

**UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS**  
**ESCUELA DE AGRONOMIA**

**Modificación y calibración de un modelo semimecanístico simple de  
absorción de fósforo para el cultivo de trigo (*Triticum aestivum* L.)**

Tesis presentada como parte de los  
requisitos para optar al grado de  
Licenciado en Agronomía.

**Andrés Iván Fernández Kusanović**

VALDIVIA - CHILE

2006

PROFESOR PATROCINANTE:

Dante Pinochet T.

Ing. Agr., M.Sc. Ph.D

---

PROFESORES INFORMANTES:

Daniel Calderini R.

Ing. Agr., Dr.

---

Ricardo Fuentes P.

Ing. Agr., M.Sc

---

Un modelo –como una novela- puede resonar con la naturaleza, pero no es algo “real”. Como una novela, un modelo puede ser convincente, puede “sonar a verdad” solo si es congruente con nuestra experiencia del mundo natural.

N. Oreskes

A mis padres,  
Porque a ellos debo más que mi agradecimiento.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a mi profesor patrocinante tanto por facilitar el modelo original en que esta tesis se basa como por su guía en este trabajo. Es de esperar que su pasión por educar contagie a quienes únicamente enseñan.

Esta tesis también se ha beneficiado de las contribuciones de los profesores informantes, que han enriquecido el trabajo al mirarlo desde sus propias perspectivas.

Agradezco también a los autores de las tesis de grado en que este trabajo se ha basado. Espero que el texto a continuación sepa reconocer sus valiosos aportes.

Estoy también en deuda con quienes estuvieron directamente involucrados en los ensayos de campo que posibilitaron la calibración de este modelo y a todos quienes hacen del Instituto de Ingeniería Agraria y Suelos un excelente lugar de trabajo.

Agradezco a quienes colaboraron en la revisión del documento y muy especialmente a quien me dio una razón para terminarlo.

A ellos pertenece lo bueno que esta tesis pueda contener. La responsabilidad por lo restante, es solo del autor.

**INDICE DE MATERIAS**

<b>Capítulo</b>		<b>Página</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUCCION</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>REVISION BIBLIOGRAFICA</b>	<b>4</b>
2.1	Modelos de cultivos	4
2.1.1	Tipos de modelo.	4
2.1.2	Elaboración de un modelo.	6
2.1.2.1	Elaboración del modelo conceptual.	7
2.1.2.2	Elaboración del modelo matemático.	8
2.1.2.3	Evaluación del modelo.	9
2.1.2.4	Complejación o simplificación del modelo.	12
2.1.3	El error en la modelación.	14
2.1.4	Modelos existentes.	15
2.1.5	Ciencia y modelos.	16
2.2	Antecedentes generales del cultivo del trigo.	16
2.2.1	El Trigo en Chile.	17
2.2.2	Variedades de trigo.	17
2.2.3	Aspectos agroclimáticos.	17
2.3	Fósforo	18
2.3.1	Absorción de P por las plantas.	19
2.3.2	Disponibilidad de fósforo en el suelo.	19
2.3.3	Adquisición de P por las plantas.	20
2.3.4	Absorción de P por las plantas.	22
2.4	Modelos de absorción	22

<b>Capítulo</b>	<b>Página</b>	
<b>3</b>	<b>MATERIAL Y METODO</b>	<b>24</b>
3.1	Material	24
3.2	Método	25
<b>4</b>	<b>PRESENTACION Y DISCUSION DE RESULTADOS</b>	<b>28</b>
4.1	El submodelo de fenología.	28
4.1.1	Calibración del submodelo de fenología	29
4.2	El submodelo de crecimiento.	30
4.2.1	Radiación fotosintéticamente activa diaria (PAR).	32
4.2.2	Proporción de radiación incidente interceptada por el cultivo.	32
4.2.3	Eficiencia de uso de radiación ( $RUE_{IPAR}$ )	36
4.2.4	Cálculo de la biomasa acumulada.	38
4.2.5	Calibración del submodelo de crecimiento.	39
4.3	El submodelo de estrés hídrico	44
4.3.1	La evapotranspiración máxima	45
4.3.2	La evapotranspiración real.	45
4.3.3	Calibración del submodelo de estrés hídrico.	47
4.4	El submodelo de absorción de P	50
4.4.1	Cálculo del número de zonas de alta concentración de P.	51
4.4.1.1	Transformación del nivel de P-Olsen en los volúmenes de suelo enriquecidos con concentraciones de P.	52
4.4.1.2	Las entradas de P aplicado a través de la fertilización.	53
4.4.1.3	Cálculo de número total de zonas de alta concentración.	54
4.4.2	Cálculo de la densidad radical del cultivo de trigo en cada estrata.	54
4.4.2.1	Compensación morfológica de la densidad radical en los volúmenes con alta concentración de fósforo.	55
4.4.3	Cálculo del número de zonas de alta concentración interceptadas por las raíces.	56

<b>Capítulo</b>		<b>Página</b>
4.4.4	Cálculo de la tasa potencial de absorción de P por las raíces.	56
4.4.5	Cálculo de la absorción acumulada de P por las raíces.	58
4.4.6	Disminución del número total de volúmenes de influencia de gránulos en cada estrata debido a la absorción de P.	60
4.4.7	Calibración del submodelo de absorción de P.	60
4.4.7.1	Disminución del crecimiento por estrés de P.	64
4.4.7.2	Eficiencia de uso del P.	67
4.5	Supuestos asumidos por el modelo.	67
4.5.1	Supuestos asumidos por el modelo en general.	68
4.5.2	Supuestos asumidos por el submodelo de fenología.	68
4.5.3	Supuestos asumidos por el submodelo de crecimiento.	69
4.5.4	Supuestos asumidos por el submodelo de estrés hídrico.	70
4.5.5	Supuestos asumidos por el submodelo de absorción de P.	71
<b>5</b>	<b>CONCLUSIONES</b>	<b>72</b>
<b>6</b>	<b>RESUMEN</b>	<b>74</b>
	<b>SUMMARY</b>	<b>75</b>
<b>7</b>	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>76</b>



**INDICE DE CUADROS**

<b>Cuadro</b>		<b>Página</b>
1	Variables de entrada del modelo y fuente de la que fueron obtenidas	27
2	Modificaciones realizadas al modelo original	28

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
1	Esquema conceptual de la elaboración de un modelo	7
2	Componentes conceptuales del error de predicción en modelos de complejidad en aumento	14
3	Crecimiento potencial diario y radiación incidente a lo largo del periodo de desarrollo del cultivo	31
4	Relación entre el cenit solar y el coeficiente de extinción y su efecto sobre $f$ para distintos GAI	33
5	Relación entre la MS de hojas y el área foliar verde	34
6	Variación del coeficiente de partición para hojas a lo largo del desarrollo del cultivo	36
7	Simulación del crecimiento de la parte aérea del cultivo de trigo	40
8	Simulación del crecimiento de la parte radical del cultivo de trigo	41
9	Diferencias entre valores medidos y simulados de crecimiento del cultivo de trigo (parte aérea)	42
10	Diferencias entre valores medidos y simulados de crecimiento del cultivo de trigo (parte radical)	42
11	Diferencias en la simulación del crecimiento relativo entre la parte aérea y radical del cultivo	44
12	Relación entre la materia seca radical acumulada y la profundidad enraizable	46
13	Relación entre ETR y ETM dependiendo de la cantidad relativa de agua disponible (HR)	47
14	Comportamiento de la cantidad relativa de agua disponible (HR) y el factor de estrés hídrico (FH) para el tratamiento 4	48

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
15	Simulación del contenido relativo de humedad (HR)	50
16	Relación entre el Factor de conversión a Olsen y el radio de la zona de influencia de los gránulos	52
17	Simulación de la absorción acumulada de P	61
18	Simulación de la densidad radical del cultivo de trigo	63
19	Simulación del crecimiento de la parte aérea y radical del cultivo de trigo para los tratamientos 3, 2 y 1	65
20	Concentración medida de P y valores de CP Min razonables	66

## LISTA DE SIMBOLOS

El subíndice “*i*” indica que el valor es calculado diariamente mientras “*n*” indica que el valor es calculado para cada una de las cuatro estratas de suelo.

DJ		Días julianos
MS		Materia seca
$CRL_i$	(0-1)	Tasa relativa de desarrollo
$SS_i$	°C	Grados día acumulados desde la siembra
$SST$	°C	Grados día acumulados desde siembra a madurez fisiológica
$PGR_i$	kg ha <sup>-1</sup> día <sup>-1</sup>	Tasa potencial de crecimiento
$PAR_i$	MJ m <sup>-2</sup> día <sup>-1</sup>	Densidad de flujo de radiación fotosintéticamente activa incidente
$f_i$	(0-1)	Proporción de radiación incidente interceptada
$RUE_{IPAR}$	g MS MJ <sup>-1</sup>	Eficiencia de uso de la radiación
$k$		Coefficiente de extinción de la radiación
$GAI_i$	m <sup>2</sup> m <sup>-2</sup>	Índice de área foliar verde
$MS_{hojas_i}$	kg ha <sup>-1</sup>	Materia seca acumulada como hojas verdes
$CP_{Hojas_i}$	(0-1)	Proporción entre $MS_{hojas_i}$ y MS aérea
$CP_{Hojas_{max}}$	(0-1)	Valor máximo de $CP_{Hojas_i}$ .
$MSA_i$	kg ha <sup>-1</sup>	Biomasa aérea acumulada
$MSR_i$	kg ha <sup>-1</sup>	Biomasa radical acumulada
$CP_{raíces}$	kg kg <sup>-1</sup>	Coefficiente de partición para raíces
$PP_i$	mm día <sup>-1</sup>	Precipitación
$ETP_i$	mm día <sup>-1</sup>	Evapotranspiración potencial
$ETM_i$	mm día <sup>-1</sup>	Evapotranspiración máxima
$ETR_i$	mm día <sup>-1</sup>	Evapotranspiración real
$FH_i$	(0-1)	Factor de estrés hídrico

<i>CC</i>	$\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$	Contenido volumétrico de agua a capacidad de campo
<i>PMP</i>	$\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$	Contenido volumétrico de agua a punto de marchitez permanente
<i>HA</i>	$\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$	Capacidad promedio de almacenamiento de agua
<i>HA<sub>i</sub></i>	mm	Capacidad máxima de almacenamiento de agua
<i>RDP<sub>i</sub></i>	cm	Profundidad de enraizamiento
<i>RDP<sub>max</sub></i>	cm	Máxima profundidad enraizable del cultivo
<i>HR<sub>i</sub></i>	mm	Cantidad relativa de agua disponible para evapotranspiración
<i>HS<sub>i-1</sub></i>	mm	Cantidad de agua disponible para evapotranspiración
<i>FCO</i>	$\text{kg P ha}^{-1} / \text{mg kg}^{-1}$	Capacidad de fijación de P del suelo
<i>RD</i>	cm	Radio de la esfera de difusión de P en el suelo alrededor del gránulo.
<i>OLSLBa</i>	$\text{mg kg}^{-1}$ Olsen	Concentración inicial de P en la estrata de 0-20 cm
<i>OLSLBb</i>	$\text{mg kg}^{-1}$ Olsen	Concentración inicial de P en la estrata de 20-40 cm
<i>NGOLSa</i>		Número de zonas de influencia en la estrata de 0-20 cm al comienzo de la estación de crecimiento del cultivo
<i>NGOL Sb</i>		Número de zonas de influencia en la estrata de 20-40 cm al comienzo de la estación de crecimiento del cultivo
<i>PG</i>	g	Contenido de P en un gránulo de superfosfato triple.
<i>INPP</i>	$\text{g m}^{-2}$	Cantidad de P aplicado en la dosis de fertilizante
<i>NGf</i>		Número de gránulos aplicados en la dosis de fertilizante
<i>NGn</i>		Número total de zonas de alta concentración en la estrata
<i>VG</i>	$\text{cm}^3$	Volumen de influencia de cada gránulo
<i>VGn</i>	$\text{cm}^3 \text{m}^{-2}$	Volumen total de influencia de los gránulos

$LRn$	$\text{km m}^{-2}$	Longitud radical
$DRn_i$	$\text{cm cm}^{-3}$	Densidad radical
$TVRn$	$(1 - \infty)$	Factor de compensación morfológica
$DRnF$	$\text{cm cm}^{-3}$	Densidad radical modificada
$Gin_i$		Número de zonas interceptadas por las raíces
$TABRn_i$	$\text{g m}^{-2} \text{ día}^{-1}$	Tasa potencial de absorción de fósforo
$R0$	$\text{cm}$	Radio radical promedio
$IM$	$\text{g P cm}^{-2} \text{ día}^{-1}$	Influjo máximo de P
$TABR_i$	$\text{g m}^{-2} \text{ día}^{-1}$	Tasa potencial total de absorción de P
$DP Max_i$	$\text{g m}^{-2} \text{ día}^{-1}$	Tasa máxima de absorción de P
$CP Max_i$	$\text{g } 100 \text{ g}^{-1}$	Concentración máxima de P en la planta
$ABR_i$	$\text{kg P ha}^{-1}$	Absorción potencial acumulada
$CP Min$	$\text{g } 100 \text{ g}^{-1}$	Concentración mínima de P en la planta
$DP Min_i$	$\text{kg P ha}^{-1}$	Demanda mínima acumulada
$GR_i$	$\text{kg ha}^{-1} \text{ día}^{-1}$	Tasa de crecimiento real

## 1 INTRODUCCION

El fósforo (P) como elemento mineral en los sistemas agrícolas se mantiene como un problema a resolver. La deficiencia de P limita la producción de los cultivos en gran parte de mundo, especialmente en aquellos países en los que el costo de los fertilizantes es significativo dentro de los costos de producción. Por otra parte, en algunos países los niveles de P en el suelo son mayores a los requeridos por los cultivos, causando contaminación del ambiente. A pesar de lo anterior, aun existe incertidumbre en el modo en que las prácticas de fertilización debieran ajustarse a los diferentes cultivos y condiciones de suelo (GREENWOOD *et al.*, 2001).

La respuesta de un cultivo a la aplicación de fertilizante (crecimiento) es proporcional a la cantidad de nutriente (P) absorbido y esta cantidad depende no solo de la cantidad de nutriente disponible en el suelo, sino también de la capacidad del cultivo para absorber lo que está disponible, o dicho de otro modo, de la “eficiencia de absorción del cultivo”. Las interrogantes que aun existen en relación a este concepto, son una de las principales causas de la incertidumbre relativa a las prácticas de fertilización.

Dado que los ensayos de campo son costosos, especialmente cuando involucran muchas variables y/o tratamientos y cuando se requieren resultados de varios años (WHISLER *et al.*, 1986), una aproximación complementaria a la anterior, consiste en identificar los procesos clave, representarlos matemáticamente y compilarlos en un modelo de simulación. Si bien la observación, la experimentación y la experiencia, no pueden ser reemplazadas por modelos de simulación, pueden ser eficientemente apoyadas por estos (SINCLAIR y SELIGMAN, 1996).

Los modelos suelen ser considerados hipótesis en si mismos, o más bien conjuntos de hipótesis. Este trabajo pretende entonces modificar y calibrar un conjunto

de hipótesis relativas al desarrollo y crecimiento del trigo y a la nutrición fosforada de este cultivo. Algunas de estas hipótesis están ya bien establecidas y han circulado en la literatura relacionada por décadas, mientras que otras son más bien recientes. Entre estas últimas, al menos dos debieran ser mencionadas: la simulación de la absorción de P dependerá de la demanda interna del cultivo y no solo de la concentración de este nutriente en la solución de suelo y se asumirá que la concentración de P en el suelo es heterogénea.

Demostrar que este conjunto de hipótesis (el modelo) es correcto, no es (en estricto rigor) algo posible, y menos aún, parte de los objetivos de este trabajo. Observaciones futuras podrían apoyar la probabilidad de que así sea, si no logran probar lo contrario.

El objetivo de esta tesis es modificar y calibrar una versión preexistente (PINOCHET, 2005) de un modelo semi-mecanístico simple de absorción de P para un cultivo de trigo (*Triticum aestivum* L.) para las condiciones edafo-climáticas de Valdivia.

Los objetivos específicos son:

- Calibrar el submodelo de desarrollo en base a los valores observados en los ensayos reportados por DASSE (2004).
- Modificar el submodelo de crecimiento y calibrar el resultado de la simulación, es decir, la producción de materia seca aérea, en base a los ensayos reportados en DASSE (2005) y materia seca radical en base al trabajo de MIRANDA (2004).
- Calibrar el modelo de estrés hídrico en base a las mediciones de humedad del suelo realizadas por CARRASCO (2001)<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> CARRASCO (2001), datos no publicados. Profesor Facultad de Ciencia Agrarias. Universidad Austral de Chile. Comunicación personal.



- Modificar el modelo de absorción de P y calibrarlo en base a los datos de absorción de P y producción de materia seca reportados por DASSE (2005) y los datos de densidad del largo radical publicados por MIRANDA (2004).
- Identificar áreas en las que el funcionamiento del modelo no es adecuado, a fin de proponer futuras modificaciones.

## 2 REVISION BIBLIOGRAFICA

Una revisión bibliográfica es vital para el autor de un trabajo científico, pero su utilidad para el lector es, al menos, cuestionable, en una época en que la disponibilidad de la información aumenta rápidamente. En este capítulo se contempla la revisión de tres temas. Los modelos de cultivos (2.1), el cultivo del trigo (2.2) y la absorción de P por las plantas (2.3).

El subcapítulo 2.1 define los términos utilizados en el título de este trabajo. Se define el concepto de modelo y los principales tipos de modelo que existen, junto con una descripción de las etapas que involucra la construcción de un modelo. A su vez, la misma importancia del cultivo de trigo, establecida en el subcapítulo 2.2, es la razón por la cual se ha estudiado y escrito acerca del trigo más que sobre cualquier otro cultivo. De ahí lo sucinto de este subcapítulo, cuyo principal valor no va más allá de las referencias que entrega. Por su parte, el subcapítulo 2.3 intenta explicar conceptos relativos a la absorción de P, conceptos que son básicos para el submodelo de absorción de P y esenciales para la hipótesis de trabajo.

### 2.1 Modelos de cultivos

La definición de modelo es compleja. Un modelo debe representar los aspectos esenciales de un sistema, sean estos estructurales o funcionales (BAKER, 1996), lo que implica, necesariamente, la simplificación creativa del sistema (CAMPBELL y NORMAN, 1998; SADRAS, 2004). Para ello, primero debe entenderse que es un sistema. Un sistema se define como un conjunto de elementos relacionados. Estas relaciones se dan dentro de los límites del sistema y los límites se definen de acuerdo a los objetivos de estudio (SADRAS, 2004).

**2.1.1 Tipos de modelo.** Los modelos pueden ser clasificados dependiendo de la manera en que estos intenten representar la realidad, existiendo así modelos verbales,

conceptuales, físicos y matemáticos, entre otros (ACOCK y ACOCK, 1991). Si bien la ciencia ha desarrollado y aplicado modelos por siglos (VAN ITTERSUM y DONATELLI, 2003), los modelos matemáticos solo se desarrollaron más rápidamente a medida que los computadores se hicieron más disponibles alrededor de 1970 (PASSIOURA, 1996; MONTEITH, 1996). A consecuencia de esto, emergieron dos tipos de modelos matemáticos, que fueron denominados *funcional* y *mecánico* (ADDISCOTT y WAGENET, 1985).

Los modelos funcionales (también llamados empíricos, estadísticos o correlativos) describen la relación entre variables sin tomar en cuenta los mecanismos subyacentes, representan lo que ocurrió, pero no porque ocurrió (RICKMAN *et al.*, 1996; REYNOLDS y ACOCK, 1985). Este tipo de modelo es esencialmente práctico y, debido a su naturaleza empírica, uno no debiera esperar que funcionen fuera del rango de variables para las que fueron calibrados (PASSIOURA, 1996; MONTEITH, 1996), ya que usualmente estos son solo válidos para un determinado año, lugar y/o especie (BOOTE *et al.*, 1996).

En un modelo funcional está implícita la idea de que, ni la naturaleza de las funciones ni los valores de los parámetros, tienen un significado físico fundamental. Sin embargo, el valor y utilidad de este tipo de modelos depende no tanto de descripciones científicamente aceptables, sino de su precisión; de cuan adecuados sean los parámetros en que se basan (SINCLAIR y SELIGMAN, 2000) y de su capacidad para solucionar problemas.

Los modelos mecánicos (también llamados explicativos<sup>2</sup>) intentan explicar procesos por medio de mecanismos biofísicos, bioquímicos y fisiológicos básicos (BARBER, 1995; RICKMAN, 1996; MONTEITH, 1996) y, ya que se construyen principalmente con esta finalidad, son más apropiados para el uso científico (WHISLER *et al.*, 1986; PASSIOURA, 1996; CLAASSEN y STEINGROBE, 1999). Su valor y

---

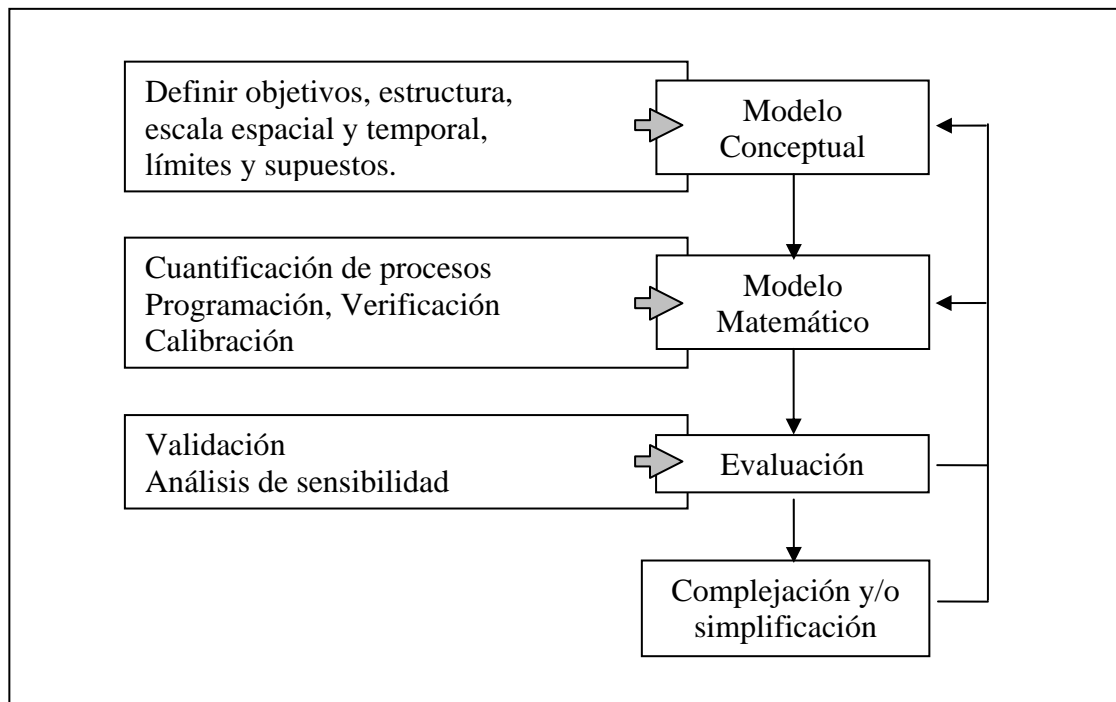
<sup>2</sup> El término original es “explanatory” (De Wit, 1970).

utilidad es más cualitativo y más ambiguo que en el caso de los modelos funcionales (SINCLAIR y SELIGMAN, 1996) y son utilizados para evaluar posibles debilidades conceptuales en hipótesis particulares. De esta forma, se utilizan para estimular cambios en las teorías existentes, como por ejemplo, sobre las interacciones entre los cultivos y el ambiente (PASSIOURA, 1996, MONTEITH, 1996).

A pesar de lo práctico de esta distinción, el límite entre ambos tipos de modelos no es siempre claro (SINCLAIR y SELIGMAN, 2000) y la mayor parte de ellos se encuentra entre los dos tipos mencionados, utilizando aproximaciones parcialmente mecánicas o parcialmente funcionales (WHISLER *et al.*, 1986; CLAASSEN y STEINGROBE, 1999; VAN WAVEREN *et al.*, 1999) y, por lo tanto, representan un compromiso entre rigor y utilidad (MONTEITH, 1996). Es por esta razón que el término semi-mecánico ha sido utilizado en el título de esta tesis.

Un esquema menos simple considera que los modelos de cultivos tratan con procesos a distintos niveles (cultivo, planta, órgano, etc.) y que un modelo es mecánico cuando el comportamiento de un sistema, a cierto nivel, es descrito por mecanismos o procesos que operan a niveles más bajos (SINCLAIR y SELIGMAN, 2000). Por lo tanto, a cierto nivel jerárquico de organización (uno suficientemente bajo), todos los modelos resultan ser funcionales (ACOCK y ACOCK, 1991, WHISLER *et al.*, 1986).

**2.1.2 Elaboración de un modelo.** La creación de un modelo se lleva a cabo en varias etapas. La figura 1 es un esquema de estas etapas y de las tareas que comúnmente involucra cada etapa. El esquema tiene carácter cíclico, ya que como menciona THORNLEY (1998), un modelo de cultivos es, siempre e inevitablemente, una historia sin terminar. La presente tesis consiste en la calibración del modelo y por lo tanto se pretende mejorar el desempeño del modelo matemático.



**FIGURA 1. Esquema conceptual de la elaboración de un modelo.**

FUENTE: Adaptado de SADRAS (2004).

