



# Universidad Austral de Chile

Facultad de Ciencias de la Ingeniería  
Escuela de Ingeniería Mecánica

## “COMPORTAMIENTO TERMOMECAÁNICO EN UN DISCO DE FRENO MACIZO Y UNO AUTO- VENTILADO”

Tesis para optar al título de:  
Ingeniero Mecánico

Profesor Patrocinante:  
Sr. Rolando Ríos Rodríguez.  
Ingeniero (E) Mecánico.  
M.Sc. Ingeniería Mecánica

SEBASTIÁN PATRICIO LILLO HARÚN  
VALDIVIA-CHILE

2006

El Profesor Patrocinante y Profesores Informantes del Trabajo de Titulación Comunican al Director de la Escuela de Mecánica de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería que el Trabajo de Titulación de la Señor:

**Sebastián Patricio Lillo Harún**

Ha sido aprobado en el examen de defensa rendido el día \_\_\_\_\_ como requisito para optar al Título de Ingeniero Mecánico. Y, para que así conste para todos los efectos firman:

Profesor Patrocinante:

M. Sc. Rolando Ríos R.

Profesores Informantes:

Dr. Héctor Noriega F.

Dr. Rogelio Moreno M.

Director de Escuela:

Dr. Rogelio Moreno M.

DEDICATORIA

*“A mi querida abuela Nelly.”*

## INDICE DE CONTENIDOS

CONTENIDO	Página
Resumen	1
Summary	2
1. INTRODUCCIÓN	3
1.1 Hipótesis	4
1.2 Objetivos generales	4
1.3 Objetivos específicos	4
1.4 Metodología de trabajo	4
2. MARCO TEÓRICO	5
2.1 Elementos del sistema de frenado hidráulico	5
2.2 Pastillas de freno	8
2.2.1 Composición de las pastillas de freno	9
2.3 Discos de freno	10
2.3.1 Partes de un Disco de Freno	12
2.4. Coeficiente de adherencia ( $\mu_b$ )	13
2.5 Deslizamiento del vehículo	14
2.5.1 Eficacia de los frenos	15
2.6 Análisis de temperatura superficial, en el proceso de roce	16
2.6.1 Condiciones geométricas bajo las cuales ocurren las temperaturas de contacto	17
2.6.2 Calor producido en el disco de freno	19
2.6.3 Energía disipada en el frenado	19
2.6.4 Cálculo de la temperatura final	21
2.7 Disipación de calor de los discos de frenos	25
2.7.1. Ley de Fourier	26
2.7.2 Ecuación de enfriamiento de Newton	27
3. MÉTODOS NUMÉRICOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR	29
3.1 Método de Diferencias Finitas	30
3.2 Método de Elemento Finito (FEM)	30

3.3 Fundamentos de Pro/Engineer	31
3.3.1 Descripción de Pro/Mechanica Termal y Structure	32
3.3.2 Análisis por Elementos Finitos en Pro/Mecánica	32
3.4 El modelo FEM y los pasos generales de procesamiento	35
3.5 Características del análisis en Pro/Mecánica	38
3.5.1 Convergencia y exactitud en la solución	38
3.5.2 Convergencia del elemento “tipo h”	39
3.5.3 Convergencia del elemento “tipo p”	41
3.5.4 Características y ventajas de los Elementos – p	42
3.5.5 Fuentes de error.	43
3.5.6 Elementos Geométricos y el p-método	44
3.5.7 Modos de Operación	45
3.5.8 Tipos de Modelos	45
3.5.9 Métodos de Análisis	45
3.5.10 Métodos de Convergencia	46
3.6 Pro/Mechanica Termal	46
3.6.1 Características generales	46
3.6.2 Herramientas de Pro/Mechanica Termal	47
3.6.3 Análisis térmico estable y transiente en Pro/Mechanica Termal	48
3.6.4 Resultados de Pro/Mechanica Thermal	48
4. MEMORIA DE CÁLCULO DE LA TEMPERATURA SUPERFICIAL EN LOS DISCOS DE FRENO, GENERADA POR EL TRABAJO DE ROCE	50
4.1 Cálculo de energía a dispar por el disco de freno	51
4.2 Coeficiente de adherencia en la calzada	53
4.3 Cálculo de la velocidad periférica	53
4.4 Fuerza de roce sobre la calzada	54
4.5 Longitud de frenado	54
4.6 Desaceleración del disco de freno	55
4.7 Tiempo de detención del vehículo	55
4.8 Cálculo de calor generado en el proceso de frenado	55
4.9 Cálculo de la difusividad térmica	58

4.10 Cálculo del número de Peclet ( $Pe$ )	58
4.11 Cálculo de fuerza de presión ejercida sobre el disco de freno y el pedal de freno	59
4.12 Calculo de los factores de convección que afectan a los discos de freno	61
4.12.1 Convección frontal para disco macizo y autoventilado	63
4.12.1.1 Cálculo del factor de convección frontal	64
4.12.2 Convección lateral para disco macizo y autoventilado	66
4.12.2.1 Cálculo del coeficiente de convección lateral	68
4.12.3 Convección por efecto giratorio ( $\bar{h}_g$ ) del disco de freno	69
4.12.3.1 Cálculo de coeficiente de convección por el efecto giratorio ( $\bar{h}_g$ )	70
4.12.4 Convección en los canales del disco de freno autoventilado	70
4.12.4.1 Cálculo de la velocidad de entrada y salida del canal	71
4.12.4.2 Cálculo de coeficiente convectivo en el interior de los canales	73
5. ANÁLISIS TERMOMECAÁNICO DE LOS DISCOS DE FRENOS, MEDIANTE EL SOFTWARE PRO ENGINEER	76
5.1. Análisis térmico en régimen transiente	76
5.1.1 Condiciones de borde	76
5.1.2. Especificaciones para el análisis térmico	83
5.2 Análisis termomecánico de los discos de freno	88
5.2.1 Condiciones de borde	88
5.2.2 Especificaciones para el análisis termomecánico axiales de los discos de freno	92

6. CONCLUSIONES	95
7. BIBLIOGRAFÍA	96
8. ANEXOS	98
Anexos A.	99
Anexo B.	100

## INDICE DE FIGURAS

<b>FIGURA</b>	<b>Página</b>
<b>Fig. 2.1:</b> Elementos del sistema de frenado de un vehículo.	5
<b>Fig. 2.2:</b> Esquema de CMT	6
<b>Fig. 2.3:</b> Multiplicador de fuerzas producidas por el pedal	6
<b>Fig. 2.4:</b> Esquema del sistema pedal de freno + servofreno + CMT	7
<b>Fig. 2.5:</b> Multiplicación de fuerzas ofrecida por el servofreno	7
<b>Fig. 2.6:</b> Aumento de la fuerza en cada elemento del sistema de freno	8
<b>Fig. 2.7:</b> Composición porcentual de los materiales de fricción	10
<b>Fig. 2.8:</b> Composición de los discos de freno	11
<b>Fig. 2.9:</b> Disco de freno autoventilado	12
<b>Fig. 2.10:</b> Coeficiente de adherencia	15
<b>Fig. 2.11:</b> Diagrama de distribución de la temperatura alrededor de las zonas de contacto	17
<b>Fig. 2.12:</b> Aspectos microscópicos de la superficie de fricción de los frenos	18
<b>Fig. 2.13:</b> Zona de Contacto de los dos cuerpos sólidos poniéndose en evidencia las líneas del flujo térmico	18

<b>Fig. 2.14:</b> Deslizamiento de cuerpos semi-infinitos, que están separados por una fuente de calor de longitud $l$	21
<b>Fig. 2.15:</b> Fuente de calor “ $q_{total}$ ” aplicada a un cuerpo semi-infinito que se mueve en la dirección “ $x$ ” con una velocidad “ $V_p$ ”	22
<b>Fig. 2.16:</b> Aumento de la temperatura superficial para un sólido semi infinito, causado por la fricción de contacto de un cuerpo de dimensiones $2b$ que se desliza con una velocidad	23
<b>Fig. 2.17:</b> Distribución de temperatura de un cuerpo en movimiento con un alto y bajo número de Peclet	25
<b>Fig. 2.18:</b> Justificación del signo menos en la ley de Fourier	26
<b>Fig. 2.19:</b> Ecuación de enfriamiento de Newton	27
<b>Fig. 3.1:</b> Condiciones de frontera y mallado de un elemento. (a) Dominio físico y (b) dominio discretizado usado por FEM	33
<b>Fig. 3.2:</b> Desarrollo de un modelo por análisis de Elementos finitos	35
<b>Fig. 3.3:</b> Objeto real, llevado a un Modelo en 3D	36
<b>Fig. 3.4:</b> Discretización de un disco de freno	36
<b>Fig. 3.5:</b> Conjunto de pasos en una solución por Elementos Finitos	37
<b>Fig. 3.6:</b> Aproximación de la función cualquiera en un modelo	41

<b>Fig. 3.7:</b> Malla de elementos sólidos tetrahedrales (4 nodos)	43
<b>Fig. 3.8:</b> Malla de Elementos p tetrahedrales producidos por Pro/M	43
<b>Fig. 4.1:</b> Coeficiente de adherencia	53
<b>Fig. 4.2:</b> Área de la pastilla de freno	56
<b>Fig. 4.3:</b> Librería de materiales de Pro Engineer	57
<b>Fig. 4.4:</b> Longitud de la pastilla de freno	57
<b>Fig. 4.5:</b> Esquema de velocidades que afectan a los discos de freno	61
<b>Fig. 4.6:</b> Convecciones que afectan a los discos de freno	62
<b>Fig.4.7:</b> Flujos alrededor de un cilindro	63
<b>Fig. 4.8:</b> Coeficiente de convección frontal	66
<b>Fig. 4.9:</b> Esquema de flujo en placas planas	67
<b>Fig. 4.10:</b> Triangulo de velocidades a la entrada del álabe	72
<b>Fig. 4.11:</b> Diagrama de un alabe del disco de freno autoventilado	72
<b>Fig. 4.12:</b> Número de Nusselt, para régimen laminar	75
<b>Fig. 5.1:</b> Menú colgante de Aplicaciones opción Mechanica	76
<b>Fig. 5.2:</b> Ícono de Pro Engineer para simular superficies	77

<b>Fig. 5.3:</b> Área del material de fricción proyectada sobre los discos de freno	77
<b>Fig. 5.4:</b> Gráfico de Carga calórico v/s Tiempo.	78
<b>Fig. 5.5:</b> Ícono para crear una nueva carga de calor en una superficie.	78
<b>Fig. 5.6:</b> a) Cuadro de diálogo de Carga de calor; b) Cuadro de creación de tablas calor	79
<b>Fig. 5.7:</b> Ícono para crear nueva condición superficial de convección	80
<b>Fig. 5.8:</b> Cuadro de diálogo de convección en los canales del disco autoventilado	81
<b>Fig. 5.9:</b> Ícono para asignación de materiales	81
<b>Fig. 5.10:</b> Cuadro de asignación de materiales	82
<b>Fig. 5.11:</b> Menú de Cascada AutoGem	82
<b>Fig. 5.12:</b> Cuadro de diálogo AutoGem	83
<b>Fig. 5.13:</b> Ícono de análisis	83
<b>Fig. 5.14:</b> Cuadro de diálogo de análisis y diseño de estudio	83
<b>Fig. 5.15:</b> Definición de condiciones de borde para el análisis	84
<b>Fig. 5.16:</b> Método de convergencia	84

<b>Fig. 5.17:</b> Intervalos de control del análisis transiente	85
<b>Fig. 5.18:</b> Ícono de inicio de análisis	85
<b>Fig. 5.19:</b> Control del análisis	85
<b>Fig. 5.20:</b> Gráficos de temperatura v/s tiempo, de los discos de freno	86
<b>Fig. 5.21:</b> Distribución térmica en el disco autoventilado para el décimo intervalo, ciclo número 7	87
<b>Fig. 5.22:</b> Distribución térmica en el disco macizo para el décimo intervalo, ciclo número 7	88
<b>Fig. 5.23:</b> Pasos para cambio de análisis Transiente a Termomecánico.	89
<b>Fig. 5.24:</b> Esquema del cuadro Cargas de presión	89
<b>Fig. 5.25:</b> Grado de libertad del eje centra de los discos macizo y autoventilado	90
<b>Fig. 5.26:</b> Restricción de los agujeros para los pernos de los discos de freno macizo y autoventilado	90
<b>Fig. 5.27:</b> Grado de libertad, de los pasadores del disco autoventilado	91
<b>Fig. 5.28:</b> Menú de exportación de cargas	91
<b>Fig. 5. 29:</b> Cuadro de dialogo MEC/T	92

<b>Fig. 5.30:</b> Menú colgante de los tipos de análisis	92
<b>Fig. 5.31:</b> Definición del análisis estático	93
<b>Fig. 5.32:</b> Esfuerzos Von Mises para el disco de freno macizo	93
<b>Fig. 5.33:</b> Esfuerzos Von Mises para el disco de freno autoventilado	94

### INDICE DE TABLAS

<b>TABLA</b>	<b>Página</b>
<b>Tabla 2.1:</b> Coeficientes de adherencia	13
<b>Tabla 5.1:</b> Cuadro de valores de carga v/s tiempo	78
<b>Tabla 5.2:</b> Cuadro de temperatura de los dos primeros intervalos de los discos	87

## Resumen

Los discos de freno son los elementos encargados de disipar el calor al medio que los rodea (aire), dicho calor generado equivale a la energía cinética que posee un automóvil a una velocidad y con una cierta masa. Esta energía también se puede representar como potencia por unidad de área, estando en función de la velocidad de automóvil, presión ejercida sobre las pastillas y rugosidades de los elementos de fricción (pastilla de freno y disco). La presión necesaria para detener al vehículo se logra mediante dispositivos que aumentan la presión inicial ejercidas sobre el pedal de freno.

El fenómeno de transferencia de calor que ocurre en los discos de freno es de carácter transiente o inestable es decir varía en el tiempo, la disipación del calor de los discos ocurre por conducción hacia los elementos que componen el sistema de freno y por convección hacia el medio que lo rodea, vale señalar que la conducción hacia los componentes del sistema de freno no son analizados en esta tesis.

Mediante el método analítico se establecen los parámetros y características físicas de los elementos a analizar, como la temperatura que se genera en los discos de freno, los distintos coeficientes de convección que se presentan en los discos de freno y los tiempos de frenado. Una vez establecidos los parámetros del análisis, se modelarán dos tipos de discos de freno (macizo y autoventilado) en el Software Pro Engineer, bajo condiciones estructurales y térmicas, generando las curvas de distribución de temperatura v/s tiempo y se graficarán las tensiones máximas y mínimas generadas en los discos, producto de los esfuerzos mecánicos y térmicos.

En base a los resultados obtenidos del análisis de los discos de freno en el Software Pro Engineer es posible concluir que los discos autoventilados poseen un mejor diseño tanto estructural como térmico ya que presentan una mejor ventilación y una tensión máxima menor, que los discos macizos.

## Summary

The brake discs are the elements in charge to dissipate the heat into the air that surrounds them, this generated heat is the energy that an automobile has at a certain speed and with a certain mass, this energy can also be represented like power by area unit, being based of the speed of an automobile, pressure exerted on the tablets and the ruggedness of the elements of friction (disc and break pad). The pressure necessary to stop the vehicle is obtained by means of exerted devices that increase the initial pressure on the break pedal.

The phenomenon of the heat transference that happens in the brake discs is of a transient or unstable character, which means that it varies with time, the dissipation of the heat of the disc occurs by a conduction towards the elements that compose the system of the brake and by convection towards the means that surround it, it is worth to mention that the cunduction towards the components of the brake system will not be analyzed in this thesis.

By means of the analytical method, the paramenters and physical characteristics of the elements will settle down to be analyzed, like the temperature that is generated in the brake discs, the different coefficients from convection that appear in the brake discs and the time of the acctual accction of braking. After once established the parameters of the analysis, they will be modeled to two types of brake discs (massive and autoventilated) in Software Pro Engineer, under structural and thermal conditions, generating the curves of distribution of temperature v/s. time and the maximum and minimum tensions, will be presented in discs, the product of the mechanical and thermal efforts.

On the basis of the obtained results of the analysis of the brake discs in Software Pro Engeneer it will be possible to conclude that the autoventilation discs have a much better structural design as thermal since they present a better ventilation and a smaller maximum tension, thatn the massive discs.

## **1.- INTRODUCCIÓN.**

El objetivo de los sistemas de frenos, es otorgar al automóvil la capacidad para disminuir la velocidad, hacer que se detenga, o mantenerlo detenido. En el desarrollo del automóvil, los frenos constituyen uno de los principales dispositivos de seguridad, y por ello, la instalación de frenos es indispensable para el buen funcionamiento del vehículo.

Si un vehículo en movimiento cesa la acción del motor (deja de acelerar), las resistencias a la marcha van agotando la energía cinética que posee el vehículo y terminan por detenerlo. Esta detención no es la más adecuada debido a la cantidad de metros necesarios para detener el vehículo, por lo general el frenado tiene que ser lo más rápido posible y en la menor cantidad de metros.

El procedimiento empleado en el proceso de frenado, consiste en transformar la energía cinética del vehículo en energía calorífica por medio del roce, disipándola al medio y a los otros elementos del sistema de freno, por medio de la convección, radiación y conducción.

El objetivo principal de este documento es el análisis del comportamiento del disco de freno en condiciones de temperatura y esfuerzos axiales, lo que se desarrollará tanto para discos de freno macizo como autoventilado, para ello se establecerán las temperaturas que se aplicarán a los discos, generando curvas de distribución de temperatura v/s tiempo de frenado, dichas curvas se compararán y además se determinarán los esfuerzos producidos en los discos.

El documento propiamente tal se divide principalmente en dos secciones: La primera sección está compuesta por la memoria de cálculo de la temperatura superficial en los discos de freno y los esfuerzos axiales que se producen producto de la frenada. En la segunda sección se realiza el análisis térmico de los discos de freno, en régimen transiente y además un análisis de los esfuerzos axiales influenciados por la temperatura superficial generada en el freno. Los análisis son realizados con el Software Pro Engineer.

### **1.1 Hipótesis:**

Mediante la modelación con el Software Pro Engineer, se demostrará, que al aumentar la superficie de contacto del disco de freno con el medio ambiente, es posible incrementar la disipación de calor en el disco y reducir los esfuerzos producidos en el disco de freno producto de la presión ejercida por las pastillas de freno.

### **1.2 Objetivos generales:**

Analizar el comportamiento del disco de freno en condiciones de temperatura y esfuerzos axiales.

