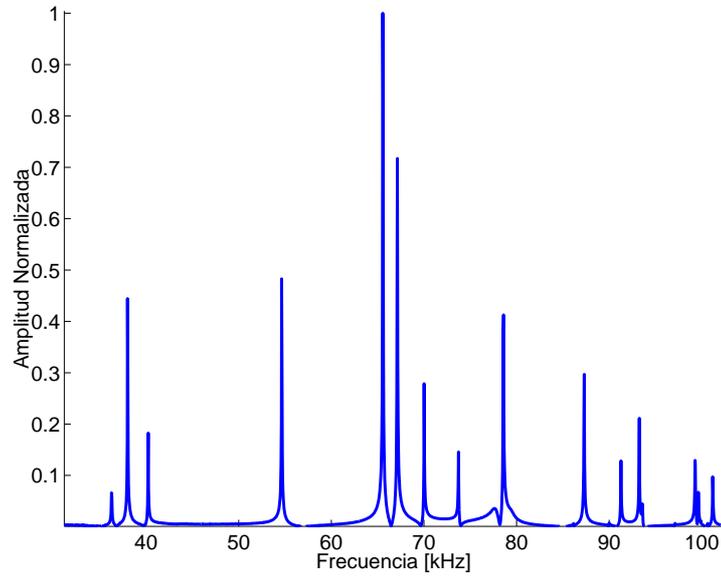


Figura 3.4: Espectro típico de una medición de resonancia para la muestra de cobre.

Es importante notar que es necesario realizar un promedio entre las mejores mediciones para eliminar el ruido de la señal y realzar los picos que presenten menos amplitud. Los datos importantes de las mediciones son los valores de frecuencia de resonancia de la muestra, las cuales se relacionan con las constantes elásticas del material.

Lo primero que se realiza para determinar de manera precisa los valores de resonancia es aplicar una interpolación del tipo *spline* a la curva medida y determinar los máximos de la señal de manera individual (figura 3.5), ya que

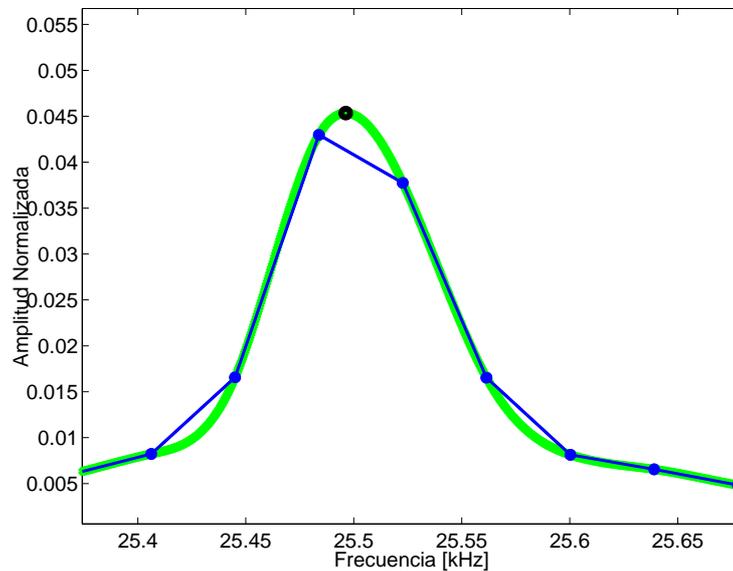


Figura 3.5: Obtención del máximo, a través de una interpolación.

debido a la resolución del analizador de espectro, los picos presentan muy pocos puntos por cada máximo. Finalmente, guardamos los datos obtenidos a través de la determinación de los máximos de la señal para posteriormente ser ocupados en el proceso inverso de RUS.

3.4.1. Método Directo

El método directo resuelve el problema de un sólido oscilando libremente en el espacio a partir de los parámetros del sólido, donde las frecuencias de resonancia son las soluciones al problema de valores propios ocupando técnicas de minimización de energía.

En el programa es necesario especificar las dimensiones que posee la muestra

Parámetro	Valor
Polinomio	16
d1 [mm]	15.078±0.002
d2 [mm]	17.008±0.002
d3 [mm]	50.05±0.03
ρ [gr/cm ³]	7.823±0.004
c_{11}^0 [*10 ¹¹]	2.640±0.05
c_{44}^0 [*10 ¹¹]	0.812±0.01

Cuadro 3.1: Parámetros del acero para predicción de las frecuencias de resonancia, donde los valores semilla c_{11}^0 y c_{44}^0 son obtenidos a partir de la técnica de Pulsos.