2.1.2.1 Elaboración del modelo conceptual. En términos de modelos mecánicos, la palabra modelo es simplemente un sinónimo más sofisticado para el concepto “teoría” (PHILLIP, 1991) y al igual que en toda teoría científica, una declaración clara y precisa de los objetivos e hipótesis es esencial (SINCLAIR y SELIGMAN, 2000). Los objetivos no solo definen los límites del sistema que se desea representar (SADRAS, 2004), sino también el nivel de complejidad y la estructura del modelo (BOOTE *et al.*, 1996). Además, los criterios para juzgar la aceptabilidad de un modelo también debieran definirse en relación a sus objetivos (VAN ITTERSUM y DONATELLI, 2003).

La estructura del modelo corresponde al modelo en sí, es decir, a las variables y relaciones del sistema que se consideran esenciales. La base conceptual y la lógica detrás de la estructura del modelo debe ser clara (SINCLAIR y SELIGMAN, 2000).

La escala espacial y temporal del modelo depende del nivel de heterogeneidad del sistema que se desea representar. A escalas muy finas, nada es homogéneo. (CAMPBELL y NORMAN, 1998). Por lo tanto, elegir la escala del modelo implica elegir también el nivel de heterogeneidad del sistema a modelar que será incluido en el modelo, y en consecuencia, el nivel de complejidad del mismo.

Los supuestos son, generalmente, asunciones de homogeneidad donde en realidad no la hay, y debieran entonces reconocerse como consecuencias inevitables de la simplificación (SINCLAIR y SELIGMAN, 1996). Por otra parte, los límites del modelo están impuestos por los límites del sistema que se quiere representar.

Varios autores (ORESQUES *et al.*, 1994; BAKER, 1996; BOOTE *et al.*, 1996) concuerdan en que es la obligación de aquellos que construyen modelos, expresar clara y explícitamente las limitaciones y supuestos de sus creaciones. Sin embargo esta no pareciera ser la regla en la modelación de cultivos. El trabajo de KÖRNER (1991) constituye una notable excepción.

2.1.2.2 Elaboración del modelo matemático. Una vez que las variables del sistema y las relaciones entre ellas han sido cuantificadas y compiladas, es posible representarlas en un programa computacional, capaz de calcular el resultado eficientemente. El chequeo de la correcta implementación del modelo matemático en un programa y del programa en un computador se conoce como verificación (VAN WAVEREN *et al.*, 1999). Algunos métodos utilizados para verificar son: hacer los cálculos por un medio distinto al usado (STÖCKLE, 2005), chequear las unidades de medida y asegurarse de que las leyes de conservación de materia y energía no han sido vulneradas (VAN ITTERSUM y DONATELLI, 2003)

La calibración del modelo es ajustar ciertos parámetros o relaciones para hacer que el modelo funcione en un determinado sitio (BOOTE *et al.*, 1996; VAN ITTERSUM y DONATELLI, 2003). Un parámetro es una cantidad que es

supuestamente constante, pero cuya magnitud no es exactamente conocida (VAN WAVEREN *et al.*, 1999). Estos parámetros son manipulados hasta obtener un cierto grado de similitud entre los valores observados (medidos) y los simulados por el modelo (ORESQUES *et al.*, 1994). STÖCKLE (2005) señala que la calibración es necesaria por dos razones: para describir el sistema bajo estudio y como forma de incluir el empirismo que está usualmente en la base de las relaciones utilizadas en el modelo.

Sin embargo, en el caso de un modelo mecanístico, después de que la estructura del modelo ha sido creada intentando representar procesos por medio de mecanismos biofísicos, bioquímicos y fisiológicos, la calibración puede “corromper lo que originalmente era una articulación de teoría relativamente pura” (BECK y CHEN, 2000, p. 402, citados por JANSEN y HAGENAARS, 2003), degradando la elaboración del modelo a un ajuste estadístico (SINCLAIR y SELIGMAN, 1996; VAN ITTERSUM y DONATELLI, 2003). En las categóricas palabras de DE WIT (1970), la calibración puede transformar al modelo en: “la más engorrosa y subjetiva técnica de ajuste de curvas que puede imaginarse”<sup>3</sup>

A fin de evitar lo anterior, este trabajo seguirá algunas normas relativas al proceso de calibración que son descritas en el capítulo 3. Estas normas apuntan a que la calibración se lleve a cabo “adecuadamente”, evitando degradar la capacidad predictiva y/o heurística del modelo

2.1.2.3 Evaluación del modelo. En palabras de MONTEITH (1996), “los modelos de cultivos debieran apearse más de cerca al método científico tradicional”. Esta crítica se relaciona principalmente con el proceso de evaluación de modelos. Si bien existe consenso en que los criterios para juzgar la aceptabilidad de un modelo debieran definirse en relación a los objetivos del mismo, hay una “falta de procedimientos estandarizados para evaluarlos” (VAN ITTERSUM y DONATELLI, 2003).

---

<sup>3</sup> La frase original es: “The most cumbersome and subjective technique of curve fitting that can be imagined”.

El procedimiento más común para este fin se denomina validación<sup>4</sup> y consiste en comparar el resultado de un modelo con un set independiente de mediciones y establecer el grado de exactitud con que los datos simulados se ajustan a datos medidos<sup>5</sup> (PASSIOURA, 1996; BOOTE *et al.*, 1996; VAN WAVEREN *et al.* 1999). En esta definición, se entiende por “set independiente de mediciones”, un conjunto de datos que no han sido utilizados en el proceso de calibración, ya que si así fuera, el proceso sería lógicamente circular (VAN ITTERSUM y DONATELLI, 2003).

El término “validación” es bastante controversial en la literatura relacionada al tema, ya que en ocasiones, el término “validar” se utiliza para establecer la capacidad del modelo para representar lo que ocurre en la realidad, mientras, “validado” suele emplearse para concluir que el modelo conceptual es verdadero o correcto. ORESKES *et al.* (1994) señalan que la validación es un simple “ajuste”, cuyo resultado no dice prácticamente nada, sobre la capacidad del modelo para representar un sistema y menos aun sobre su veracidad. Hay varias razones para ello:

(i) Los sistemas naturales nunca son cerrados. Por lo tanto, si el modelo no es capaz de reproducir los datos medidos, se sabe que el modelo es erróneo, pero la proposición inversa no puede ser correcta. Afirmar que si lo es, sería cometer la falacia lógica de “afirmar el consecuente” (ORESQUES, 1994).

(ii) Los modelos son básicamente una colección de hipótesis y no una única hipótesis falsable<sup>6</sup> (SINCLAIR y SELIGMAN, 1996) y ninguna hipótesis, proposición o teoría puede ser considerada científica si no admite la posibilidad de un caso contrario que demuestre su falsedad (POPPER, 1959).

---

<sup>4</sup> En ocasiones el término “verificación” es utilizado como sinónimo de validación y no como ha sido presentado en 2.1.2.2

<sup>5</sup> En la literatura relacionada, “datos estimados” y “esperados” se utilizan como sinónimos de “simulados”, mientras “observados” suele usarse en reemplazo de “medidos”.

<sup>6</sup> El término original es “falsible”.



(iii) Los resultados del modelo son siempre no-excluyentes<sup>7</sup>, es decir, dos o más modelos (hipótesis) distintos pueden producir el mismo resultado, siendo “empíricamente equivalentes”. Por lo tanto, no podemos decir que un modelo es correcto o incorrecto, sino más o menos apropiado, dependiendo de su propósito (CLAASSEN y STEINGROBE, 1999).

Si bien demostrar la veracidad del modelo es virtualmente imposible (PEASE y BULL, 1992; MONTEITH, 1996; PASSIOURA, 1996), mientras más y más diversas observaciones confirmen los datos predichos, más probable será que el modelo conceptual no sea erróneo. Es decir, las observaciones no pueden demostrar que un modelo es correcto, pero sí pueden apoyar la probabilidad de que así sea (ORESQUES *et al.*, 1994).

BOOTE *et al.* (1996) plantean que la modelación es un proceso continuo y que la confianza en un modelo se establece con el tiempo, a medida que es repetidamente comparado con datos independientes. Este planteamiento tiene cierta similitud al de KUHN (1970), quien señaló que: “por simple y brutal que pueda parecer, una teoría científica es por definición verdadera una vez que ha logrado consenso entre los expertos de una disciplina particular”.

Otra herramienta que tiene por objeto evaluar el desempeño del modelo, pero que no tiene ni pretende tener relación con la validez de las hipótesis en que este se basa, es el análisis de sensibilidad. Según VAN WAVEREN *et al.* (1999), el análisis de sensibilidad es una investigación acerca de la relación entre factores cambiantes (usualmente parámetros) y el resultado del modelo. Este procedimiento ayuda a calificar los resultados del modelo con límites de confianza (VAN ITTERSUM y DONATELLI, 2003), práctica que según MONTEITH (1996), es poco usual en los modelos de cultivos.

---

<sup>7</sup> El término original es “non-unique” y su equivalente en filosofía se denomina “underdetermination”.

Generalmente los modelos son evaluados en términos de su resultado final, sin evaluar el comportamiento del modelo en etapas intermedias. Según SINCLAIR y SELIGMAN (2000), solo este último tipo de evaluación puede dar una idea acerca del comportamiento interno del modelo y determinar si este tiene alguna relación con la realidad. En palabras de PASSIOURA (1973), evaluar un modelo solo en base a su resultado final es “muy débil y casi siempre infructuoso”.

2.1.2.4 Complejación o simplificación del modelo. El mundo natural es extremadamente complejo, sin embargo la elaboración de un modelo requiere de un proceso de “simplificación creativa” con el que se puede obtener entendimiento de esta complejidad (CAMPBELL y NORMAN, 1998).

Generalmente la simplificación consiste en asumir que el sistema a modelar es homogéneo a cierta escala. Estos supuestos sobre el sistema pueden resultar en relaciones muy útiles, a pesar de ser erróneos más allá de cierta escala o situación (MADDOX, 1990; SINCLAIR y SELIGMAN, 1996). Por otro lado, si un modelo no funciona adecuadamente, una de las alternativas es que la simplificación haya sido demasiado grosera y se aleje demasiado de lo que ocurre en realidad. En este caso, es probable que el modelo deba ser complejado, eliminándose algunos supuestos para tratar la heterogeneidad del sistema de alguna manera. De ser así, siempre surge la pregunta de si introducir mayor heterogeneidad mejorará el entendimiento del sistema, sin aumentar excesivamente la complejidad del modelo (VAN ITTERSUM y DONATELLI, 2003). Un dilema<sup>8</sup> que es siempre difícil de dilucidar.

En la literatura de modelos de cultivos, este dilema pareciera estar resuelto de la siguiente manera: Un modelo (mientras satisfaga los objetivos) debiera ser tan simple como sea posible (RITCHIE, 1989; PASSIOURA, 1996; VAN ITTERSUM y DONATELLI, 2003).

---

<sup>8</sup> El término inglés “trade-off” sería más preciso, pero no tiene una traducción adecuada al español.

Este planteamiento está respaldado por el precepto de la “Navaja de Occam” una de cuyas tantas interpretaciones sugiere que: “en igualdad de condiciones, una explicación sencilla de un fenómeno es preferible por sobre una más compleja”<sup>9</sup>.

El concepto de la “Navaja de Occam” ha circulado por siglos entre los filósofos<sup>10</sup> y no está exento de detractores<sup>11,12</sup>. ORESKES *et al.* (1994) señalan que nuestro compromiso con la simplicidad es, en gran parte, heredado de la teología del siglo XVII y que la Navaja de Occam es una suposiciónn extra-evidencial y enteramente metafísica, ya que existe escasa evidencia de que las explicaciones simples tengan mayor probabilidad de ser verdaderas que las más complejas.

A pesar de lo anterior, en este trabajo se ha privilegiado la simplicidad. Como queda de manifiesto en el mismo título, esta tesis es una aproximación simple a la modelación de cultivos. Las justificaciones para que esto sea así son las siguientes:

(i) La simplicidad es un aspecto valioso en una explicación, ya que la hace más fácil de entender y utilizar. Si dos explicaciones a un fenómeno son igualmente exactas y ninguna parece ser más probable, la más simple debería preferirse porque la simplicidad es valiosa en sí misma.

(ii) Una explicación más compleja es más propensa a error. Si esta complejidad no mejora la exactitud de una teoría, su único efecto es hacerla más proclive al error y dado que el error es indeseable en cualquier teoría, la complejidad innecesaria debiera ser evitada.

---

<sup>9</sup> La popular interpretación de la “Navaja de Occam” como que “la explicación más simple es la mejor” es una sobre simplificación que se aleja del sentido original del concepto.

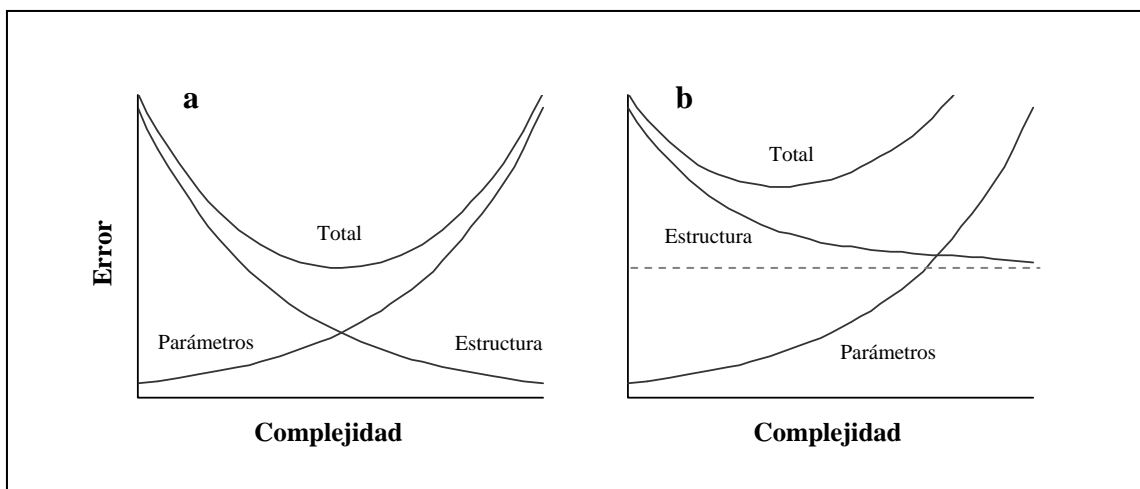
<sup>10</sup> “If a thing can be done adequately by means of one, it is superfluous to do it by means of several; for we observe that nature does not employ two instruments where one suffices”. Tomas de Aquino.

<sup>11</sup> “Entities must not be reduced to the point of inadequacy” and “It is vain to do with fewer what requires more”. Karl Menger.

<sup>12</sup> “The variety of beings should not rashly be diminished”. Immanuel Kant.

En resumen, este trabajo tratara de mantener una aproximación similar a la de BARBER (1982), quien refiriéndose a su ya clásico trabajo de 1962<sup>13</sup>, señaló: “mantuve el concepto tan simple como fue posible, y solo agregué complejidad cuando los conceptos simples no dieron las respuestas esperadas”.

**2.1.3 El error en la modelación.** PASSIOURA (1996) (siguiendo a REYNOLDS y ACOCK, 1985) examina la relación entre error y complejidad en mayor profundidad. En esta proposición, el error total es separado en un componente derivado de la estimación de parámetros, que aumenta a medida que el modelo se hace más complejo, y otro derivado de la sobre-simplificación de la estructura, que disminuye con la complejidad del modelo. La figura 2 ilustra este concepto.



**FIGURA 2.** Componentes conceptuales del error de predicción en modelos de complejidad en aumento: (a) cuando la estructura del sistema es bien comprendida; (b) cuando la estructura es errónea. El error estructural irreducible es representado por la asíntota punteada.

FUENTE: PASSIOURA (1996).

<sup>13</sup> Barber S. A diffusion and mass-flow concept of soil nutrient availability. Soil Sci. 93:39-49, 1962.

En ocasiones, la estructura del modelo podría estar tan equivocada que no hay ajuste de parámetros posible que permita al modelo predecir adecuadamente. Cuando esto ocurre se tiene la posibilidad de descubrir algo nuevo, que es uno de los objetivos de los modelos mecanísticos.

El esquema de PASSIOURA es conceptualmente similar a lo que en estadística se ha denominado un “dilema entre sesgo y varianza”<sup>14</sup>, el cual se enmarca dentro del Principio de Parsimonia, que es el equivalente estadístico de la Navaja de Occam (BURNHAM y ANDERSON, 1998).

Desde un punto de vista menos conceptual, un error en el modelo corresponde a una discrepancia entre los datos simulados y observados. STÖCKLE (2005) señala que esto se puede deber a una o varias de las siguientes causas: Errores en el modelo conceptual, en la calibración, en la programación, en los datos experimentales (usados en calibración o validación) y por ultimo, el uso del modelo fuera de los límites definidos para su uso.

**2.1.4 Modelos existentes.** Una revisión de modelos de cultivos hecha por WHISLER *et al.* (1986) identificó 30 modelos para varios cultivos de los cuales solo tres eran para trigo. Entre los más conocidos en la actualidad figuran:

- WINTER WHEAT, (BAKER *et al.*, 1981);
- CERES-Wheat (RITCHIE y OTTER, 1985);
- AFRCWHEAT2 (PORTER, 1993)
- SWHEAT (VAN KEULEN y SELIGMAN, 1987)
- SIRIUS (JAMIESON *et al.*, 1998)
- SUCROS2 (VAN LAAR *et al.*, 1992)

---

<sup>14</sup> El concepto es de difícil traducción. Originalmente corresponde a “bias versus variance tradeoff”

El hecho de que muchos científicos prefieran desarrollar sus propios modelos en vez de adaptar los existentes no indica necesariamente falta de conocimiento o de disponibilidad de modelos anteriores, sino la búsqueda de necesidades específicas que no satisfacen los modelos existentes (SINCLAIR y SELIGMAN, 2000). Es por esto que no es posible construir modelos universales que funcionen con un set inalterado de parámetros para todas las condiciones (SPITTERS, 1990; SINCLAIR y SELIGMAN, 1996; STÖCKLE, 2005)

**2.1.5 Ciencia y modelos.** VAN WAVEREN *et al.*, (1999) señalan que dada una pregunta científica, un investigador debe encontrar la fuente de información más adecuada para responderla. En principio, existen dos aproximaciones que pueden ser vistas como los extremos de un espectro de posibilidades: fuentes de información basadas en datos (mediciones de campo) o basadas en procesos (uso de modelos deterministas). Usualmente, el uso de sólo una de estas aproximaciones no entrega las respuestas deseadas, pero su combinación de forma complementaria, permite aprovechar las ventajas de ambas.

Siendo que una de las ventajas de los modelos es que suelen ser más económicos que los estudios de campo, es llamativo que no tengan un uso más extendido en países donde los recursos son escasos, lo que paradójicamente, sí ocurre en países desarrollados. Este panorama podría cambiar a medida que el uso de modelos en general y de modelos matemáticos en particular aumente, debido a que, en el futuro, existirá una mayor demanda para representar numéricamente el crecimiento y desarrollo vegetal (BAKER, 1996).

## **2.2 Antecedentes generales del cultivo del trigo.**

El trigo fue uno de los primeros cultivos domesticados por el hombre. Ha sido cultivado, probablemente, desde hace 15 000 años y se ha transformado en un alimento de primera necesidad para la población mundial (SATORRE *et al.*, 2003). En la actualidad el trigo supera a cualquier otro cultivo (arroz, maíz o papas) tanto en términos

de área cultivada como en producción (CURTIS, 2002). La superficie cultivada de trigo a nivel mundial sobrepasa las 215 millones de hectáreas y se estima que su producción bordeó los 620 millones de toneladas el año 2005 (FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION. FAO, 2006). La importancia del trigo queda de manifiesto al señalar que su cultivo ocupa un sexto de la tierra cultivable del planeta y de él proviene el 19% de las calorías que consume la población mundial.

**2.2.1 El Trigo en Chile.** Los inicios del cultivo del trigo en Chile datan de la llegada de los conquistadores españoles en el siglo XVI. Actualmente el trigo se cultiva desde la Tercera hasta la Décima Región, y la superficie sembrada bordea las 400 000 hectáreas, alcanzándose rendimientos promedios cercanos a las 3,5 toneladas de grano por hectárea, sin embargo estos rendimientos son altamente variables (MELLADO, 1998). Los rendimientos potenciales para la agricultura de riego son de 8 ton ha<sup>-1</sup>; alrededor de 7 ton ha<sup>-1</sup> en los suelos trumao; 6 ton ha<sup>-1</sup> en el Secano Costero; 5 ton ha<sup>-1</sup> en los suelos rojo arcillosos y cerca de 4 ton ha<sup>-1</sup> en el Secano Interior (RODRÍGUEZ *et al.*, 2001).

**2.2.2 Variedades de trigo.** La clasificación de las variedades de trigo como invernales o primaverales se refiere tradicionalmente a la estación en la que el cultivo crece. La principal diferencia entre ambos corresponde a los requerimientos de vernalización, ya que en los trigos de invierno el espigado se retrasa hasta que la planta pasa por un periodo de temperaturas bajas (0° a 5°C). Generalmente se siembran en otoño y germinan y permanecen en estado vegetativo durante el invierno para reiniciar el crecimiento en primavera. Los trigos primaverales de suelen sembrar en primavera y maduran durante el verano, pero pueden ser sembrados en otoño en lugares que poseen inviernos moderados (CURTIS, 2002).

**2.2.3 Aspectos agroclimatológicos.** El trigo es cultivado en gran parte del mundo, no solo debido a su importancia como alimento, sino también debido a su enorme variabilidad genética (SLAFER y SATORRE, 1999). El trigo se cultiva principalmente

entre los 30° y 60° latitud norte y los 27° y 40° sur y hasta los 3 000 m sobre el nivel del mar. La temperatura óptima de crecimiento es de 25 °C, mientras la mínima y máxima varían entre 3 a 4 °C y 30 a 32 °C, respectivamente (CURTIS, 2002). El trigo también se adapta a un amplio rango de condiciones de humedad y es cultivado en áreas cuya precipitación anual varía entre 250 a 1 750 mm (LEONARD y MARTIN, 1963). El trigo es un cultivo tolerante a la acidez del suelo teniendo un pH crítico de 5,4. (RODRIGUEZ *et al.*, 2001).

### 2.3 Fósforo

El Fósforo (P) es considerado esencial para el crecimiento vegetal (ARNON y STOUT, 1939) y macronutriente primario, ya que las plantas lo absorben en cantidades relativamente grandes (0,1 a 0,5 g 100g<sup>-1</sup>) y debido a que su disponibilidad en el suelo es generalmente inadecuada para satisfacer el requerimiento de los cultivos en una agricultura productiva. Debido a esto, el P es comúnmente agregado en forma de fertilizante, para aumentar o mantener determinados niveles óptimos de disponibilidad (SHARPLEY, 1999).

En términos generales, el fósforo es considerado esencial para la formación de semillas y el crecimiento radical y es comúnmente asociado a la madurez temprana de los cultivos (HAVLIN *et al.*, 1999). Específicamente, el P actúa en el almacenamiento y transferencia de energía formando parte de moléculas como ATP y ADP. Casi todas las reacciones metabólicas de cierta importancia están mediadas por algún derivado de fosfato. El fósforo es también componente estructural de ácidos nucleicos, coenzimas, nucleótidos, fosfo-proteínas, fosfo-lípidos y carbohidratos fosfatados (HAVLIN *et al.*, 1999). En forma inorgánica, el P está involucrado en el control de reacciones enzimáticas y la regulación de vías metabólicas (THEODOROU y PLAXTON, 1993).

**2.3.1 Absorción de P por las plantas.** El término absorción de P suele usarse para referirse al proceso general por el que una planta toma P desde el suelo para utilizarlo en alguna de las funciones ya señaladas. En un sentido más específico, el término



absorción describe el paso del P desde la solución de suelo cercana a la raíz hacia el interior de la planta. En cuyo caso, el proceso previo por el cual el P del suelo toma contacto con la solución de suelo cercana a la raíz, se denomina adquisición. Este trabajo utilizara el término absorción en este último sentido y, en lo posible, se referirá a “absorción propiamente tal” a fin de evitar posibles confusiones, con la acepción más general del término. La nutrición de los cultivos depende de una serie de factores, e interacciones entre ellos, que son suficientemente complejas de por si, como para agregar confusión innecesaria por descuidos en el uso del lenguaje.

La probabilidad de respuesta de un cultivo a la aplicación de fertilizante es una cuestión esencial. La cuantificación de las cantidades de nutriente aplicadas como fertilizante (ingreso al sistema) y de la cantidad que el cultivo sea capaz de recuperar (salida del sistema) no es en extremo difícil. Sin embargo, cuantificar lo que ocurre en las etapas intermedias de este proceso, no es tan sencillo. Se sabe que, de las cantidades de nutriente aplicadas al suelo, no todo queda disponible para la planta y de lo que sí está disponible, no todo es absorbido por las raíces. Además, de lo que la planta absorbe, probablemente, no todo es utilizado. En términos simples, la disponibilidad de nutrientes es usualmente estimada por medio de índices químicos y se dice que la fracción finalmente absorbida, de lo que se encontraba disponible, depende de la eficiencia de absorción del cultivo. Ambos conceptos se analizan en más detalle a continuación.

**2.3.2 Disponibilidad de fósforo en el suelo.** El concepto de disponibilidad de nutrientes es complejo, o al menos, suficientemente complejo como para que la ciencia de suelo no tenga aún una definición consensuada para este concepto (KAMPRATH, 1999). Probablemente, parte de esta complejidad deriva del hecho de que la disponibilidad de nutrientes es un concepto funcional. Es decir, no pretende explicar los mecanismos específicos por los cuales un nutriente es disponible o no, solo define la función que realiza. De esta forma, resulta útil para comprender el sistema a otros niveles de organización.