### **1.3 Objetivos específicos:**

- Establecer las temperaturas en los discos de freno en el proceso de frenado.
- Generar gráficos de temperatura v/s tiempo de los discos de freno, en el proceso de frenado.
- Comparar los gráficos de los de discos de freno macizo y autoventilado.
- Determinar los esfuerzos termomecánicos producidos en los discos.

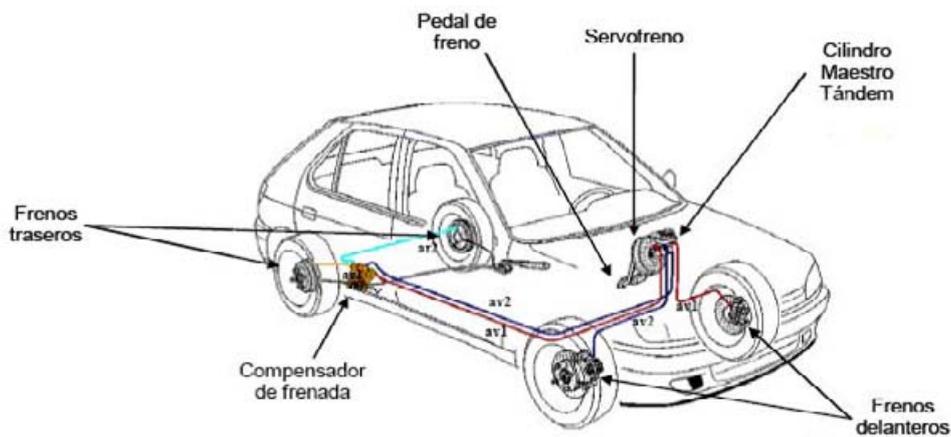
### **1.4 Metodología de trabajo:**

- Selección de modelos de discos de freno.
- Establecer los parámetros y características físicas de los elementos a analizar.
- Modelación de los discos de freno en Pro Neutral.
- Determinación de distintas cargas calóricas, a las que será sometido el disco de freno.
- Modelación en Pro Termal Mecánica.
- Generación de las curvas térmicas.

## 2 MARCO TEÓRICO.

### 2.1 Elementos del sistema de frenado hidráulico.

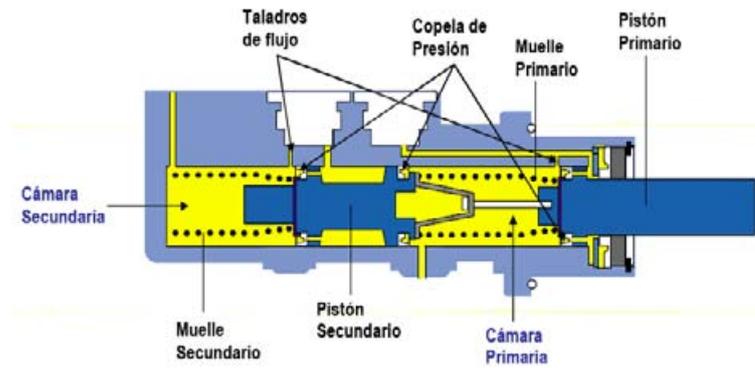
El frenado figura entre las actividades más frecuentes al conducir un automóvil. Debido a esto, los componentes de una instalación de frenos deben poder convertir de manera óptima, la fuerza ejercida por el conductor con su pie sobre el pedal de freno. La eficacia de un sistema de frenos hidráulicos depende del adecuado cálculo y dimensionado de los distintos componentes del sistema, en relación con las características de peso y velocidad del vehículo.



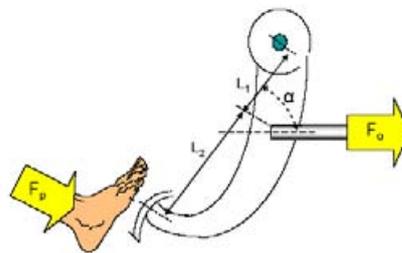
**Fig. 2.1:** Elementos del sistema de frenado de un vehículo.

Todo sistema de freno hidráulico está basado en la transformación de una fuerza actuante sobre un pedal, en una presión sobre un fluido y posteriormente, en una fuerza que acciona un par de pastillas de freno sobre un disco. En Fig.2.1 se representan los principales elementos del sistema de freno de un vehículo.

La fuerza transmitida por el conductor sobre el pedal, se transmite al cilindro maestro tándem (CMT), ver Fig. 2.2, provocando la compresión del líquido de frenos. La fuerza aplicada sobre el eje del cilindro principal de freno va a estar en función de la geometría del pedal de freno, ver Fig. 2.3, y esta fuerza nos definirán el grado de frenado del vehículo.



**Fig. 2.2:** Esquema de CMT.



**Fig. 2.3:** Multiplicador de fuerzas producidas por el pedal.

La ecuación para deducir este aumento de fuerza es la siguiente:

$$F_0 = F_p * \cos \alpha * (L_2 + L_1) / L_1 \quad (1)$$

Donde:

$F_0$  : Fuerza resultante. [N]

$F_p$  : Fuerza aplicada sobre el pedal. [N]

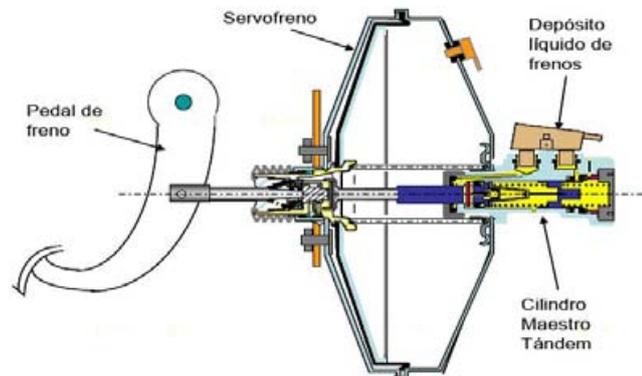
$\alpha$  : Angulo de inclinación entre pedal y el cilindro principal.

$L_1$  y  $L_2$  : longitudes del pedal. [m]

Las presiones promedio ejercidas sobre el pedal varían entre 2 y 3 kg., mientras que una pisada enérgica puede llegar a una presión de 10 kg.

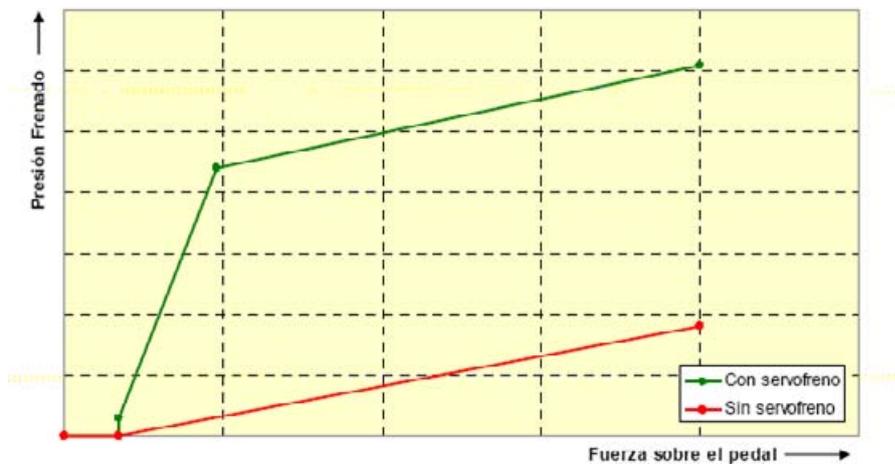
La fuerza resultante del pedal de freno puede ser suficiente para frenar vehículos pequeños. En la actualidad la mayoría de los vehículos están equipados con frenos de disco, por lo que precisan mayores presiones de accionamiento, es por

esto que se han desarrollado los servofrenos para estos vehículos. La Fig. 2.4 presenta un esquema del sistema pedal de freno + servofreno + CMT.



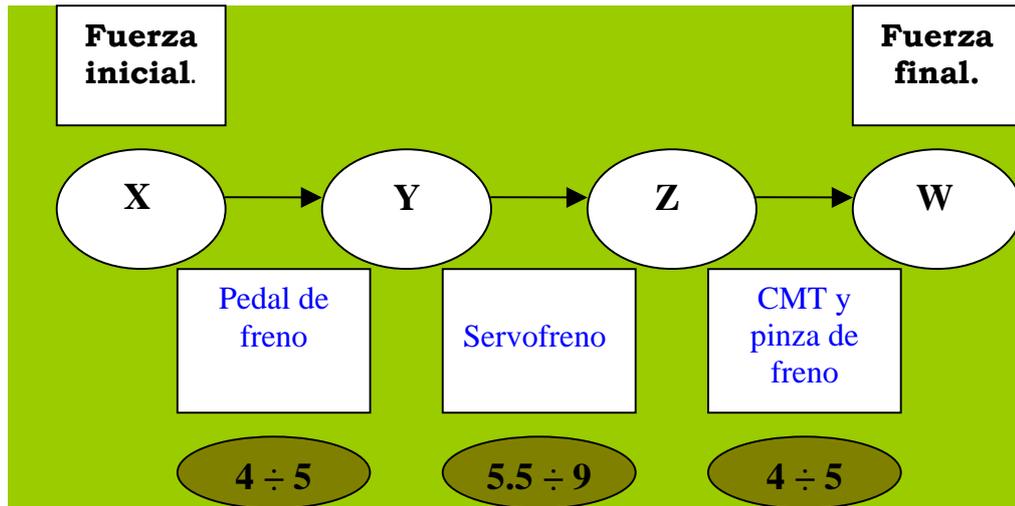
**Fig. 2.4:** Esquema del sistema pedal de freno + servofreno + CMT.

En la Fig. 2.5 se presenta una comparación entre un sistema de frenado con servofreno y uno que no posee este mecanismo.



**Fig. 2.5:** Multiplicación de fuerzas ofrecida por el servofreno.

Según AUSIRO (2005), el aumento de carga producida en el sistema de frenos es como se muestra en la Fig. 2.6.



**Fig. 2.6:** Aumento de la fuerza en cada elemento del sistema de freno.

## 2.2 Pastillas de freno.

Con la aparición de los vehículos autopropulsados a finales del siglo XIX, surgió la necesidad de dotarles de un sistema que consiguiese detenerlos cuando el conductor decidiera.

El incremento de calor generado durante el frenado plantea problemas adicionales para la ingeniería de fricción y para quienes se dedican a formular materiales de fricción.

Por esto, se está desarrollando una nueva generación de productos con “*una menor conductividad térmica que los semi-metálicos*”, que supongan una reducción de la transferencia de calor al líquido de frenos.

El proceso de transferencia de calor que ocurre en una pastilla durante la operación de frenado, tiene la particularidad de ser inestable o transitorio, es decir, los fenómenos varían con el tiempo y la posición en el elemento en cuestión. La difusividad térmica es una propiedad de los materiales que caracteriza los procesos de transferencia de estado inestable. Durante el frenado, el perfil de temperatura a través de pastilla es transitorio, y por consiguiente, el flujo de calor esta asociado a la difusividad térmica CARRANZA & BELTRAN (2003).

### 2.2.1 Composición de las pastillas de freno.

En la actualidad la mayoría de los fabricantes de pastillas de freno emplean en mayor o menor medida la base que a continuación se presenta:

- **FIBRAS:** Son los elementos encargados de aglutinar. Es decir, las fibras son el “armazón” de las pastillas de freno, a través de sus múltiples ramificaciones van uniendo al resto de los elementos. Existen dos tipos las sintéticas y las minerales. Las más usadas en el campo de la fricción son: fibras de vidrio, fibras de aramida, lana de roca, etc.
- **CARGAS MINERALES:** Son las encargadas de dar consistencia mecánica al conjunto, es decir, le aportan resistencia a la abrasión, resistencia a cortadura. Están encargadas también, de aportar resistencia a las altas temperaturas. Las más utilizadas son: barita, magnesita, talco, mica, carbonato, feldespato y otros.
- **COMPONENTES METÁLICOS:** Se añaden en forma de polvo o viruta para conseguir homogeneizar el coeficiente de fricción así como la transferencia de calor de la pastilla. Los más utilizados son, latón, cobre, bronce entre otros.
- **LUBRICANTES O MODIFICADORES DE COEFICIENTE:** Son los encargados de hacer variar el coeficiente de fricción normalmente a la baja, dependiendo del rango de temperatura de funcionamiento. Son empleados en forma de polvo suelen ser grafitos, cokes, sulfuros, antracitas, etc.
- **MATERIALES ORGÁNICOS:** Son los encargados de aglomerar el resto de los materiales. Cuando alcanzan una determinada temperatura fluyen y ligan el resto de componentes, hasta que se polimerizan. Las más importantes son las resinas fenólicas termoendurecibles, aunque también son empleados diferentes tipos de cauchos, ceras, aceites.

- **ABRASIVOS:** Cumplen principalmente la misión de incrementar el coeficiente de fricción y también renuevan y limpian la superficie del disco permitiendo la formación de la capa intermedia o también conocida como tercera capa.

La Fig. 2.7 presenta la composición porcentual de los elementos que conforman la pastilla de freno.



**Fig. 2.7:** Composición porcentual de los materiales de fricción.

### 2.3 Discos de freno.

Los discos de freno son la superficie contra la cual interactúan las pastillas para frenar el vehículo, debido a que el disco gira solidario con las ruedas. Ese rozamiento entre discos y pastillas produce la transformación de energía cinética en energía calorífica, provocando una reducción de la velocidad. Los discos de freno no sólo deben producir la transformación de energía sino que además deben conseguir que el calor producido sea transmitido a la atmósfera lo más rápidamente posible, ya que sino, las temperaturas a las que operaría el sistema serían muy elevadas llegando incluso al colapso.

Existen diferentes tipos de discos de freno. Algunos son de acero macizo mientras que otros están rayados en la superficie o tienen agujeros que los atraviesan. Estos últimos, denominados autoventilados están compuestos de dos pistas separadas por aletas en su interior. Estas aletas garantizan la cohesión del disco permitiendo el paso de aire por su interior. Gracias a estas aletas, el enfriamiento del disco no sólo

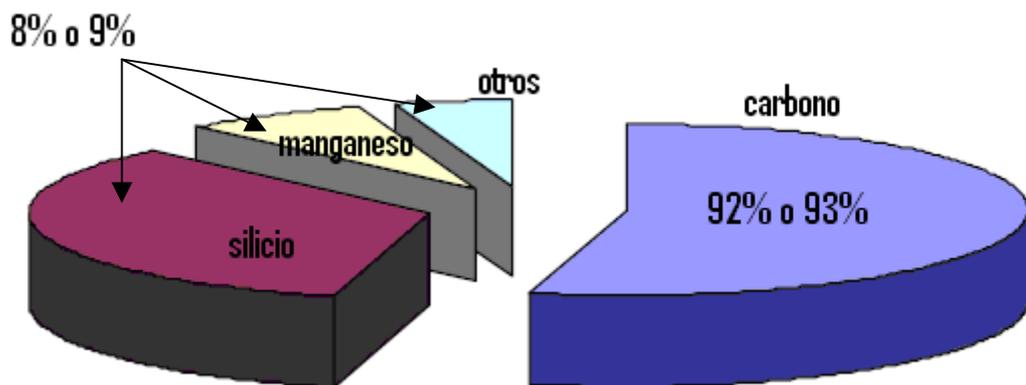
se produce en la superficie exterior del disco, sino que además se produce su enfriamiento por el interior. Este intercambio de energía depende en gran medida de la forma y la orientación de las aletas. Generalmente son radiales y por lo tanto la colocación de los discos en la rueda izquierda o derecha, no afecta a las propiedades de auto ventilado MANUAL TECNICO DE LAS PASTILLAS DE FRENO (2004).

El material escogido para fabricar los discos de freno para un vehículo de prestaciones medias, es decir vehículos comerciales, es la *Fundición gris de Grafito Laminar*, ya que garantiza una estabilidad de las prestaciones durante el periodo de vida de los discos. Existen también, discos de materiales compuestos en matriz de carbono, usados en la alta competición y en los frenos de los aviones, aunque debido al alto costo que tienen no son viables para los vehículos comunes.

Características básicas de la fundición de los discos:

<u>Propiedades físicas</u>	<u>Valores</u>
Resistencia a tracción	240 N / mm <sup>2</sup>
Dureza	170 – 250 HB

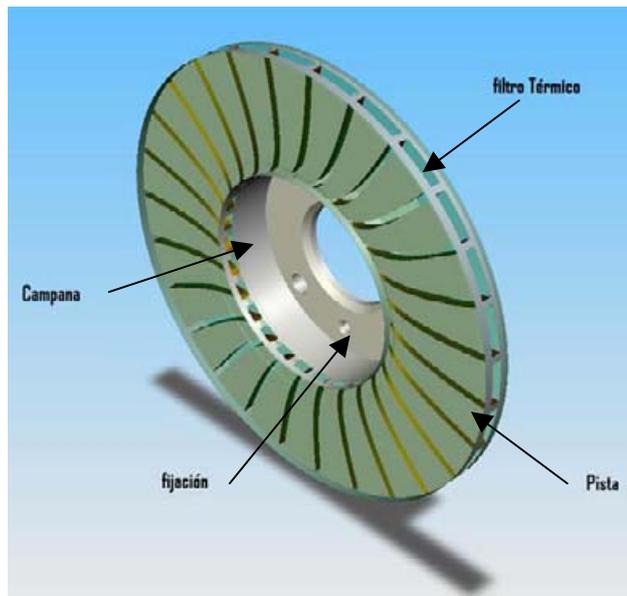
La composición básica del material de los discos es una fundición gris de grafito laminar, que contiene entre un 92% y un 93% de hierro. Además de otros componentes básicos tales como el silicio, manganeso y otros que garantizan la calidad de un elemento crítico en el frenado como es el disco.



**Fig. 2.8:** Composición de los discos de freno.

En cuanto a la geometría de los discos de frenos esta es siempre la misma, es decir, una superficie circular perfectamente plana según MANUAL TECNICO DE LAS PASTILLAS DE FRENO (2004).