(ver cuadro 3.1), la forma que tiene, la cual es un paralelepípedo en nuestro caso, su densidad, el orden del polinomio con el cual se realizará la predicción de las frecuencias de resonancia, y un valor semilla o ensayo de las constantes elásticas, además de especificar cuantas constantes elásticas independientes posee. Posteriormente, se ejecuta el programa para obtener la predicción de las frecuencias de resonancia, lo que puede ser apreciado en el cuadro 3.2. Una vez obtenida la predicción del espectro, se realiza un espectro a partir de los datos predichos por el método directo como la superposición de curvas Lorentzianas, donde se deja que el valor de Q oscile entre 3000 a 6000 de manera aleatoria, lo cual aparece de manera gráfica en la figura 3.6.

Pred [kHz]	Med [kHz]	Q
25.356	25.500	269
27.446	27.495	342
29.450	29.813	286
51.332	51.287	755
53.816	54.004	714
55.987	56.077	645
58.762	59.338	772
83.965	84.201	1323
85.589	85.743	1339
87.688	88.460	1075
98.729	99.137	1503
99.783	99.474	1139

Cuadro 3.2: Frecuencias predichas del acero a partir de los datos entregados por la tabla 3.1. Frecuencias medidas para la muestra de acero, y su valor asociado para el factor de calidad Q.

3.4.2. Método Inverso

En el método inverso se realiza una minimización de una función objetivo, entre las frecuencias predichas por el método directo y las frecuencias medidas experimentalmente. Para realizar dicha minimización, debemos ser capaces de medir todos los modos de resonancia en la muestra de manera correlativa. Esto no es algo fácil ya que dependerá de cómo los modos de vibración

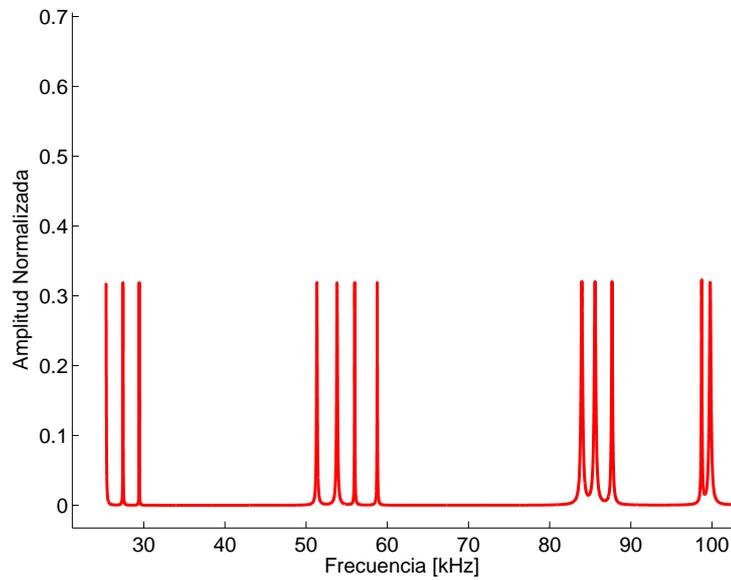


Figura 3.6: Espectro predicho a partir de valores del cuadro 3.2 , construido como la superposición de curvas Lorentzianas.

interactúan con los transductores en la resonancia. Además, en la literatura se recomienda tener al menos 5 valores de resonancia por cada constante elástica independiente en el material, siendo un valor mínimo de 10 frecuencias de resonancia para un material isotrópico. Para realizar el proceso inverso son necesarios todos los valores medidos de frecuencia de resonancia del material, siendo éste valor un promedio de varias mediciones para tener una señal con menos ruido que el de una señal cualquiera y con todas las frecuencias de resonancias medidas. El otro dato necesario son los valores predichos a partir de datos iniciales en donde los valores de las constantes elásticas que se ocupan, se consideran como un ensayo (adivinanza) del problema, partiendo

de estos valores de adivinanza para realizar la minimización de la función objetivo. La iteración del problema se realiza 100 veces por cada vez que se ejecuta el programa, y una vez que termina nos entregará los nuevos valores de constantes elásticas asociadas a dicho proceso de minimización. En nuestro caso, los valores ocupados como ensayo de las constantes elásticas fueron obtenidos a partir de la técnica de pulsos.

3.5. Resultados

3.5.1. Cobre

Se aplicó la técnica de RUS para una muestra de cobre con dimensiones de 15, 17 y 50 mm la cual presentaba un paralelismo de 0.3% entre sus caras lo cual puede ser visto en la figura 3.7. Se predijo el espectro de resonancia que tendría dicho material con los datos que aparecen en el cuadro 3.3 donde los valores c_{11}^0 y c_{44}^0 son obtenidos con la técnica de Pulsos.

Si graficamos las frecuencias predichas y las frecuencias medidas de manera simultánea podemos ver en la figura 3.8 que estos espectros no presentan ningún tipo de similitud. Esto es atribuible al bajo grado de paralelismo que presenta la muestra, ya que al tener un error 3 veces mayor a lo recomendado lo que se está midiendo es algo distinto a lo predicho de forma matemática (cuerpo definido vibrando libremente).