Por lo tanto, cada vez que se intenta definir o ejemplificar un concepto de naturaleza funcional en términos de algún mecanismo más específico y menos abstracto, se debe asumir que las definiciones no serán universalmente aplicables a todas las posibles situaciones. Manteniendo esto en mente, se ha planteado que la disponibilidad de nutrientes en el suelo incluye un aspecto químico (la concentración del nutriente en el suelo y su relación con otros nutrientes y con la matriz de suelo) y un aspecto espacial (la distribución y movilidad del nutriente en el suelo) (JUNGK, 2002). De todas formas, la definición de disponibilidad implica que el nutriente se encuentra en condiciones de ser absorbido por la planta. Sin embargo, que la planta logre finalmente absorberlo, no solo depende de la disponibilidad del nutriente en el suelo, sino que de características de la planta, particularmente en su influencia sobre el proceso de adquisición del nutriente.

**2.3.3 Adquisición de P por las plantas.** La adquisición de nutrientes se relaciona con la forma en que estos llegan a tomar contacto con la superficie de la raíz de la planta. Ocurre mediante dos procesos diferentes, aunque complementarios: el crecimiento de las raíces hacia los lugares donde se encuentran los nutrientes y el transporte de los nutrientes a través del suelo, hacia la superficie de la raíz (JUNGK, 2002).

Tres mecanismos han sido descritos para explicar como los nutrientes llegan a la superficie de la raíz: la intercepción radical, el flujo de masas y la difusión. BARBER *et al.* (1963) utilizó el término intercepción radical, en relación a aquellos nutrientes que son interceptados por la raíz en crecimiento y que, por lo tanto, no se mueven hacia la raíz, para ser absorbidos. En general, solo una pequeña fracción de los nutrientes necesarios pueden ser adquiridos por este proceso (MARSCHNER, 1995) y la mayoría de los nutrientes deberán moverse, una cierta distancia a través del suelo, para alcanzar la superficie de la raíz (JUNGK, 2002).

BARBER (1962) fue uno de los primeros en señalar que la concentración de nutrientes en la superficie de la raíz no era necesariamente igual a la del resto del suelo y en destacar la importancia de la movilidad de los nutrientes del suelo, en relación a su

disponibilidad para las plantas. El movimiento de nutrientes a través del suelo, se realiza por medio de dos mecanismos específicos: flujo de masas y difusión. (JUNGK, 2002). El primero corresponde al movimiento de nutrientes a través del suelo y hacia la raíz, causado por la absorción de agua. La cantidad de nutriente adquirido por este proceso depende de la cantidad de agua absorbida y de la concentración del nutriente en esa agua (solución) (HAVLIN, 1999). Cuando el flujo de masas contribuye solo con una pequeña fracción de los nutrientes necesarios, la concentración en la superficie de la raíz disminuye en comparación con la concentración de estos nutrientes en el resto del suelo. De esta forma, se establece el gradiente de concentración necesario para que ocurra el proceso de difusión hacia la raíz (BARBER, 1995; CLAASSEN y STEINGROBE, 1999).

Los nutrientes disueltos en la solución de suelo se encuentran en equilibrio con aquellos adsorbidos por la fase sólida del suelo. La creación de un gradiente de concentración desde el suelo hacia las raíces disturba este equilibrio y parte de los nutrientes adsorbidos son liberados a la solución del suelo, quedando disponibles para ser absorbidos por las raíces (BARBER, 1995; MARSCHNER, 1995).

JUNGK (2002) señala que la secuencia de procesos descrita anteriormente, constituye una de las estrategias básicas de las plantas para adquirir nutrientes. De esta forma logran adquirir nutrientes en solución distantes de la raíz y una porción de aquellos nutrientes que se encuentran ligados a la fase sólida del suelo a medida que estos se reponen hacia la solución del suelo. La difusión constituye el principal mecanismo por el cual las plantas adquieren P desde el suelo (BARBER, 1995; MARSCHNER, 1995; HAVLIN, 1999). Una vez que un nutriente ha sido adquirido por medio de alguno de estos tres mecanismos, la absorción propiamente tal puede ocurrir.

**2.3.4 Absorción de P por las plantas.** Las concentraciones de fósforo en la solución de suelo son del orden de 0,1 a 1 mg L<sup>-1</sup> (BOHN, 1979; BIELESKI y FERGUSON, 1983), mucho menores que la concentraciones encontradas dentro de las plantas. De

esta forma, las plantas deben tener transportadores específicos en la interfase suelo – raíz (SHATCHMAN, 1998). El hecho de que la absorción de P disminuya al utilizar inhibidores de la respiración (BARBER, 1962) constituye otra prueba de que la absorción de P, supone un gasto energético para las plantas.

Las plantas han desarrollado una serie de estrategias para mantener las concentraciones de P intracelular dentro de ciertos rangos. Cuando el suministro de P es inadecuado, ocurre un aumento del desarrollo radical y de la tasa de absorción por las raíces, se transloca P desde las hojas antiguas y se agota el P almacenado en las vacuolas. Cuando el suministro de P es adecuado y las raíces se encuentran absorbiendo a tasas que exceden la demanda, ocurren una serie de procesos que impiden la acumulación de P a concentraciones tóxicas. Estos procesos incluyen la conversión de P a compuestos orgánicos de almacenamiento, la reducción de la tasa de absorción desde el suelo y la pérdida de P por exudación (BIELESKI y FERGUSON, 1983).

#### **2.4 Modelos de absorción**

En general, muchos de los modelos de cultivos omiten la simulación de la absorción de nutrientes debido al insuficiente conocimiento que se posee sobre este proceso. Esto no es un problema cuando se modelan cultivos que han sido adecuadamente fertilizados, pero limitará cada vez más el uso de modelos de cultivos a medida que aumente la necesidad de usar los fertilizantes de forma más económica y ambientalmente amigable (WHISLER *et al.*, 1986).

Los modelos existentes de absorción de nutrientes se han basado principalmente en los conceptos explicados anteriormente y fueron desarrollados en términos cuantitativos por NYE *et al.* (1975), CLAASSEN y BARBER (1976), NYE y TINKER (1977) y BARBER y CUSHMAN (1981), entre otros. Si bien estos modelos no son idénticos, son similares en términos generales, ya que todos ellos describen el flujo de nutrientes desde el suelo a la raíz por difusión y flujo de masas y estiman la absorción

por la raíz de acuerdo a la concentración del nutriente en la solución de suelo que rodea la raíz.

La validación de estos modelos ha mostrado en general un buen ajuste entre valores simulados y medidos y ha mejorado el entendimiento de los procesos relacionados (BARBER, 1995). Sin embargo, en algunos casos, principalmente a valores bajos de disponibilidad, los modelos han subestimado la absorción (CLAASSEN y STEINGROBE, 1999; JUNGK, 2002). Se ha señalado que mientras los aspectos de la absorción relacionados con el suelo han recibido amplia atención, los relacionados con la planta han sido descuidados por estos modelos (SEWARD, 1991; GREENWOOD *et al.*, 2001). Además, en el caso del P los modelos rara vez consideran la enorme variabilidad espacial de la concentración de este nutriente en el suelo, como resultado de las aplicaciones de fertilizantes granulados (GREENWOOD *et al.*, 2001).

### 3 MATERIAL Y METODO

#### 3.1 Material

El modelo corresponde a un avance de un modelo desarrollado previamente por PINOCHET (1995). El modelo simula el desarrollo y crecimiento de un cultivo de trigo, diariamente, desde siembra a madurez fisiológica y la acumulación de biomasa aérea y radical. El modelo también simula la absorción de P del cultivo, quedando constituido por 4 submodelos: (a) Submodelo de fenología; (b) Submodelo de crecimiento; (c) Submodelo de estrés hídrico y (d) Submodelo de absorción de P.

El modelo fue construido utilizando las versiones 10 y 11 del programa Microsoft® Office Excel<sup>15</sup>. Aparte de ser sencillo y de amplio uso, este programa posee la ventaja de que todos y cada uno de los cálculos son visibles, facilitando la búsqueda de errores en el modelo, cuando este arroja resultados incongruentes.

Los datos utilizados en la calibración del modelo provienen de un ensayo de trigo (cultivar Otto-B de Von Baer) que fue sembrado el día 6 de agosto del 2001 en la Estación Experimental Santa Rosa, perteneciente a la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Austral de Chile. El ensayo fue parte del proyecto FONDECYT 1010163 “Estudio de la eficiencia de absorción de fósforo de cultivos con distintas densidades radicales” y está descrito en mayor detalle en los trabajos de MIRANDA (2004) y DASSE (2005). Estos trabajos estudiaron, respectivamente, la producción de raíces y la variación de la nutrición fosforada del cultivo, de acuerdo al nivel de disponibilidad de P.

En el ensayo, los distintos niveles de disponibilidad (tratamientos) correspondieron a tres dosis de fertilización fosforada: 48, 122 y 200 kg P ha<sup>-1</sup>. Estas fueron diseñadas a modo de lograr una nutrición sub-óptima, óptima y supra-óptima del

---

<sup>15</sup> Copyright© 1985-2003 Microsoft Corporation. Reservados todos los derechos.

cultivo y corresponden a los tratamientos 2, 3 y 4, respectivamente. Además, existió un cuarto tratamiento en el que no se aplicó fertilizante (tratamiento 1).

La información climática necesaria como variable de entrada en el modelo fue registrada en la estación Climática del Instituto de Geociencias de la Universidad Austral de Chile, mientras los datos de radiación fotosintéticamente activa fueron adquiridos al Proyecto Monitoreo UV del Instituto de Física de la Universidad Austral de Chile.

Los valores de disponibilidad de P del suelo provienen de un análisis de suelo realizado en el Laboratorio de Suelos de la Universidad Austral de Chile. El factor de conversión a Olsen y los contenidos volumétricos de humedad a Capacidad de Campo (CC) y Punto de Marchitez Permanente (PMP) fueron obtenidos por CARRASCO (2001) y corresponden a valores medidos en el sitio del ensayo.

### **3.2 Método**

El modelo fue calibrado comparando los datos simulados con los derivados del ensayo mencionado. El desempeño de los submodelos de fenología y crecimiento fue calibrado con los valores medidos de producción de materia seca aérea y radical del tratamiento 4, valores que fueron reportados por DASSE (2005). El submodelo de Absorción de P fue calibrado en etapas intermedias de su funcionamiento en base a los datos de densidad radical (MIRANDA, 2004) y también en base a su resultado final con datos de absorción de P y producción de materia seca (DASSE, 2005).

La calibración del modelo se ha realizado respetando las siguientes normas, a fin de no degradar el proceso a un mero ajuste entre valores simulados y medidos.

(i) Los parámetros calibrados deben tener significado físico, químico o fisiológico, de lo contrario, su uso no representa ningún avance científico (ACOCK y ACOCK, 1991; SINCLAIR y SELIGMAN, 2000).

(ii) Los parámetros debieran ser posibles de medir independientemente de la estructura del modelo (SINCLAIR y SELIGMAN, 2000) o derivados de teorías bien establecidas (THORNLEY, 1998).

(iii) El ajuste de los parámetros debe hacerse para el rango conocido para esos parámetros, para evitar degradar el proceso a una regresión estadística (STÖCKLE, 2005).

(iv) El ajuste de los parámetros debe realizarse siguiendo una secuencia lógica y registrando los cambios que se hacen y el efecto que causan (STÖCKLE, 2005). De esta forma, el requerimiento científico de la reproducibilidad no se verá comprometido (SINCLAIR y SELIGMAN, 2000; JANSEN y HAGENAARS, 2003).

El cuadro 1 lista los parámetros y variables de entrada que requiere el modelo y alguna de las cuatro (4) formas en que fueron obtenidos/as. Algunos de ellos (Fecha de siembra, Dosis de semilla y Fertilización fosforada) corresponden, en realidad, a valores constantes que deben ser siempre conocidos, ya que definen las condiciones iniciales del modelo y por lo tanto, no son ni parámetros ni variables.

En cuanto a los parámetros y variables propiamente tales, cuando fue posible, fueron medidos independientemente (1), calculados a partir de “teorías bien establecidas” (2) o derivados de la literatura existente (3). Cuando ninguna de estas opciones resultó posible, los valores fueron ajustados por calibración (4), lo que sencillamente equivale a elegir un valor que minimice la discrepancia entre el resultado del modelo y los datos experimentales, tomando las precauciones antes mencionadas.



**CUADRO 1 Entradas del modelo y fuente de la que fueron obtenidas.**

<b>Parametro o variable de entrada</b>	<b>Fuente</b>
<b>Submodelo de desarrollo</b>	
Fecha de siembra	Valor inicial conocido
Temperatura base (°C)	Literatura
Suma térmica a emergencia (°C-día)	Ajustado por calibración
Suma térmica a floración (°C-día)	Ajustado por calibración
Suma térmica a madurez fisiológica (°C-día)	Ajustado por calibración
Temperatura máxima diaria del aire (°C)	Medido (Inst. Geo., UACH)
Temperatura mínima diaria del aire (°C)	Medido (Inst. Geo., UACH)
<b>Submodelo de crecimiento</b>	
Dosis de semilla (kg ha <sup>-1</sup> )	Valor inicial conocido
Radiación fotosinteticamente activa (MJ m <sup>-2</sup> día <sup>-1</sup> )	Medido (Inst. Física, UACH)
Coefficiente de extinción (adimensional)	Calculado
Eficiencia de uso de la radiación pre-floración (g MJ <sup>-1</sup> )	Ajustado por calibración
Eficiencia de uso de la radiación post-floración (g MJ <sup>-1</sup> )	Ajustado por calibración
<b>Submodelo de estrés hídrico</b>	
Precipitación diaria (mm día <sup>-1</sup> )	Medido (Inst. Geo., UACH)
Evapotranspiración potencial diaria (mm día <sup>-1</sup> )	Medido (Inst. Geo., UACH)
Profundidad enraizable (cm)	Medido (CARRASCO, 2001)
Contenido volumétrico de agua a CC (cm <sup>3</sup> cm <sup>-3</sup> )	Medido (CARRASCO, 2001)
Contenido volumétrico de agua a PMP (cm <sup>3</sup> cm <sup>-3</sup> )	Medido (CARRASCO, 2001)
<b>Submodelo de absorción de P</b>	
Factor de conversión a Olsen (Kg ha <sup>-1</sup> /mg kg <sup>-1</sup> Olsen)	Medido (CARRASCO, 2001)
Concentración inicial de P (0-20 cm) (mg kg <sup>-1</sup> Olsen)	Medido (Lab. Suelos, UACH)
Concentración inicial de P (20-40 cm) (mg kg <sup>-1</sup> Olsen)	Medido (Lab. Suelos, UACH)
Fertilización fosforada (g P m <sup>-2</sup> )	Valor inicial conocido
Concentración de P en la semilla	Medido (DASSE, 2005)
Contenido de P de un granulo de fertilizante (g)	Literatura
Radio radical promedio (cm)	Literatura
Tasa máxima de absorción (g P cm <sup>-2</sup> día <sup>-1</sup> )	Literatura

## 4 PRESENTACION Y DISCUSION DE RESULTADOS

A continuación se presenta cada submodelo por separado y los resultados de sus respectivas calibraciones. El cuadro 2 resume las modificaciones que sufrieron los submodelos con respecto al modelo original.

**CUADRO 2 Modificaciones realizadas al modelo original.**

<b>Submodelo</b>	<b>Modificaciones</b>
De desarrollo	Sin modificación.
De crecimiento	Modificado completamente.
De estrés hídrico	Modificación del cálculo de evapotranspiración real ( <i>ETR</i> ) y de la profundidad enraizable ( <i>RDP</i> ).
De absorción de P	Modificación del cálculo de la densidad radical ( <i>DRn</i> ), del número de volúmenes de influencia de los gránulos ( <i>GIn</i> ), de la tasa de crecimiento real ( <i>GR</i> ) y de las condiciones iniciales del submodelo.

### 4.1 El submodelo de fenología.

La simulación del desarrollo del cultivo está basada en el tiempo térmico. Esta aproximación simplemente corresponde al tiempo calendario ponderado por las condiciones térmicas de cada día (MIRALLES y SLAFER, 1999).

La duración de cada periodo es estimada a través de la suma de temperaturas efectivas, que corresponden a las diferencias positivas entre la temperatura diaria promedio del aire y la temperatura base del cultivo, ambas variables de entrada del modelo. La temperatura base utilizada por el modelo fue de 0 °C. Aunque existe evidencia de que varía con la variedad de trigo y, además, con la fase de desarrollo considerada. Asumir esta temperatura, genera poca variación en el análisis del desarrollo de trigo en zonas templadas (SATORRE *et. al.*, 2003). Por otro lado, el valor es comúnmente utilizado en la

modelación del desarrollo del cultivo de trigo (ej: STÖCKLE *et al.*, 2003; RICKMAN *et al.*, 1996; RITCHIE y OTTER, 1985).

El submodelo predice el desarrollo del cultivo de trigo desde siembra a emergencia, de emergencia a floración y de floración a madurez fisiológica. Se asume que el cultivo alcanza cada uno de estos eventos, una vez que ha acumulado una cierta cantidad de temperatura (°C-día). La simulación del día de emergencia es necesaria porque establece el comienzo de la fotosíntesis, mientras la modelación de la floración, permite utilizar distintos valores de eficiencia de uso de la radiación antes y después de este evento. Este aspecto se discute en detalle más adelante.

El submodelo de fenología calcula entonces la tasa relativa de desarrollo ( $CRL_i$ )

$$CRL_i = SS_i / SST$$

Donde  $SS_i$  son los grados día acumulados desde la siembra y  $SST$  son los grados día acumulados desde la siembra hasta el estado de madurez fisiológica. Esta variable no solo indica la duración de los principales estados fenológicos, sino que también conecta el submodelo de desarrollo con los otros submodelos.

**4.1.1 Calibración del submodelo de fenología.** Dado que no existían valores de la suma térmica necesaria para completar los períodos de desarrollo respectivos para la variedad de trigo utilizada, se utilizaron los valores observados. Este ajuste, por simple que pueda parecer, es propio del proceso de calibración y muestra de forma clara (y más directa), lo que en el resto de los submodelos pareciera un proceso más complejo. Esto se debe a que, por ejemplo, en el submodelo de crecimiento existe una simulación del crecimiento (transformación de radiación en crecimiento, MJ en kg MS) y es el resultado de esta simulación lo que finalmente se ajusta a los valores medidos. Es decir, el camino que se sigue en la calibración del submodelo de desarrollo es mucho menos tortuoso que para los 3 restantes submodelos, pero, en el fondo, esencialmente el mismo.

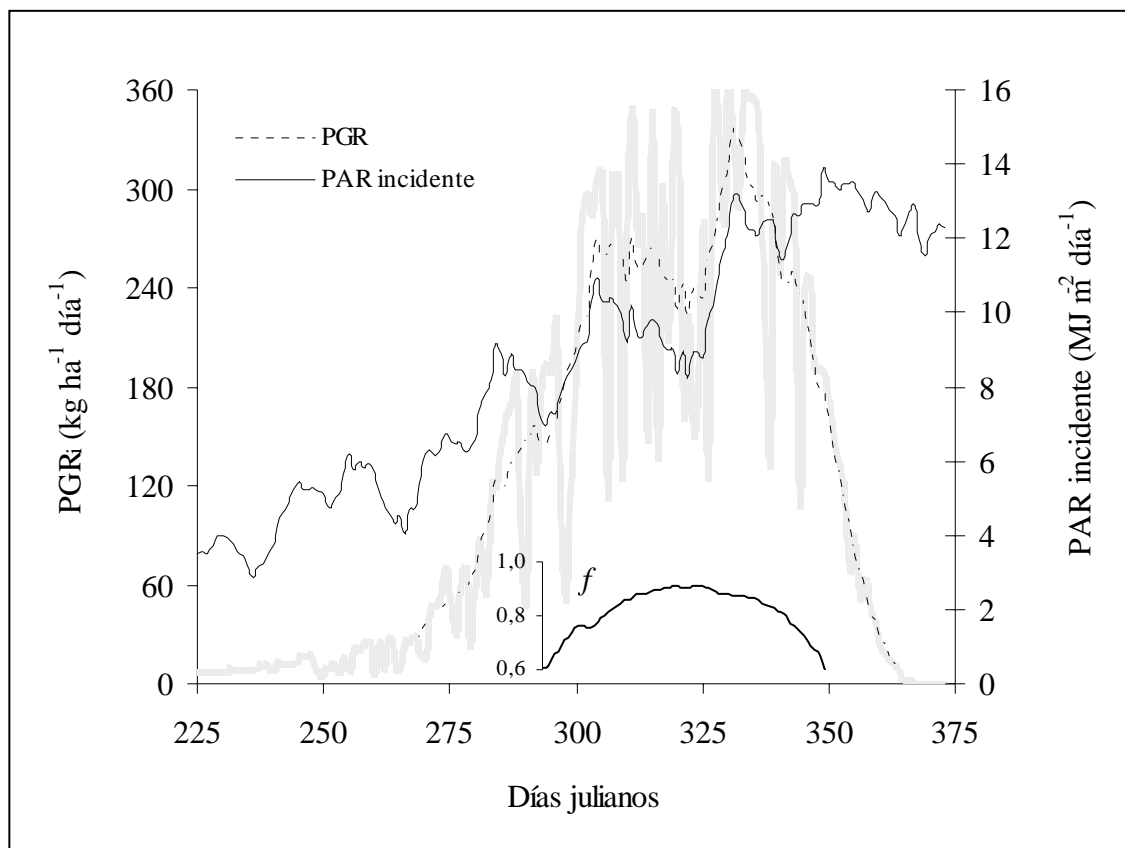
La temperatura acumulada a emergencia fue fijada en 140 °C – día, 1300 °C – día a floración y 2100 °C – día para madurez fisiológica. De esta manera, los eventos señalados fueron ajustados a los valores del ensayo, ocurriendo el 16 de agosto, 22 de noviembre y 8 de enero de 2002, respectivamente. Por lo tanto el modelo simula un período de crecimiento de 145 días desde emergencia a madurez fisiológica.

Es necesario tener presente que un ajuste como el anterior es, por definición, lo que una calibración implica, pero sería totalmente incorrecto repetirlo en una futura evaluación del modelo. Esto obviamente invalidaría la capacidad predictiva del modelo y impediría que tal trabajo sea considerado serio.

**4.2 El submodelo de crecimiento.** El crecimiento potencial del cultivo es modelado como dependiente de la cantidad de radiación fotosintéticamente activa que es interceptada por el cultivo y su capacidad para transformar esta energía en materia (biomasa):

$$PGR_i = PAR_i * f_i * RUE_{IPAR}$$

Donde  $PGR_i$  es la tasa potencial diaria de crecimiento por unidad de superficie ( $kg\ ha^{-1}\ día^{-1}$ ),  $PAR_i$  es la radiación fotosintéticamente activa incidente sobre una superficie horizontal por unidad de tiempo ( $MJ\ m^{-2}\ día^{-1}$ ),  $f_i$  es la proporción de radiación incidente que es interceptada por el cultivo y  $RUE_{IPAR}$  es la eficiencia de uso de radiación ( $g\ MS\ MJ$  de  $PAR^{-1}$ ).



**FIGURA 3. Crecimiento potencial diario y radiación incidente a lo largo del periodo de desarrollo del cultivo.**

La figura 3 es presentada a modo de ejemplo de cómo estas variables se relacionan. En ella se muestra la simulación del crecimiento potencial diario ( $PGR$ ), su dependencia de la cantidad de radiación incidente ( $PAR$ ) y como esta dependencia se da solo cuando el cultivo intercepta una alta proporción de la radiación incidente ( $f > 0,6$ ). Tanto los valores de  $PAR$  incidente como los de  $PGR$  corresponden a promedios móviles de 9 días para facilitar la visualización de las tendencias evitando la gran variación diaria que ambas variables presentan. Esta variación se puede apreciar en color gris y solo para  $PGR$ .

**4.2.1 Radiación fotosintéticamente activa diaria (PAR).** Los valores de  $PAR_i$  fueron medidos directamente en unidades molares ( $\mu\text{E m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ). Para transformar esta cantidad de materia en energía ( $\text{MJ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ), se asumió que cada fotón en el espectro fotosintéticamente

activo (o visible) tiene una energía equivalente a la de un fotón de una longitud de onda de 550 nm, que es la longitud promedio del espectro visible (400 – 700 nm, según McCREE, 1972). Esto implica que 4,6  $\mu\text{E}$  equivalen a un MJ de PAR (THORNLEY, 1998; CAMPBELL y NORMAN, 1998).

El expresar la *PAR* en términos energéticos puede causar una cierta distorsión conceptual, ya que las propiedades físicas de la luz y sus efectos biológicos dependen fuertemente de su longitud de onda. La radiación fotosintéticamente activa está definida en términos cuánticos, ya que la “actividad” fotosintética es aproximadamente constante en el rango de 400 a 700 nm (al menos para las hojas de la planta). El contenido de fotones de una determinada cantidad de energía de 400 nm será 4/7 menor a la contenida a 700 nm y por lo tanto, la radiación en este rango no es igualmente “activa”, cuando es cuantificada en términos energéticos ( $\text{W m}^{-2}$ ) (McCREE, 1973).