### 2.3.1 Partes de un Disco de Freno.



**Fig. 2.9:** Disco de freno Autoventilado.

- **PISTA:** Es la superficie en la cual tiene lugar la acción de fricción entre las pastillas y el disco. Está dimensionada de forma que su potencia de disipación se acerque al valor de  $250 \text{ W/cm}^2$ , pero dicho valor puede variar dependiendo de la geometría del disco, ya que si este es ventilado el valor de la potencia de disipación puede alcanzar un valor de  $750 \text{ W/cm}^2$ . Por encima de dichos valores, pueden aparecer daños en el disco, tales como deformaciones geométricas, grietas, depósitos de material de fricción u otros que dañarían el disco de forma irreversible.
- **FIJACIÓN:** La fijación de los discos está situada en la parte central del mismo. Existe un taladrado donde se aloja el buje, alrededor de este existen unas fijaciones, que fueron taladradas, estas permiten el paso de los pernos de anclaje de la rueda.

- **CAMPANA:** La campana es el cilindro que une la pista, con la fijación.
- **FILTRO TÉRMICO:** El filtro térmico es un canal mecanizado, que separa la pista de la fijación, para reducir el calor que pasa de la pista hacia la campana. Con este tipo de canales se evita el calentamiento excesivo de la llanta y por consiguiente del neumático que ya sufre los efectos de la temperatura por su propio uso.

#### 2.4. Coeficiente de adherencia ( $\mu_b$ ).

Representa la fuerza de rozamiento disponible entre los neumáticos y la calzada. Constituye una medida para la fuerza de frenado que pueda transmitirse, y condiciona en gran medida la estabilidad lateral del vehículo (adherencia transversal) y distancia de frenado (adherencia longitudinal). El coeficiente de adherencia depende particularmente de las características de los neumáticos (nivel de presión, desgaste, etc.) y del estado del suelo.

El coeficiente de adherencia, para los neumáticos de los vehículos, varía entre un máximo que correspondería con condiciones de calzada seca y limpia, y un mínimo a conducción sobre hielo, varía entre 1 y 0 respectivamente. Otros medios como el agua o suciedad disminuyen el coeficiente de la fuerza de frenado.

En la Tabla 2.1, se presentan valores para el coeficiente de adherencia, en función del estado de la calzada y de los neumáticos para diferentes velocidades.

**TABLA 2.1:** Coeficientes de adherencia

Velocidad de marcha (Km/h)	Estado de los neumáticos	Estado de la carretera				
		Seca	Mojada (altura agua aprox 0.2 mm.)	Lluvia fuerte (altura agua aprox 1 mm.)	Encharcada (altura agua aprox 2 mm.)	Helada
		Coeficiente de adherencia ( $\mu_b$ )				
50	nuevos	0,85	0,65	0,55	0,5	0,1 y
	gastados	1	0,5	0,4	0,25	menos
90	nuevos	0,8	0,6	0,3	0,05	
	gastados	0,95	0,2	0,1	0,1	
130	nuevos	0,75	0,55	0,2	0,2	
	gastados	0,9	0,2	0,1	0,1	

Fuente: AUSIRO (2005).

Circulando a altas velocidades y en condiciones húmedas de la calzada, puede producirse el bloqueo de las ruedas debido a un bajo valor del coeficiente de adherencia, no siendo posible garantizar la adherencia de las ruedas sobre la superficie de la calzada. Al bloquearse tan sólo una rueda, ésta no podrá transmitir ninguna fuerza lateral, en consecuencia, será imposible el control sobre el vehículo AUSIRO (2005).

## 2.5 Deslizamiento del vehículo.

Durante el movimiento de un vehículo, las ruedas se encuentran sometidas a fuerzas de impulsión o de frenado produciéndose complicados procesos físicos, por los que los elementos de goma se tensan, produciéndose movimientos deslizantes aunque la rueda no se haya bloqueado.

La magnitud de deslizamiento ( $\chi$ ), nos da una medida para la proporción de resbalamiento en el movimiento de rodadura, y viene definida por la siguiente ecuación:

$$\chi = \frac{(v_1 - v_p) * 100}{v_p} \quad (2)$$

Donde:

$\chi$  : Magnitud de deslizamiento. [ % ]

$v_1$  : Velocidad inicial del vehículo. [  $\frac{m}{s}$  ]

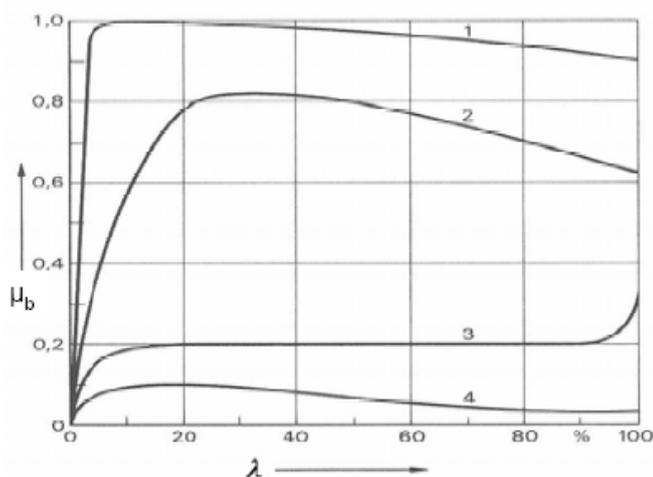
$v_p$  : Velocidad periférica de la rueda. [  $\frac{m}{s}$  ]

Esta fórmula expresa que el deslizamiento por frenado se presenta tan pronto la rueda gira más lento que la velocidad de marcha del vehículo. Únicamente bajo estas condiciones se presentan fuerzas de frenado.

Cuando la rueda gira libremente, las velocidades del vehículo y rueda son iguales y el valor del deslizamiento es 0%, pero cuando la rueda se encuentra

bloqueada, su velocidad periférica es 0, no gira, y consecuentemente el deslizamiento es del 100%.

La Fig.2.10 representa la variación del coeficiente de frenado, en función del deslizamiento, para un frenado rectilíneo:



**Fig. 2.10:** Coeficiente de adherencia.

La curva 1 de la figura se refiere a conducción sobre suelo seco, mientras que la curva 2 sobre asfalto mojado, la curva 3 para nieve, en la que se aprecia que en el caso de bloqueo de la rueda el coeficiente de frenado aumenta, debido a que la rueda bloqueada, empuja una cuña de nieve delante de si, que eleva la fuerza de frenado. La curva 4 rige para hielo, BOSCH (2001).

### 2.5.1 Eficacia de los frenos.

Los constructores de vehículos procuran disponer de mecanismos y repartir el peso de modo que casi todo éste se aprovecha para obtener adherencia útil. La máxima eficacia de los frenos se dice que es del 100% cuando la fuerza del frenado es igual al peso del vehículo. Normalmente se consideran buenos frenos a los que tienen una eficacia del orden del 80%.

La distancia de frenado ' $l$ ', es el espacio recorrido por el vehículo desde que actúa sobre los frenos hasta que queda completamente parado, depende de varios

factores, y puede calcularse aproximadamente por la siguiente ecuación, IRVING (1969).

$$l = \frac{1}{2} * \frac{m}{g * F_r} (v_i^2 - v_f^2) \quad (3)$$

Donde:

$l$ : Distancia de frenado. [  $m$  ]

$m$ : Masa del vehículo. [  $kg$  ]

$g$ : Fuerza de gravedad. [  $9.81 \frac{m}{s^2}$  ]

$F_r$ : Fuerza de rozamiento. [  $kg$  ]

$v_i$  y  $v_f$ : Velocidad inicial y final del vehículo. [  $m/s$  ]

## 2.6 Análisis de temperatura superficial, en el proceso de roce.

El proceso de roce, se lleva a cabo cuando dos cuerpos sólidos resbalan sus caras una contra otra. Para que el proceso ocurra, la velocidad relativa que existe entre los cuerpos debe ser distinta de cero, debe existir una presión entre las superficies en contacto y un factor de roce entre las partes.

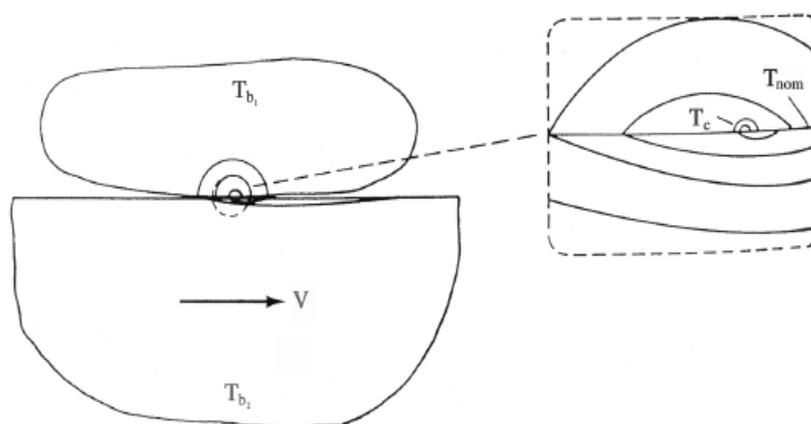
Algunos investigadores afirman que estos procesos de interacción de energía ocurren a una escala atómica, dentro de las primeras capas de las superficies en contacto LANDMAN (1993), mientras que otros creen que la mayoría de la disipación de energía ocurre debajo de la región del contacto, debido a un proceso plástico de deformación RIGNEY & HIRTH (1979).

Trabajos experimentales han demostrado que por lo menos el 95% de la disipación de la energía ocurre dentro los del 5  $\mu m$  superior de los cuerpos con que entran en contacto KENNEDY (1982). Aunque puede haber desacuerdo sobre el mecanismo exacto de la transformación de la energía, la mayoría de los especialistas concuerdan que casi toda la energía disipada en contactos de roce, está transformada en calor UETZ & FOHL (1978).

El calentamiento por fricción y las temperaturas del contacto que resultan pueden tener una influencia importante en el comportamiento de los componentes de los frenos, así como el aumento de la temperatura pueden ser responsables de cambios en el factor de fricción, pudiendo llegar a alcanzar temperaturas que derriten o que ablanda los polímeros termoplásticos, lo que daría lugar a un cambio drástico en el comportamiento de la fricción y el desgaste del polímero, KENNEDY y TIAN (1994).

### 2.6.1 Condiciones geométricas bajo las cuales ocurren las temperaturas de contacto.

La Fig. 2.11 representa el deslizamiento de dos cuerpos, donde uno de ellos se encuentra estático y el otro en movimiento.



**Fig. 2.11:** Diagrama de distribución de la temperatura alrededor de las zonas de contacto.

En la figura anterior se distinguen cuatro tipos de temperaturas, donde  $T_{b1}$  y  $T_{b2}$  corresponden a las temperaturas propias de los cuerpos en contacto, la temperatura " $T_c$ " se presenta solo en una pequeña porción del contacto (la superficie de contacto es del orden de unos  $10\mu\text{m}$  de diámetro). El contacto se genera sólo entre los micro picos que poseen los materiales (ver Fig. 2.12), las temperaturas que ahí se desarrollan, en algunos casos, pueden llegar a ser de unos  $1000\text{ }^\circ\text{C}$ , pero esa temperatura sólo se desarrolla en la zona de contacto. Este tipo de contacto se repite varias veces en el proceso de roce, donde la diferencia de temperaturas generadas entre los microvalles, (ver Fig. 2.12) se designa como " $\Delta T_f$ ". El promedio integrado

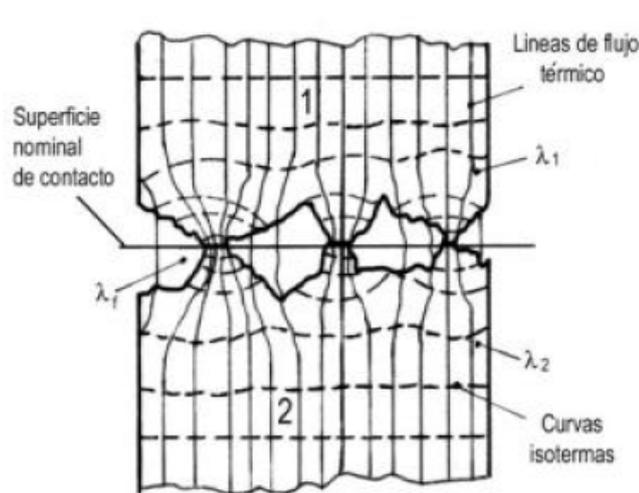
de las temperaturas de todos los puntos dentro de la plantilla del contacto se llama temperatura nominal (o media) de contacto " $T_{nom}$ ".



**Fig. 2.12:** Aspectos microscópicos de la superficie de fricción de los frenos.

La temperatura nominal puede llegar a ser de unos 500°C, para un caso severo de fricción. La temperatura disminuye a medida que se aleja de la zona de contacto disminuyendo generalmente a una temperatura " $T_b$ " que se encuentra algo más elevada que la temperatura del medio en cual se encuentran los elementos. Esa temperatura es generalmente menor a 100°C. La temperatura total de contacto " $T_c$ ", esta determinado por:

$$T_c = T_b + T_{nom} + \Delta T_f \quad (4)$$



**Fig. 2.13:** Zona de Contacto de los dos cuerpos sólidos poniéndose, en evidencia las líneas del flujo térmico.

Los materiales, en general, poseen ciertas propiedades de transmisión de calor que están en función de las líneas de flujo térmico y de la conductividad

térmica propia de el material ( $\lambda$ ). Estas líneas están representadas en la Fig. 2.13, KENNEDY (1999).

### 2.6.2 Calor producido en el disco de freno.

Si se considera a dos cuerpos que se deslizan uno contra otro, donde el cuerpo 1(disco) se está moviendo con una velocidad relativa ( $V_p$ ) al área de contacto entre los cuerpos, y el cuerpo 2 (pastilla de freno) está fijo a la misma área de contacto. El índice total de energía disipada producida por el contacto de las pastillas y el disco de freno, está determinado por la fuerza de fricción y la velocidad relativa. Asumiendo que la totalidad de la energía es disipada en forma de calor, en la superficie de contacto real, entonces el calor total generado por unidad de área”  $q_{total}$ ” esta dada por: KENNEDY (1999).

$$q_{total} = \mu * p * V_p \quad (5)$$

Donde:

$q_{total}$  : Calor que absorbe el disco de freno. [ $W / m^2$ ]

$\mu$  : Factor de roce entre la pastilla y el disco de freno. [adimensional]

$p$  : Presión ejercida sobre el disco de freno. [ $N / m^2$ ]

$V_p$  : Velocidad inicial del disco de freno. [ $m / s$ ]

### 2.6.3 Energía disipada en el frenado.

Según CARRANZA & BELTRAN (2003), para un vehículo desacelerándose sobre una superficie plana, la energía disipada como calor durante la frenada “ $E_f$ ” para llevarlo desde una velocidad " $V_i$ " a una velocidad " $V_f$ ", está dada por:

$$E_f = i * m * (V_i^2 - V_f^2) / 2 \quad (6)$$

Donde:

$E_f$  : Energía disipada durante la frenada. [J]

$i$  : Factor de corrección para masas rodantes, para automóviles  $1,05 \leq i \leq 1,5$ .

$m$  : Masa del vehículo. [kg ]

$V_i$  : Velocidad al inicio del frenado. [m/s ]

$V_f$  : Velocidad al final del frenado. [m/s ]

La transferencia de carga o reparto de peso a los ejes, en condiciones dinámicas, es aproximadamente:

- Eje delantero: 75% del peso total.
- Eje trasero: 25% del peso total.

Por lo tanto, el calor que se disipa en el sistema de freno para el eje delantero ( $E_d$ ), que es donde está instalado normalmente el sistema de freno de disco en un vehículo estándar es:

$$E_d = E_f * 0.75 \quad (7)$$

La distribución de calor a los ejes se realiza en la misma proporción a la transferencia de carga.

Alrededor del 90% del calor producido durante el frenado es acumulado por el disco, y el 10% es acumulado por las pastillas, la energía que disipa la pastilla ( $E_p$ ) y el disco ( $E_{d1}$ ) son respectivamente:

$$E_p = E_d * 0.1 \quad (8)$$

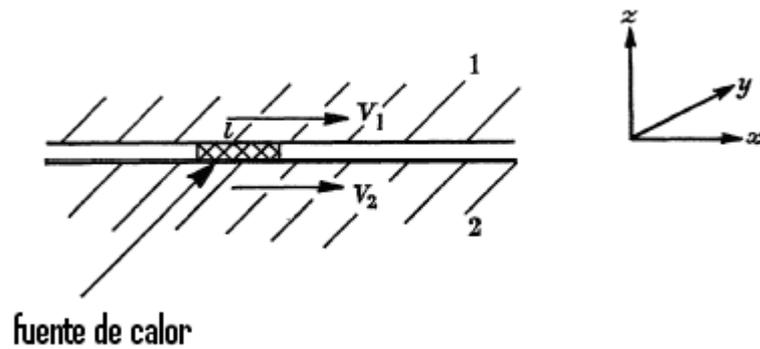
$$E_{d1} = E_d * 0.9 \quad (9)$$

El eje delantero posee un par de discos de freno, que van unidos al eje por lo que el cada disco de freno absorbe la mitad de la energía “ $E$ ”:

$$E = E_{d1}/2 \quad (10)$$

#### 2.6.4 Cálculo de la temperatura final.

Según KENNEDY (1999), para determinar la temperatura de roce entre dos cuerpos, se deben considerar deslizándose uno sobre otro a una velocidad relativa ver Fig. 2.14.



**Fig. 2.14:** Deslizamiento de cuerpos semi-infinitos, que están separados por una fuente de calor de longitud  $l$ .

La ecuación diferencial para la conducción térmica según Fourier para el estado sólido, establece las relaciones funcionales entre la variación térmica espacial para un punto cualquiera de un cuerpo y el tiempo que lo define. Donde la ecuación característica es determinada con la ayuda de la Ley de la conservación de la Energía:

$$\nabla^2 T = \frac{1}{k} \frac{dT}{dt} \quad \text{o} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{k} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (11)$$

Donde " $k$ " se denomina como la difusividad térmica y está dada por:

$$k = \frac{\lambda}{\rho^* c} \quad (12)$$

Donde:

$K$  : Difusividad térmica. [ $m^2/s$ ]

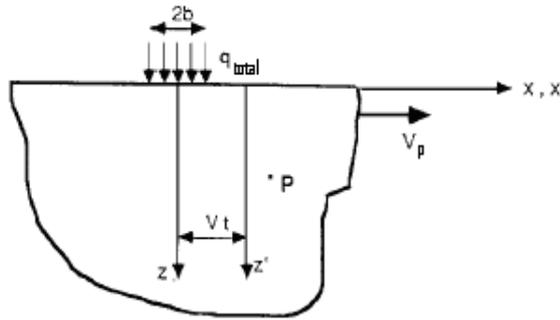
$\lambda$  : Conductividad térmica. [ $W/mK$ ]

$\rho$  : Peso específico. [ $kg/m^3$ ]

$c$  : Calor específico. [ $m^2/s^2 K$ ]

Este problema fue tratado por KENNEDY (1999), como una fuente de calor en movimiento, en un cuerpo estacionario o fuente de calor inmóvil en un cuerpo móvil. El concepto más importante es el movimiento relativo que se genera entre la fuente de calor y el cuerpo.