Ahora, si se toman los datos medidos con la técnica de pulsos como un parámetro de entrada de la técnica de RUS para realizar el proceso inverso.

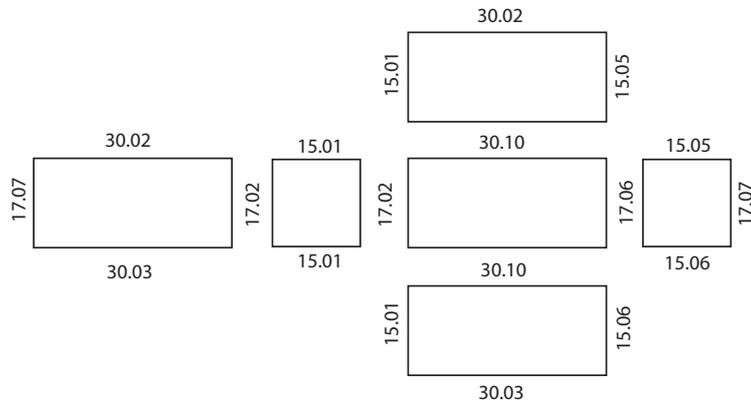


Figura 3.7: Paralelismo de 0.3 % en el peor de los casos, para la muestra de cobre. El paralelismo se calcula como el error relativo para una cara del paralelepípedo, lo que en este caso sería $((17.07 - 17.02)/17.07)100\% \approx 0,3\%$. Las mediciones de la longitud se realizaron con pie de metro digital, con resolución de 0.01 mm.

d1 [mm]	15.06 ± 0.03
d2 [mm]	17.02 ± 0.02
d3 [mm]	30.13 ± 0.04
ρ [gr/cm^3]	8.86 ± 0.02
c_{11} [$*10^{11}$]	1.981 ± 0.05
c_{44} [$*10^{11}$]	0.428 ± 0.01

Cuadro 3.3: Parámetros del cobre para predicción de las frecuencias de resonancia, donde los valores c_{11}^0 y c_{44}^0 son obtenidos a partir de la técnica de pulsos.

Obtenemos unos nuevos valores de constantes elásticas después de terminar el proceso iterativo, con lo cual podemos volver a predecir el espectro, pero con los valores nuevos para las constantes elásticas, lo que puede ser visto en

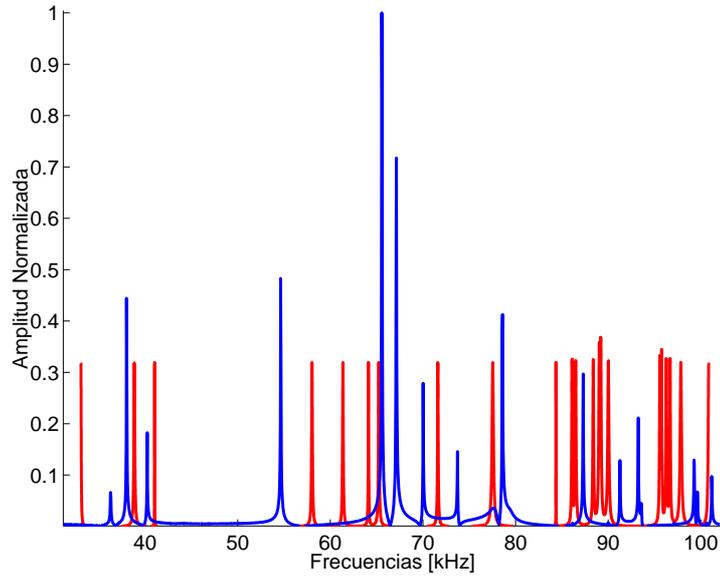


Figura 3.8: Espectro medido (azul), espectro predicho (rojo), para paralelepípedo de cobre. El espectro predicho se compone como la superposición de curvas Lorentzianas con amplitud arbitraria.

el cuadro 3.4. Al ver los datos del cuadro 3.5 vemos que el error promedio es de un 5% después de realizar el proceso inverso y obtener nuevos valores de constantes elásticas.

	Antes	Despues
$c_{11} [*10^{11}]$	1.981 ± 0.05	1.981 ± 0.05
$c_{44} [*10^{11}]$	0.428 ± 0.01	0.413 ± 0.01

Cuadro 3.4: Valores de c_{11} y c_{44} antes y después de realizar el proceso inverso, después de 100 iteraciones.