**4.2.2 Proporción de radiación incidente interceptada por el cultivo.** En cuanto a la proporción de radiación incidente que es interceptada por el cultivo cada día ( $f_i$ ), se asume que la atenuación de la radiación con la profundidad del canopia sigue la ley de Beer<sup>16</sup> y se calcula de la siguiente manera:

$$f_i = 1 - \exp(-k * GAI_i)$$

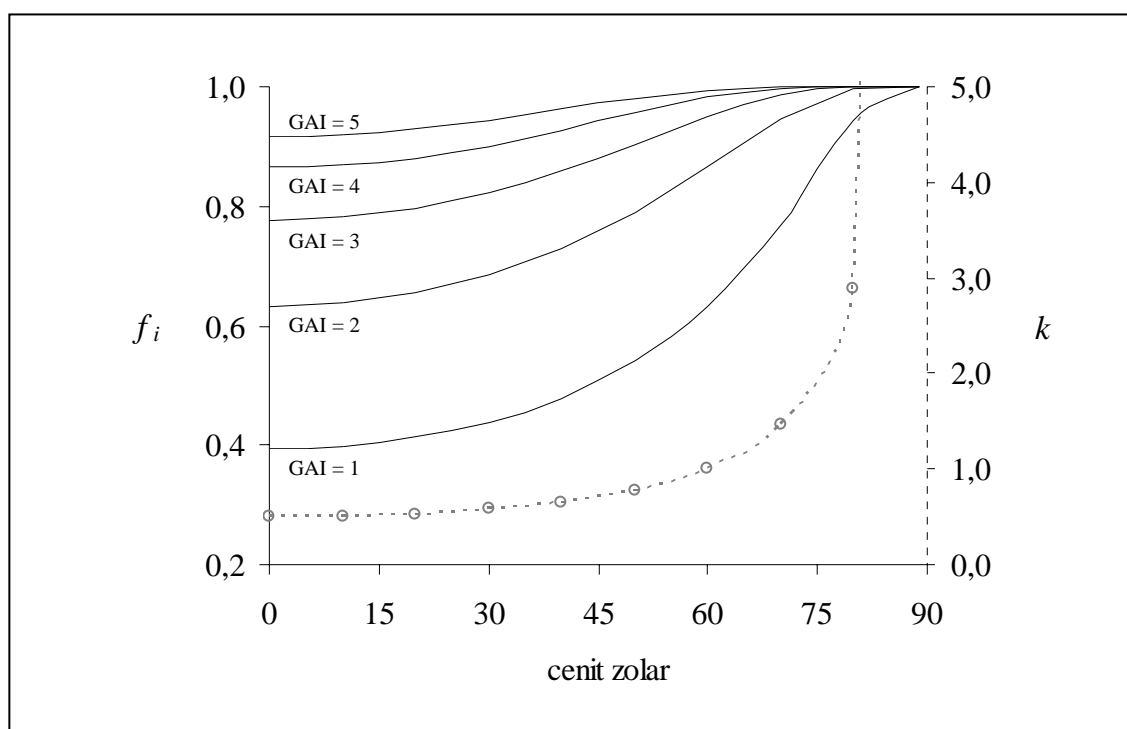
Donde  $k$  es el coeficiente de extinción de la radiación del cultivo y  $GAI$  es el índice de área foliar verde. Estrictamente la ley de Beer se aplica a la intercepción de la luz por partículas pequeñas y homogéneamente distribuidas en un gas. Esto ya entrega una idea de las limitaciones que la aplicación de esta ley podría tener para simular la intercepción de radiación de un cultivo, ya que las hojas no necesariamente cumplen la condición de estar “homogéneamente distribuidas” en la canopia. WHISLER *et al.* (1986) señalan que a pesar de lo anterior, la ecuación funciona adecuadamente en la mayoría de las condiciones.

---

<sup>16</sup> También conocida como ley de Bouguer

El coeficiente de extinción del cultivo ( $k$ ) fue asumido como 0,9 y se mantuvo constante durante todo el ciclo de desarrollo, a pesar de ser específico para cada cultivo y etapa de desarrollo, dependiendo del ángulo de inclinación de las hojas y el cenit solar (GOUDRIAAN, 1988). El valor utilizado es una razonable simplificación a partir de valores de  $k$  calculados en base a la variación diaria del cenit solar (siguiendo a CAMPBELL y NORMAN, 1998) y asumiendo que la distribución angular de las hojas de trigo es aproximadamente esférica (CAMPBELL, 1986).

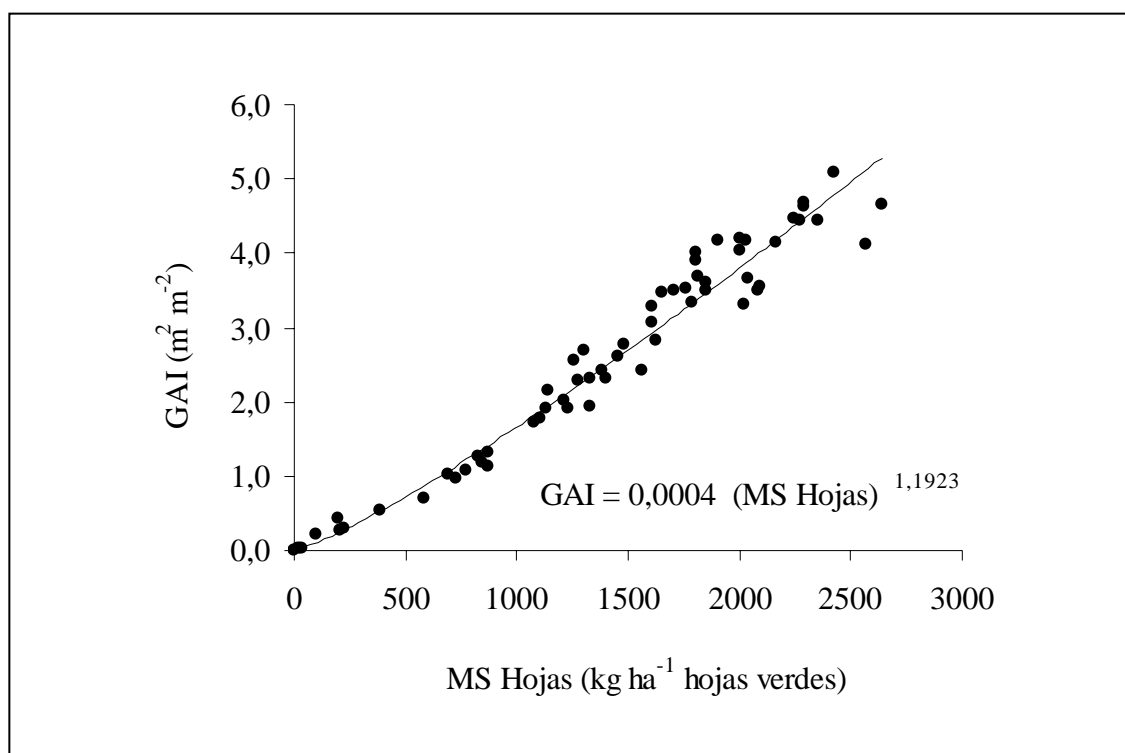
A pesar que el valor de  $k$  es calculado como un valor representativo diario, es decir, que permite calcular la radiación interceptada diaria como si se calculara cada 15 minutos, es necesario notar que el valor de  $k$  también disminuye hacia el final de la temporada de crecimiento.



**FIGURA 4.** Relación entre el cenit solar y el coeficiente de extinción (---○---) y su efecto sobre  $f_i$  para distintos GAI (—). Se asume una distribución esférica de la inclinación hojas para el cálculo de  $k$ .

El valor de  $k$  utilizado es especialmente adecuado durante los primeros estados de desarrollo, que es cuando el valor numérico de  $k$  tiene un mayor efecto sobre  $f_i$  debido a que el  $GAI$  aun es bajo. Lo anterior se debe a que, como se muestra en la figura 4,  $k$  disminuye a medida que el cenit solar disminuye y esto es lo que ocurre a medida que el desarrollo del cultivo progresa (el sol esta más alto en el cielo en verano que en invierno)

El índice de área foliar verde ( $GAI$ ) corresponde a la superficie de hojas verdes que crece por sobre una determinada superficie de suelo y tiene por lo tanto unidades de  $m^2$  de hoja por  $m^2$  de suelo ( $m^2 m^{-2}$ ). Es necesario aclarar dos aspectos relativos a esta variable. La “superficie de hojas” corresponde al área de una cara de la hoja y no de ambas; y el término “hojas verdes” significa que las hojas senescentes no son consideradas. El  $GAI_i$  se estima a partir de la materia seca acumulada como hojas, utilizando la siguiente ecuación potencial (Figura 5).



**FIGURA 5. Relación entre la MS de hojas y el área foliar verde.**

FUENTE: Adaptado de LABRA, 2006.



Esta ecuación es prácticamente lineal. Si así lo fuera, sería equivalente a plantear que cada kg de hojas corresponde a 21 m<sup>2</sup> de hojas (que sería la pendiente de la recta). Este valor, comúnmente llamado *SLA* (área específica de la hoja) no fue utilizado, ya que no funciona adecuadamente a valores bajos de materia seca.

Una aproximación más mecanística consistiría en calcular la tasa potencial de expansión de las hojas y las cantidades de carbono y nitrógeno disponibles para sustentar esta expansión (WHISLER *et al.*, 1986; STÖCKLE *et al.*, 2003) y estimar la duración de las hojas en base a unidades de grados-día (filocrono). Sin embargo una aproximación de este tipo requeriría información que no es de fácil disponibilidad.

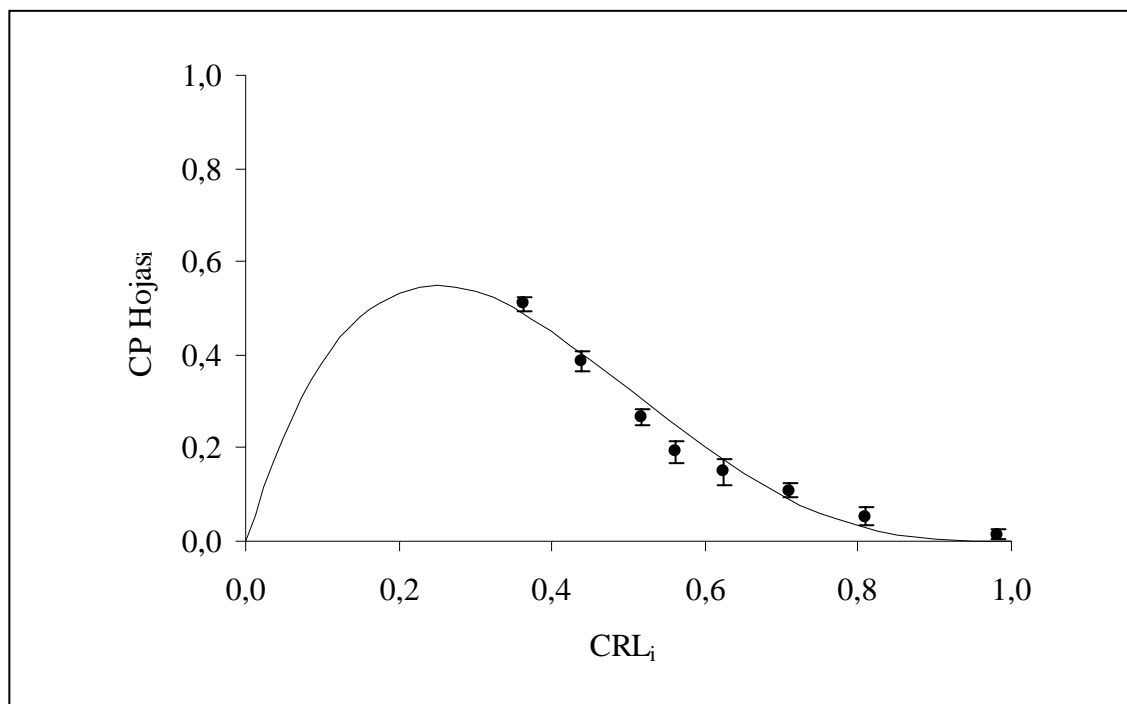
La cantidad de materia seca de hojas (*MS Hojas<sub>i</sub>*) es calculada como una proporción de la materia seca aérea acumulada al día anterior:

$$MS\ hojas_i = MSA_{i-1} * CP\ hojas_i$$

Donde *MSA<sub>i-1</sub>* también tiene unidades de kg ha<sup>-1</sup> y *CP Hojas<sub>i</sub>* corresponde a la proporción entre MS de hojas verdes y MS aérea (valor entre 0 y 1). *CP Hojas<sub>i</sub>* depende del estado de desarrollo del cultivo (*CRL<sub>i</sub>*) y se calcula de la siguiente manera:

$$CP\ hojas_i = CP\ hojas_{max} * \frac{1 - CRL_i}{1 - 0,25} * \left( \frac{CRL_i}{0,25} \right)^{\frac{0,25}{1 - 0,25}}$$

Donde *CP Hojas<sub>max</sub>* corresponde al valor máximo de *CP Hojas<sub>i</sub>*. El modelo asume un valor de 0,55 para este parámetro, que se alcanza cuando *CRL<sub>i</sub>* es igual a 0,25.



**FIGURA 6. Variación del coeficiente de partición para hojas a lo largo del desarrollo del cultivo. Las barras representan dos desviaciones estándar.**

FUENTE: Adaptado de LABRA, 2006.

Este ajuste está basado en los datos de LABRA (2006) y como se aprecia en la figura 6, no se cuenta con datos que sustenten esta aproximación en los primeros estados de desarrollo ( $CRL_i < 0,3$ ), razón por la que se siguieron los valores entregados por RICKMAN *et al.* (1996) en estas etapas del desarrollo. Esto constituye una seria deficiencia del modelo que debiera ser subsanada en el futuro y manejada con escepticismo, mientras esto no ocurra.

**4.2.3 Eficiencia de uso de radiación ( $RUE_{IPAR}$ ).** El modelo asume que la radiación interceptada (IPAR) y la producción de materia seca, se relacionan linealmente. MONTEITH (1977) definió la pendiente de esta relación como eficiencia de uso de la radiación y también aportó una base teórica para entender la misma.

La eficiencia de uso de la radiación puede ser expresada de varias maneras, la radiación puede ser incidente, interceptada o absorbida, así como solar o fotosintéticamente activa, mientras el crecimiento puede expresarse como dióxido de carbono o materia seca. Ya que estas combinaciones resultan en distintos valores numéricos de *RUE* es conveniente establecer que este trabajo utilizara unidades de gramos de MS total (parte aérea y radical) por MJ de radiación fotosintéticamente activa interceptada. Es por esto que, a menos que se utilice en un sentido general, se usara la sigla  $RUE_{IPAR}$  para indicar que la eficiencia de uso de la radiación se expresa en base a PAR interceptada. De ser necesario expresar los valores utilizados en otros términos, se recomienda seguir a BONHOMME (2000) quien señala algunas precauciones que se deben tomar en al transformar valores de RUE que han sido obtenidos en distintas condiciones, como aquellos que se presentan en la revisión de SINCLAIR y MUCHOW (1999).

La eficiencia de uso de la radiación de un cultivo es resultado de la interacción de una serie de fenómenos fisiológicos (REYNOLDS, 2000). Esto explica, tanto la complejidad del concepto, como también su relativa solidez y amplio uso en el área de la modelación de cultivos. La habilidad de un modelo de este tipo para simular el crecimiento vegetal depende, principalmente, de cuan invariable<sup>17</sup> sea el valor de la *RUE*, lo que, en general, ocurre en condiciones en donde el agua, los nutrientes o la temperatura, no limitan el crecimiento vegetal (CAMPBELL y NORMAN, 1998; GARCIA *et al.*, 1988). Incluso cuando existe un factor que limita el crecimiento, este aún puede ser simulado considerando una reducción en la *RUE*. Al menos en el caso de agua y nitrógeno, ya que la relación teórica entre estos factores y *RUE* está bien establecida y ha sido experimentalmente cuantificada (KEMANIAN *et al.*, 2004).

El valor de *RUE* utilizado en este trabajo fue de 2,7 g MS MJ<sup>-1</sup> de IPAR. Este valor es similar a los que fueron calculados por LABRA (2006) en la misma localidad del ensayo, a pesar de no ser estrictamente comparables, ya que se realizaron con otra variedad de trigo, 4 años más tarde y sin considerar la biomasa radical. Este valor concuerda con los

---

<sup>17</sup> El término original es “consistent”

valores reportados en distintos estudios (GALLAGHER y BISCOE, 1978; FISHER, 1983; SINCLAIR y MUCHOW, 1999) y los utilizados en otros modelos de simulación del cultivo del trigo

La expresión de la *RUE* en unidades de  $\text{g MS MJ}^{-1}$  de PAR tiene la ventaja de que prácticamente no existe diferencia entre la PAR interceptada y la absorbida por la canopia, mientras esto no es así al considerar el espectro solar completo (0,29 a 4,0  $\mu\text{m}$ ). Por otro lado, el uso de g de MS incluye algunos factores que tienen poca relación con la fotosíntesis y la luz, como la respiración y la composición de la materia seca (CAMPBELL y NORMAN, 1998).

Este modelo no considera una disminución de la *RUE* post-antesis (valor constante de 2,7  $\text{g MS MJ}^{-1}$ ), pero incluye en su estructura la posibilidad de ingresar valores pre y post antesis. Es decir, el modelo no utiliza un valor distinto para la *RUE* post-antesis, pero tampoco se cierra a la posibilidad de que así sea, principalmente debido a los numerosos estudios (GALLAGHER y BISCOE, 1978; GARCIA *et al.*, 1988; TAKAHASHI y NAKASEKO, 1993; CALDERINI *et al.*, 1997; MIRALLES y SLAFER, 1997; LABRA, 2006) que respaldan esta aproximación.

Algunas de las posibles causas de esta disminución serían: una restricción de los destinos (numero de granos) (FISHER, 1983); disminución de la actividad fotosintética por unidad de hoja (edad de la hoja) y/o aumento relativo de la respiración (GALLAGHER y BISCOE, 1978); interceptación de radiación por estructuras no fotosintetizantes (espigas) y/o saturación lumínica del cultivo (CALDERINI *et al.*, 1997). Como es frecuente en el área biológica, estos factores no son excluyentes y su importancia relativa probablemente varía, dependiendo de las condiciones particulares del agroecosistema en estudio.

**4.2.4 Cálculo de la biomasa acumulada.** Una vez que la tasa diaria de producción de materia seca por unidad de superficie ( $PGR_i$ ) ha sido calculada, es posible generar la biomasa aérea y radical acumulada para el día  $i$ .

$$MSA_i = MSA_{i-1} + PGR_i * (1 - CP\ raices_i)$$

$$MSR_i = MSR_{i-1} + PGR_i * (CP\ raices_i)$$

Donde  $MSA_i$  y  $MSR_i$  son la biomasa acumulada aérea y radical, respectivamente.  $CP\ raices$  ( $g\ g^{-1}$ ) es el coeficiente de partición para raíces, que establece el porcentaje de la tasa diaria de crecimiento que se destina a crecimiento radical. Esta variable depende del estado de desarrollo del cultivo (GREGORY, 1988; DRIESEN y KONIJN, 1992).

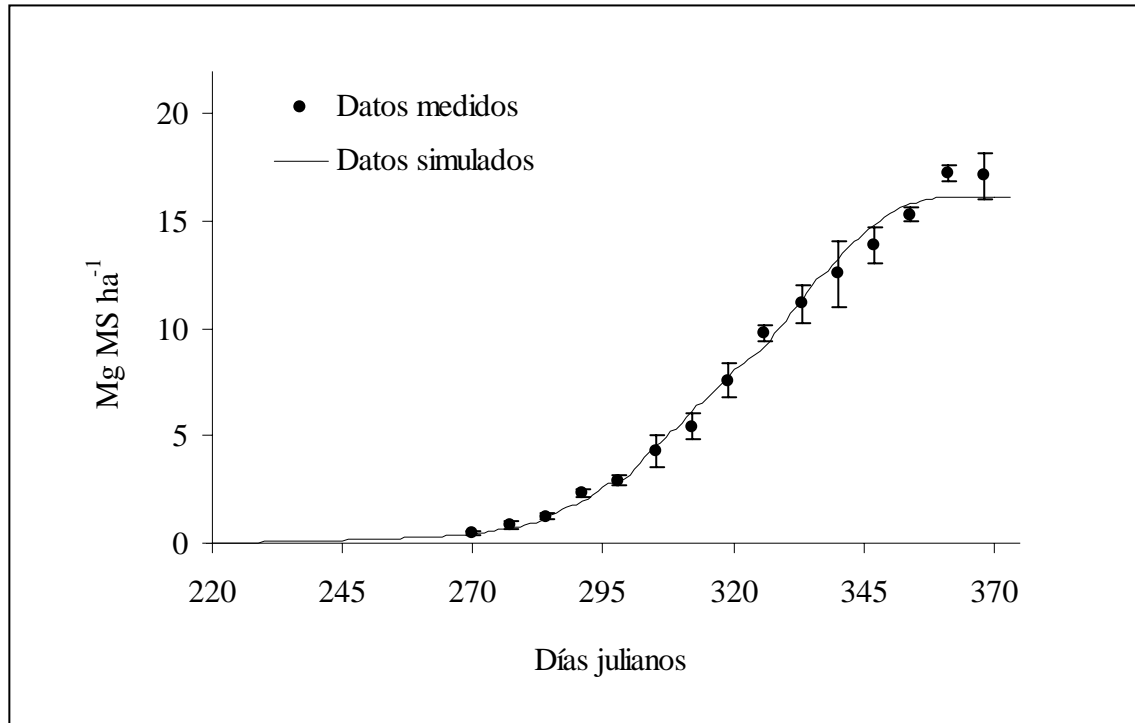
$$CP\ raices_i = 0,6 * \exp(-3,7 * CRL_i)$$

Esta aproximación es bastante simple y refleja el desconocimiento que se tiene sobre el proceso de partición de carbono entre los distintos órganos de la planta (WHISLER *et al.*, 1986).

El modelo también simula el uso de las reservas provenientes de la semilla. Siguiendo a RICKMAN *et al.* (1996), el 85% del peso de la semilla es considerado disponible para el crecimiento a una tasa del 4% del peso inicial de la semilla al día.

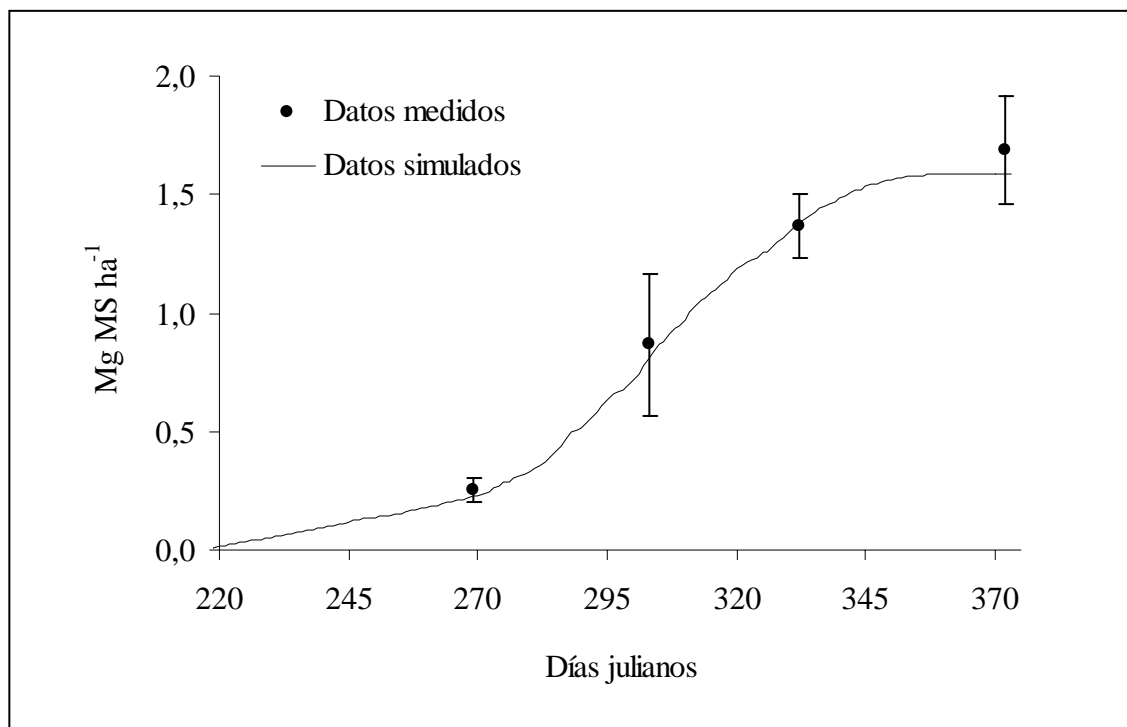
**4.2.5 Calibración del submodelo de crecimiento.** El submodelo de crecimiento simuló un valor de materia seca acumulada a madurez fisiológica de  $16\ 596\ kg\ ha^{-1}$  para la parte aérea y  $1\ 631\ kg\ ha^{-1}$  para la parte radical. Asumiendo un índice de cosecha de  $0,45\ g\ g^{-1}$  (razón entre producto cosechado y biomasa aérea) y un contenido de humedad del grano al momento de cosecha de 15 %, se podría decir que estos rendimientos equivalen, aproximadamente, a un rendimiento de grano de  $9\ 790\ kg\ ha^{-1}$ .

Las figuras 7 y 8 muestran el resultado de la simulación del crecimiento aéreo y radical del cultivo de trigo y los datos medidos correspondientes al tratamiento 4.