Considerando un cuerpo semi-infinito que se mueve con una velocidad " $V_p$ " en la dirección " $x$ " sobre el cual se encuentra una carga de calor " $q_{total}$ ", Fig. 2.15.



**Fig. 2.15:** Fuente de calor " $q_{total}$ " aplicada a un cuerpo semi-infinito que se mueve en la dirección " $x$ " con una velocidad " $V_p$ ", KENNEDY (1999).

$$\Delta T = \int_{-b}^b \frac{q_{total}}{\pi * \lambda} e^{\frac{v_p (x-x')}{2k}} * K_0 \left\{ \frac{v_p}{2k} [(x-x')^2 + z^2]^{1/2} \right\} dx' \quad (13)$$

Donde:

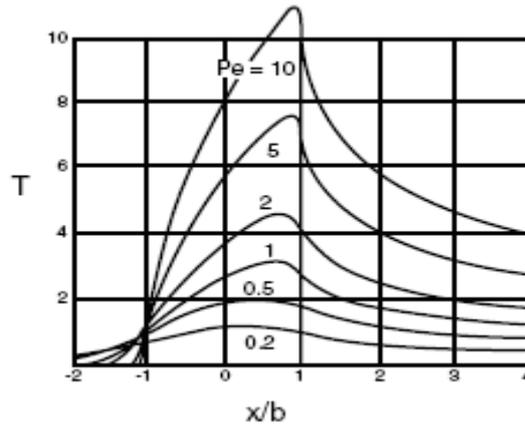
$\Delta T$  : Diferencia de temperatura generada a partir de la frenada. [ $K$ ]

$q_{total}$  : Calor que absorbe el disco de freno. [ $W/m^2$ ]

$\lambda$  : Conductividad térmica. [ $W/mK$ ]

$K_0$ : Función modificada de Bessel, de segunda clase y orden cero, para un estado térmico cuasi-estacionario ( $t \rightarrow \infty$ )

La Fig. 2.16 grafica el resultado de la ecuación 13 como factor T donde éste al ser multiplicado por la ecuación 14 determina la variación de temperatura que se produce en el disco de freno. El resultado de esta diferencia depende en gran parte del número adimensional de Peclet, “ $Pe$ ”, ver ecuación 15.



**Fig. 2.16:** Aumento de la temperatura superficial para un sólido semi infinito, causado por la fricción de contacto de un cuerpo de dimensiones  $2b$  que se desliza con una velocidad KENNEDY (1999).

$$\Delta T = T * \left( \frac{\pi * \lambda * V_p}{2k * q_{total}} \right) \quad (14)$$

Donde:

$\Delta T$ : Diferencia de temperatura generada a partir de la frenada. [ K ]

$T$ : Factor de temperatura, obtenido de la figura 2.16.

$\lambda$ : Conductividad térmica. [ W/mK ]

$V_p$ : Velocidad inicial del disco de freno. [ m/s ]

$k$ : Difusividad térmica. [ m<sup>2</sup>/s ]

$q_{total}$ : Energía que absorbe el disco de freno. [ W/m<sup>2</sup> ]

$$Pe = \frac{V_p * b}{2 * k} \quad (15)$$

Donde:

$V$  : Velocidad de deslizamiento. [ $m/s$ ]

$b$  : Mitad de la longitud de la pastilla de freno, ver Fig. 4.4. [ $m$ ]

$k$  : Difusividad térmica. [ $m^2/s$ ]

En el caso de que el número de Peclet, sea  $\geq 10$ , la temperatura máxima va a ocurrir en la parte trasera del arrastre. En tal caso el máximo aumento de temperatura va a ocurrir cuando  $x = b$ , y esta dado por:

$$\Delta T_{\max} = \frac{2q_{total} * b}{\lambda \sqrt{\pi * Pe}} \quad (16)$$

Donde:

$q_{total}$  : Energía que absorbe el disco de freno. [ $W/m^2$ ]

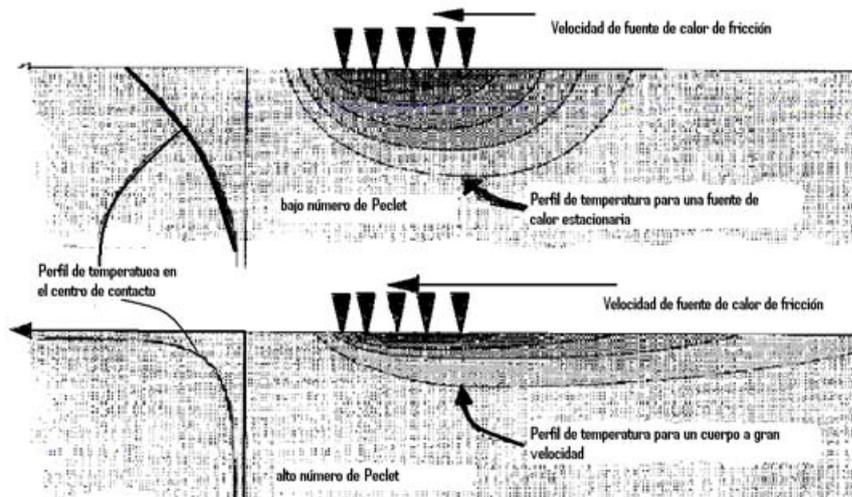
$b$  : Mitad de longitud de la pastilla de freno. [ $m$ ]

$\lambda$  : Conductividad térmica. [ $W/mK$ ]

$Pe$  : Número de Peclet. [adimensional]

Es posible observar que el máximo calor generado en la Ecuación 16 decrece a medida que la velocidad aumenta (o a medida que el Peclet aumenta). Esto es debido a la naturaleza del traspaso térmico a un cuerpo móvil.

Es posible observar en la Fig. 2.17 la distribución de la temperatura, dependiendo del número de Peclet.



**Fig. 2.17:** Distribución de temperatura de un cuerpo en movimiento con un alto y bajo número de Peclet STACHOWIAK & BATCHELOR (1993)

## 2.7 Disipación de calor de los discos de frenos.

En el proceso de frenado la energía cinética se disipa en forma de calor, producto de la fuerza de roce. La disipación de energía se presenta de las tres formas conocidas conducción, convección y radiación, para efectos de cálculo se asumirá que la energía se disipara por conducción y convección CARSLAW & JAEGER (1959).

Según KREITH & BOHN (2001), la definición termodinámica de calor, es una forma de energía en tránsito, que se manifiesta debido a una diferencia de temperaturas.

**Conducción:** Es la transferencia de calor que ocurre a través del medio en el cual existe un gradiente de temperaturas. Puede tomar lugar en sólidos, líquidos y/o gases.

**Convección:** Se refiere a la transferencia de calor que ocurrirá entre una superficie y un fluido en movimiento como resultado de la diferencia de temperaturas entre la superficie y el fluido.

Ley y ecuaciones que gobiernan los mecanismos de transferencia de calor.

### 2.7.1.- Ley de Fourier.

Es la ley física que describe matemáticamente el mecanismo de transferencia de calor por Conducción. Según ésta ley el flujo de calor por conducción se determina de la siguiente forma:

$$q_x = -\lambda A \frac{dT}{dx} \quad (17)$$

Donde:

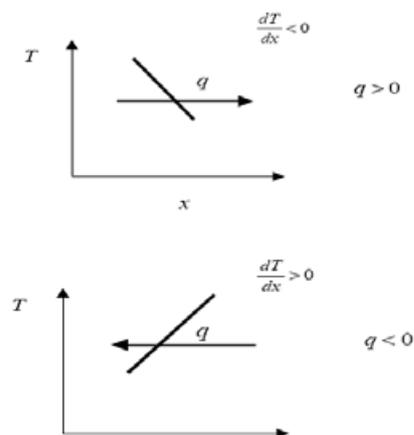
$q_x$ : Flujo de calor por conducción [ $W/m^2$ ].

$A$ : Área transversal [ $m^2$ ]

$dT/dx$ : Gradiente de temperatura [ $K/m$ ]

$\lambda$ : Conductividad. [ $W/mK$ ]

El signo menos que aparece en la ley de Fourier, es una consecuencia para satisfacer la segunda Ley de la Termodinámica, que para este caso impone que el flujo de calor debe darse siempre desde la región de mayor temperatura hacia la región de menor temperatura.



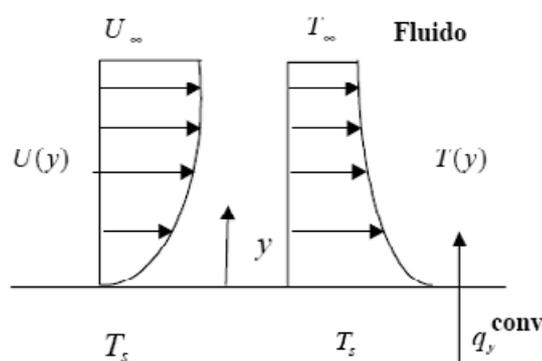
**Fig. 2.18:** Justificación del signo menos en la ley de Fourier.

En la Fig. 2.18 se ilustra que si el gradiente de temperaturas es negativo el flujo de calor, según el sistema de coordenadas señalado debe ser positivo, y en caso de ser el gradiente de temperaturas positivo, el flujo de calor debe ser negativo.

La conductividad térmica representa la cantidad de calor que fluirá por unidad de tiempo a través de un área unitaria, cuando el gradiente de temperatura es unitario. Además la cantidad de calor es proporcional al gradiente de temperatura “ $\frac{dT}{dx}$ ”.

### 2.7.2 Ecuación de enfriamiento de Newton.

La transferencia de calor por convección se compone por dos mecanismos que operan al mismo tiempo. El primero es la transferencia de energía generada por el movimiento molecular, es decir, el modo conductivo. Superpuesto se encuentra la transferencia de energía mediante el movimiento microscópico de fracciones del fluido, cada una integrada por un gran número de moléculas, que se mueven por la acción de una fuerza externa. Esta fuerza puede ser el resultado de un gradiente de densidad, como en la convección natural, o de una diferencia de presiones generadas por una bomba, o un ventilador, o quizá la combinación de ambos.



**Fig. 2.19:** Ecuación de enfriamiento de Newton.

La Fig. 2.19, muestra una placa que posee una temperatura “ $T_s$ ” y un fluido con una temperatura “ $T_\infty$ ” que fluye en forma paralela a ella. A consecuencia de las fuerzas de la viscosidad, la velocidad del fluido será cero en la pared y se

incrementara a “ $U_{\infty}$ ” como se indica en la figura. Como el fluido no está en movimiento en la interface, el calor se transfiere en ese lugar por conducción. Si se conociera el gradiente de temperatura y la conductividad térmica en esta interfase, se podría calcular la razón de transferencia de calor en la ecuación 18.

$$q^{conv} = h * A(T_s - T_{\infty}) \quad (18)$$

Donde:

$q^{conv}$  : Flujo de calor convección [  $W$  ]

$h$  : Coeficiente de transferencia de calor por convección [  $W/m^2K$  ]

$A$  : Área de contacto entre el flujo y la pared [  $m^2$  ]

$T_s$  : Temperatura de la placa [  $K$  ]

$T_{\infty}$  : Temperatura del medio [  $K$  ]

En la ecuación de Newton, “ $h$ ” no es una propiedad termo física ya que depende de una gran variedades de factores tanto geométricos como fluido-dinámicos.

### **3.- MÉTODOS NUMÉRICOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR.**

Los métodos numéricos están basados en las leyes que describen la transferencia de calor y las soluciones analíticas, estas últimas resuelven las ecuaciones diferenciales correspondientes al caso de estudio, proporcionando una solución para cada punto del espacio y tiempo dentro de los límites del problema.

Sin embargo, los problemas prácticos implican geometrías y condiciones de frontera complejas, propiedades variables, que no son posibles de resolver de manera analítica. En este caso hay que recurrir a los métodos de análisis numérico, siendo este más eficiente en términos del tiempo necesario para llegar a la solución, también tiene la ventaja de facilitar el cambio de los parámetros, lo que permite que un ingeniero determine el comportamiento de un sistema térmico o que lo optimice con mayor facilidad.

Los métodos numéricos proporcionan soluciones para puntos discretos dentro de los límites del problema y ofrecen una aproximación de la solución exacta. Sin embargo, al ocuparse de la solución para un número finito de puntos discretos, el método se simplifica, al resolver ahora un sistema de ecuaciones algebraicas simultáneas, en vez de la ecuación diferencial. Siendo la solución de ecuaciones simultánea, la tarea ideal para computadores.

Esto ocurre mediante la discretización de los dominios en cuestión, siendo la discretización el reemplazo de las ecuaciones diferenciales en un sistema de ecuaciones algebraicas.

Es importante tener en cuenta que se debe discretizar las condiciones limitantes o iniciales especificadas para el problema y que lo que se obtiene del software es una aproximación a la solución exacta, el método numérico puede producir errores en la solución, es por ello que se debe saber cómo calcular y reducir al mínimo estos errores. KREITH & BOHN (2001).

Métodos para discretizar las ecuaciones diferenciales de transferencia de calor son: Método de Diferencias Finitas, Método del Elemento Finito y el Volumen de Control.

El presente capítulo está extraído de la tesis: TRANSFERENCIA DE CALOR: LABORATORIOS MULTIMEDIALES PARA TRANSMISIÓN DE CALOR POR CONDUCCIÓN CON PRO/ENGINEER, realizada por IBAÑEZ (2004).

### **3.1 Método de Diferencias Finitas:**

Mediante este método es posible obtener una solución aproximada de las ecuaciones diferenciales definidas en un recinto o región de trabajo. Sobre dicho recinto habrá definidas unas condiciones de contorno o frontera y unas condiciones iniciales que marcarán el punto de partida en la solución de problemas concretos.

### **3.2 Método de elemento finito (FEM).**

“El método de elemento finito hoy en día es una herramienta poderosa en la solución numérica de un amplio rango de problemas de Ingeniería. Son muchas las aplicaciones, que van desde el análisis por deformación y esfuerzos en automóviles, aeronaves, edificios y estructuras hasta el análisis de los campos del flujo de calor, de fluidos, magnético, filtraciones y diversos problemas de flujo. Con el avance de la tecnología en computadores y sistemas CAD, pueden modelarse problemas complejos con mucha facilidad. El computador permite probar varias configuraciones alternas antes de construir el prototipo. Esto sugiere modernizarse empleando estos desarrollos para entender la teoría básica, las técnicas de modelado y los aspectos computacionales del método de elementos finitos. En este método de análisis, una región compleja que define un continuo se discretiza en formas geométricas simples llamadas elementos finitos. Las propiedades del material y las relaciones gobernantes, son consideradas sobre esos elementos y expresadas en términos de valores desconocidos en los nodos del elemento. El proceso de ensamble, cuando se consideran debidamente las cargas y restricciones, da lugar a un conjunto de ecuaciones. La solución de esas ecuaciones da el comportamiento aproximado del continuo”.

### **3.3 Fundamentos de Pro/Engineer.**

Pro/Engineer es un software de modelación y análisis que reúne las capacidades CAD/CAM/CAE, es único en su capacidad para proporcionar una ingeniería concurrente. Mediante una serie de soluciones que son completamente asociativas entre ellas, permitiendo simular funcionamientos de distintos mecanismos, respetando las características propias de los componentes de los mecanismos, además permite que múltiples disciplinas contribuyan al análisis del modelo, de una forma simultánea.

Posee además la capacidad de un diseño industrial, diseño mecánico, incluyendo la simulación, validación y optimización, además de la fabricación y la gestión de datos.

Todas las soluciones de Pro/Engineer son asociativas, significa que un cambio hecho en cualquier punto del proceso de desarrollo se propaga a través de todo el diseño, actualizando automáticamente todos los documentos de ingeniería, incluyendo ensamblajes, planos y datos de fabricación.

Este software contiene el núcleo del modelado sólido sin facetas y de doble precisión para proporcionar la representación más exacta de la geometría, propiedades de masa y detección de interferencias. Soporta el modelado sólido basado en funciones mecánicas, de tipo paramétrico. Asimismo, proporciona una completa asociatividad entre todas las disciplinas de ingeniería, permitiendo que se propague, a través de todo el diseño, un cambio realizado en cualquier punto en el proceso de desarrollo del producto.

Pro/Mechanica es uno de varios módulos que integran Pro/Engineer, sus partes o sub-módulos son: Termal y Structure.

### 3.3.1 Descripción de Pro/Mechanica Termal y Structure.

Este modulo posee la capacidad de investigar y optimiza el comportamiento térmico de un determinado diseño, combinando la simulación de la transferencia térmica con herramientas de sensibilidad y optimización térmica.

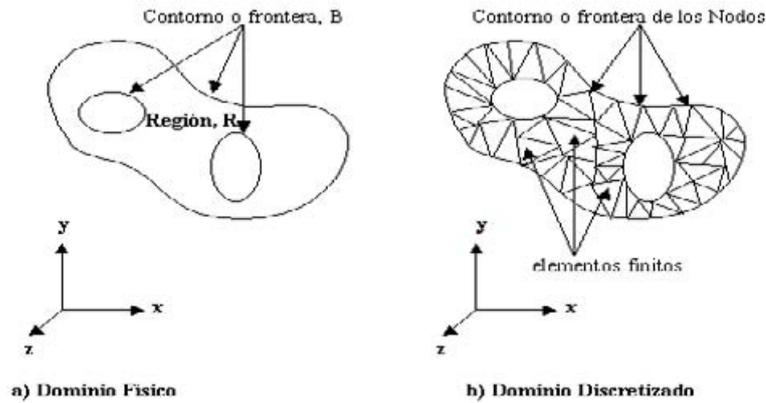
Pro/Mechanica Structure permite evaluar y optimizar el comportamiento estructural de un diseño, revelando cómo se comportará un producto bajo las condiciones de un entorno real. Estudios de Sensibilidad indican qué parámetros de diseño tienen el mayor efecto sobre el comportamiento estructural, mientras que las optimizaciones de diseño indican qué parámetros deben cambiarse y en qué magnitud.

Existe además una forma de poder hacer que el software superponga los tipos de análisis, es decir Pro/Mecánica sobre Pro/termal, resultando un análisis simultaneo de los tipos de cargas.