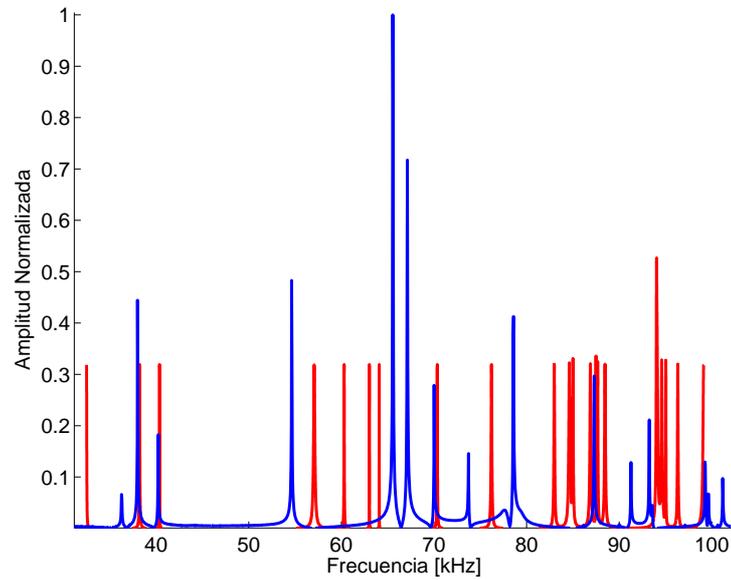


Figura 3.9: Espectro medido (azul), espectro predicho (rojo), despues de realizar 100 iteraciones entre el proceso directo e inverso, con un paralelepípedo de cobre. El espectro predicho se compone como la superposición de curvas Lorentzianas con amplitud arbitraria, donde los valores de C_{11} y C_{44} ocupados para la predicción fueron obtenidos por el proceso inverso.

3.5.2. Acero

Se aplicó la técnica de RUS para una muestra con forma de paralelepípedo de acero 1020 con dimensiones de 15, 17 y 50 mm, con un paralelismo menor al 0.01 % lo cual aparece esquematizado en la figura 3.11. Se logró este grado de paralelismo en el acero 1020 debido a sus propiedades ferromagnéticas, ya que la maquina rectificadora trabaja con un campo magnético para fijar firmemente una pieza en su lugar.

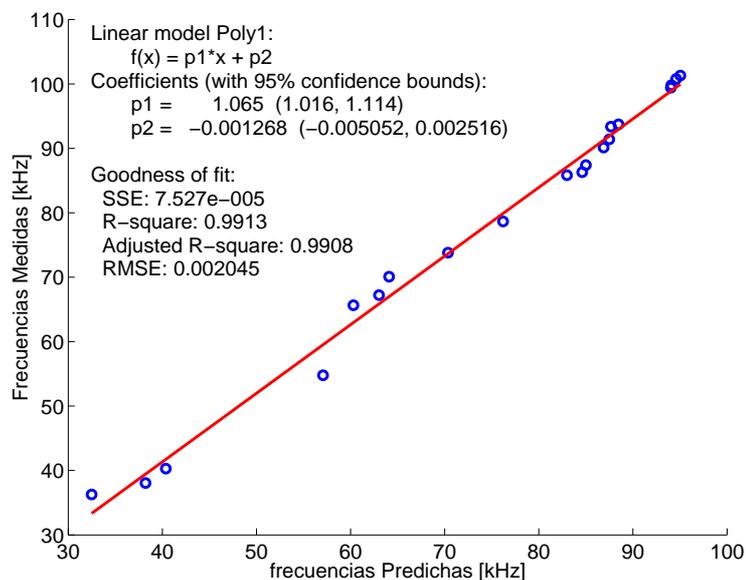


Figura 3.10: Frecuencias predichas vs frecuencias medidas después de realizar el proceso inverso.

A partir de los datos medidos con la técnica de pulsos se obtuvieron los valores para las constantes c_{11}^0 y c_{44}^0 las cuales son ocupadas como parámetro de entrada en la técnica de RUS. Si graficamos los espectros medidos y predichos simultáneamente (ver figura 3.12), se ve a simple vista que existe una relación entre las frecuencias medidas y predichas. El espectro medido es un promedio de 18 mediciones en donde se logró medir la totalidad de los picos de resonancia.

Posteriormente, al graficar las frecuencias predichas versus las medidas, lo que se ve en la figura 3.13, es que claramente la curva sigue un ajuste lineal casi perfecto, siendo los últimos dos valores de la curva los que se alejan un

P [kHz]	M [kHz]	D [Hz]	E [%]	P [kHz]	M [kHz]	D [Hz]	E [%]
32.491	36.286	3795	11	84.616	86.304	1688	2
38.217	38.049	168	0.43	85.005	87.406	2401	3
40.374	40.287	87	0.21	86.889	90.120	3231	4
57.071	54.781	2290	4	87.492	91.388	3717	4
60.302	65.638	5336	6	87.671	93.374	5703	7
63.025	67.219	4194	6	88.466	93.733	5267	6
64.088	70.084	5996	9	94.031	99.418	5387	6
70.355	73.803	3448	5	94.091	99.800	5709	6
76.210	78.648	2438	3	94.596	100.760	6164	7
82.990	85.826	2836	3	95.035	101.300	6265	7

Cuadro 3.5: Frecuencias predichas y medidas después de realizar el proceso inverso. Para la muestra de cobre.

poco más del ajuste de los datos. Esto puede ser explicado debido a que en esta zona nos encontramos en la frecuencia de resonancia del transductor la cual es cercana a 100 kHz, lo cual estaría afectando a las frecuencias observadas en la medición, y es uno de los cuidados que se deben tener en cuenta a la hora de ocupar esta técnica.