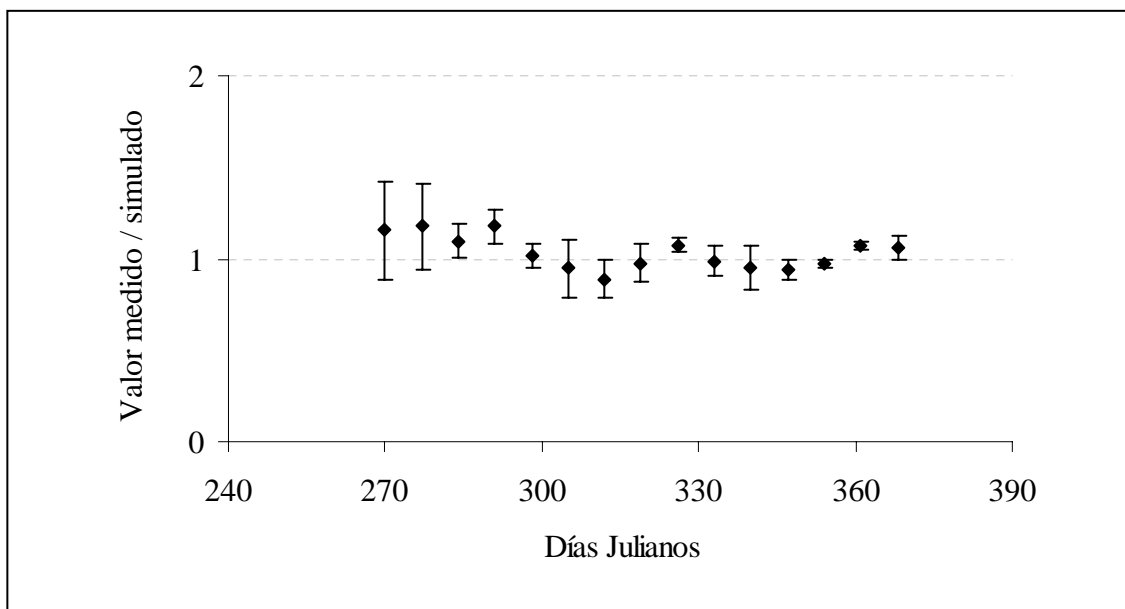
**FIGURA 7. Simulación del crecimiento de la parte aérea del cultivo de trigo. Las barras representan dos desviaciones estándar.**

Los días julianos (DJ) son generados a partir del 1° de enero de 2001 y por lo tanto el día de siembra (6 de agosto de 2001) corresponde a DJ = 218.

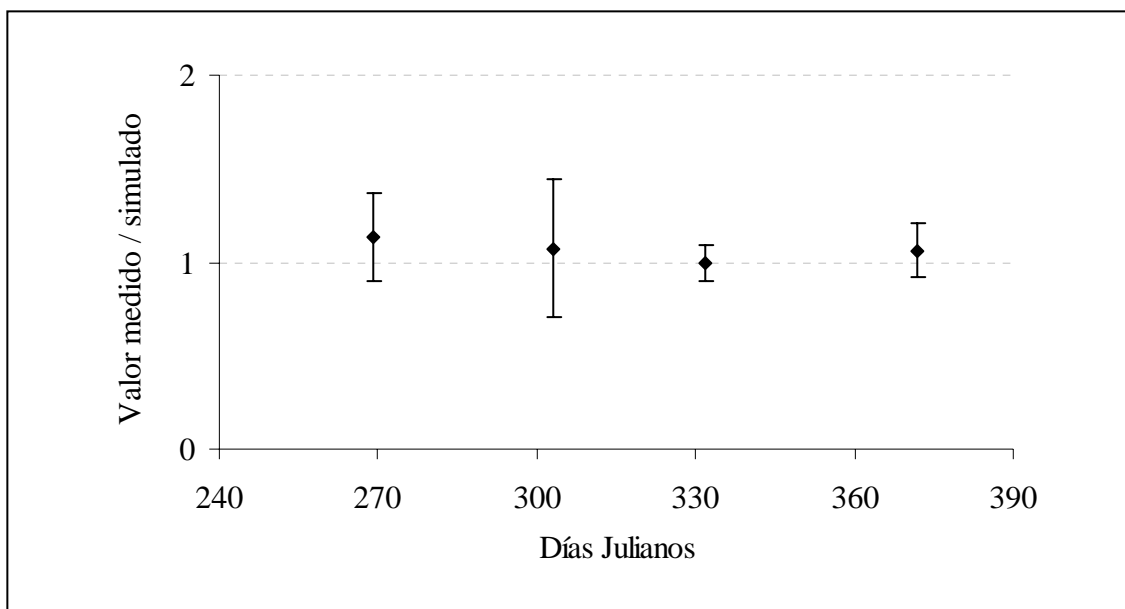


**FIGURA 8. Simulación del crecimiento de la parte radical del cultivo de trigo. Las barras representan dos desviaciones estándar.**

Junto con comparar el desempeño del modelo en términos absolutos ( $\text{Mg MS ha}^{-1}$ ), es necesario hacerlo en términos relativos. Ambas formas de presentar la información entregan información complementaria sobre el desempeño del modelo. En general, los errores del modelo en valores absolutos bajos (etapas tempranas de crecimiento) suelen pasar desapercibidos, mientras un error proporcionalmente igual (por ejemplo: una subestimación de 10 %) en etapas más tardías, recibirá mucho más atención. La presentación de los errores en términos absolutos y también relativos (figuras 9 y 10) permite disminuir la posibilidad de que algunos de estos errores pasen desapercibidos.



**FIGURA 9.** Diferencias entre valores medidos y simulados de crecimiento del cultivo de trigo (parte aérea). Las barras representan dos desviaciones estándar.



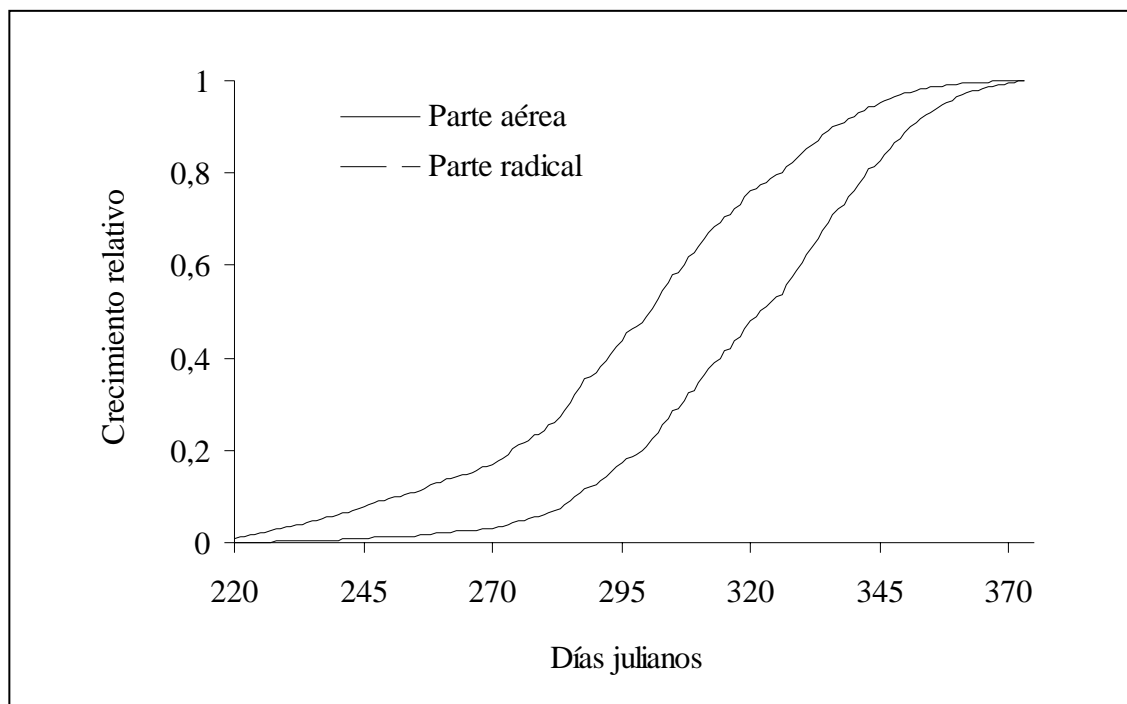
**FIGURA 10.** Diferencias entre valores medidos y simulados de crecimiento del cultivo de trigo (parte radical). Las barras representan dos desviaciones estándar.



En el análisis de las figuras 7 a 10 se debe tener presente que los valores que se presentan son acumulados y que, por ende, una predicción aparentemente exacta, podría no serlo si la anterior no lo es. El octavo punto de la figura 7 (DJ = 319) es un buen ejemplo de lo anterior. Este punto pareciera ser predicho con notable exactitud por el modelo, sin embargo el punto anterior (DJ = 312) fue sobrestimado. Ya que el punto anterior fue sobreestimado, el modelo debió, necesariamente, subestimar la tasa de crecimiento entre ambos puntos para poder “acercarse” al siguiente valor (DJ = 319). Esto constituye un buen ejemplo de porque los modelos no debieran ser evaluados solamente en términos de sus resultados finales y de lo débil que resultan las conclusiones basadas en este tipo de aproximaciones.

En la figuras 7 y 8 se aprecia además, que al momento de la madurez fisiológica del cultivo (DJ = 373), la biomasa radical representa un 9,8% de la biomasa aérea. Este valor es comúnmente encontrado en la literatura para el cultivo de trigo (GREGORY *et al.*, 1978; GREENWOOD *et. al.*, 1982; BARRACLOUGH *et. al.*, 1991). Por lo tanto, el modelo pareciera, simular adecuadamente la proporción parte aérea a radical, al menos hacia el final del periodo de crecimiento del cultivo.

El modelo predice que en el estado de floración (DJ = 326), la biomasa radical es un 80 % de la biomasa radical a madurez fisiológica, mientras que la biomasa aérea corresponde a un 54% de la biomasa aérea final. Estos datos muestran que el modelo es capaz de simular adecuadamente el temprano crecimiento relativo de la parte radical, en relación a la parte aérea (WILD, 1988). (Figura 11)



**FIGURA 11. Diferencias en la simulación del crecimiento relativo entre la parte aérea y radical del cultivo.**

### 4.3 El submodelo de estrés hídrico.

La simulación de los efectos del estrés hídrico se ha realizado siguiendo a PINOCHET (1995) con mínimas modificaciones.

El modelo se basa en que el crecimiento del cultivo se ve afectado por la cantidad de agua en el suelo que está disponible para ser transpirada. Esta cantidad se estima como el resultado de un balance entre la precipitación ( $\text{mm día}^{-1}$ ) y la evapotranspiración del cultivo ( $\text{mm día}^{-1}$ ). La capacidad máxima de almacenamiento de agua del suelo ( $\text{mm}$ ) está determinada por la profundidad máxima enraizable ( $\text{cm}$ ) y la capacidad promedio de agua útil ( $\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$ ).

El crecimiento del cultivo ( $PGR_i$ ) es directamente proporcional a un factor de estrés ( $FH_i$ ) que se calcula como el cociente entre la evapotranspiración real ( $ETR_i$ ) y la evapotranspiración máxima ( $ETM_i$ ).

$$FH_i = ETR_i / ETM_i$$

**4.3.1 La evapotranspiración máxima.** La evapotranspiración máxima es calculada de la siguiente manera:

$$ETM_i = ETP_i * (f_i + 0,15)$$

Donde  $ETP_i$  es la evapotranspiración potencial (variable de entrada) medida en una bandeja evaporimétrica,  $f_i$  es la fracción de radiación interceptada discutida en 4.2.2 y 0,15 representa la evaporación desde el suelo.

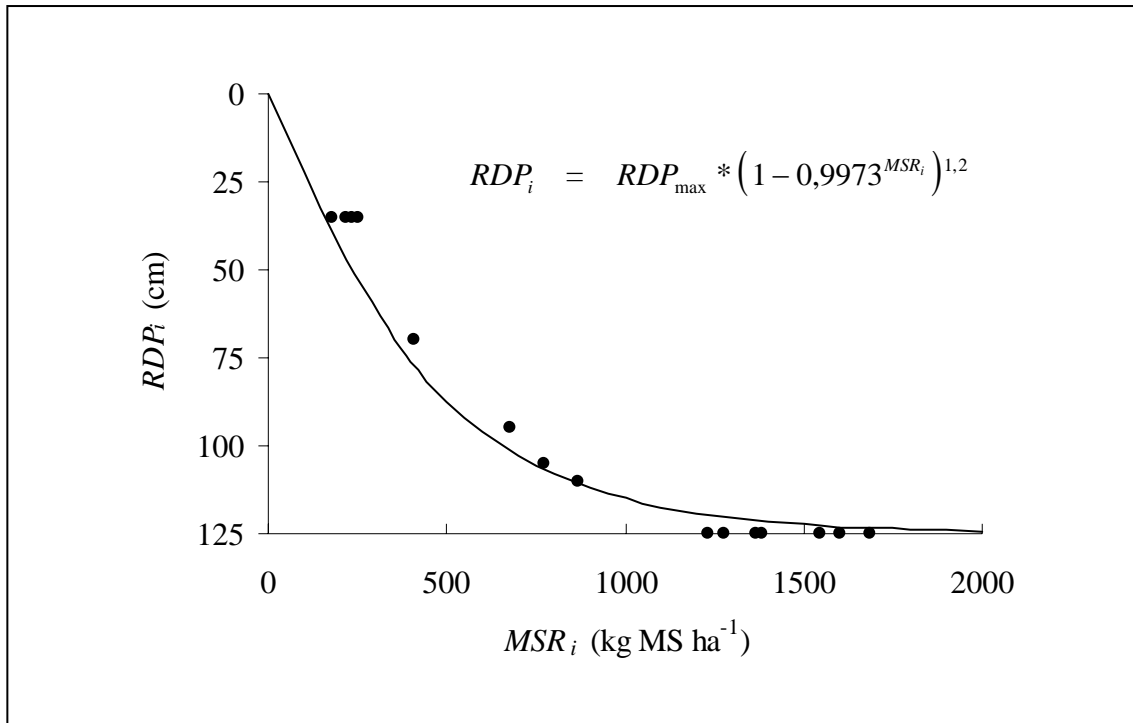
**4.3.2 La evapotranspiración real.** La evapotranspiración real del cultivo ( $ETR_i$ ) se relaciona con la cantidad de agua que está realmente disponible para ser traspirada y, por lo tanto, con el balance diario de agua en el suelo.

La capacidad máxima de almacenamiento de agua ( $HA_i$ ) medida en milímetros (mm) está determinada por la profundidad enraizable ( $RDP_i$ ) medida en centímetros (cm) y la capacidad promedio de agua útil ( $HA$ ) medida en  $\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$ .

$$HA_i (mm) = HA (\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}) * RDP_i$$

Donde  $HA$  (medida en  $\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$ ) corresponde a el volumen de poros de agua útil y se calcula como la diferencia de contenido volumétrico de agua entre capacidad de campo ( $CC$ ) y punto de marchitez permanente ( $PMP$ ), ambas, variables de entrada del modelo. La ecuación asume que la capacidad de agua útil ( $HA$  medida en  $\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$ ) no varía en profundidad y que los valores, que solo fueron medidos hasta una profundidad de 60 cm, son constantes hasta los 125 cm ( $RDP_{\text{max}}$ ).

La profundidad enraizable ( $RDP_i$ ) depende de la cantidad de materia seca radical acumulada hasta un valor máximo de 125 cm para el cultivo de trigo (figura 12). Este valor (125 cm) se ajusta a los reportados por GREGORY (1988), DE WILLIGEN y VAN NOORDWIJCK (1987) y DRIESEN y KONIJN (1992) y ratificados con los muestreos realizados por MIRANDA (2004).



**FIGURA 12. Relación entre la materia seca radical acumulada y la profundidad enraizable.**

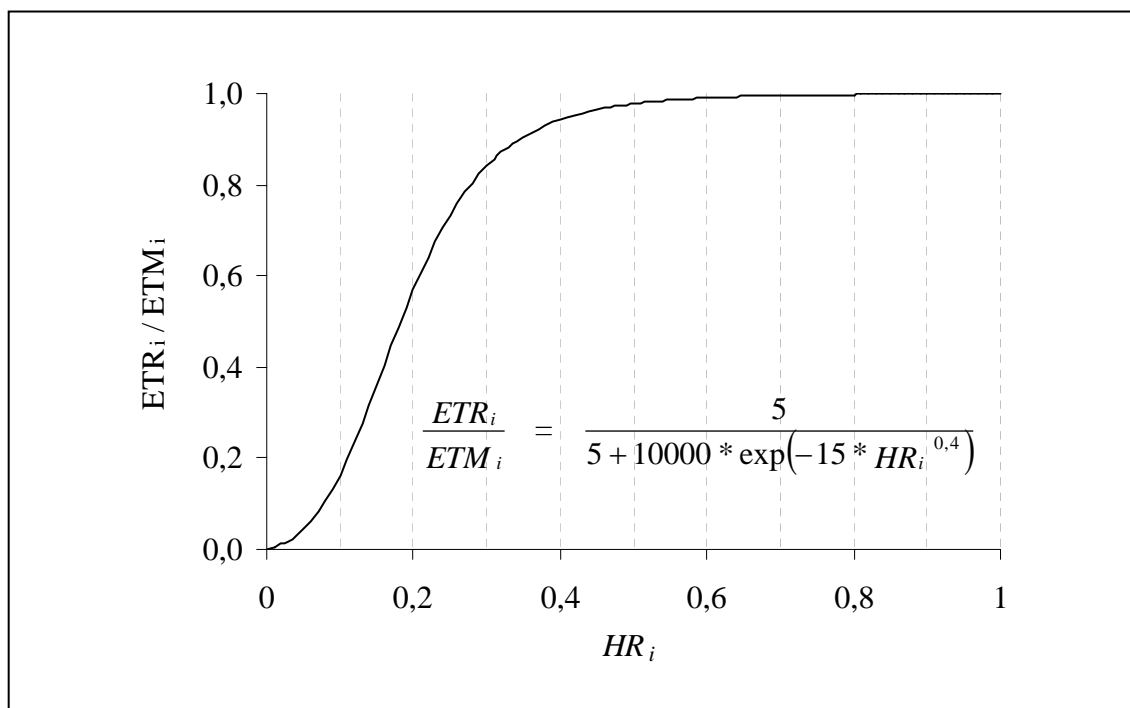
La cantidad relativa de agua disponible para ser evapotranspirada durante el día  $i$  ( $HR_i$ ) está dada por:

$$HR_i = HS_{i-1} / HA(\text{mm})$$

Donde  $HS_{i-1}$  es la cantidad de agua disponible para evapotranspiración durante el día anterior.

El modelo asume que a medida que la cantidad de agua disponible disminuye, esta es retenida con mayor fuerza (tensión) por el suelo y por lo tanto, la evapotraspiración real  $ETR_i$  se calcula de la siguiente manera:

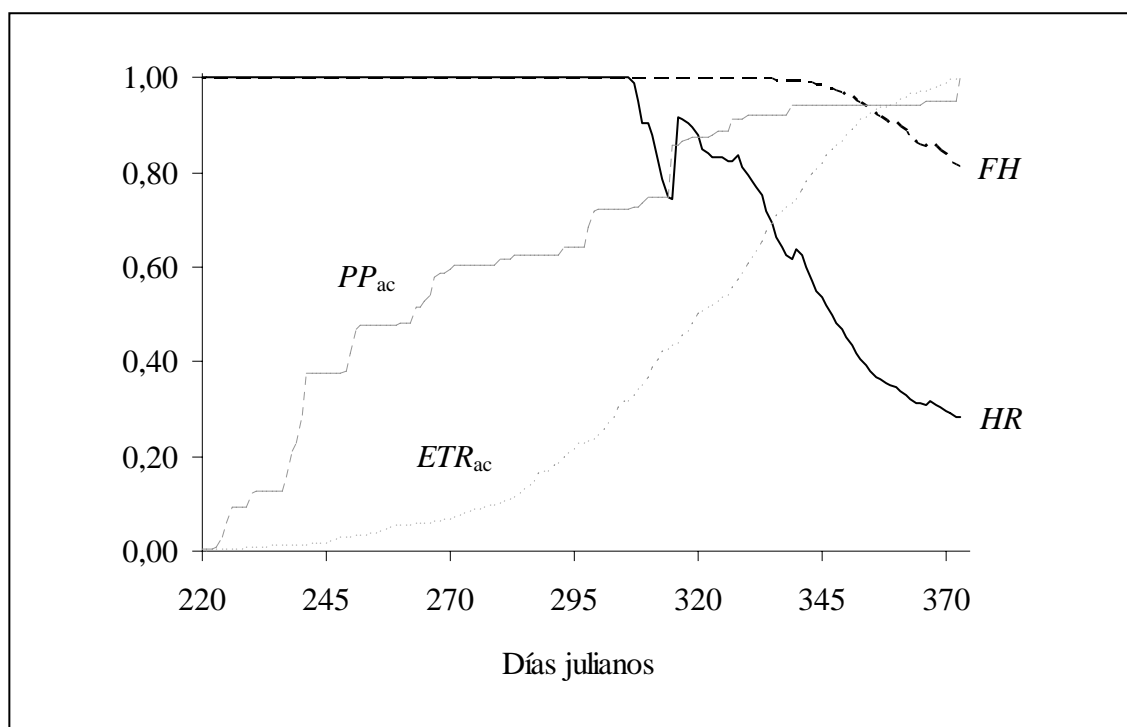
$$ETR_i = ETM_i * \left( \frac{5}{5 + 10000 * \exp(-15 * HR_i^{0,4})} \right)$$



**FIGURA 13. Relación entre  $ETR_i$  y  $ETM_i$  dependiendo de la cantidad relativa de agua disponible ( $HR_i$ ).**

**4.3.3 Calibración del submodelo de estrés hídrico.** El submodelo de estrés hídrico no restringió en gran manera la tasa de crecimiento del cultivo. Esto se debió a que el suelo mantuvo niveles suficientes de humedad durante casi toda la temporada de crecimiento (al menos hasta mediados de diciembre) y a que el cultivo alcanzó la madurez fisiológica (8 de enero, DJ = 373) antes que el déficit hídrico fuera realmente severo.

La figura 14 muestra el factor de estrés hídrico ( $FH$ ) se mantiene en un valor de 1 por gran parte de ciclo de crecimiento del cultivo. Alrededor del día juliano 300 (principios de noviembre) la precipitación diaria ( $PP$ ) empieza a disminuir, mientras la evapotranspiración del cultivo ( $ETR$ ) aumenta. Por lo tanto, la cantidad relativa de agua disponible ( $HR$ ) empieza a disminuir y una vez que este valor se encuentra bajo 0,5,  $FH$  también empieza su descenso (como se aprecia en la figura 14).



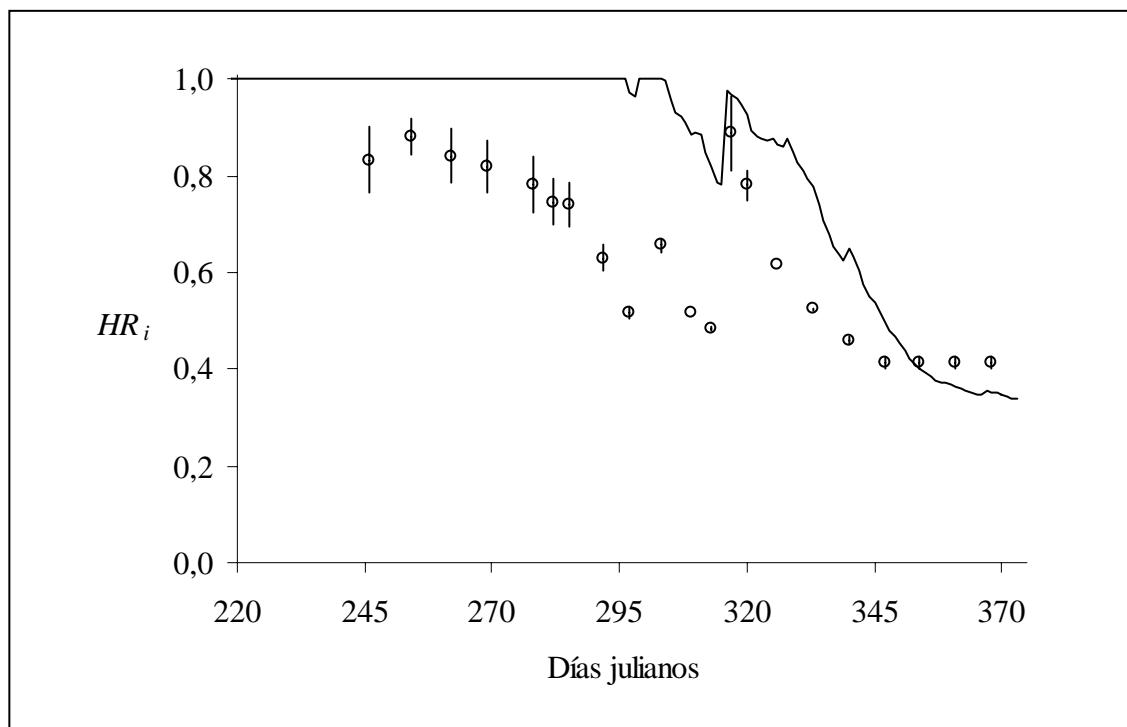
**FIGURA 14. Comportamiento de la cantidad relativa de agua disponible ( $HR$ ) y el factor de estrés hídrico ( $FH$ ) para el tratamiento 4. Los valores de  $PP$  y  $ETR$  se presentan acumulados y relativos al total del periodo.**

Los valores de  $HR$  y  $FH$  que se presentan en la figura 14 corresponden al tratamiento 4, ya que a pesar de que el mismo efecto ocurrió en todos los tratamientos, ocurrió en menor magnitud y es por ende, más difícil de observar. El valor de  $FH$  comenzó a disminuir para todos los tratamientos alrededor del primer día de diciembre (DJ = 335) y alcanzó valores de 0,81, 0,81, 0,83 y 0,92 a madurez fisiológica para los

tratamientos 4, 3, 2 y 1, respectivamente. Esto se explica porque, como se verá más adelante, los tratamientos 2 y 1 sufrieron estrés de P, lo que limitó su crecimiento y disminuyó su *ETR*, aumentando la cantidad de agua disponible para condiciones futuras (diciembre-enero), más restrictivas.