### 3.3.2 Análisis por Elementos Finitos en Pro/Mecánica.

Se explicará a grandes rasgos el método FEM (finite element metod) y se abordará la diferencia entre el método *p\_code* y el *h-code*, el primero usado por Pro/Mechanica, se discuten además los tópicos de *exactitud* y *convergencia*, lenguaje usado en FEM.

En la Fig. 3.1 es posible observar una región o volumen (*R*), que es contenida por límites o contornos (*B*), que son determinados por el usuario en el software. Una vez definido el contorno es posible asignar a la pieza cargas de carácter físico y/o condiciones bajo las cuales ocurre el análisis, como condiciones de movimiento, estáticas y de vibraciones.



**Fig. 3.1:** Condiciones de frontera y mallado de un elemento. (a) Dominio físico y (b) dominio discretizado usado por FEM.

Para problemas bidimensionales ( $2D$ ), la ley física que gobierna el principio debe ser expresada por una ecuación parcial diferencial ( $EPD$ ), por ejemplo:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (19)$$

Eso es válido en el interior de la región  $R$ . La solución al problema debe satisfacer alguna condición de contorno, por ejemplo  $T=T(x,y)$ , prescrito en el contorno  $B$ . Ambas condiciones de contorno, interior y exterior, pueden ser representadas y pueden ser formadas arbitrariamente. Notar que la  $EPD$  puede ser (y usualmente lo es) el resultado de suposiciones simplificadas que se hace sobre el sistema físico, como que el material es homogéneo e isotrópico con propiedades lineales constantes, y así sucesivamente.

Durante el análisis de este problema, la región  $R$  es discretizada en elementos finitos individuales que se aproximan colectivamente a la forma de la región, esto se muestra en la Fig. 3.1 (b). La discretización se logra localizando nodos a lo largo del contorno y en el interior de la región. Los nodos son unidos por líneas que crean los elementos finitos. En problemas bidimensionales ( $2D$ ), estos pueden ser triángulos o cuadriláteros; en problemas tridimensionales ( $3D$ ), los elementos pueden ser tetrahedrales o hexaedros. En algunos softwares de análisis por elementos finitos es posible usar otros tipos de elementos de alto orden (ejemplo, prismas hexagonales).

Algunos elementos de alto orden también tienen nodos adicionales a lo largo de los bordes. Colectivamente el conjunto de todos los elementos es llamado una malla de elementos finitos. En los orígenes de FEM se requería un gran esfuerzo para formar la malla. Más recientemente, las rutinas de *auto enmallado* han sido desarrolladas en razón de hacer menos tedioso el trabajo de enmallado.

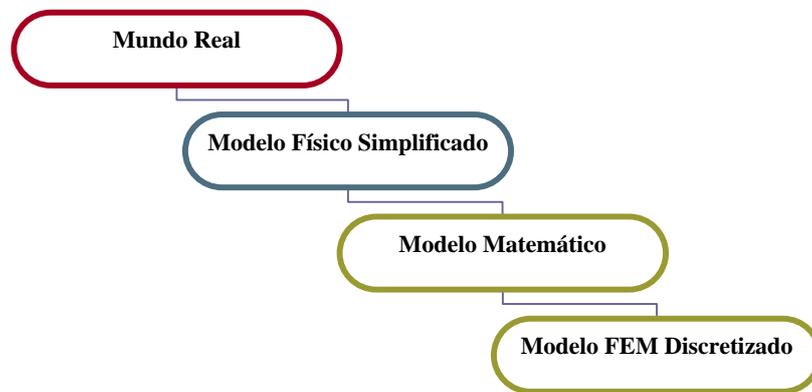
En las soluciones FEM, los valores de la variable dependiente (ejemplo  $T^\circ$ ) son computadas sólo en los nodos. La variación de la variable a través de cada elemento es computada desde los valores globales, satisfaciendo aproximadamente la EPD. Una forma de hacer esto es usando interpolación polinomial, de forma que la EPD sea satisfecha, los valores nodales de cada elemento deben satisfacer un conjunto de condiciones representadas por varias ecuaciones lineales algebraicas involucrando otros valores de los nodos.

Las condiciones de contorno son implementadas por la especificación de valores de variables en nodos del contorno. Esto no garantiza que las verdaderas condiciones de contorno en la condición continua  $B$  serán satisfechas entre los nodos de la discretización del contorno.

Cuando todos los elementos en la malla son combinados, y los procedimientos de discretización e interpolación resultan en una conversión del problema desde la solución de una ecuación diferencial continua dentro de un amplio conjunto de ecuaciones lineales algebraicas simultaneas. Este sistema puede tener miles de ecuaciones, requiriendo algoritmos numéricos especiales y eficientes. La solución de este sistema algebraico contiene los valores nodales que colectivamente representan una aproximación de la solución continua de la EPD inicial. Un punto importante, es la exactitud de esta aproximación, en soluciones clásicas de FEM la aproximación llega a ser más exacta si la malla es refinada con elementos más pequeños, TOOGOOD (2001).

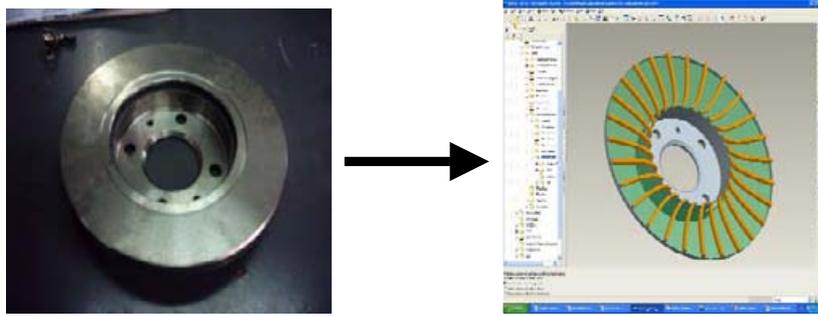
### 3.4 El modelo FEM y los pasos generales de procesamiento.

Los problemas físicos “reales” son aproximados a soluciones FEM, se deben simplificar a un número determinado de pasos. En cada paso es necesario tomar decisiones que simplifiquen el modelo real a un modelo más simplificado físicamente. Por modelo simplificado se entiende que el modelo FEM debe poder ser computado en los resultados que se requiera suficiente exactitud así como tiempo y recursos disponibles. No es bueno construir un modelo que sea sobre simplificado al punto donde no se producirán resultados lo suficientemente exactos. Se debe equilibrar el tiempo y recursos disponibles, así como los resultados que se quieren tener de acuerdo a los requerimientos.



**Fig. 3.2:** Desarrollo de un modelo por análisis de Elementos Finitos.

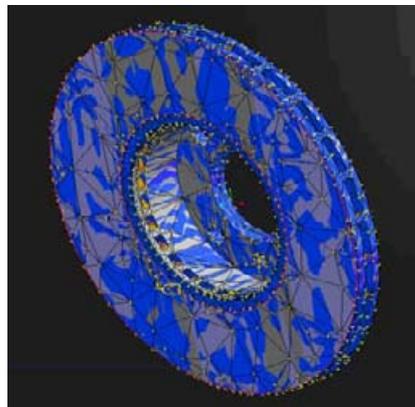
Para poder llegar del modelo real, al modelo físico simplificado, se debe asumir ciertas propiedades físicas, esquemas físicos y la geometría del problema como por ejemplo, asumir que el material es homogéneo e isotrópico y libre de defectos internos. También es común ignorar aspectos de la geometría que no tendrán gran efecto en los resultados.



**Fig. 3.3:** Objeto real, llevado a un Modelo en 3D.

Para llegar al modelo matemático se hacen suposiciones como propiedades de material lineales, idealización de condiciones de carga, y así sucesivamente, para aplicar las fórmulas matemáticas a problemas complejos. Discutiendo sobre el modelo matemático usualmente consiste en una o más ecuaciones diferenciales que describen la variación de las variables de interés dentro de las condiciones del modelo. Además es necesario simplificar la geometría del modelo.

La geometría simplificada y discretizada, se puede ver en la Fig. 3.4.

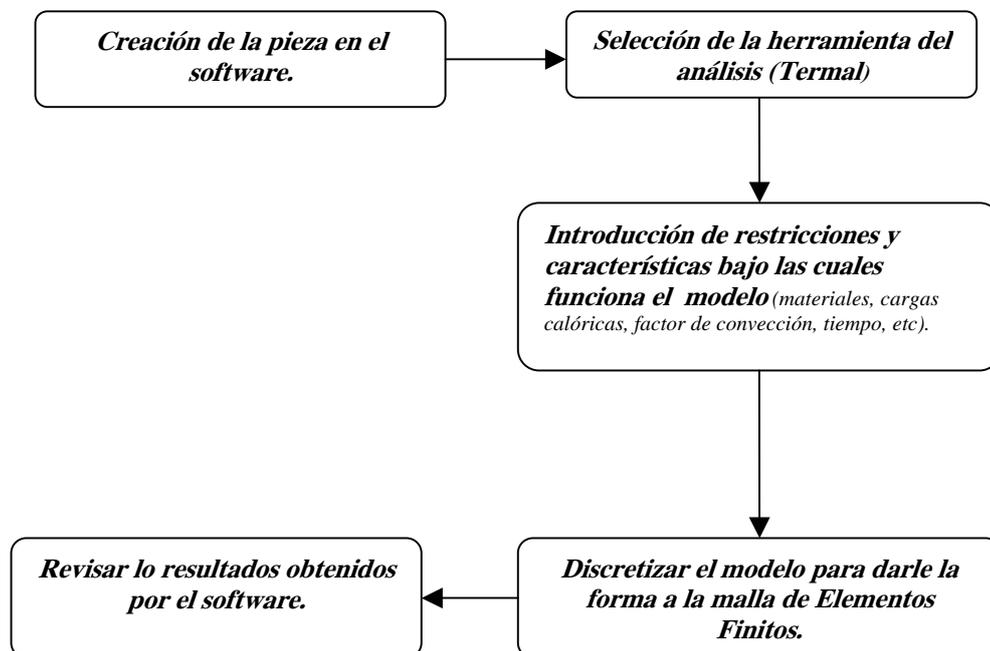


**Fig. 3.4:** Discretización de un disco de freno.

En el funcionamiento de los programas de Elementos Finitos los tres pasos descritos a menudo aparecen juntos, el cálculo es como una caja negra, jamás se verá la ecuación diferencial que gobierna el cálculo, esto es inherente al software. Por ejemplo, Pro/Mechanica asume inmediatamente que el material es homogéneo, isotrópico y lineal. Sin embargo, es útil recordar estos aspectos para una mejor planeación de los pasos a seguir en el análisis, porque no considerar éstos, podría inducir a generar grandes errores en los resultados, TOOGOOD (2001).

Los pasos para preparar la solución del modelo FEM son:

- 1.- Identificar el tipo de modelo.
- 2.- Especificar las propiedades de material, restricciones del modelo y aplicar cargas.
- 3.- Discretizar la geometría para producir una malla de elementos finitos.
- 4.- Se resuelve el sistema de ecuaciones lineales.
- 5.- Se computan los ítems de interés desde las variables de solución.
- 6.- Revisar los resultado en forma grafica, para ver los resultados en los nodos y poder identificar las secciones criticas.



**Fig. 3.5:** Conjunto de pasos en una solución por Elementos Finitos.

- El modelo geométrico de la parte o sistema es creado usando Pro/Engineer.
- En Pro/Mechanica se debe especificar el tipo de modelo, por defecto Pro/Mechanica usa un modelo sólido.
  - a) Especificar las propiedades del material en el modelo. No es necesario que todos los elementos tengan las mismas propiedades. En un ensamble, por ejemplo, pueden hacerse las partes diferentes de materiales diferentes. La mayoría de los paquetes de FEM contienen bibliotecas que contienen propiedades de materiales comunes (acero, hierro, aluminio, etc.)

- b) Se identifican las restricciones en la solución.
- c) Especificar las cargas aplicadas en el modelo (cargas puntuales, cargas uniformes en el borde, etc).
- Definido el modelo, se ejecuta el análisis en un procesador adecuado, que realice la solución al problema de FEM. Esto empieza con la creación del enmallado automático del modelo geométrico por el subprograma de Pro/Mechanica llamado *AutoGEM*. Pro/Mechanica capta errores modelados en esta etapa. El procesador producirá un archivo sumario del rendimiento, que puede consultarse si algo sale mal, un modelo que no es lo suficientemente restringido por las condiciones de contorno o condiciones límite.
  - Un análisis FEM produce inmensos volúmenes de datos, la única manera factible de examinarlos es gráficamente. Pro/Mechanica tiene capacidades gráficas muy útiles para examinar los resultados, la copia de los resultados se archiva y esta disponible para consultas posteriores.
  - Finalmente, los resultados deben ser revisados críticamente. En primera instancia, los resultados deben estar de acuerdo a las propiedades de modelación. Por ejemplo, si se observa una vista animada de la deformación, se puede ver fácilmente si las restricciones límite se han llevado a cabo. Los resultados deberán también satisfacer la intuición sobre la solución. Si no hay conformidad con la solución, puede ser aconsejable volver a revisar algunos aspectos del modelo y realizar el análisis nuevamente, TOOGOOD (2001).

### **3.5 Características del análisis en Pro/Mechanica.**

#### **3.5.1 Convergencia y exactitud en la solución.**

Pro/Mechanica utiliza los elementos finitos *tipo p* para computar su solución. Una de las ventajas más importantes de los elementos finitos *tipo p*, es que permiten exactitud en la solución sin requerir el refinamiento de la malla.

Con los elementos finitos de tipo estándar “*tipo h*”, una vez obtenida la solución la única manera de mejorar la calidad del análisis, es repetir el cálculo usando una malla más fina, este proceso consume tiempo, es complejo y problemático. En contraste, con los elementos del “*tipo p*”, los órdenes polinómicos de las funciones aproximan localmente la solución donde sea necesario. La solución puede repetirse en la misma malla, con los nuevos órdenes polinómicos aumentados. SHORT, 2003.

Debido al número de simplificaciones necesarias para obtener los resultados con FEM, se debe ser bastante cauto sobre los resultados obtenidos. Ninguna solución FEM debe aceptarse a menos que las propiedades de convergencia se hayan revisado.

Para los elementos “*tipo h*”, esto generalmente significa hacer el problema consecutivamente con elementos más pequeños y supervisar el cambio en las soluciones. Cuando se disminuye el tamaño del elemento los resultados varían con poca aceptabilidad o el cambio en la solución no es mayor.

Con los elementos “*tipo p*”, el análisis de convergencia se realiza en el programa. Dado que la geometría de la malla no cambia, no se requiere re-enmallarlo.

Cada solución sucesiva llamada “*p-loop pass*”, se realiza con los órdenes crecientes de los polinomios, TOOGOOD (2001).

### **3.5.2 Convergencia del elemento “*tipo h*”.**

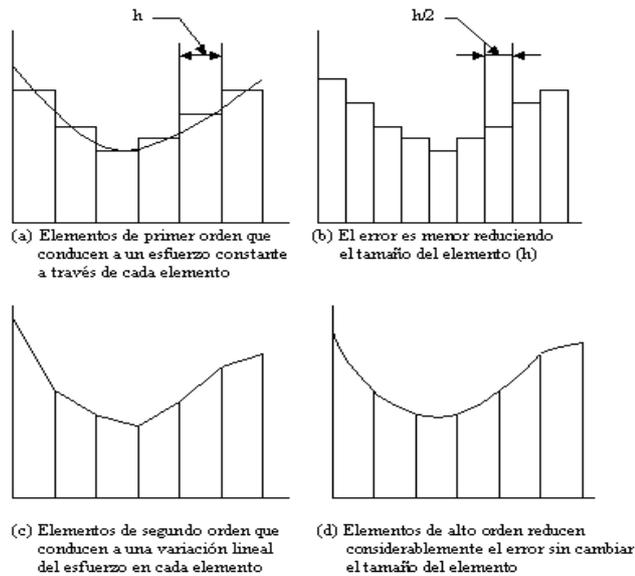
La forma de discretizar un modelo no es igual en todos los softwares, en este punto se diferencia Pro/Mechanica de otros programas FEM.

Otros programas FEM usan interpolación polinomial de bajo orden en cada elemento. Esto tiene consecuencias significantes en determinados tipos de análisis, los elementos de bajo orden, precisamente llevan a más inexactitud en los resultados, en regiones de gran interés.

Usando elementos de primer orden para conseguir más exactitud, es necesario usar muchos elementos pequeños, este proceso se denomina “*Refinamiento de la malla*”. No siempre es posible identificar las regiones dónde se requiere refinamiento de la malla, y bastante a menudo se modifica la malla completa. El proceso de refinamiento de la malla no es más que simplemente dividir la malla y si no se realiza correctamente no se obtendrán mejoras en la solución. El proceso de un continuo refinamiento de la malla que lleve a obtener una “buena” solución es llamado “*Análisis de Convergencia*”. En el proceso de refinamiento de la malla, el tamaño del problema computacional será más grande, entonces será necesario pensar en forma práctica, para no incurrir en grandes capacidades de memoria y largos tiempos de cálculo en la solución.

El uso de refinamiento de la malla para el análisis de convergencia lleva a clasificar el “*elemento h*” en métodos de tipo FEM. Este “*h*” se pide prestado del campo del análisis numérico dónde se denota el hecho que la convergencia y exactitud están relacionadas al tamaño del paso usado en la solución, normalmente denotado por “*h*”. En FEM, el “*h*” se refiere al tamaño de los elementos. Los elementos de bajo orden son referidos a elementos “*h*” y el procedimiento de refinamiento de la malla se llama convergencia “*h*”.

Esta situación se describe en las partes (a) y (b) de la Fig. 3.6, dónde una serie de pasos constantes de altura se usan para aproximar una función continua uniforme. Se trata de aproximar la función uniforme. Notar que dónde el gradiente de la función es grande (cerca del borde izquierdo de la figura), entonces el refinamiento de la malla siempre producirá un aumento superior a los máximos valores.



**Fig. 3.6:** Aproximación de una función cualquiera en un modelo.

El resultado de usar *elementos* -  $h$  es la necesidad para las mallas de elementos relativamente pequeños. Las características de los *elementos* -  $h$ : no son muy tolerantes en términos de asimetría; poseen una variación rápida del tamaño a través de la malla; tienen gran aspecto de radio y así sucesivamente. Esto aumenta el número de elementos requeridos para una malla aceptable, y de paso aumenta en gran medida el costo de la solución computacional, TOOGOOD (2001).