Tomando como parámetros de entrada del proceso inverso los datos que se midieron con la técnica Pulsos y realizando el proceso inverso 100 veces, o sea 100 ciclos de minimización, los valores que se obtienen finalmente para las constantes elásticas aparecen en el cuadro 3.6.

Con estos nuevos valores de constantes elásticas podemos volver a predecir el

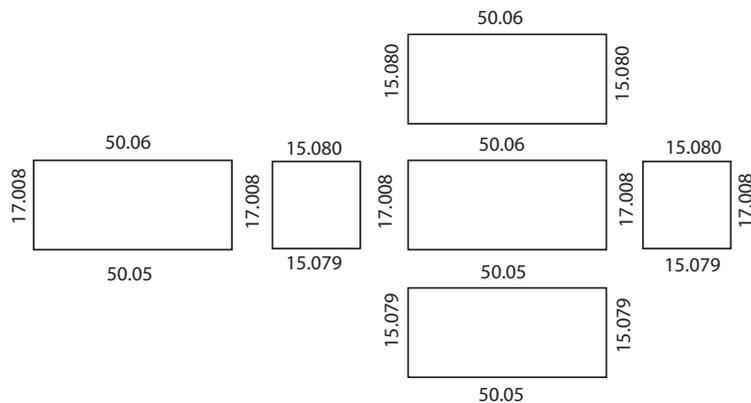


Figura 3.11: Paralelismo de 0,01 % para muestra de acero 1020, la cual fue pulida y rectificada en el taller mecánico. El paralelismo del acero se calcula como $((15.080 - 15.079)/15.080)100\% \approx 0,01\%$. Las mediciones de la longitud se realizaron con un tornillo micrométrico, resolución 0.001 mm.

	Antes	Despues
$C_{11} [*10^{11} Pa]$	2.641 ± 0.05	2.641 ± 0.05
$C_{44} [*10^{11} Pa]$	0.812 ± 0.01	0.819 ± 0.01

Cuadro 3.6: Resultados finales para las constantes elásticas c_{11} y c_{44} para antes y después de realizar el proceso inverso para el acero.

espectro de frecuencia, en la figura 3.14 aparece graficado el espectro predicho construido con la superposición de curvas lorentzianas con los nuevos valores para las constantes elásticas entregados por el programa inverso.

Si nuevamente graficamos las frecuencias predichas versus las frecuencias medidas (figura 3.15), vemos que la curva no cambia mucho. Sin embargo, al analizar los datos vemos que el error promedio disminuye, lo cual aparece

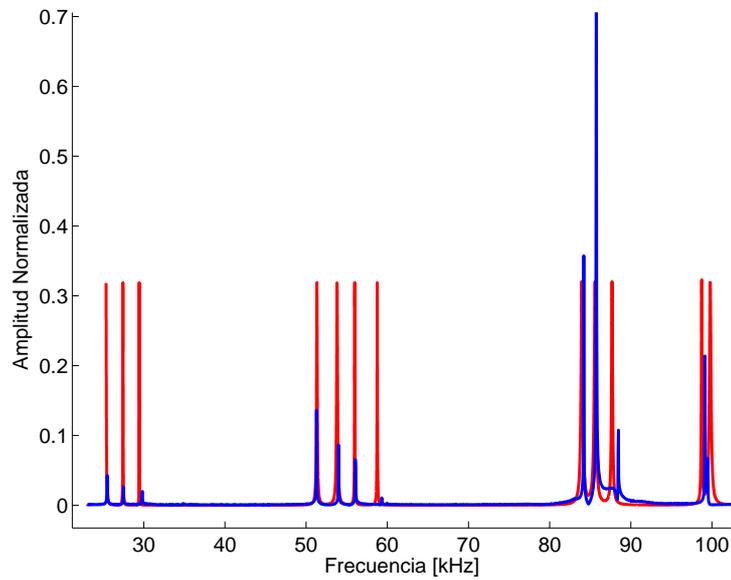


Figura 3.12: Espectro medido (azul), espectro predicho (rojo), para paralelepípedo de acero, el espectro predicho se compone como la superposición de curvas lorentzianas con un factor de calidad que oscila entre 3000 y 6000, obtenidas con los datos medidos por la técnica de Pulsos.

de manera explícita en el cuadro 3.7. Como conclusión final podemos decir que la preparación de la muestra en lo que se refiere al paralelismo es algo fundamental. De igual forma, debemos estar alejados de la resonancia del transductor para que no se induzcan errores en las mediciones, pero no tan alejados, ya que estaríamos trabajando en una zona del transductor demasiado ineficiente. Si bien el montaje es relativamente sencillo se deben tener muchos cuidados a la hora de realizar la medición.