Los valores simulados por el submodelo de estrés hídrico fueron comparados con los valores de humedad del suelo en base a volumen (bv.) medidos por CARRASCO (2001). El valor de *CC* ( $HR = 1,0$ ) considerado en la modelación fue de  $39,5 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ , mientras el de *PMP* ( $HR = 0,0$ ) fue de  $19,5 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ . Ambos valores se expresan en base al volumen total de suelo. Los valores que se encuentran en la figura 15 representan un promedio de mediciones a 20, 40 y 60 cm, mientras la simulación se realiza considerando la profundidad de enraizamiento del cultivo (valor máximo de 125 cm). Por lo tanto, los valores simulados no son estrictamente comparables a los medidos. Esta es la causa a la que se atribuye el pobre ajuste entre valores medidos y simulados, en consecuencia, no fue posible calibrar independiente del submodelo de estrés hídrico.

La estabilización de los valores medidos después de  $DJ = 345$  se debió a la insensibilidad del instrumento de medición (bloques de yeso) para captar contenidos de humedad cercanos a *PMP* ( $HR = 0,0$ ).



**FIGURA 15. Simulación del contenido relativo de humedad ( $HR_i$ ) y valores medidos. Las barras corresponden a dos desviaciones estándar.**

#### 4.4 El submodelo de absorción de P

La simulación de la absorción de P del cultivo y su influencia sobre el crecimiento del cultivo, se ha realizado siguiendo a PINOCHET (1995) con mínimas modificaciones.

El modelo asume que la concentración de P es heterogénea en el suelo como resultado de previas aplicaciones de fertilizantes fosforados granulados. La absorción de P se simula como dependiente del número de zonas de alta concentración de P y la capacidad del cultivo para contactar estas zonas, es decir, de su densidad radical. También se asume que, una vez que una de estas zonas ha sido contactada, la raíz absorberá todo el fósforo presente en ella. El modelo también contempla que se debe satisfacer una concentración mínima de P en la planta para que el crecimiento del cultivo no se vea disminuido.



**4.4.1 Cálculo del número de zonas de alta concentración de P.** La disponibilidad de P en el suelo está determinada por la existencia de zonas de alta concentración y zonas de baja concentración de P. El volumen de las primeras dependerá de la distancia a la que el P difunde desde el centro del gránulo de fertilizante y esta distancia, a su vez, dependerá de la capacidad de fijación de P del suelo.

La capacidad de fijación del suelo, medida como el factor de conversión a Olsen (*FCO*), es una variable de entrada al modelo y se utiliza para estimar el radio de la zona de alta concentración de P creada por cada gránulo de fertilizante. Es así como la distancia de difusión aumenta mientras menor sea la capacidad tampón de P del suelo (BENBI y GILKES, 1987; WILLIAMS, 1971). Debido a que el volumen de influencia de cada gránulo es esférico, el efecto de la capacidad de fijación del suelo en el radio de difusión no es lineal dado que cada incremento adicional de distancia contiene una mayor cantidad de suelo que el incremento precedente.

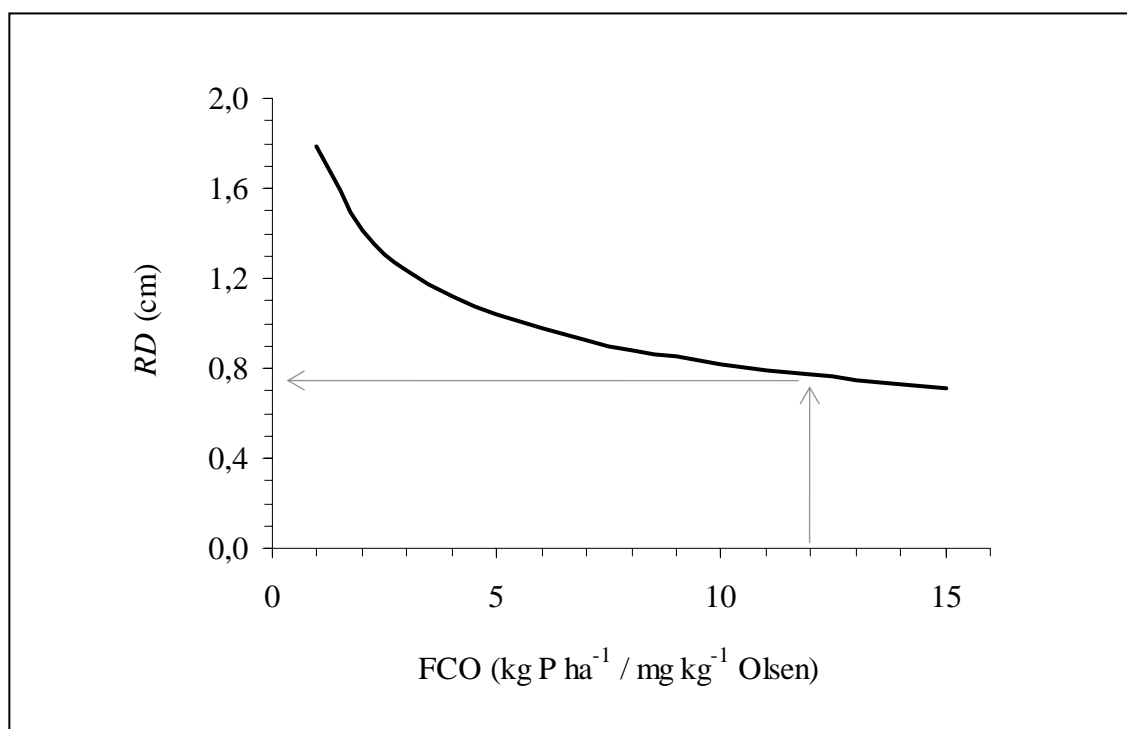
Dado que la cantidad de P en cada gránulo es la misma, en un suelo con una alta capacidad de fijación el fosfato difundirá sobre una menor distancia y por lo tanto se equilibrará con un menor volumen de suelo. La siguiente relación fue derivada para obtener la misma absorción de un cultivo al mismo nivel de P-Olsen en distintos suelos:

$$RD = 1.788 * FCO^{-0.339}$$

Donde *RD* (cm) es el radio de la esfera de difusión de P en el suelo alrededor del gránulo. Esta ecuación supone que a un nivel dado de P-Olsen la cantidad de P disponible que el cultivo puede absorber es la misma e independiente del tipo de suelo. Este supuesto está reforzado por la observación de COOKE (1972) quien estableció que los límites para delinear suelos que responde no responden a la fertilización fosforada de acuerdo al método P-Olsen “son sorprendentemente similares en diferentes países, aunque el rango es desde climas fríos templados a climas tropicales, desde suelos podzólicos en el hemisferio norte a

lateríticos en los trópicos y subtropicos, y desde suelos ácidos a alcalinos”. Una observación similar fue realizada por BLAIR *et al.* (1976).

La relación descrita se muestra en la figura 16, donde además se indica el valor de FCO utilizado por el modelo, según lo reportado por DASSE (2005) para el lugar del ensayo. Este fue de  $12 \text{ kg de P ha}^{-1} / \text{mg kg}^{-1}$  Olsen, lo que corresponde a un valor de 0,77 cm para el radio de la esfera de difusión de P en el suelo alrededor del gránulo (*RD*).



**FIGURA 16. Relación entre el Factor de conversión a Olsen y el radio de la zona de influencia de los gránulos.**

4.4.1.1 Transformación del nivel de P-Olsen en los volúmenes de suelo enriquecidos con concentraciones de P. El modelo supone que a un cierto nivel de P-Olsen representa un número de zonas del suelo donde el P está concentrado y que estas zonas son producto de aplicaciones previas de P. Primero, el modelo transforma el nivel de P-Olsen correspondiente a la profundidad de 0-20 cm (*OLSLBa*) y la profundidad 20-40 cm

(*OLSLBb*) de  $\text{mg kg}^{-1}$  a  $\text{g m}^{-2}$  multiplicando estos valores por  $FCO/10$ . El número de zonas de alta concentración (volúmenes afectados por la aplicación de gránulos fertilizantes) es calculado como:

$$NGOLSa = (OLSLBa / PG) / 0.8$$

Donde *NGOLSa* es el número de volúmenes de zonas de influencia en la profundidad de 0-20 cm al comienzo de la estación de crecimiento del cultivo y *PG* (g por gránulo) es el contenido de P en un gránulo de superfosfato triple. En promedio, un grano de superfosfato contiene 0.0054 g de P (COSTIGAN, 1987). El valor constante de 0.8 es incluido debido a que el método de P-Olsen detecta solo el fósforo soluble desde el gránulo que en el caso del superfosfato es del 80%. Un cálculo similar es incluido para la profundidad de 20-40 cm.

La distribución del número de volúmenes de influencia del gránulo en la profundidad 0-20 cm es a su vez dividida en dos subcapas. De 0-10 cm y de 10-20 cm. La distribución de los volúmenes de influencia corresponde a una distribución de 60% en la primera y de 40% en la segunda como resultado de proceso de inversión de la tierra en la aradura, que puede ser supuesta homogeneizadora en los primeros 15 cm de suelo. El número de volúmenes en la estrata de 20-40 cm se supone homogéneo en las capas de 20-30 cm y 30-40 cm (50% de cada una).

4.4.1.2 Las entradas de P aplicado a través de la fertilización. Se asume que la cantidad de P aplicada a través de la fertilización queda distribuida homogéneamente en la profundidad de 0-10 cm. El número de gránulos aplicados permite calcular el número de volúmenes de suelo influidos por éstos gránulos (*NGf*) de la siguiente manera:

$$NGf = INPP / PG$$

Donde *INPP* es la cantidad de P aplicado en la dosis de fertilizante ( $\text{g m}^{-2}$ ).

4.4.1.3 Cálculo de número total de zonas de alta concentración. De esta manera, el número total de volúmenes influidos por los gránulos de fertilizantes en las capas superficiales de suelo son:

$$\text{En la estrata de 0-10 cm: } NG1 = NGOLSa * 0.6 + NGf$$

$$\text{En la estrata de 10-20 cm: } NG2 = NGOLSa * 0.4$$

$$\text{En la estrata de 20-30 cm: } NG3 = NGOLSa * 0.5$$

y similarmente en la estrata de 30-40 cm

El volumen de influencia de cada gránulo ( $VG$ ,  $\text{cm}^3$ ) es calculado suponiendo una esfera de influencia de radio  $RD$

$$VG = 4/3 * \pi * RD^3$$

El número total de volúmenes de influencia de los gránulos (considerando el valor de P-Olsen inicial) está definido por:

$$VGn = VG * NGn$$

Donde  $n$  representa la estrata de suelo considerada (1 para la estrata de 0-10 cm y así sucesivamente).

**4.4.2 Cálculo de la densidad radical<sup>18</sup> del cultivo de trigo en cada estrata.** La cantidad diaria de materia seca acumulada ( $MSR_i$ ) es transformada en largo radical utilizando una ecuación generada por PINOCHET (1995) con datos propios y también derivados del experimento de SEWARD (1991).

---

<sup>18</sup> En sentido estricto, se debiera utilizar el término “densidad del largo radical”. Por simplicidad, pero sin perder de vista lo anterior, este trabajo empleara el término densidad radical.

$$LRn_i = 0,0928 * MSRn_i^{1,1979}$$

Donde  $LRn$  es la longitud radical ( $\text{km m}^{-2}$ ) en la estrata  $n$ . El valor de  $MSRn$  en esta ecuación es en  $\text{g m}^{-2}$ . Esta aproximación es matemáticamente similar a la planteada por BINGHAM *et al.* (2002), quienes basados en datos de GREGORY *et al.* (1978) plantean un peso específico radical (peso por unidad de largo) de  $4.57 \text{ g km}^{-1}$  para trigo de invierno.

El modelo distribuye la longitud radical acumulada en las estratas de suelo utilizando la siguiente ecuación

$$DRn_i = LRn_i - LRn_i * (0,0957 * Ln(RDP_i) + 0,5123)^n$$

Donde  $DRn_i$  es la densidad radical en la estrata correspondiente y  $n$  es el valor inferior de la estrata. Es decir, 10 en a estrata de 10 a 20 cm, 20 para la estrata de 20 a 30 cm y así sucesivamente.

4.4.2.1 Compensación morfológica de la densidad radical en los volúmenes con alta concentración de fósforo. YAO y BARBER (1986) han mostrado que la densidad radical de trigo es morfológicamente afectada dependiendo de la proporción del volumen de suelo que es influido por una alta concentración de fosfato. Una función de compensación para el crecimiento radical fue propuesta por estos investigadores y fue modelada como:

$$TVRn = (VGn / VS)^{0,7}$$

Donde  $TVRn$  es el factor de compensación morfológica para raíces en crecimiento en el volumen de suelo con altas concentraciones de P. De esta forma, la densidad radical de trigo en el volumen de influencia del gránulo ( $DRnF$ ,  $\text{cm cm}^{-3}$ ) es modificada en el modelo como:

$$DRnF = \frac{DRn * VS * TVRn}{VGn}$$

La cual es usada para calcular la tasa de absorción desde el suelo ( $TABRn_i$ ) en cada estrata de suelo.

**4.4.3 Cálculo del número de zonas de alta concentración interceptadas por las raíces.** Por simplicidad, las dimensiones de los parámetros se expresan en relación al volumen de suelo presente en cada estrata de 10 cm y bajo un área de 1 m<sup>2</sup>.

El número de volúmenes de influencia de los gránulos interceptados en cada estrata por las raíces ( $GIn_i$ ) fue modelado como dependiente de la densidad radical en la estrata correspondiente y la cantidad de zonas de influencia presentes en la estrata el día anterior. La ecuación se basa en el concepto de captura potencial de recursos PASSIOURA (1983).

$$GIn_i = NGn_{i-1} * (1 - \exp(k * DRn_i))$$

**4.4.4 Cálculo de la tasa potencial de absorción de P por las raíces.** La tasa potencial de absorción de fósforo en cada estrata de suelo durante cada día ( $TABRn_i$ , g m<sup>-2</sup> día<sup>-1</sup>) está dada por:

$$TABRn_i = GIn_i * RDnF_i * VG * 2 * \pi * RO * IM$$

Donde  $RO$  es el radio medio de las raíces de trigo (0,017 cm, de acuerdo a DE WILLIGEN y VAN NOORDWICK, 1987) e  $IM$  es el máximo influjo de P por unidad de área por día. Para trigo este valor fue supuesto como  $2.5 * 10^{-6}$  g P cm<sup>-2</sup> día<sup>-1</sup> (PINOCHET, 1995). Se asume que este valor no varía con la edad de la raíz o con la estrata desde la cual la absorción de P del cultivo está ocurriendo.

La ecuación anterior describe en términos matemáticamente muy sencillos y de forma mecanística, un proceso complejo. Aproximaciones de este tipo suelen recibir el calificativo de “elegantes” en la jerga científica. Sin embargo esta ecuación cuenta con dos parámetros ( $RO$  y  $IM$ ) que describen procesos a escalas mucho más pequeñas (mm y  $\mu\text{g}$ ) que el resto del modelo y que, además, no se caracterizan por ser parámetros invariables y consistentes, considerando la crucial importancia de la ecuación de la que forman parte. Por otra parte, cálculos basados en los datos de MIRANDA (2004) muestran que el influjo máximo promedio, calculado como  $\text{g P cm}^{-1} \text{ día}^{-1}$  ( $2 * \pi * RO * IM$ ), es dos ordenes de magnitud menor al utilizado por el modelo. En resumen, el modelo podría utilizar un valor de absorción máxima más empírico, como por ejemplo los  $600 \text{ g de P ha}^{-1} \text{ día}^{-1}$  que registró el tratamiento 4 cercano a floración, en cuyo caso, probablemente, se ganaría en robustez lo que se perdería en elegancia

Una vez calculada la tasa potencial de absorción de P por estrata, la tasa total es calculada como la sumatoria de las tasas en cada una de la cuatro estratas:

$$TABR_i = \sum_{n=1}^{n=4} TABRn_i + 0,01$$

Donde la constante 0,01 representa la tasa de absorción ( $\text{kg ha}^{-1} \text{ día}^{-1}$ ) desde el P que es transferido desde el reservorio pasivo de P del suelo hasta el reservorio activo durante la estación de crecimiento. Este valor fue arbitrariamente fijado y es supuesto que se producirá principalmente por la mineralización del P contenido en la materia orgánica del suelo y por la intemperización de los minerales que contienen fósforo en el suelo y que puede ser influido por la actividad de las raíces (HISSINGER, 2001).

$TABR_i$  puede alcanzar un valor máximo que depende del crecimiento potencial del día  $i$  y de la máxima concentración de P para ese día:

$$DPMax_i = PGR_i * CPMax_i$$

Donde  $CP Max_i$  varía con el estado de desarrollo y se calcula a partir de  $CRL_i$  de la siguiente manera:

$$CPMax = 0,16 * (1 + 3 * \exp(-2,5 * CRL_i))$$

**4.4.5 Cálculo de la absorción acumulada de P por las raíces.** La absorción potencial acumulada de P por el cultivo de trigo ( $ABR_i$ ) se calcula sumando la tasa de absorción potencial diaria ( $TABR_i$ ) a la acumulada al día anterior.

$$ABR_i = ABR_{i-1} + TABR_i$$

El valor de  $ABR_{i-1}$  a emergencia es calculado multiplicando la dosis de semilla (variable de entrada al modelo) en  $kg ha^{-1}$  por la concentración promedio de P de los granos. DASSE (2005) reporto valores de concentración de 0,25 g de P por cada 100 g de grano ( $g 100 g^{-1}$ ), por lo que ABR a la emergencia se ha estimado como  $0,575 g 100g^{-1}$

$$0,575 g P 100 g^{-1} = 230 kg ha^{-1} * \frac{0,25 g P 100 g}{100}$$

Ya que la absorción de P por la planta depende de la demanda de P de la planta (JUNGK, 2002), en condiciones ideales, la absorción acumulada debe ser mayor a la demanda mínima acumulada ( $DP Min$ ):

$$DP Min_i = (MSA_{i-1} + MSR_{i-1}) * CP Min_i / 100$$

Donde a  $DP Min$  tiene unidades de  $kg P ha^{-1}$  mínimo acumulado. “Acumulado”, ya que es la materia seca total acumulada ( $MSA_{i-1} + MSR_{i-1}$ ) lo que se emplea en su cálculo y “mínimo” debido a que  $CP Min$  corresponde a la concentración mínima necesaria para que la tasa de crecimiento no se vea limitada por una deficiencia de P.  $CP Min$  tiene unidades



de g de P en  $100\text{g MS}^{-1}$  y depende del estado de desarrollo del cultivo ( $CRL_i$ ) de la siguiente manera:

$$CPMin_i = 0.10 * [1 + 2 * \exp(-5 * CRL_i)]$$

Esta ecuación asume que el cultivo requiere una mayor concentración de P en sus tejidos en etapas tempranas del desarrollo, aproximación que se ha formulado siguiendo a GREENWOOD y BARNES (1978) y JONES (1982). De esta manera, si la absorción acumulada ( $ABR_i$ ) es mayor a la demanda mínima acumulada ( $DP Min_i$ ), la tasa de crecimiento ( $PGR_i$ ) no se restringe. De ocurrir lo contrario ( $DP Min_i > ABR_i$ ) la tasa de crecimiento del cultivo se ve restringida y es recalculada de la siguiente manera:

$$GR_i = PGR_i * \left( \frac{TABR_i}{TABR_i + DP Min_i - ABR_i} \right)$$

Donde  $GR_i$  es la tasa de crecimiento real, es decir, la modificación de la tasa de crecimiento potencial ( $PGR_i$ ) a causa de una deficiencia de fósforo.

Que  $ABR_i$  sea mayor a  $DP Min_i$ , no implica, necesariamente, que las raíces estén contactando suficiente P en el suelo (suficiente  $TABR_i$ ). Lo anterior podría deberse a que  $ABR_i$  haya sido mayor que las necesidades mínimas ( $DP Min_i$ ) en etapas tempranas del crecimiento, y por lo tanto, el cultivo este haciendo uso de este P absorbido en exceso. Es decir, que  $ABR_i$  sea mayor a  $DP Min_i$ , implica una de dos cosas: (i) que las raíces estén contactando suficiente P en el suelo (suficiente  $TABR_i$ ) o (ii) que el P está siendo translocando desde tejidos en donde, anteriormente, se había acumulado por sobre las necesidades mínimas.

**4.4.6 Disminución del número total de volúmenes de influencia de gránulos en cada estrata debido a la absorción de P.** La disminución del número total de volúmenes de influencia depende de la absorción de P del cultivo de trigo en cada estrata de suelo:

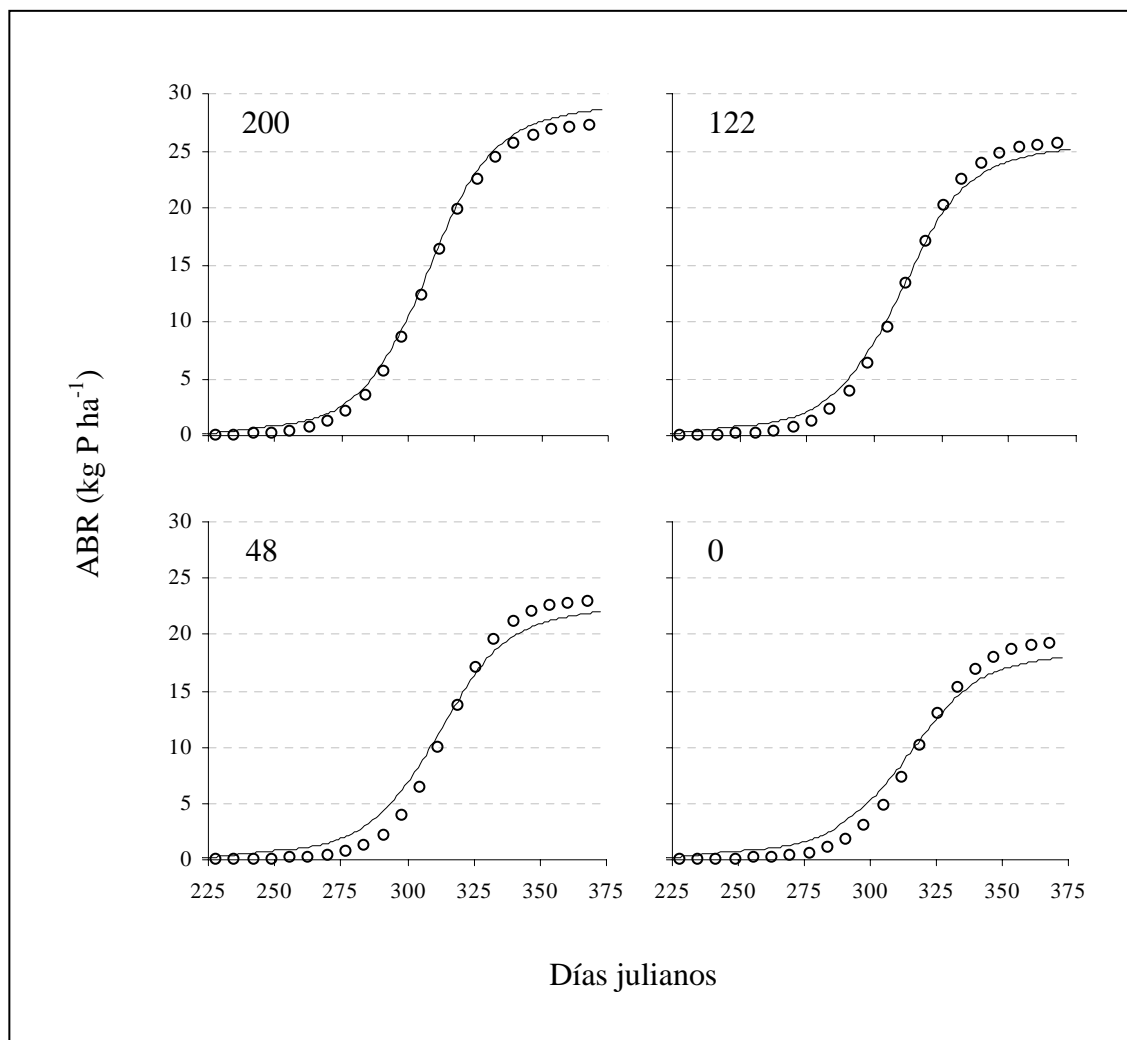
$$NGn_i = NGn_{i-1} - \frac{TABRn_i}{PG * 0.8}$$

En ella, se determina indirectamente el efecto residual de P para la siguiente estación y la disminución del nivel de P-Olsen que ocurrirá en cada estrata de suelo.

**4.4.7 Calibración del submodelo de absorción de P.** El submodelo simuló la absorción acumulada de P ( $ABR_i$ ) para los cuatro distintos tratamientos como se muestra en la figura 17. Los puntos corresponden a valores ajustados a los medidos (DASSE, 2005) y los valores de arriba a la izquierda en cada grafico corresponden a la cantidad de kg de P por hectárea aplicada a cada tratamiento, donde la mayor dosis corresponde al tratamiento número 4 y la menor al tratamiento número 1.