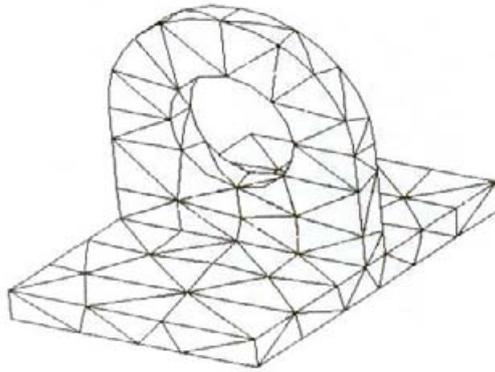
### 3.5.3 Convergencia del elemento “tipo $p$ ”.

La mayor diferencia incorporada en Pro/Mechanica es la siguiente, en lugar de refinar constantemente y rehacer las mallas más finas, la convergencia es obtenida por incremento del orden de la interpolación polinomial en cada elemento. La malla queda igual para cada iteración, esto se denomina “ $p$  - loop pass”. El uso de interpolación polinomial de alto orden por análisis de convergencia del *elemento*  $p$  es un método FEM, donde  $p$  denota la palabra *polinomial*. Este método se muestra en las partes (c) y (d) de la Fig. 3.6, donde los elementos en regiones de alto gradiente son tratados por elementos polinomiales de alto orden, además examinando los efectos de usar polinomios de alto orden, Pro/Mechanica puede monitorear el error esperado en la solución y automáticamente incrementa los polinomios de alto orden sólo en aquellos elementos donde es requerido. Así, el análisis de convergencia se realiza automáticamente, con el procedimiento de exactitud límite fijado por el

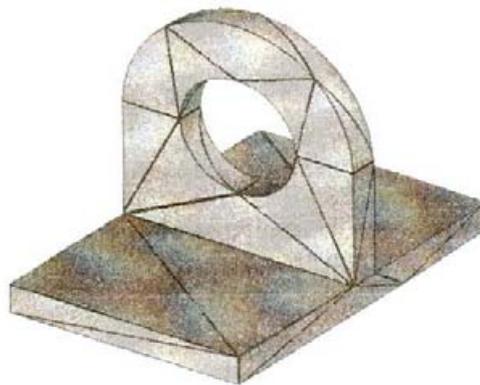
usuario de acuerdo a sus requerimientos. Con Pro/Mechanica, el límite del orden polinomial es nueve. En teoría sería posible un orden más alto, pero el costo computacional se incrementa rápidamente. Si la solución llegara a no converger con polinomios de noveno orden, puede ser necesario rehacer la malla con una densidad ligeramente más alta para que polinomios de bajo orden fueran suficientes. Esto ocurre muy rara vez, TOOGOOD (2001).

#### 3.5.4 Características y ventajas de los “elementos p”.

- La misma malla puede usarse a lo largo del análisis de convergencia, en lugar de rehacer la malla o refinar la malla como requieren los *elementos - h*.
- La malla es siempre virtual y contiene menos elementos que las utilizadas por los *elementos - h*. Se puede comparar la Fig. 3.7 y 3.8 y se puede notar que la malla de los *elementos - h* probablemente no producirá muy buenos resultados, ya que dependen de las cargas y restricciones aplicadas. Reducir el número de elementos en Pro/Mechanica primero que nada reduce la carga computacional, esto dependiendo del orden polinomial que se use.
- Las restricciones de tamaño del elemento y forma no son problema para los *elementos - p*.
- Dado que la misma malla se usa a lo largo del análisis, puede unirse directamente a la geometría. Ésta es la razón importante por qué Pro/Mechanica puede realizar análisis de *Sensibilidad y Optimización* que estudian que parámetros geométricos de un modelo pueden cambiar, pero el programa no necesita estar constantemente enmallando, TOOGOOD (2001).



**Fig. 3.7:** Malla de elementos sólidos tetrahedrales (4 nodos).



**Fig. 3.8:** Malla de Elementos “*p*” tetrahedrales producidos por Pro/M.

### 3.5.5 Fuentes de error.

Los errores en un análisis FEM se generan de diferentes maneras:

- *Error en la definición del problema:* ¿Está la geometría, las cargas y restricciones conocidas implementadas correctamente?, ¿Está el análisis expresado correctamente?, ¿Las propiedades del material son correctas?
- *Error en la creación del modelo físico:* ¿Se puede usar simetría?, ¿Se asumió material isotrópico y homogéneo?, ¿Las constantes físicas son conocidas?, ¿Se comporta el material linealmente?

- *Error en la creación del modelo matemático:* ¿Es el modelo lo suficientemente completo para capturar los efectos que se desea observar (resultados)?, ¿Es el modelo demasiado complejo?, ¿El modelo matemático representa las propiedades físicas del problema?
- *Error en la discretización:* ¿Es la malla demasiado simple o demasiado fina?, ¿Se han dejado “agujeros” accidentales en el modelo?
- *Error en la solución numérica:* Al tratar con problemas computacionales muy grandes, siempre se debe tener en cuenta los efectos del aumento del error. ¿Se puede estimar?, ¿Es confiable la solución?
- *Error en la interpretación de los resultados:* ¿Se observan los resultados?, ¿Las limitaciones del programa son conocidas?, ¿Los resultados gráficos son comprendidos correctamente?, TOOGOOD (2001).

### **3.5.6 Elementos Geométricos y el p-método.**

Los elementos geométricos están basados en lo que se llama la *p-versión* del método de elementos finito, o *p-método*. El *p-método* representa los desplazamientos o temperaturas dentro de cada elemento usando polinomios del alto orden, opuestos al método lineal y a veces a las funciones cuadráticas o cúbicas que se usan en los elementos finitos convencionales. Por consiguiente, un sólo elemento geométrico puede representar un estado más complejo de deformación o temperatura que un sólo elemento finito convencional.

Structure y Thermal automáticamente resuelven las ecuaciones para el modelo consecutivamente con polinomios de orden superior, satisfaciendo el criterio de convergencia especificado. Este acercamiento proporciona la convicción de que los resultados son exactos, TOOGOOD (2001).

### 3.5.7 Modos de Operación.

Pro/Mechanica puede operar en dos modos, esto en relación con la aplicación de Pro/Engineer que se tiene, Estos modos son *Independiente e Integrado*. La interfase de usuario es determinada por el modo, es decir el modo integrado tiene como interfase Pro/Engineer y el modo Independiente tiene como interfase Pro/Mechanica. En el modo Integrado el modelo o ensamble se crea directamente en Pro/Engineer, luego se exporta a Pro/Mechanica Thermal donde se analiza. Para el modo independiente se crea el modelo o ensamble directamente en Pro/Mechanica y las opciones de análisis se encuentra ahí mismo. El modo independiente es más completo que el modo integrado en cuando a opciones de análisis, tiene herramientas adicionales para obtener la solución, esto no quiere decir que existan diferencias en cuanto a exactitud de los análisis, la diferencia radica fundamentalmente en herramientas adicionales de cálculo, TOOGOOD (2001).

Para efectos de este trabajo de titulación se usará el modo integrado de Pro/Mecánica.

### 3.5.8 Tipos de Modelos.

Pro/Mechanica Thermal permite el análisis de modelos bidimensionales (*2D*) y Tridimensionales (*3D*), permitiendo un mejor tratamiento del modelo a analizar y una mejor visualización de los resultados, también los resultados son entregados en forma gráfica.

### 3.5.9 Métodos de Análisis.

Pro/Mechanica Thermal posee dos tipos de análisis:

- **Steady State:** Análisis de conducción de calor en régimen estable o permanente.
- **Steady Transient:** Análisis de conducción de calor en régimen transiente, es decir en función del tiempo.

### 3.5.10 Métodos de Convergencia.

Los métodos de convergencia se pueden llevar a cabo por medio de tres opciones:

- *Quick Check*: Es un método de baja convergencia, no excede el orden polinómico de orden 3. Los resultados no son del todo confiables. Es utilizado por lo general para ejecutar modelos rápidos y para ver posibles errores, como las restricciones del modelo. Además señalará las potenciales áreas de problemas en el modelo.
- *Single Pass Adaptive*: Es más efectivo que el Quick Check, realiza un paso a un orden polinómico bajo, evalúa la exactitud de la solución y modifica el orden en los llamados “Elementos problemas”, además realiza un paso final incrementando el orden polinomial, se aplica si el modelo está bien entendido matemáticamente si no es así y persisten dudas es preferible no realizar el análisis por este método.
- *Multi-Pass Adaptive*: En este método existen múltiples variaciones del orden polinomial (*p-loop*), son hechas a través de la solución con ordenes polinomiales que se incrementan en cada paso, en los “elementos problemas”. Este acercamiento reiterativo continua hasta que la solución converge con el máximo orden que se especificó (valor por defecto 6, máximo 9). Los mejores resultados se obtienen por este método.

## 3.6 Pro/Mechanica Thermal

En este capítulo se hace una revisión general de las características, herramientas y limitaciones propias de este submódulo de Pro/Mechanica.

### 3.6.1 Características generales.

Este módulo proporciona herramientas expertas para simular el comportamiento de piezas y conjuntos sometidos a cargas térmicas. La evaluación

frecuente del rendimiento del producto mediante la simulación fomenta los cambios en el diseño y mejora la calidad del producto final, reduciendo así los costos.

Pro/Mechanica Thermal funciona directamente en el diseño de Pro/Engineer, eliminando los problemas de transferencia de datos al tiempo que se proporciona la capacidad de realizar un análisis paramétrico real con funciones de simulación asociativas. Además las funciones de simulación multidisciplinarias permiten la optimización del diseño térmico, PTC (2003).

Algunas características que destacan las capacidades de este módulo de Pro/Engineer son las siguientes:

- Es una herramienta para la simulación de partes y ensambles sometidos a cargas térmicas.
- Permite comprobar el funcionamiento de un producto y los efectos que puede tener con cambios de diseño.
- Proporciona herramientas para optimizar productos, orientados a mejorar su calidad y reducir también, el tiempo de fabricación.
- Además se caracteriza por ser un software rápido en los análisis y de fácil uso.
- Posee potentes posibilidades de modelación, soluciones automáticas y precisas compatibles con Pro/Mechanica Structure y otros productos de simulación y además posee compatibilidad con la interfase de desarrollo CAD.

### **3.6.2 Herramientas de Pro/Mechanica Thermal.**

Este software permite hacer una infinidad de análisis referentes a la parte térmica, estos son:

- Análisis de transferencia de calor aplicado a partes y ensambles, ya sea en estado estable (sin variación en el tiempo) o en estado transiente (las propiedades varían en el tiempo).
- Análisis de sólidos, placas delgadas, vigas y conectores.
- Trabaja con materiales isotrópicos, transversalmente isotrópicos, ortotrópicos y compuestos.

- Estudios de sensibilidad local y global de dimensiones físicas, propiedades de materiales y otros parámetros de diseño.
- Diseños de Optimización orientados a metas de manera automática.
- Transfiere distribuciones de temperatura a Pro/Mechanica Structure para análisis de esfuerzo - deformación por efecto térmico.

### **3.6.3 Análisis térmico estable y transiente en Pro/Mechanica Termal.**

En diseños de procesos que involucran calentamiento y enfriamiento, el periodo de transición de tiempo es de mucha importancia. El análisis debe modificarse para tener en cuenta el cambio en la energía interior del cuerpo con el transcurrir del tiempo. En Pro/Mechanica, este tipo de datos se obtiene a través de un análisis térmico transiente (*Transient Thermal*).

Preparar un análisis térmico transiente o inestable es igual a preparar un análisis térmico estacionario o estable. En muchos casos, la única información adicional requerida es la temperatura inicial del modelo. Saber cuánto tiempo demora un componente en enfriarse una vez retirada la fuente de calor.

Cuando se realiza un análisis térmico transiente en Pro/Mechanica, existe la posibilidad de crear automáticamente los intervalos de tiempo o el usuario puede definir éstos, pasando por la condición inicial hasta la solución o hasta alcanzar un estado estacionario. Si no se especifica un intervalo de tiempo de análisis, éstos son determinados de forma automática y se obtienen solamente, resultados gráficos.

### **3.6.4 Resultados de Pro/Mechanica Termal.**

Este software permite obtener como resultados: Temperaturas, Flujo de Calor y Gradientes de temperaturas. Permite además establecer estudios de Sensibilidad y de acuerdo a esto optimizar un diseño, sin construir un prototipo físico.

En definitiva el paquete de simulación térmico permite a los diseñadores evaluar temperaturas y ver como actúa el calor en un diseño usando el estudio de “Sensibilidad”, sin prototipos de hardware. Pueden investigarse efectos de cambios

de diseño fácilmente y combinar mejor todos los cambios posibles para mejorar el diseño, esto puede generarse entonces automáticamente, realizando un estudio de “Optimización”.

#### **4.- MEMORIA DE CÁLCULO DE LA TEMPERATURA SUPERFICIAL EN LOS DISCOS DE FRENO, GENERADA POR EL TRABAJO DE ROCE.**

El proceso de transferencia de calor que ocurre en los elementos del freno, durante el proceso de frenado, tiene la particularidad de ser inestable o transitorio, es decir, los fenómenos térmicos varían con el tiempo y la posición en el elemento en cuestión.

Para determinar la temperatura en el proceso de frenado de un vehículo, fue necesario identificar los distintos factores que están involucrados en este proceso tales como: las características de la calzada (calzada seca, mojada, con hielo, etc.) en donde se desplaza el automóvil; masa del vehículo, asociado a un centro de gravedad; velocidad final que se desea conseguir con la frenada; factor de adherencia entre el neumático y la calzada; temperatura del medio en el cual se desplaza el vehículo. Además fue necesario tener en cuenta las características físicas de los materiales (tales como: la conductividad térmica, calor específico, densidad de los materiales, difusividad térmica) de los elementos que están involucrados en el roce, es decir el disco de freno y las pastillas de freno.

Para el cálculo de la temperatura final del disco, se despreciarán las fuerzas secundarias, como lo son la resistencia aerodinámica, resistencia al balanceo del neumático y la fricción aerodinámica, por ser despreciables en comparación a la fuerza del frenado.

Nota: Los valores de las propiedades físicas de los frenos de disco, no fue posible acceder a ellas, debido a que estos datos son celosamente guardados por los fabricantes de estos. Es por esta razón que en los cálculos se utilizaron datos de la librería de materiales del software Pro Engineer.

#### 4.1 Cálculo de energía a disipar por el disco de freno.

Para llevar a cabo este cálculo, se supondrán una serie de datos con el fin de poder llegar a determinar una temperatura y una presión ejercida sobre el disco de freno.

- Masa del vehículo ( $m$ ): 1250 kg .
- Velocidad inicial ( $v_i$ ): 50 km/h  $\rightarrow$  13.89 m/s .
- Factor de corrección para masas rodantes ( $1.05 \leq i \leq 1.5$ ): 1.25 para vehiculos que se desplazan a velocidad intermedia (adimensional).

El primer paso fue determinar la energía a disipar por medio de los frenos, ésta equivale a la energía cinética que poseen los automóviles al encontrarse en movimiento. Utilizando la ecuación 6, es posible determinar la energía a disipar en el frenado del vehículo:

$$E_f = i * m * (V_i^2 - V_f^2) / 2 \quad (6)$$

$$E_f = \frac{1.25 * 1250 \text{kg} * (13.89^2 - 0^2) \text{m}^2 / \text{s}^2}{2}$$

$$E_f = 150704.0895 \text{ Joules}$$

El resultado obtenido en esta ecuación, representa la energía total que se debe disipar por el sistema de freno y corresponde a la energía cinética que lleva el vehículo a una velocidad de 50 km/h .

La masa del vehículo está distribuida entre los dos ejes, delantero y trasero respectivamente. Normalmente la mayor absorción de energía la efectúa el eje delantero, debido a que este soporta la mayor masa del vehículo, esta distribución de energía esta dada por la ecuación 7.

$$E_d = E_f * 0.75 \quad (7)$$

$$E_d = 150704.0895J * 0.75$$

$$E_d = 113028.0671 \text{ Joules}$$

La energía que absorbe el eje delantero es un 75% del total de la energía disponible, a la vez la pastilla y el disco de freno absorben un 10% y un 90 %, respectivamente, de la energía disponible en el eje delantero, la ecuación 9 representa la absorción de calor de los discos de freno del eje delantero.

$$E_{d1} = E_d * 0.9 \quad (9)$$

$$E_{d1} = 113028.0671J * 0.9$$

$$E_{d1} = 101725.2604 \text{ Joules}$$

El eje delantero cuenta con dos discos de freno, es por esta razón que a la energía que se absorbe un disco de freno está definido por:

$$E = \frac{E_{d1}}{2} \quad (10)$$

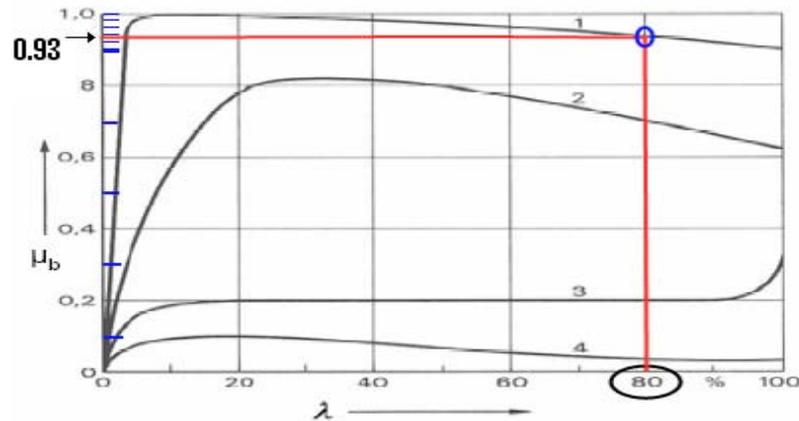
$$E = \frac{101725.2604J}{2}$$

$$E = 50862.63021 \text{ Joules}$$

El valor “ $E$ ” representa la energía que debe ser disipada por un disco de freno, para detener un vehículo de una masa de 1250 kg y que circula a una velocidad de 50 km/h.

## 4.2 Coeficiente de adherencia en la calzada.

Se consideró un factor de adherencia de un 80%, en una calzada seca (curva número 1). Con estos dos datos es posible determinar el coeficiente de adherencia ( $\mu_b$ ), en la Fig. 4.1.



**Fig. 4.1:** Coeficiente de adherencia.

$$\mu_b = 0.93$$

## 4.3 Cálculo de la velocidad periférica.

La ecuación 2, establece la relación que hay entre la velocidad lineal del vehículo y la velocidad periférica del neumático, debe existir esta diferencia ya que de esta manera se produce la frenada de los vehículos.

$$\chi = \frac{(v_i - v_p) * 100}{v_p} \quad (2)$$

Esta ecuación grafica la porción de adherencia sobre el derrape del neumático.