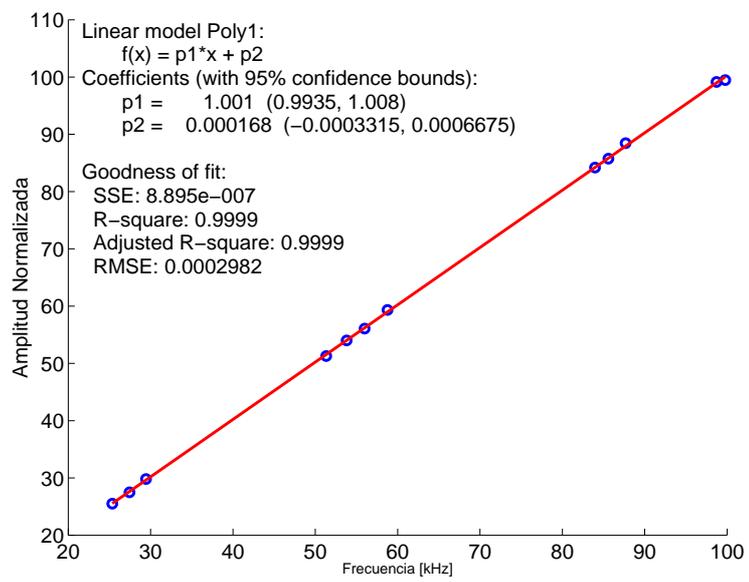


Figura 3.13: Frecuencias predichas y medidas para el acero.

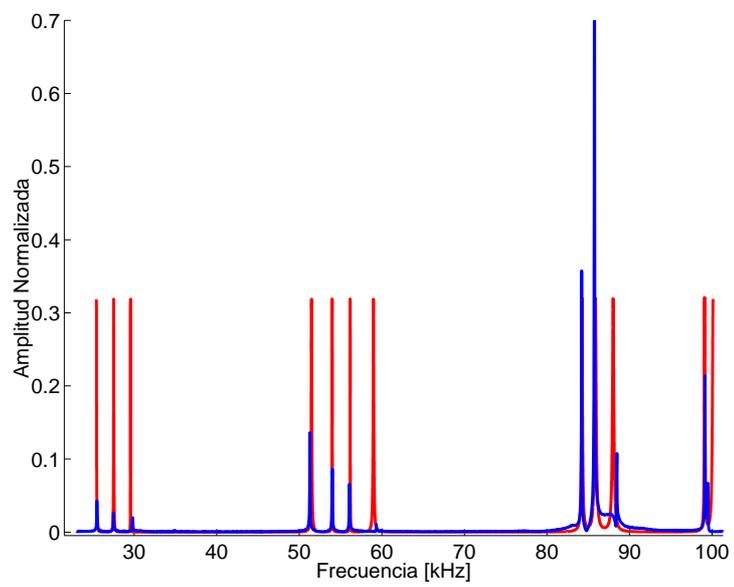


Figura 3.14: Espectro medido (azul), espectro predicho (rojo), después de realizar el proceso inverso de RUS.

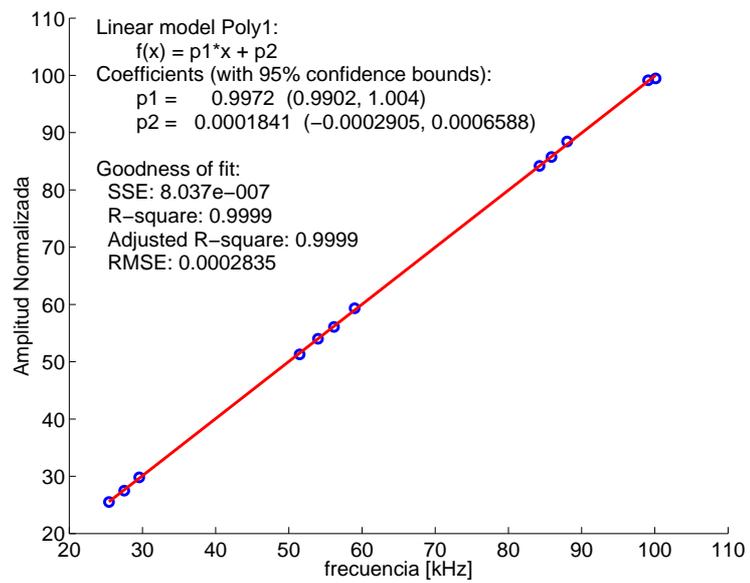


Figura 3.15: Frecuencias predichas y medidas para el acero después de realizar el proceso inverso.