La absorción de P que el modelo simula para los distintos tratamientos fue ajustada a los valores medidos, simulándose una menor absorción de P para los tratamientos que recibieron un menor aporte de P como fertilizante. Los valores finales de  $ABR$  fueron de de 28,6 kg P ha<sup>-1</sup> para el tratamiento 4, 25,1 kg P ha<sup>-1</sup> para el tratamiento 3, 22,0 kg P ha<sup>-1</sup> para el tratamiento 2 y 17,9 kg P ha<sup>-1</sup> para el tratamiento 1.

El modelo mostró una consistente tendencia a subestimar la tasa de absorción en etapas tempranas del crecimiento que no pudo ser corregida por calibración respetando las normas que fueron impuestas para asegurar la integridad del proceso.



**FIGURA 17. Simulación de la absorción acumulada de P para los distintos tratamientos**

En términos generales el modelo simula una tasa de absorción máxima de P ( $\text{kg P ha}^{-1} \text{ dia}^{-1}$ ) y una restricción de esta tasa en los estados iniciales y finales del desarrollo. Como se aprecia en la figura 17, la tasa de absorción es baja aproximadamente antes de  $\text{DJ} = 275$  y después de  $\text{DJ} = 330$ . En el primer caso, la tasa de absorción es baja debido a que el cultivo no posee la suficiente densidad radical ( $DRn_i$ ) para interceptar zonas de alta concentración de P, ni tampoco la suficiente densidad radical ( $DRnF_i$ ) para absorber P desde estas zonas. Ya que  $DRnF_i$  se calcula a partir de  $DRn_i$  se puede inferir que este último valor es crítico para definir la tasa de absorción en etapas tempranas del

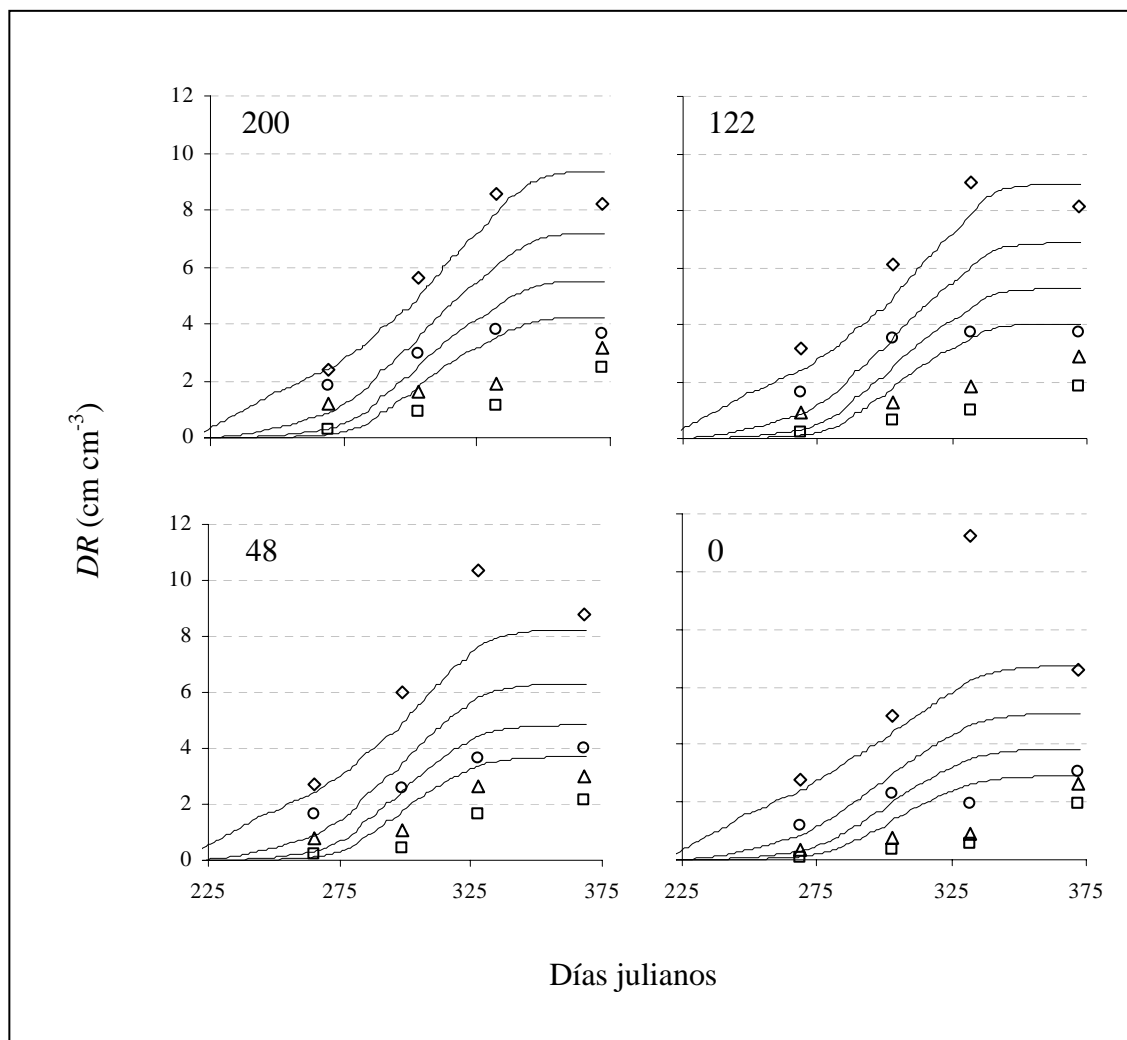
crecimiento del cultivo. En el caso de la disminución de la tasa de absorción de P hacia finales del desarrollo, esta se debe a una disminución de la demanda de P ( $DP_{max}$ ).

Dos cosas con respecto a lo anterior debieran ser aclaradas: Conclusiones de este tipo solo hablan del comportamiento del modelo y no debiera suponerse que así es como ocurre efectivamente en la realidad; en segundo lugar, estas conclusiones podrían ser calificadas de irresponsables, ya que no se derivan de un análisis de sensibilidad del modelo.

El modelo pudo ser calibrado en etapas intermedias de su funcionamiento gracias a los valores de densidad radical ( $DR$ ) medidos por MIRANDA (2004). Contar con mediciones de densidad radical es particularmente relevante, dada la importancia que, como se ha dicho, tiene esta variable como limitante de la absorción de P en etapas tempranas de crecimiento. La comparación entre valores medidos y simulados se muestra en la figura 18. En general, esta figura muestra un pobre ajuste entre valores simulados y medidos. Las razones por las que esto no pareciera afectar al resultado final del modelo (absorción de P), son al menos dos.

Afortunadamente, los valores simulados se ajustan de mejor manera en la primera estrata de suelo (0-10 cm) que en las demás, y es en esta estrata donde ocurre gran parte de la absorción de P (al menos el 50 % según los valores simulados).

La absorción de P en las tres estratas en que el ajuste es menor (de 10 a 40 cm) comienza a medida que el sistema radical las explora y adquiere importancia en etapas más tardías del crecimiento del cultivo. Y como se ha dicho, en estas etapas la absorción de P esta determinada más por otras variables ( $DP_{Max}$ ), que por la densidad radical.



**FIGURA 18. Simulación de la densidad radical del cultivo de trigo en las distintas estratas de suelo ( $\diamond$  0-10 cm,  $\circ$  10-20 cm,  $\Delta$  20-30 cm,  $\square$  30-40).**

Una tercera razón para que el deficiente desempeño intermedio del modelo no se traduzca en una pobre estimación final debiera ser (siempre) considerada: en los modelos suelen ocurrir compensaciones entre los errores cuando estos tienen distinto signo, pudiendo alcanzarse un resultado satisfactorio, a pesar de que el modelo no simule cada proceso por si solo, de la misma manera.

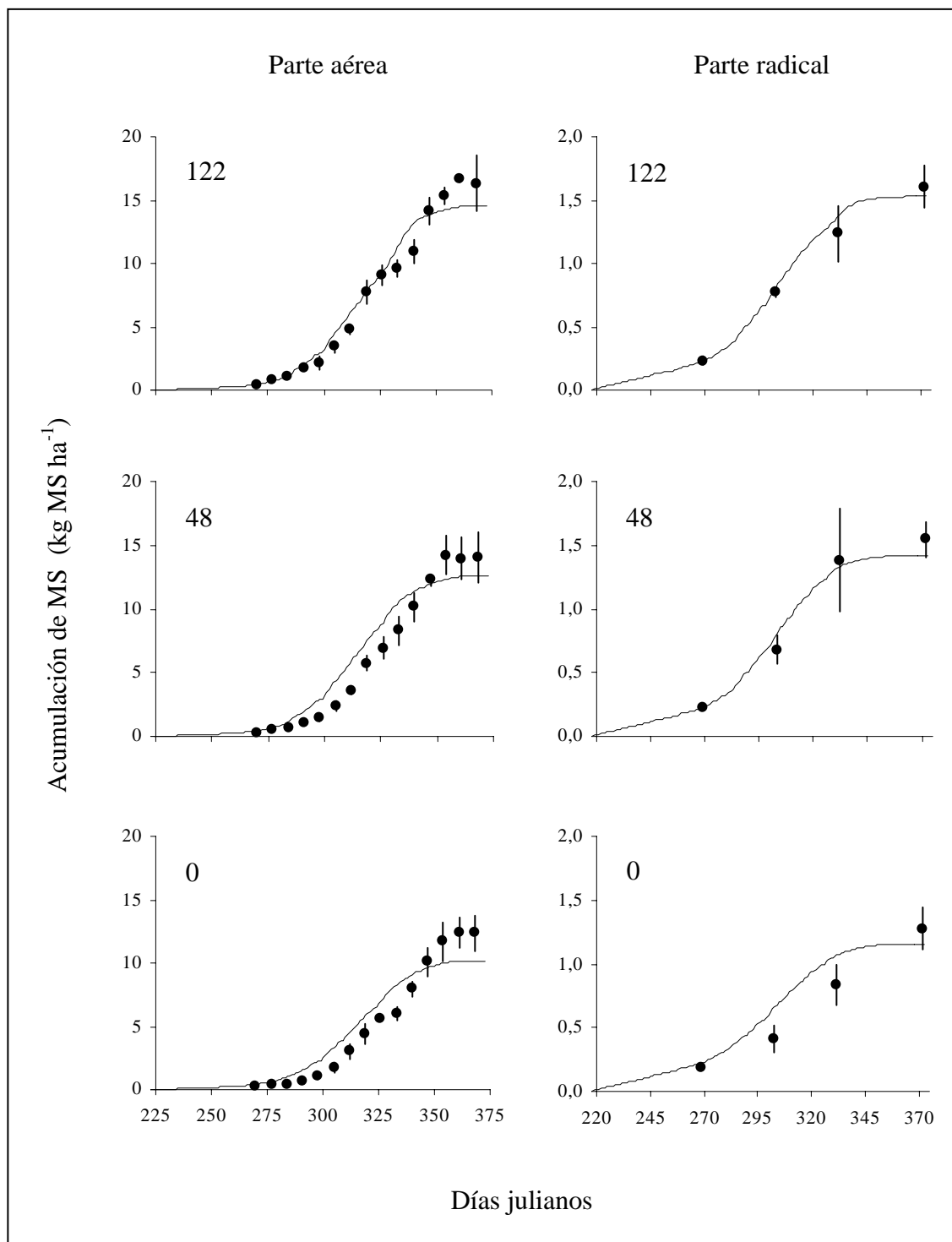
Sin perjuicio de que estas razones puedan ser consideradas más o menos validas, es claro que la correcta simulación de la densidad radical del cultivo es clave para el

funcionamiento del modelo y que futuros avances en el modelo debieran contemplar modificaciones en la forma en que esta variable es simulada. Solo así se disiparían las dudas sobre las posibles compensaciones que podrían estar ocurriendo, lo que aumentaría significativamente la robustez del modelo.

4.4.7.1 Disminución del crecimiento por estrés de P. La menor absorción de P simulada para los tratamientos 3, 2 y 1 (122, 48 y 0) en comparación al tratamiento 4 que se muestra en la figura 17 causó una disminución de la acumulación de biomasa aérea y radical, que se muestra en la figura 19.

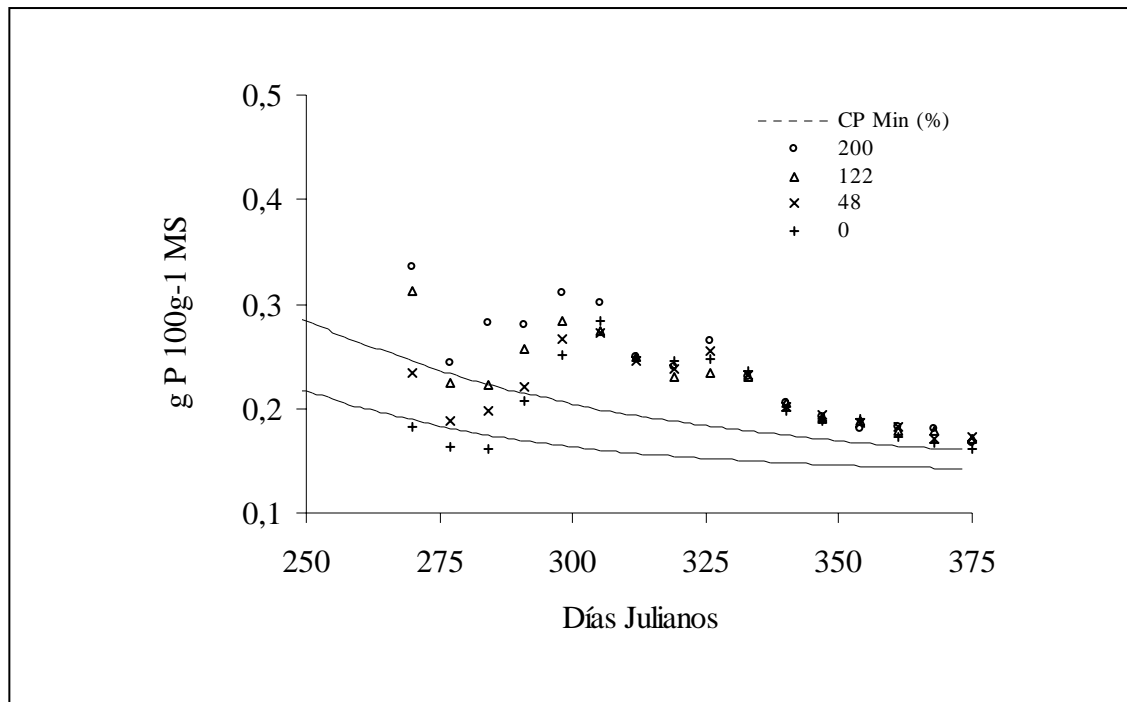
La figura 19 muestra que los valores de acumulación de materia seca simulados se ajustan pobremente a los medidos para los tres tratamientos que sufrieron estrés de P. Si bien la calibración de la absorción de P ha cumplido el objetivo de que los valores simulados se ajusten a los medidos, como muestra la figura 16, esto no se ha traducido en un buen ajuste de los valores de crecimiento. Es decir, a pesar de que el modelo simula una menor absorción de P para los tratamientos 3, 2 y 1, no es capaz de simular adecuadamente la disminución del crecimiento que esta menor absorción causa.

Esto implica necesariamente una deficiencia en la forma en que *CP Min* simula la disminución del crecimiento del cultivo una vez que la absorción de P se ve disminuida. El concepto de *CP Min* no es del todo conveniente, ya que al estar definido como la concentración a la cual la planta disminuye su crecimiento, no es, en realidad, un valor mensurable. Si una planta tuviera una concentración de P suficientemente baja (*CP Min*) como para tener que disminuir su crecimiento, al disminuirlo, aumentaría la concentración de P inmediatamente. Por lo tanto, el valor de *CP Min* es muy difícil de detectar.



**FIGURA 19.** Simulación del crecimiento de la parte aérea y radical del cultivo de trigo para los tratamientos 3, 2 y 1. Las barras representan dos desviaciones estándar.

La figura 20 muestra que según los datos medidos de concentración de P (DASSE, 2004), hubiera sido razonable que el modelo simule CP Min como cualquiera de las dos líneas punteadas que se muestran, ya que ambas (y todas las que pasan entre ellas) cumplen con el requisito de ser concentraciones a las que el crecimiento se vio disminuido.



**FIGURA 20. Concentración medida de P y valores de CP Min razonables.**

Tener un parámetro cuya variación tan amplia dentro del marco de lo razonable, aumenta las probabilidades de que la calibración sea exitosa (por la tentación del modelador a recibir un apelativo equivalente), pero carece de significado mecánico. Lo anterior es una segunda razón de la inconveniencia de *CP Min*.

La dificultad del modelo para simular adecuadamente la disminución del crecimiento debida a una menor absorción de P también puede deberse a una incorrecta simulación de *CP Max*, ya que mientras más consumo de lujo (mayor *CP Max*) pueda tener el cultivo en períodos de abundancia de P, mayor cantidad estará disponible para



ser translocada en caso de una futura deficiencia. El fijar un valor de *CP Max* supone responder a la interesante pregunta de: ¿Cuánto P demás puede absorber una planta a fin de evitar una posible deficiencia en el futuro?, considerando que este proceso, la absorción de P, tiene un costo energético para la planta. La respuesta a esta pregunta pudiera no ser lo suficientemente clara aun, como para utilizar valores de *CP Max* de forma mecánica en modelos de simulación.

4.4.7.2 Eficiencia de uso del P. La disminución del crecimiento en base al concepto de *CP Min* asume que la acumulación de materia seca es proporcional a la cantidad de fósforo absorbida, es decir, una disminución en la absorción de P causa una disminución proporcional de la tasa de crecimiento. Lo anterior no esta de acuerdo con los valores calculados por DASSE (2005), quien constato que los tratamientos que recibieron un menor aporte de fertilizante fueron más eficientes en el uso del P, es decir, produjeron más MS con menos P. Además, las diferencias de eficiencia fueron mayores en las etapas en que el cultivo se vio más restringido.

En resumen, el modelo contempla mecanismos para simular una mayor eficiencia de recuperación del P presente en el suelo cuando este es más escaso. La modificación de la densidad radical en las zonas de influencia (*DRnF*) y la disminución de la profundidad de enraizamiento sirven a este fin. Sin embargo, el modelo no contempla mecanismos que simulen una mayor eficiencia en el uso del P una vez absorbido.

#### **4.5 Supuestos asumidos por el modelo.**

Los principales objetivos de declarar claramente las limitaciones y los supuestos del modelo que se presenta son evitar su uso (o mal uso) fuera del sistema para el que fue creado y que quien lo revise tenga una clara idea de las áreas en que el desempeño del modelo podría ser mejorado.

A continuación se presenta una lista de supuestos que se han asumido en cada uno de los submodelos. En un intento por clasificarlos, se ha comenzado cada lista con

los supuestos que suponen una simplificación más grosera de la realidad, para terminar con las simplificaciones que se consideran más inofensivas.

Las referencias entre paréntesis no corresponden a trabajos que refrendan lo planteado, sino todo lo contrario. Corresponden a trabajos que han resaltado la inconveniencia de asumir tales simplificaciones y, por lo tanto, podrían ser utilizadas en futuras modificaciones del modelo, destinadas a que este describa el proceso señalado de forma más adecuada.

Los trabajos de HANKS y RITCHIE (1991) y PENNING DE VRIES *et al.* (1989) muestran los errores relacionados a la asunción de la mayoría de los supuestos asumidos por el modelo en general, mientras el trabajo de SLAFER y RAWSON (1994) expone la debilidad de prácticamente todos los supuestos asumidos por el submodelo de fenología.

**4.5.1 Supuestos asumidos por el modelo en general.** El modelo asume que el potencial de desarrollo depende de la temperatura media del aire y de parámetros determinados por la variedad de trigo (temperatura base y suma térmica a madurez fisiológica), mientras el potencial de crecimiento del cultivo depende de la proporción de PAR interceptada y de la eficiencia con que esta se utiliza (RUE). Este potencial puede ser afectado solo por deficiencias hídricas y de fósforo, lo que implica asumir que ningún otro factor afecta al desarrollo o crecimiento del cultivo.

**4.5.2 Supuestos asumidos por el submodelo de fenología.**

- No se considera los efectos de vernalización ni fotoperíodo sobre la tasa de desarrollo. Esta se predice solo en base a la temperatura media diaria del aire.
  
- La temperatura afecta a la tasa de desarrollo de forma lineal (que es un supuesto implícito en el uso del concepto de tiempo térmico). (WHISLER *et al.*, 1986).

- No se utilizó una temperatura óptima, sobre la cual la tasa de desarrollo disminuye. Es decir, la tasa de desarrollo aumenta infinitamente a medida que la temperatura aumenta. (MIRALLES y SLAFER, 1999; WHISLER *et al.*, 1986).
- La temperatura base no varía con las etapas de desarrollo, es constante durante todo el ciclo de crecimiento. (PORTER y GAWITH, 1999)
- El déficit hídrico no afecta la tasa de desarrollo (solo afecta al crecimiento).

#### **4.5.3 Supuestos asumidos por el submodelo de crecimiento.**

- La temperatura no afecta al crecimiento del cultivo (solo a la longitud de su periodo de desarrollo). (WHISLER *et al.*, 1986).
- La fotosíntesis es simulada en forma neta (que es supuesto implícito en el concepto de eficiencia de uso de radiación). Es decir, la respiración no se considera y menos aun el desigual efecto de la temperatura sobre ambas. (LOOMIS y AMTHOR, 1999; WHISLER *et al.*, 1986).
- La eficiencia de uso de la radiación es independiente de la cantidad de radiación. Es decir, no hay saturación lumínica de la fotosíntesis.
- El modelo no describe la no-linearidad de la respuesta fotosintética de hojas soleadas y sombreadas dentro de la canopia. (GOUDRIAN, 1977; CAMPBELL y NORMAN, 1998).
- La fotosíntesis (o más bien la *RUE*) es independiente de la concentración atmosférica de CO<sub>2</sub>, de la concentración de N en la hoja y del potencial hídrico de la hoja.

- El modelo no diferencia entre radiación incidente difusa o directa. El coeficiente de extinción ( $k$ ) es independiente del tipo de radiación. (WEISS y NORMAN, 1985; SPITTERS *et al.*, 1986; GOUDRIAN, 1988).
- El coeficiente de extinción ( $k$ ) es igualmente independiente de la hora del día y de la época del año (es constante para todo el periodo de desarrollo). (CAMPBELL y NORMAN, 1998)
- El cultivo recibe igual cantidad de radiación que la estación donde la radiación fue medida (la estación se encontraba aproximadamente 4 kilómetros al sur del ensayo)
- El área de una sola hoja es pequeña en comparación a la unidad de medida del GAI, las hojas no reflejan radiación, se distribuyen aleatoriamente en el canopy y están simétricamente distribuidas con respecto al acimut solar (que son todos supuestos implícitos en el concepto de extinción exponencial de la radiación en la canopy)
- El suelo es totalmente horizontal y no refleja la radiación fotosintéticamente activa.
- El cultivo del trigo en hileras no influye sobre la atenuación exponencial de la luz (no se utilizó un factor de agregación<sup>19</sup>). (BOOTE y PICKERING, 1994)

#### **4.5.4 Supuestos asumidos por el submodelo de estrés hídrico.**

- La planta no representa un impedimento para el flujo de agua desde el suelo a la atmósfera (la conductividad estomática es infinita).
- El porcentaje de poros de agua útil no varía en profundidad, al menos hasta los 125 cm de profundidad.

---

<sup>19</sup> El termino original es “clumping factor” y suele representarse con la letra griega  $\Omega$

- El contenido volumétrico de agua útil no varía en profundidad. Es homogéneo al menos hasta los 125 cm.
- No hay escurrimiento superficial a menos que el suelo este saturado.

#### **4.5.5 Supuestos asumidos por el submodelo de absorción de P.**

- La distribución del P en el suelo es variable y anisótropa existiendo zonas de alta y baja concentración.
- La mayoría de las zonas de alta concentración se encuentran cerca de la superficie (de 0 a 10 cm de profundidad), que es donde se concentra todo el P aplicado como fertilizante.
- El cultivo solo absorbe P desde los primeros 40 cm de suelo
- Una vez que una raíz contacta una zona de alta concentración de P, absorbe todo el P presente en esta zona.
- El modelo no considera la senescencia de raíces. La acumulación de materia seca radical, y en consecuencia la longitud y densidad radicales, van siempre en aumento.
- Desde el punto de vista de la planta, una cantidad (gramos) de P presente en el suelo es exactamente igual a igual cantidad de P agregado como fertilizante. La planta no “prefiere” el P recién aplicado por sobre el que ya estaba en el suelo o viceversa.
- No hay impedimentos físicos para que las raíces exploren el suelo en profundidad ni ninguna razón que pueda causar la agregación de la raíces. (PASSIOURA, 1991).

## 5 CONCLUSIONES

El submodelo de desarrollo no sufrió modificaciones y fue calibrado en base a los valores medidos

El submodelo de crecimiento fue modificado y calibrado satisfactoriamente. La introducción de futuras modificaciones tendientes a aumentar la robustez del submodelo pasará necesariamente por una mejor descripción de los coeficientes de partición de hojas (*CP Hojas*) y raíces (*CP Raíces*). En el futuro sería conveniente contar con ensayos de campo que incluyan tratamientos con riego a fin de evaluar los submodelos de crecimiento y estrés hídrico independientemente

El modelo de estrés hídrico fue ligeramente modificado, pero su calibración independiente se vio impedida por diferencias metodológicas entre los valores simulados y medidos.