Se supuso una adherencia de un 80%, por tanto se despejando la velocidad periférica ( $V_p$ ) de la ecuación 2 se obtiene:

$$v_p = \frac{v_i * 100}{(100 + \chi)} \quad (20)$$

$$v_p = 13.88m/s * 100 / (100 + 80)$$

$$v_p = 7.71m/s$$

#### 4.4 Fuerza de roce sobre la calzada.

La fuerza resultante ( $F_r$ ), entre la calzada y el neumático está en función de la masa y el factor de adherencia, donde la fuerza normal es perpendicular a la calzada y el factor de adherencia horizontal a ésta. Es preciso recordar que al principio de este capítulo se supuso un vehículo de una masa equivalente a 1250 Kg , además el factor ( $\mu_b$ ) fue calculado anteriormente, dando como resultado para un 80% de adherencia y en condiciones de una calzada seca, un factor de 0.93.

$$F_r = \mu_b * F_n \quad (21)$$

$$F_r = 0.93 * 1250kg$$

$$F_r = 1162.5kg$$

#### 4.5 Longitud de frenado.

La longitud de frenado es un dato fundamental para este cálculo, ya que de acuerdo a esta longitud es posible determinar la desaceleración y tiempo de frenado empleado. La ecuación 3, resuelve la incógnita del desplazamiento necesario para detener por completo al automóvil.

$$l = \frac{1}{2} * \frac{m}{g * F_r} (v_i^2 - v_f^2) \quad (3)$$

$$l = \frac{1}{2} * \frac{1250Kg}{9.81m/s^2 * 1162.5Kg} (13.88^2 - 0^2) m^2/s^2$$

$$l = 10.57m$$

#### 4.6 Desaceleración del disco de freno.

El cálculo de la desaceleración del vehículo esta basado en las ecuaciones fundamentales de movimiento rectilíneo, según SERWAY (1997):

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2(x_f - x_i)} \quad (22)$$

$$a = \frac{(0^2 - 13.89^2)m^2/s^2}{2(10.57 - 0)m}$$

$$a = -9.123m/s^2$$

#### 4.7 Tiempo de detención del vehículo.

La ecuación 23 determina el tiempo que se demora en detener el automóvil.

$$t = \frac{2(x_f - x_i)}{(v_f - v_i)} \quad (23)$$

$$t = \frac{2(10.57 - 0)m}{(13.88 - 0)m/s}$$

$$t = 1.57s$$

#### 4.8 Cálculo de calor generado en el proceso de frenado.

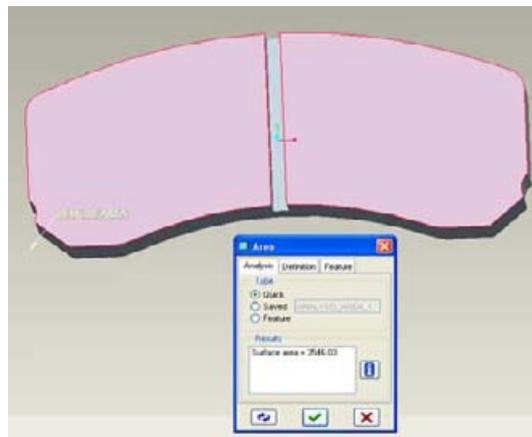
Para determinar la temperatura que se genera en el proceso de frenado, es necesario tener en consideración: el área de la pastilla de freno; el tiempo que se

demora en detenerse el automóvil; la longitud de la pastilla y las propiedades termo-físicas de los elementos del freno.

Al principio de este capítulo, se cálculo la energía que debe disipar cada freno. Por razones de cálculo, es necesario transformar esta energía cinética, en “Potencia por unidad de área”, para hacer esto es necesario saber el área de la superficie de freno, además del tiempo que se demora en detenerse el vehículo. Esta energía al dividirla por el área ( $m^2$ ) de contacto de la pastilla y el tiempo que se demora en detener (*segundos*), nos entrega la cantidad de potencia a disipar por unidad de área.

$$\frac{J}{s * m^2} = W / m^2$$

La pastilla de freno posee un área que es de difícil cálculo, es por eso que se utilizó el software Pro Engineer que posibilita el cálculo de áreas.



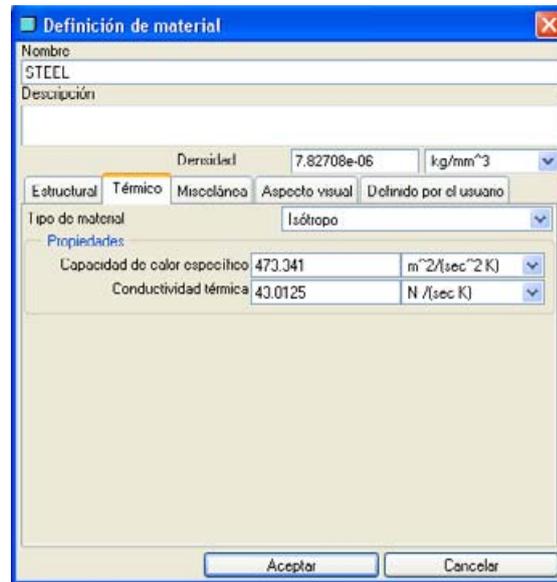
**Fig. 4.2:** Área de la pastilla de freno.

El área de contacto de la pastilla de freno resulto ser de  $3546.03 \text{ mm}^2$ , y el tiempo que se demoro el vehículo en detenerse a una velocidad de  $50 \text{ km/h}$ , es de 1.57 segundos.

Por tanto la potencia por unidad de área a disipar será de:

$$q_{total} = \frac{50822.630.21J}{0.00354603m^2 * 1.57s} = 9421951.4W / m^2$$

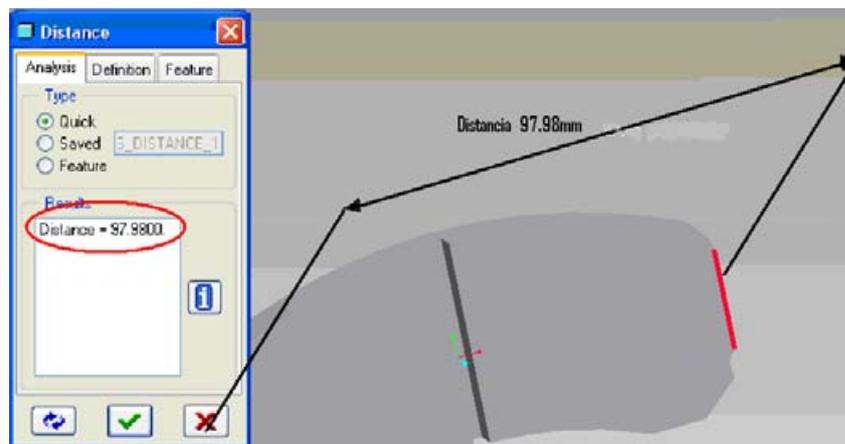
Las propiedades físicas y térmicas del acero, fueron obtenidas de la librería de materiales de Pro Engineer:



**Fig. 4.3:** Librería de materiales de Pro Engineer.

- Conductividad térmica ( $\lambda$ ):  $43.0125 \text{ W/mK}$
- Calor específico ( $c$ ):  $473.341 \text{ m}^2/\text{s}^2 \text{ K}$
- Densidad ( $\rho$ ):  $7827.3934 \text{ kg/m}^3$

La longitud de la pastilla de freno también fue obtenida del Software Pro Engineer:



**Fig. 4.4:** Longitud de la pastilla de freno

La longitud de la pastilla de freno es de  $97.98\text{ mm}$  a esta longitud hay que restarle  $3\text{ mm}$ , que es la distancia que mide la zanja que se encuentra en la mitad de la pastilla, quedando al final una longitud de  $94.98\text{ mm}$ , esta longitud la denominaremos  $2b$ .

Por tanto:

$$2b = 94.98\text{mm} \rightarrow 0.09498\text{m}$$

$$b = 47.49\text{mm} \rightarrow 0.04749\text{m}$$

#### 4.9 Cálculo de la difusividad térmica.

La difusividad térmica es una propiedad de los materiales que caracteriza los procesos de transferencia de calor de estado inestable. Durante el frenado, el perfil de la temperatura a través del disco de freno es transitorio, y por consiguiente, el flujo de calor esta asociado a la difusividad térmica

La difusividad térmica la define la ecuación 12 y representa la razón del calor conducido a través del material por unidad de área. La difusividad térmica esta en función de la conducción térmica; la densidad y el calor específico.

$$k = \frac{\lambda}{\rho * c} \quad (12)$$

$$k = \frac{43.0.125\text{W/mK}}{7827.3934\text{ kg/m}^3 * 473.341\text{m}^2/\text{s}^2\text{K}}$$

$$k = 1.161 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

#### 4.10 Cálculo del número de Peclet ( $Pe$ ).

El número de Peclet, es un factor adimensional que representa la dispersión del calor en el cuerpo y se determina mediante la ecuación 15.

$$Pe = \frac{V_p * b}{2 * k} \quad (15)$$

$$Pe = \frac{7.716049383 \text{ m/s} * 0.04749 \text{ m}}{2 * 1.161 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}}$$

$$Pe = 16280.6$$

El número de Peclet es mayor que 10, por esto es preciso utilizar la ecuación 16 para determinar la temperatura máxima que se presenta en la cara trasera del arrastre.

$$\Delta T_{\max} = \frac{2q_{\text{total}} * b}{\lambda \sqrt{\pi} * Pe} \quad (16)$$

$$\Delta T_{\max} = \frac{2 * 9421951.4 \text{ W/m}^2 * 0.04749 \text{ m}}{42.86 \text{ W/mK} \sqrt{\pi} * 16280.549}$$

$$\Delta T_{\max} = 94.9 \text{ K}$$

La ecuación 16 entrega la máxima variación de temperatura que sufre un disco de freno, para detener un vehículo que va a  $50 \text{ km/h}$ .

$$\Delta T_{\max} = 94.9^\circ \text{ K} \rightarrow 94.9^\circ \text{ C}$$

Se supuso una temperatura superficial del disco de freno de  $25^\circ \text{ C}$ , por tanto la temperatura final del disco será de:

$$(94.9 + 25)^\circ \text{ C} = 119.9^\circ \text{ C}$$

#### **4.11 Cálculo de fuerza de presión ejercida sobre el disco de freno y el pedal de freno.**

Para que el vehículo se detenga es necesario ejercer una determinada fuerza sobre el disco de freno, esta fuerza se puede determinar a partir de la ecuación 10 despejando el factor “ $p$ ”. El factor “ $\mu$ ” representa el coeficiente de roce promedio

entre el disco y la pastilla de freno, este valor varia con la temperatura de los elementos en contacto, es por esto que se estima un valor promedio que equivale a 0.4.

$$q_{total} = \mu * p * |V_p| \quad (5)$$

$$p = \frac{q_{total}}{\mu * |V_p|}$$

$$p = \frac{9421951.4 W/m^2}{0.4 * |7.89 m/s|}$$

$$p = 3052712.3 N/m^2 \rightarrow Pa$$

Al multiplicar el área de la pastilla por la presión obtenida, podemos obtener la fuerza resultante del sistema de freno ( $F_{sistema}$ ).

$$F_{sistema} = 3052712.3 N/m^2 * 0.00354603 m^2$$

$$F_{sistema} = 10825 N$$

La fuerza total del sistema es la resultante de la multiplicación de los elementos del sistema de freno, tales como el torque del pedal del freno, el servo freno y el cilindro maestro Tandem.

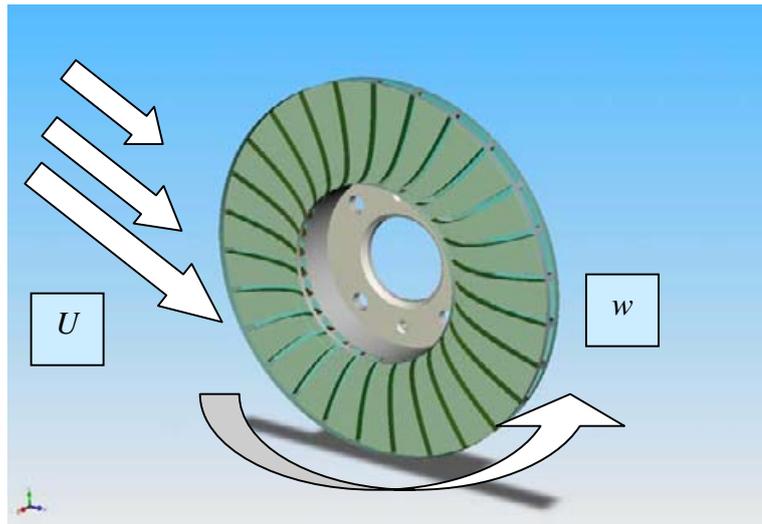
Haciendo una estimación del aumento de potencia que genera cada uno de estos elementos, en base a la Fig. 2.6 es posible obtener la fuerza que se ejerce sobre el pedal de freno ( $F_{pedal}$ ). El torque del pedal aumenta la fuerza ejercida sobre el pedal en 4.5 veces la fuerza inicial aplicada al pedal de freno, el servo freno aumenta 8.5 veces la fuerza que sale del torque del pedal y el cilindro maestro tandem aumenta 5 veces la fuerza del servo freno, por tanto:

$$F_{pedal} = \frac{1103.4668kg}{4.5 * 8.5 * 5} = 5.4092kg \rightarrow 53.06N$$

La fuerza del pedal es la fuerza que el propio conductor debe suministrar al sistema, para que el sistema llegue a generar una presión de  $49.78 kg/cm^2$  sobre el disco de freno.

#### 4.12 Cálculo de los factores de convección que afectan a los discos de freno.

Los discos de freno presentan dos tipos de movimientos al momento de desempeñar su función: rotación ( $w$ ), que es producido por el par del motor y transmitido a los ejes de las ruedas y la traslación ( $U$ ) que la produce la velocidad que lleva el automóvil al desplazarse.

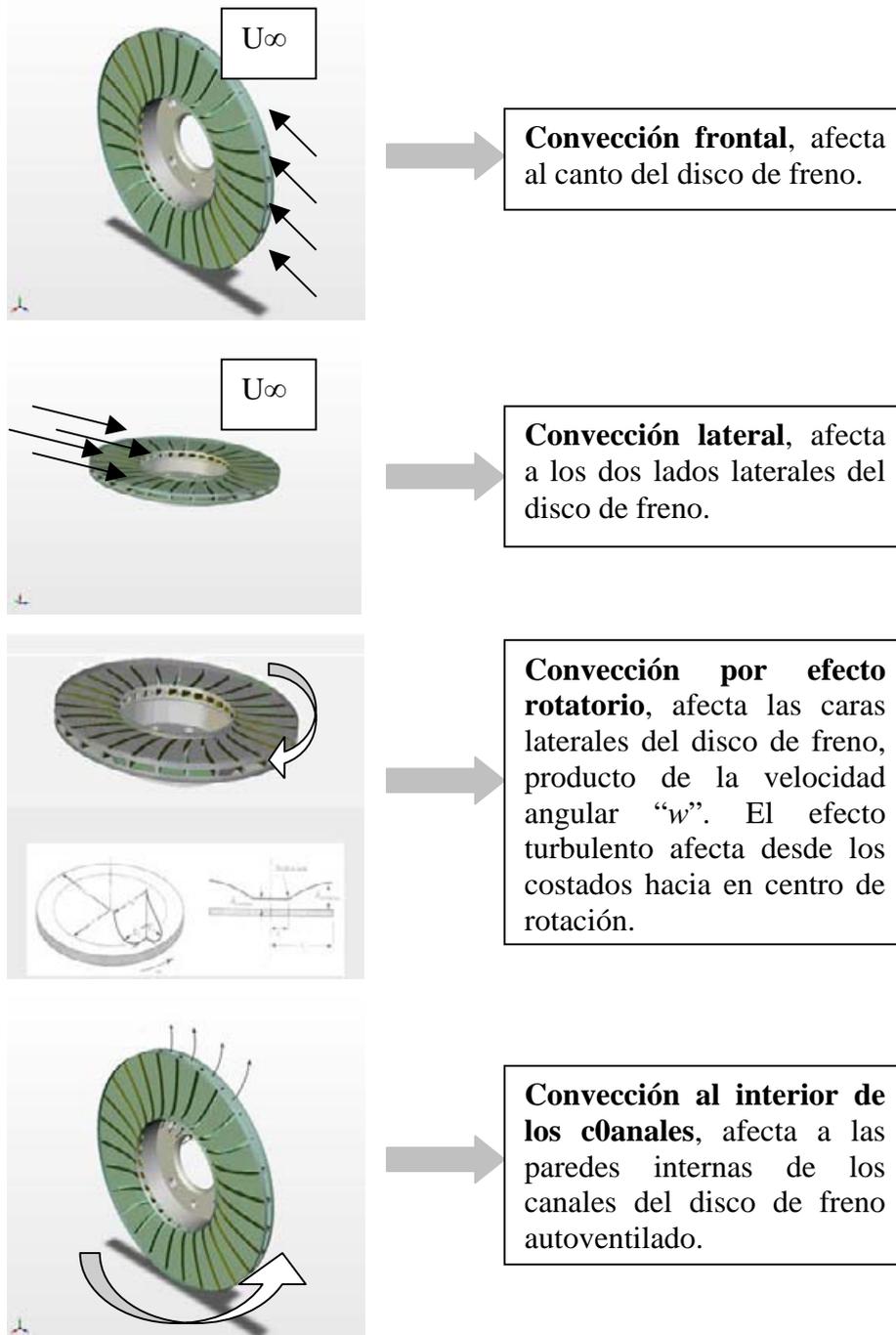


**Fig. 4.5:** Esquema de velocidades que afectan a los discos de freno.

Se analizaron los distintos tipos de convecciones que se presentan en los discos de freno, en función de la superficie de contacto con el aire que los rodea, según KREITH (2001).

Los tipos de convecciones que se producen en los discos de freno son:

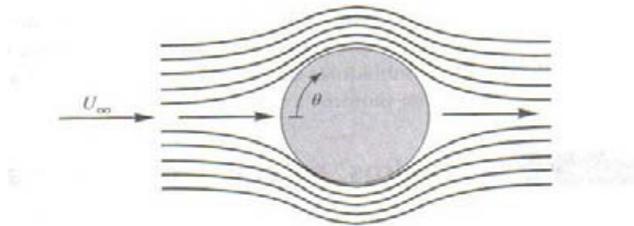
- Convección frontal.
- Convección lateral.
- Convección por efecto rotatorio.
- Convección al interior de los canales.