P [kHz]	M [kHz]	D [Hz]	E [%]	P [kHz]	M [kHz]	D [Hz]	E [%]
25.356	25.500	144	0.56	25.430	25.500	70	0.27
27.446	27.495	49	0.18	27.527	27.495	32	0.12
29.450	29.813	363	1.2	29.562	29.813	251	0.84
51.332	51.287	45	0.09	51.483	51.287	196	0.38
53.816	54.004	188	0.34	53.985	54.004	19	0.03
55.987	56.077	90	0.16	55.166	56.077	89	0.15
58.762	59.338	576	0.98	58.985	59.338	353	0.59
83.965	84.201	236	0.28	84.242	84.201	41	0.04
85.589	85.743	154	0.18	85.875	85.743	132	0.15
87.688	88.460	772	0.88	88.018	88.460	442	0.5
A	Prom	261	0.48	B	Prom	162	0.30

Cuadro 3.7: (A) Frecuencias de resonancia medidas y predichas a partir de la técnica de pulsos. (B) Frecuencias de resonancia medidas y predichas luego de realizar el proceso inverso con los datos obtenidos con la técnica de pulsos, y la obtención de nuevos valores para las constantes elásticas con los cuales se realiza la predicción.

Capítulo 4

Conclusiones

El objetivo de esta tesis fue desarrollar técnicas acústicas no invasivas para la caracterización de materiales desde un punto de vista mecánico. Se implementaron dos técnicas distintas que nos permitieron caracterizar muestras de cobre y de acero, los cuales a escala macroscópica son considerados como medios isótropos. Se realizó un montaje para el método de pulsos, en donde se mantienen los transductores centrados, alineados y en permanente contacto con la muestra, el cual fue apto para la medición de ambas velocidades, la longitudinal y la transversal en materiales elásticos. Con el método de pulsos se lograron medir estas velocidades, alcanzándose errores menores al 1 % en su valor medido, con valores concordantes con los entregados en la literatura. En el proceso experimental, se lograron distinguir errores en las mediciones de la velocidad del sonido debido a efectos de difracción, todo esto a causa del haz del transductor, los cuales son más importantes para muestras pequeñas, es decir para muestras cortas o de diámetro pequeño.

Para muestras suficientemente largas (o anchas) se confirmó que la velocidad del sonido es independiente del número de oscilaciones por pulso y de la longitud de la muestra. Con los valores medidos de las velocidades longitudinal y transversal podemos calcular las constantes elásticas asociadas a dicho material. Estos valores de velocidad fueron ocupados como parámetro de entrada de la técnica de Espectroscopía de Resonancia Ultrasónica (RUS).

En el caso de RUS, fue posible realizar un montaje que cumpliera con los requerimientos del método, donde se obtuvo un buen control sobre la carga con la cual se presiona la muestra. Se observa que existe una dependencia entre las frecuencias de resonancia y la carga con la cual se presiona la muestra, explicado a través del acoplamiento que se produce entre los transductores y la muestra. En particular, a medida que aumentamos la carga, ocurre una disminución del factor de calidad Q . En efecto, una variación de un factor 10 en la carga cambia Q en un factor 2. Además, se observa un corrimiento de las frecuencias de resonancia a valores más altos, lo que puede ser explicado por la disminución de la longitud efectiva de la muestra. En este caso, un cambio de un factor 4 sólo produce un 0.03% de aumento de una frecuencia de resonancia.

Una de las partes más críticas en la técnica de RUS es contar con muestras que sean representativas con el modelo matemático. Tratándose de muestras paralelepípedas, las muestras utilizadas presentan diferentes grados de paralelismo. Para el cobre se midió un paralelismo de 0.3%, mientras que para el acero se alcanzó un paralelismo de 0.01%. Se determinó que el método de RUS es muy sensible a variaciones de la geometría de la muestra, siendo en

el caso de la muestra de cobre imposible ajustar con los valores iniciales de constantes elásticas el espectro medido con el predicho por la técnica directa.

Se logró aplicar el método inverso para el acero, con lo cual se obtuvieron nuevos valores de constantes elásticas las cuales presentaban un error de 0.3% (en promedio), entre las frecuencias predichas y medidas.

Como perspectiva a futuro se buscará explorar la dependencia entre las constantes elásticas y la densidad de defectos presentes en los materiales, tales como las dislocaciones o el tamaño de granos. Hoy en día ya se están realizando estudios de densidad de dislocaciones en el aluminio por técnicas de microscopía electrónica. Rodrigo Espinoza, alumno de doctorado de Ciencias de los Materiales en la Universidad de Chile, es el encargado de realizar dichas mediciones. Por nuestra parte nos encontramos caracterizando el mismo material (aluminio) del punto de vista de las constantes elásticas. Finalmente, obtendremos un gráfico de las constantes elásticas en función de la densidad de dislocaciones, en donde el eje de la densidad de las dislocaciones será entregado por Rodrigo Espinoza y el eje de las constantes elásticas será entregado por nosotros. Luego, con estos resultados se compararán los datos medidos experimentalmente con los datos teóricos entregados por Fernando Lund y Felipe Barra.