El submodelo de absorción de P fue modificado y calibrarlo satisfactoriamente en base a las mediciones disponibles. Sin embargo, la incapacidad del modelo para simular adecuadamente variables a niveles intermedios de su funcionamiento (*DR*) levanta dudas sobre la real robustez del submodelo.

Futuras modificaciones a este submodelo debieran centrarse en la forma en que se calcula la tasa de absorción diaria de P, además de incluir en el modelo, una representación matemática del concepto de eficiencia de uso interno de P. Junto a estos dos aspectos, es necesario mejorar la forma en que el modelo simula una disminución del crecimiento debido a deficiencias de P, es decir, estudiar las concentraciones de P mínimas necesarias y la forma en que el crecimiento se restringe a concentraciones demasiado bajas.

La idea central de que la absorción pudiera depender, más de la cantidad de zonas de alta concentración de P contactadas por las raíces, que de la concentración de P en el suelo podría ser “no-excluyente” y por ende, difícil de probar. Esto se debe a que la cantidad de zonas de alta concentración finalmente sigue dependiendo de la cantidad o concentración de P en el suelo.

## 6 RESUMEN

La presente tesis consistió en la modificación y posterior calibración de un modelo semimecánico simple de absorción de P para el cultivo de trigo. Al igual que la versión anterior en la que se basa (PINOCHET, 1995), el modelo simula el desarrollo y crecimiento potencial del cultivo de trigo y el efecto de el estrés hídrico y de fósforo sobre el crecimiento. Por lo tanto, fue subdividido en los submodelos de desarrollo, crecimiento, estrés hídrico y absorción de P. La modificación y calibración independiente de cada uno de los submodelos constituye el principal objetivo de esta tesis.

La modificación de cada submodelo se realizó, en la medida de lo posible, intentando utilizar información generada localmente. Se espera que esto facilite mejoras continuas al modelo, ya que como se ha dicho, estos siempre son una “historia inconclusa”. La calibración se llevó a cabo respetando ciertas “reglas” a objeto de asegurar la integridad del proceso y se basó en un ensayo de campo reportado en las tesis de grado de MIRANDA (2004) y DASSE (2005).

Los submodelos de desarrollo y crecimiento fueron calibrados satisfactoriamente, mientras la calibración independiente del submodelo de estrés hídrico no fue posible debido a diferencias metodológicas. La calibración del submodelo de absorción de P fue exitosa, pero la deficiente calibración de la simulación de la densidad radical ( $DR_i$ ) arroja dudas sobre la real robustez de este submodelo. La dificultad del submodelo de absorción de P para simular un menor crecimiento debido al estrés de P se atribuye a que la concentración mínima de P ( $CP_{Min}$ ) no es del todo conveniente. Se propone que futuras mejoras al modelo debieran incluir cambios en los coeficientes de partición de hojas y raíces ( $CP_{hojas}$ , y  $CP_{raíces}$ ), en la absorción diaria de P ( $TABR_n$ ), y en el ya mencionado  $CP_{Min}$ , además de la introducción, en el modelo, del concepto de eficiencia de uso interno de P.



## SUMMARY

The modification and subsequent calibration of a simple semimechanistic model of P uptake for wheat was carried out. As in the previous version in which this version is based upon (PINOCHET, 1995), the model simulates the development and potential growth of a wheat crop and the effect of water and P stresses over growth. Hence, it was divided into the submodels of development, potential growth, water stress and P uptake. Both the modification and independent calibration of each one of these submodels are the main objective of this thesis.

When feasible, the modification of each sub model was carried out using locally generated data. It is the hope of the author, that this will facilitate a continuous improvement of the model given the fact that models are always “unfinished tales”. The calibration process was performed by comparing the model outcome with field assays (reported in MIRANDA, 2004 and DASSE, 2005) and respecting some “guidelines” intended to protect the integrity of the calibration process.

The sub models of development and potential growth were satisfactorily calibrated, whereas the independent calibration of the water stress sub model was hindered by methodological differences. The calibration of the P uptake sub model was successful, but the poor adjustment of the root length density ( $DR_i$ ) shed some doubts about the actual robustness of this sub model. The fact that the P uptake sub model was unable to simulate a decrease in potential growth was ascribed to the minimum P concentration ( $CP_{Min}$ ) being inconveniently defined. Future research aimed to enhance model robustness should focus on the calculation of daily P uptake ( $TABR_n$ ), the simulation of leaf and root partition coefficients ( $CP_{hojas}$  and  $CP_{raíces}$ ), the above mentioned  $CP_{Min}$  and the inclusion, in the model, of a mathematical representation of the internal P use efficiency concept.

## 7 BIBLIOGRAFIA

- ACOCK, B. y ACOCK, M. 1991. Potential for using long-term field research data to develop and validate crop simulators. *Agronomy Journal*. 83: 56–61.
- ADDISCOTT, T. y WAGENET, J. 1985. Concepts of solute leaching in soils: A review of modeling approaches. *Journal of Soil Science* 36: 411–424.
- ARNON, D. y STOUT, P. 1939. The essentiality of certain elements in minute quantity for plants with special reference to copper. *Plant Physiology*. 14: 371–375.
- BAKER, J. 1996. Use and abuse of crop simulation models. *Agronomy Journal*. 88:689
- BAKER, P., SMIKA, D., BLACK, A., WILLIS, W. y BOWER, A. 1981. Winter wheat: a model for the simulation of winter wheat. *AgRISTARS: YM-U2-04281/JSC-18229*.
- BARBER, S. 1962. A diffusion and mass flow concept of soil nutrient availability. *Soil Sci*. 93: 39–49.
- BARBER, S. 1982. Citation Classic CC/Agr. *Biology and Environmental sciences*. 9: 20–20. Original Paper: Barber, S. 1962 A diffusion and mass flow concept of soil nutrient availability. *Soil Sci*. 93:39–49.
- BARBER, S. 1995. *Soil nutrient bioavailability: a mechanistic approach*. 2nd ed. John Wiley and Sons. New York. 384 p.

- BARBER, S. y CUSHMAN, J. 1981. Nitrogen uptake model for agronomic crops. In: Iskandar I. (Ed.). *Modelling Wastewater Renovation–Land Treatment*. Wiley–Interscience. New York. pp. 382–409.
- BARBER, S., WALKER, J. y VASEY, E. 1963. Mechanisms for the movement of plant nutrients from the soil and fertilizer to the plant root. *J. Agr. Food Chem.* 11: 204–207.
- BARRACLOUGH, P., WEIR, A. y KUHLMANN, H. 1991. Factors affecting the growth and distribution of winter wheat roots under UK field conditions. In: McMichael, B. y Persson, H. (Eds.). *Plant Roots and Their Environment. Proceedings of the International Society of Root Research Symposium, 1988*, Uppsala, Sweden. New York. Elsevier. p. 410–417.
- BENBI, D. y GILKES, R. 1987. The movement into soil of P from superphosphate grains and its availability to plants. *Fertilizer Research.* 12: 21–36.
- BIELESKI, R. y FERGUSON, L. 1983. Physiology and metabolism of phosphate and its compounds. In: Lauchli, A. y Bielecki, R. (Eds.). *Inorganic Plant Nutrition, Encyclopedia of Plant Physiology, New Series, Volume 15*. Springer–Verlag New York. 870 p. pp. 422–449.
- BINGHAM, I., FOULKES, M., GAY, A., GREGORY, P., KING, J., ROBINSON, D. y SYLVESTER–BRADLEY, R. 2002. ‘Balancing’ root and canopy growth. In: *Agronomic intelligence: the basis for profitable production*. Home Grown Cereals Authority, R & D Conference, p. 6.1–6.14.
- BLAIR, G., TILL, A., SMITH, R. 1976. The phosphorus cycle – what are the sensitive areas? In *Prospects for improvement efficiency of phosphorus utilization*. Review in Rural Science III. University of New England, Armidale. Australia.

- BOHN, H., McNEAL, B. y O'CONNOR, G. 1979. Soil Chemistry. Wiley-Interscience. New York. 329 p.
- BONHOMME, R. 2000. Beware of comparing RUE values calculated from PAR vs. solar radiation or absorbed vs. intercepted radiation. *Field Crops Res.* 68: 247-252.
- BOOTE, K., JONES, J. y PICKERING, N. 1996. Potential uses and limitations of crop models. *Agronomy Journal.* 88: 704-716.
- BOOTE, K.J., y N.B. Pickering. 1994. Modeling photosynthesis of row crop canopies. *HortScience.* 29: 1423-1434.
- BURNHAM, K. y ANDERSON, D. 1998. Model selection and inference: a practical information-theoretic approach. Springer Verlag. New York. 353 p.
- CALDERINI, D., DRECCER, M., y SLAFER, G. 1997. Consequences of plant breeding on biomass growth, radiation interception and radiation use efficiency in wheat. *Field Crops Research.* 52: 271-281.
- CAMPBELL, G. 1986 Extinction coefficients for radiation in plant canopies calculated using an ellipsoidal inclination angle distribution. *Agric. For. Meteorol.* 36: 317-321.
- CAMPBELL, G. y NORMAN, J. 1998. An Introduction to Environmental Biophysics. 2nd ed. Springer Verlag. New York. 286 p.
- CLAASSEN, N. y BARBER, S. 1976. Simulation model for nutrient uptake from soil by a growing plant root system. *Agronomy Journal.* 68: 961-964.

- CLAASSEN, N. y STEINGROBE, B. 1999. Mechanistic simulation models for a better understanding of nutrient uptake from soil. In: Z. Rengel (ed.) Mineral nutrition of crops: Fundamental mechanisms and implications. Haworth Press. New York. p. 327–367.
- COOKE, G. 1972. Fertilizing for maximum yield. Crossby Lockwood and Son, London. UK.
- COSTIGAN, P. 1987. A model to describe the pattern of availability of broadcast phosphorus fertilizer during the growth of the crop. *Plant and Soil*. 101: 281–285.
- CURTIS, S. 2002. Wheat in the world. In: *Bread Wheat: Improvement and Production*. Food and agriculture organization. Plant Production and Protection Series No. 30. Roma, 554 p.
- DASSE, G. 2005. Variación de la nutrición fosforada de trigo (*Triticum aestivum* L.) de acuerdo al nivel de disponibilidad de fósforo en un Andisol de la Décima Región de Chile. Tesis Lic. Agr. Valdivia. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Agrarias. 126 p.
- DE WILLIGEN, P. y VAN NOORDWIJK, M. 1987. Roots, plant production and nutrient use and efficiency. PhD Thesis. Agricultural University of Wageningen. The Netherlands. 282 p.
- DE WIT, C. 1970. Introduction: dynamic concepts in biology. In: *Prediction and measurement of photosynthetic productivity: proceedings of the IBP/PP technical meeting, Trebon, 14–21 September 1969*. Pudoc, Wageningen. p. 17–23.

- DRIESSEN, P., y KONIJN, N. 1992. Land use system analysis. Wageningen, Wageningen Agricultural University. Department of Soil Science and Geology. The Netherlands. 230 p.
- FISCHER, R. 1983. Growth and yield of wheat. In: Potential productivity of field crops under different environments. p. 129–154. IRRI, Los Baños, Filipinas.
- FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS, FAO. Faostat. <http://faostat.fao.org/site/567/default.aspx>. www.fao.org. 15 de octubre de 2005.
- GARCIA, R., KANEMASU, E., BLAD, B., BAUER, A., HATFIELD, J., MAJOR, D., REGINATO, R., HUBBARD, K. 1988. Interception and use efficiency of light in winter wheat under different nitrogen regimes. *Agric. For. Meteorol.* 44: 175–186
- GALLAGHER, J. y BISCOE, P. 1978. Radiation absorption, growth and yield of cereals. *J. Agric. Sci.* 91: 47–60.
- GREENWOOD, D. y BARNES, A. 1978. A theoretical model for the decline in the protein content in plant during growth. *Journal of Agricultural Science.* 96: 471–485.
- GREENWOOD, D., GERWITZ, A., STONE, D., y BARNES, A. 1982. Root development of vegetable crops. *Plant Soil.* 68: 75–96.
- GREENWOOD, D., KARPINETS, T. y STONE, D. 2001. Dynamic model for the effects of soil P and fertilizer P on crop growth, P uptake and soil P in arable cropping: model description. *Annals of Botany.* 88: 279–291.

- GREGORY, P. 1988. Crop growth and development. In: A. Wild (Ed.). Russell's soil conditions and plant growth. 11th Edition. Department of Soil Science. University of Reading. Longman Scientific and Technical. U.K. pp 113–187.
- GREGORY, P., MCGOWAN, M., BISCOE, P y HUNTER, B. 1978. Water relations of winter wheat. 1 Growth of the root systems. *Journal of Agricultural Science*. 91: 91–102.
- GOUDRIAAN, J. 1977. Crop micrometeorology: A simulation study. Pudoc, Wageningen, the Netherlands. 249 p.
- GOUDRIAAN, J. 1988. The bare bones of leaf angle distribution in radiation models for canopy photosynthesis and energy exchange. *Agric. For. Meteorol.* 43: 155–169.
- HANKS, J. y RITCHIE, J.. Modeling plant and soil systems. American Society of Agronomy, Crop Science Society of America y Soil Science Society of America. Madison. 545 p.
- HAVLIN, J., BEATON, J., TISDALE, S. y NELSON, W. 1999. Soil Fertility and Fertilizers, an introduction to nutrient management. Macmillan Publishing Company. 499 p.
- HISSINGER, P. 2001. Bioavailability of soil inorganic P in the rhizosphere as affected by root induced chemical changes: A review. *Plant and Soil*. 237: 173–195.
- JAMIESON, P., SEMENOV, M., BROOKING, I. y FRANCIS, G. 1998. Sirius: a mechanistic model of wheat response to environmental variation. *European Journal of Agronomy*. 8: 161–179.

- JANSEN, M. y HAGENNAARS, T. 2003. Calibration in a Bayesian modelling framework. [http://library.wur.nl/frontis/bayes/04\\_jansen.pdf](http://library.wur.nl/frontis/bayes/04_jansen.pdf). 16 de junio de 2006.
- JONES, C.A. 1983. A survey of the variability in tissues nitrogen and phosphorus concentration in maize and grain sorghum. *Field Crop Research* 6: 133–147.
- JUNGK, A. 2002. Dynamics of nutrient movement at the soil–root interface. In: Waisel, Y., Eshel, A y Kafkafi, U. (Eds). *Plant Roots: The Hidden Half*, 3rd ed. Marcel Dekker. New York. pp 587–616.
- KAMPRATH, E. 1999. Soil Fertility and Plant Nutrition. In: Sumner, M. (Ed.). *Handbook of Soil Science*. CRC Press. Boca Raton. Florida.
- KEMANIAN, A., STOCKLE, C. y HUGGINS, D. 2004. Variability of barley radiation use efficiency. *Crop Sci.* 44: 1162–1173.
- KÖRNER, C. 1991. Some often overlooked plant characteristics as determinants of plant growth: a reconsideration. *Funct. Ecol.* 5: 162–173.
- KUHN, T. 1962. *The Structure of Scientific Revolutions*. 1st. ed. Univ. of Chicago Press. 168 p.
- LABRA, M. 2006. Efectos de la Translocación Cromosómica del Gen LR19 de *Agropyron elongatum* (Host) y de la Relación Fuente-Destino en Pre-Antesis sobre la Producción de Biomasa y Peso de Grano en Trigo (*Triticum aestivum* L.). Tesis Lic. Agr. Valdivia. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Agrarias.



- LEONARD, W. y MARTIN, J. 1963. Cereal crops. New York. The Macmillan Company. 824 p.
- LOOMIS, R. y AMTHOR, J. 1999. Yield potential, plant assimilatory capacity, and metabolic efficiencies. *Crop Sci.* 39: 1584–1596.
- MADDOX, J. 1990. Virtue in imperfect models. *Nature.* 347: 13.
- MARSCHNER, H. 1995. Mineral nutrition of higher plants. Academic Press Inc. New York. 887 p.
- MELLADO, M. 1998. Análisis del cultivo del trigo en Chile durante el siglo veinte. *Agricultura Técnica. Chile.* 58(3): 231–240.
- McCREE, K. 1972. Test of current definitions of photosynthetically active radiation against leaf photosynthesis data. *Agricultural. Meteorology.* 10: 443–453.
- McCREE, K. 1973. A rational approach to light measurements in plant ecology. *Current Advances in Plant Science.* 3: 39–43.
- MIRALLES, D. y SLAFER, G. 1997. Radiation interception and radiation use efficiency of near isogenic wheat lines with different height. *Euphytica* 97: 201–208.
- MIRALLES, D. y SLAFER, G. 1999. Wheat development. In: Satorre, E. y Slafer, G. (Eds.). *Wheat. Ecology and Physiology of Yield Determination.* pp. 13–43.
- MIRANDA, G. 2004. Producción de raíces de trigo, papas y arvejas creciendo bajo distintos niveles de fósforo. Tesis Lic. Agr. Valdivia. Universidad Austral de Chile. Facultad de Ciencias Agrarias. 130 p.

- MONTHEITH, J. 1977. Climate and the efficiency of crop production in Britain. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, B*. 281: 277–294.
- MONTHEITH, J. 1996. The quest for balance in crop modelling. *Agronomy Journal*. 88: 695–697.
- NYE P., BREWSTER J. y BHAT, K. 1975. The possibility of predicting solute uptake and plant growth response from independently measured soil and plant characteristics. I. Theoretical basis of the experiments. *Plant Soil*. 42: 161–170.
- NYE, P. y TINKER, P. 1977. *Solute Movement in the Soil–Root System*. Blackwell. Oxford. 342 p.
- ORESQUES, N., SHRADER–FRECHETTE, K. y BELITZ, K. 1994. Verification, validation, and confirmation of numerical models in the earth sciences. *Science*. 263: 641–646.
- PASSIOURA, J. 1973. Sense and non–sense in crop simulation. *J. Aust. Inst. Agric. Sci.* 39: 181–183.
- PASSIOURA, J. 1983. Roots and drought resistance. *Agricultural Water Management*, 7: 265–280.
- PASSIOURA, J. 1991. Soil structure and plant growth. *Aust. J. Soil Res.* 29: 717–728.
- PASSIOURA, J. 1996. Simulation Models: Science, Snake Oil, Education, or Engineering? *Agronomy Journal*. 88: 690–694.
- PEASE, C. y BULL, J. 1992. Is science logical? *BioScience*. 42: 293–298.

- PENNING DE VRIES, F., JANSEN, D., TEN BERGE, H., y BAKEMA, A. 1989. Simulation of ecophysiological processes of growth in several annual crops. Simulation Monographs 29. Pudoc-DLO, Wageningen, The Netherlands. 308 p.
- PINOCHET, D. 1995. The residual effect of applications of phosphate fertilizer measured by the Olsen method. Ph D. thesis. Department of Soil Science. University of Reading. UK. 296 p.
- POPPER, K. 1959. The Logic of Scientific Discovery, Hutchinson, London. 480 p.
- PORTER, J. 1993. AFRCWheat2: A model of growth and development of wheat incorporating responses to water and nitrogen. European Journal of Agronomy. 2: 69–82.
- PORTER, J. y GAWITH, M. 1999 Temperatures and the growth and development of wheat: a review. Eur. J. Agron.10: 23–36.
- PHILIP, J. 1991. Soils, natural science, and models. Soil Science. 151: 91–98.
- REYNOLDS, J. y ACOCK, B. 1985. Predicting the response of plants to increasing carbon dioxide: A critique of plant growth models. Ecological Modelling. 29: 107–129.
- REYNOLDS, M., VAN GINKEL, M., y RIBAUT, J. 2000. Avenues for genetic modification of radiation use efficiency in wheat. J. Exp. Botany 51: 459–473.
- RICKMAN, R., WALDMAN, S. y KLEPPER, B. 1996. MODWh3: A development driven winter wheat growth simulation. Agronomy Journal. 88: 176–185.

- RITCHIE, J. 1989. A user orientated model of the soil water balance of wheat. In: W. Day y R. Atkins (eds.). Wheat growth and modelling. Plenum. New York. pp 293–303.
- RITCHIE, J. y OTTER, S. 1985. Description and performance of CERES–Wheat: a user oriented wheat yield model. United States Department of Agriculture. ARS 38. p. 159–175.
- RODRIGUEZ, J. 1993. La fertilización de los cultivos. Un método racional. Departamento de Ciencias Vegetales, Facultad de Agronomía. Pontificia Universidad Católica de Chile. 406 p.
- SADRAS, V. 2004. Captura de recursos por los cultivos y modelos de simulación. Curso Escuela de Graduados, Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile.
- SATORRE, E., BENECH, R., SLAFER, G., DE LA FUENTE, E., MIRAJES, D., OTEGUI, M y SAVIN, R. 2003. Producción de granos, bases funcionales para su manejo. Buenos Aires. Argentina. Editorial Facultad Agronomía. Universidad de Buenos Aires. 783 p.
- SCHACHTMAN, D., REID, R. y AYLING, S. 1998. Phosphorus Uptake by Plants: From Soil to Cell. *Plant Physiology*. 116(2): 447–453.
- SEWARD, P. 1991. The development of mechanistic mathematical model to predict the uptake of potassium by wheat plants from soil. Ph D. thesis. Department of Soil Science. University of Reading. UK. 181 p.
- SHARPLEY, A. 1999. Phosphorus availability. In: Sumner, M. (ed.). *Handbook of Soil Science*. CRC Press. Boca Raton. Florida. pp. D18–D38

- SINCLAIR, T. y MUCHOW R. 1999. Radiation Use Efficiency. *Adv. Agron.* 65: 215–265.
- SINCLAIR, T. y SELIGMAN, N. 1996. Crop modelling: from infancy to maturity. *Agronomy Journal.* 88: 698–704.
- SINCLAIR, T. y SELIGMAN, N. 2000. Criteria for publishing papers on crop modeling. *Field. Crops Res.* 68: 165–172.
- SLAFER, G. y RAWSON H. 1994. Sensitivity of wheat phasic development to major environmental factors: A re-examination of some assumptions made by physiologist and modellers. *Australian Journal of Plant Physiology.* 21: 393–426.
- SLAFER, G. y SATORRE, E. 1999. An introduction to the physiological-ecological analysis of wheat yield. In: E. Satorre y G. Slafer (Eds.). *Wheat: Ecology and Physiology of Yield Determination.* Haworth Press. New York, pp. 3–12.
- SPITTERS, C. 1990. Crop growth models: Their usefulness and. limitations. *Acta Horticulturae.* 267: 349–368.
- SPITTERS, C., TOUSSAINT, H., GOUDRIAAN, J. 1986 Separating the diffuse and direct component of global radiation and its implications for modeling canopy photosynthesis. I. Components of incoming radiation. *Agric. For. Meteorol.* 38: 217–229.
- STÖCKLE, C. CropSyst: Cropping Systems Simulation Model CropSyst Suite. Washington State University. <http://c100.bsye.wsu.edu/cropsyst/>. 17 de Junio de 2005.

- STÖCKLE, C., DONATELLI, M. y NELSON, R. 2003. CropSyst, a cropping systems simulation model. *Eur. J. Agron.* 18: 289–307.
- TAKAHASHI, T. Y NAKASEKO, K. 1993. Seasonal changes in distribution of intercepted photosynthetically active radiation for layer and dry mater production in spring wheat canopy. *Japan Journal of Crop Science.* 62: 313–318.
- THEODOROU, M. y PLAXTON, W. 1993. Metabolic Adaptations of Plant Respiration to Nutritional Phosphate Deprivation. *Plant Physiol.* 101: 339–344.
- THORNLEY, J. 1998. *Grassland dynamics: an ecosystem simulation model.* Wallingford, UK. CAB International. 241 p.
- VAN ITTERSUM M. y DONATELLI M. 2003. Modelling cropping systems—highlights of the symposium and preface to the special issues. *European Journal of Agronomy.* 18: 187–197.
- VAN WAVEREN, R., GROOT, S., SCHOLTEN, H., GEER, F., WÖSTEN, J., KOEZE, R. y NOORT, J. 1999. Good modelling practice handbook. Stowa report 99–05, Dutch Department of Public Works, Institute of inland water management and waste water treatment, report 99.036.
- WHISLER, F., ACOCK, B., BAKER, D., FYE, R., HODGES, F., LAMBERT, J., LEMMON, H., McKINION, J. y REDDY, V. 1986. Crop simulation models in agronomic systems. *Adv. Agron.* 40: 141–208.
- VAN KEULEN, H. y SELIGMAN, N. 1987. Simulation of water use, nitrogen nutrition and growth of a spring wheat crop. *Simulation Monographs.* Pudoc, Wageningen. The Netherlands.

- VAN LAAR, H., GOUDRIAN, J. y VAN KEULEN. 1997. SUCROS97: Simulation of crop growth for potential and water-limited production situations <http://www.cwe.wur.nl/NR/rdonlyres/2F7C121F-6748-437A-9651-D1750B91876A/8546/sucrotext.pdf>. 15 de agosto 2005.
- WEISS, A. y NORMAN, J. 1985 Partitioning solar radiation into direct and diffuse, visible and near-infrared components. *Agric. For. Meteorol.* 34: 205-213.
- WILD, A. 1988. Plant nutrient in soil: phosphate. In: A. Wild (Ed.). *Russell's soil conditions and plant growth*. 11th Edition. Department of Soil Science. University of Reading. Longman Scientific & Technical. RU. pp 69-112.
- WILLIAMS, C. 1971. Reactions of surface applied superphosphate with soil. II. Movement of the phosphorus and sulphur into the soil. *Australian Journal of Soil Research* 9: 95-106.
- YAO, J. y BARBER, S. 1986. Effect of one phosphorus rate placed in different soil volumes on P uptake and growth of wheat. *Communication in Soil Science and Plant Analysis* 17: 819-827.