También se realizará un mejoramiento de los programas directo e inverso, para poder lograr converger a valores más exactos a través de una minimización en más detalle. Ya se realizó un programa que resuelve el problema directo en el lenguaje Matlab, pero es poco eficiente en tiempo en comparación con programas similares en lenguaje C y Fortran. El principal problema

a solucionar es hacer controlable el salto dentro de la minimización para lo cual debemos tener un control dinámico en el programa.

Bibliografía

- [1] L. Landau, E. Lifshitz. *“Teoría de la elasticidad”*. Edt. Reverté, (1969).
- [2] M. Radovic, E. Lara-Curzio, L. Riester, *“Comparison of Different Experimental Techniques for Determination of Elastic Properties of Solids”*, Mater. Sci. Eng. A368, (2004) 56-70.
- [3] R. G. Leisure and F. A. Willis, *“Resonant Ultrasound Spectroscopy”*, J. Phys.: Condens. Matter 9, 6001 (1997).
- [4] J. Maynard *“Resonant Ultrasound Spectroscopy”*, Phys. Today 49, 26-31 (Jan 1996)
- [5] B. Zadler. *“Properties of elastic materials using contacting and non-contacting acoustic spectroscopy”*. PhD thesis, Colorado School of Mines, 2004.
- [6] A. Migliori, J. L. Sarrao, W. M. Visscher, T.M. Bell, M. Lei, Z. Fisk, and R. G. Leisure, *“Resonant Ultrasound Spectroscopic Techniques for Measurement of the Elastic Moduli of Solids”*, Physica B 183, 1 (1993).

- [7] H. Demarest “*Cube-Resonant Method to Determine the Elastic Constants of Solids*”, J. Acoust. Soc. Am. 49(3) 768-775. 1969
- [8] W. Visscher, A. Migliori, T. M. Bell and A. Reinert , “*On the normal modes of free vibration of inhomogeneous and anisotropic elastic objects*”. 1991 J. Acoust. Soc. Am. 90 2154.
- [9] A. Migliori, J. L. Sarrao, “*Resonant ultrasound spectroscopy: applications to physics, materials measurement, and non-destructive evaluation*”. John Wiley & Sons, INC., New York, 1997.
- [10] N. Mujica & S. Fauve, “*Sound velocity and absorption in a coarsening foam*”, Physical Review E Vol. 66, 021404 (2002).
- [11] F. Melo, S. Job, F. Santibanez, and F. Tapia “*Experimental evidence of shock mitigation in a Hertzian tapered chain*”, Phys. Rev. E, 73, 041305 (April 27, 2006).

Capítulo 5

Anexos

5.1. Relación entre las constantes elásticas y la velocidad del sonido para un material isotrópico

La relación general para los esfuerzos y la deformación de un material elástico, esta dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad (5.1)$$

la que es conocida como la ley de Hooke generalizada, donde σ_{ij} es el tensor de esfuerzos, ε_{kl} es el tensor de deformaciones, y C_{ijkl} es el tensor de constantes elásticas.

Las constantes elásticas C_{ijkl} pueden ser expresadas como una matriz de 6x6, ocupando la notación de Voigt, donde se ocupan las siguientes relaciones para los índices ij o kl .

$$11 \rightarrow 1$$

$$22 \rightarrow 2$$

$$33 \rightarrow 3$$

$$32=23 \rightarrow 4$$

$$31=13 \rightarrow 5$$

$$12=21 \rightarrow 6$$

Para un material isotrópico se cumplen las siguientes relaciones:

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = \lambda + 2\mu \quad (5.2)$$

$$C_{12} = C_{13} = C_{23} = \lambda \quad (5.3)$$

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = \mu \quad (5.4)$$

donde λ y μ son las constantes de Lamé y C_{ij} son las constantes elásticas, cuyos índices van de $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$. A su vez, las constantes de Lamé se relacionan con el módulo de Young y cociente de Poisson a través de las siguientes relaciones:

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad (5.5)$$

$$v = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (5.6)$$

donde E es el módulo de Young y ν es el radio de Poisson. La relación de las velocidades del sonido con las constantes de Lamé, esta dada por:

$$\lambda = \rho(c_l^2 - 2c_t^2), \quad (5.7)$$

$$\mu = \rho c_t^2. \quad (5.8)$$

Finalmente, llegamos a que las constantes elásticas C_{11} y C_{44} se relacionan con la velocidad transversal c_t y longitudinal c_l , para un material isotrópico, de la siguientes forma:

$$C_{11} = \rho c_l^2, \quad (5.9)$$

$$C_{44} = \rho c_t^2. \quad (5.10)$$