**Fig. 4.6:** Convecciones que afectan a los discos de freno.

#### 4.12.1 Convección frontal para discos Macizo y Autoventilado.

Los patrones de flujo alrededor de cilindros sufren una serie de cambios a medida que se incrementa el número de Reynolds. Como la transferencia de calor depende en gran medida del flujo, se considera primero el efecto del número de Reynolds sobre el flujo y luego se interpretarán los datos de transferencia de calor.



**Fig. 4.7:** Flujos alrededor de un cilindro.

Es posible determinar el coeficiente local de transferencia de calor en función del ángulo “ $\theta$ ”. Según HILPERT (1933): “*no es de gran relevancia conocer el coeficiente de transferencia de calor local, ya que solo basta con conocer el coeficiente promedio que viene dado por la ecuación*”:

$$\overline{Nu}_D = \frac{\overline{h}_f * D}{\lambda} = C \left( \frac{U_\infty * D}{\nu} \right)^m * Pr^n \left( \frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0.25} \quad (24)$$

Donde:

$\overline{Nu}_D$  : Numero de Nusselt. [Adimensional]

$\overline{h}_f$  : Coeficiente de convección promedio. [ $W/m^2 K$ ]

$D$  : Diámetro exterior del disco de freno. [ $m$ ]

$\lambda$  : Conductividad térmica del aire. [ $W/mK$ ]

$U_\infty$  : Velocidad del aire. [ $m/s$ ]

$m, n, C$  : Coeficientes obtenidos a partir del Reynolds y Prandtl.

$Pr_s$  : Coeficiente de Prandtl en función del disco de freno. [adimensional]

$\nu$  : Viscosidad cinemática del aire. [ $m^2/s$ ]

Los factores  $C, m$  están en función del número de Reynolds ( $Re_D$ ):

$Re_D$	$c$	$m$
1-40	0.75	0.4
40-1 *10 <sup>3</sup>	0.51	0.5
1*10 <sup>3</sup> -2*10 <sup>5</sup>	0.26	0.6
2*10 <sup>5</sup> -1*10 <sup>6</sup>	0.076	0.7

Para números de Prandtl menores a 10,  $n = 0.37$  y con números de Prandtl superiores a 10,  $n = 0.36$ .

El número de Reynolds está determinado por la ecuación:

$$Re = \frac{U_{\infty} * D}{\nu} \quad (25)$$

Donde:

$Re$  : Número de Raynolds. [Adimensional]

$U_{\infty}$  : Velocidad del aire. [ $m/s$ ]

$D$  : Diámetro del disco de freno. [ $m$ ]

$\nu$  : Viscosidad cinemática del aire. [ $m^2/s$ ]

#### 4.12.1.1 Cálculo del factor de convección frontal.

Para el desarrollo de esta ecuación se tomarán los datos de los cálculos anteriores: velocidad del automóvil (50 km/h); temperatura del medio en el cual se desplaza el automóvil (20<sup>0</sup> C), además se considerará: temperatura superficial del disco 25<sup>0</sup> C y la altura a la cual se encuentra el automóvil (nivel del mar).

- Calculo del factor de convección periférica.

Número de Reynolds según la ecuación 27 para el diámetro externo de los discos de freno.

$$Re_D = \frac{13.88 m/s * 0.262 m}{15.7 \times 10^{-6}} = 231776.4$$

Como el número de “ $Re_D$ ” se encuentra en el ultimo intervalo los valores de  $C$  y  $m$  son: 0.076 y 0.7 respectivamente.

El número de “ $Pr$ ” para el aire a 20°C es de 0.71, por lo que el valor para  $n$  será de 0.37.

El número de Prandtl para la superficie ( $Pr_s$ ) a 25°C es de 0.71.

Despejando el coeficiente de convección de la ecuación 24 se obtiene el valor para el diámetro externo del los discos de freno:

$$\bar{h}_f = C \left( \frac{U_\infty * D}{\nu} \right)^m * Pr^n \left( \frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0.25} * \frac{\lambda}{D}$$

$$\bar{h}_f = 0.076 \left( \frac{13.88 \text{ m/s} * 0.262 \text{ m}}{15.7 * 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} \right)^{0.7} * 0.71^{0.37} \left( \frac{0.71}{0.71} \right)^{0.25} * \frac{0.0251 \text{ W/mK}}{0.262 \text{ m}}$$

$$\bar{h}_{f(\text{periférica})} = 36.4 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

- Calculo del coeficiente de convección para la campana.

Número de Reynolds según la ecuación 27, para la parte externa de la campana.

$$Re_D = \frac{13.88 \text{ m/s} * 0.150 \text{ m}}{15.7 * 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 132611.4$$

Como el número de “ $Re_D$ ” se encuentra en el tercer intervalo, los valores de  $C$  y  $m$  son: 0.26 y 0.6 respectivamente.

El número de “ $Pr$ ” para el aire a 20°C es de 0.71, por lo que el valor para  $n$  será de 0.37.

El número de Prandtl para la superficie ( $Pr_s$ ) a 25°C es de 0.71.

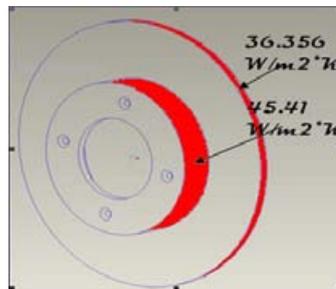
Despejando el coeficiente de convección de la ecuación 24 se obtiene el valor para el diámetro externo de la campana de los discos de freno:

$$\bar{h}_f = C \left( \frac{U_\infty * D}{\nu} \right)^m * Pr^n \left( \frac{Pr}{Pr_s} \right)^{0.25} * \frac{\lambda}{D}$$

$$\bar{h}_f = 0.26 \left( \frac{13.88 m/s * 0.15 m}{15.7 * 10^{-6} m^2/s} \right)^{0.6} * 0.71^{0.37} \left( \frac{0.71}{0.71} \right)^{0.25} * \frac{0.0251 W/mK}{0.262 m}$$

$$\bar{h}_{f(campana)} = 45.4189 W/m^2 K.$$

Los valores obtenidos corresponden a la convección frontal que ocurren en la periferia y en la campana ver Fig. 4.8.



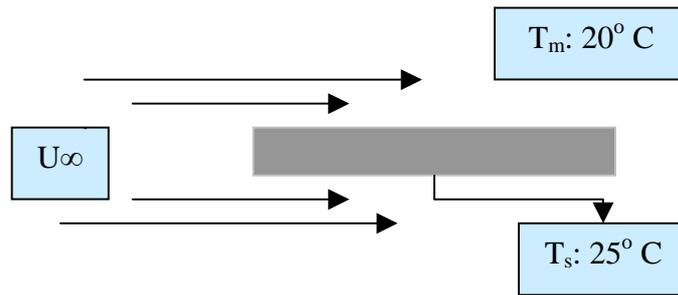
**Fig. 4.8:** Coeficientes de convección frontal.

Las convecciones frontales serán las mismas para los dos discos, ya que el diámetro externo es el mismo.

#### 4.12.2 Convección Lateral para Discos Macizo y Autoventilado.

La convección lateral ( $h_l$ ), de los discos de freno es producida por el desplazamiento lineal de los disco producto de la velocidad que lleva el vehículo. Para poder determinar el factor de convección, en las caras laterales se tratara el problema con la teoría de placas planas.

Se supondrá que el disco de freno es una placa plana cuadrada de una longitud de 0.262 m.



**Fig. 4.9:** Esquema de flujo en placas planas.

Para determinar este tipo de convección se debe calcular el Reynolds

El número de Reynolds está dado por:

$$\text{Re} = \frac{U_{\infty} * L}{\nu} \quad (26)$$

Donde:

$U_{\infty}$  : Velocidad del aire. [ m / s ]

$L$  : Longitud de la placa plana. [ m ]

$\nu$  : Viscosidad cinemática del aire. [  $m^2 / s$  ]

La viscosidad cinemática del aire va a estar en función de la temperatura relativa que está dada por:

$$Tr = \frac{T_m + T_d}{2} \quad (27)$$

Donde:

$Tr$  : Temperatura relativa del medio. [  $^{\circ} \text{C}$  ]

$T_m$  : Temperatura del medio ambiente. [  $^{\circ} \text{C}$  ]

$T_d$  : Temperatura superficial del disco. [  $^{\circ} \text{C}$  ]

Para los cálculos se utilizarán las propiedades del aire, Anexo A en función de la temperatura relativa (Tr).

Si el número de Reynolds es menor a 500000, se estará frente a un régimen laminar, despejando el factor de convección del número de Nusselt para régimen laminar se obtiene la siguiente ecuación:

$$h_l = 0.664 \frac{\text{Re}^{0.5} * \text{Pr}^{1/3} * \lambda}{L} \quad (28)$$

Donde:

Re : Número de Reynolds. [Adimensional]

Pr : Numero de Prandtl se encuentra en función de la Tr. [Adimensional]

$\lambda$  : Conductividad térmica. [W/mK ]

L : Longitud de la placa [m]

#### 4.12.2.1 Cálculo del Coeficiente de Convección Lateral.

La temperatura del medio es de  $20^\circ C$  y la temperatura del disco de freno es de  $25^\circ C$  por tanto la temperatura relativa según la ecuación 27 es:

$$Tr = \frac{(25 + 20)^\circ C}{2} = 22.5^\circ C$$

Las propiedades del aire a esta temperatura según el Anexo A serán:

- Viscosidad cinemática ( $\nu$ ) a Tr: 0.0000157. [ $m^2/s$ ]
- Número de Prandtl (Pr) a Tr: 0.71. [adimensional]
- Conductividad térmica ( $\lambda$ ) a Tr: 0.0251. [W/mK ]

El número de Reynolds está dado por la ecuación 26, cabe señalar que la velocidad del aire es de 13.89 m/s, por lo que el número de Reynolds es:

$$\text{Re} = \frac{13.89 \text{ m/s} * 0.262 \text{ m}}{0.0000157 \text{ m}^2/\text{s}} = 231776.4$$

Como el valor del número de “Re” es menor a 500000, el régimen que afecta la cara lateral es de carácter laminar y se rige por la ecuación 28, por lo tanto el coeficiente de convección es:

$$h_l = 0.664 \frac{231776.36^{0.5} * 0.71^{1/3} * 0.0251 \text{ W/mK}}{0.262 \text{ m}} = 27.3208 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

#### 4.12.3 Convección por efecto giratorio ( $\bar{h}_g$ ) del disco de freno.

Al igual que los casos anteriores, la transferencia de calor se calcula a partir del número de Reynolds (Re) que está dado por:

$$\text{Re}_w = \frac{D^2 * w}{\nu} \quad (29)$$

Si el Reynolds esta por debajo de  $10^6$ , el flujo es de carácter laminar, para este tipo de flujo, el Nusselt promedio para un disco que gira en aire es:

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}_g * D}{\lambda} = 0.36 \left( \frac{w * D^2}{\nu} \right)^{0.5} \quad (30)$$

Donde:

$\bar{h}_g$  : Coeficiente de transferencia de calor promedio. [ $\text{W/m}^2 \text{ K}$ ]

$D$  : Diámetro del disco de freno. [ $\text{m}$ ]

$\lambda$  : Conductividad térmica. [ $\text{W/mK}$ ]

$w$  : Velocidad angular. [ $\text{rad/s}$ ]

$\nu$  : Viscosidad cinemática. [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]

#### 4.12.3.1 Cálculo de coeficiente de convección por el efecto giratorio ( $\bar{h}_g$ )

El número de Reynolds esta en función del diámetro, la velocidad angular del disco y la viscosidad cinemática que tienen como valores respectivamente: 0.262 m; 58.85 rad/s y 0,0000157 m<sup>2</sup>/s. Por tanto el número de Reynolds según la ecuación 29 es:

$$Re_w = \frac{0.262^2 m^2 * 58.85 rad/s}{0.0000157 m^2/s} = 257305.9$$

Como el número de Reynolds resulto ser menor que 1000000, se trata de un flujo de tipo laminar, despejando de la ecuación 30 el coeficiente de transferencia de calor queda:

$$\bar{h}_g = 0.36 \left( \frac{w * D^2}{\nu} \right)^{0.5} \frac{\lambda}{D}$$

$$\bar{h}_g = 0.36 \left( \frac{58.85 rad / s * (0.262m)^2}{0.0000157 m^2 / s} \right)^{0.5} * \frac{0.0251 W / mK}{0.262m} = 17.5 W / m^2 K$$

#### 4.12.4 Convección en los canales del disco de freno autoventilado.

Para realizar este cálculo, lo primero que hay que determinar son las velocidades de entrada y salida del aire en los canales internos del disco de freno autoventilado. Como todos los canales poseen la misma geometría sólo se realizó el cálculo para uno de ellos.

El cálculo de las velocidades se hizo en base al libro “Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas” de autor Claudio Mataix, y se basará en la teoría de ventiladores radiales.

El cálculo del caudal se obtiene de la siguiente formula:

$$Q = \pi * b_1 * D_1 * C_{1m} \quad (31)$$

Donde:

$Q$ : Caudal de aire del interior del álabe [  $m^3/s$  ]

$b_1$ : Ancho del rodete a la entrada del flujo. [m]

$D_1$ : Diámetro interno.[m]

$C_{1m}$ : Componente meridional de la velocidad absoluta del fluido a la entrada del canal. [  $m/s$  ]

En los ventiladores de tipo radial la velocidad absoluta del fluido corresponde al mismo valor que la componente meridional de la velocidad absoluta del fluido de entrada por lo tanto:

$$C_1 = C_{1m} \quad (32)$$

Con el cálculo de las velocidades de entrada y salida en los álabes se determinará el coeficiente de convección de los canales, mediante la teoría de ductos cortos KREITH (2001).

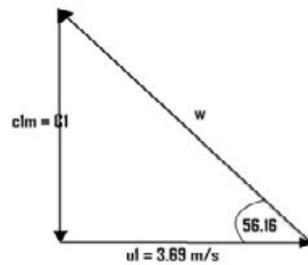
#### 4.12.4.1 Cálculo de la velocidad de entrada y salida del canal.

La máxima velocidad angular ( $w$ ) que se genera a  $50 km/h$  es de  $58.86 rad/s$ , el radio interno ( $r_i$ ) del disco de freno es de  $0.06265 m$ .

La velocidad absoluta del alabe ( $u_1$ ) a la entrada, esta dada por:

$$u_1 = w * r_i \quad (33)$$

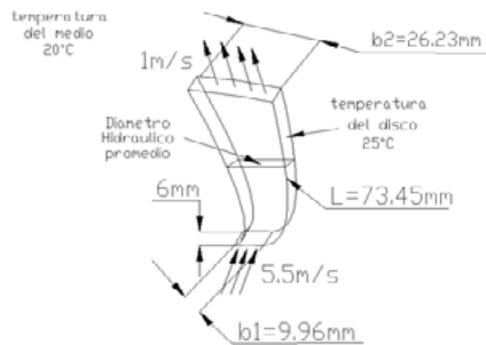
$$u_1 = 58.86 rad/s * 0.06265 m = 3.69 m/s$$



**Fig. 4.10:** Triangulo de velocidades a la entrada del álabe.

El disco de freno, tiene un rodete de tipo radial es por esto que:

$$C_1 = C_{1m} = u_1 \tan 56.16 = 5.5 \text{ m/s}$$



**Fig. 4.11:** Diagrama de un alabe del disco de freno autoventilado.

Una vez conocida la velocidad del flujo a la entrada, es posible establecer el caudal que circula por el canal, por medio de la ecuación 31, el valor de  $b_1$  y  $b_2$  se obtienen de la Fig. 4.11, siendo  $b_1 = 9.96 \text{ mm}$  y  $b_2 = 26.23 \text{ mm}$  el espesor del canal, además el ancho del canal será constante ( $6 \text{ mm}$ ).

Las dimensiones y los ángulos de entrada fueron obtenidas mediante el software Pro Engineer.

$$Q = \pi * 0.00996 \text{ m} * 0.1253 \text{ m} * 5.5 \text{ m/s} = 0.02156 \text{ m}^3 / \text{s}$$

De acuerdo a la ecuación de continuidad el caudal a lo largo del tubo es el mismo, lo que varia es la velocidad, por tanto:

$$Q = \pi * b_2 * D_2 * C_{2m} \quad (34)$$

Despejando de la ecuación 34 la velocidad del fluido a la salida ( $C_{2m}$ ), queda:

$$C_{2m} = \frac{Q}{\pi * b2 * D2} = \frac{0.02156m^3 / s}{\pi * 0.02623m * 0.262m} = 1m / s$$

Una vez obtenida las velocidades de entrada y de salida, así como la longitud del canal, es posible determinar el coeficiente de convección dentro de los canales.

#### 4.12.4.2 Cálculo del coeficiente convectivo en el interior de los canales.

Producto del cambio de sección el coeficiente de convección no será igual en toda la longitud del canal, por lo tanto se trabajará con una velocidad promedio ( $\overline{v_c}$ ) y un diámetro hidráulico promedio ( $\overline{D_H}$ ).

$$\overline{v_c} = \frac{C_{1m} + C_{2m}}{2} = (5.5m / s + 1m / s) * 0.5 = 3.25m / s$$

El diámetro hidráulico promedio esta dado por:

$$\overline{D_H} = \frac{D_{H_E} + D_{H_S}}{2} \quad (35)$$

Donde:

$D_{H_E}$  : Diámetro hidráulico de entrada. [m]

$D_{H_S}$  : Diámetro hidráulico de salida. [m]

El diámetro hidráulico se define como “Cuatro veces el cociente entre el área de la sección transversal del flujo y el perímetro húmedo”.

Por tanto según las dimensiones de entrada y salida de la Fig. 4.11 se tiene que:

$$D_{H_E} = 4 \frac{10.5mm * 6mm}{2(10.5mm + 6mm)} = 7.636mm = 0.00764m$$

$$D_{H_s} = 4 \frac{26.43mm * 6mm}{2(26.43mm + 6mm)} = 9.77983mm = 0.00978m$$

El diámetro hidráulico promedio es:

$$\overline{D_H} = \frac{0.00764m + 0.00978m}{2} = 0.00871m$$

Cálculo del Reynolds, donde, la viscosidad cinemática y la densidad corresponden al aire, que se encuentran a una temperatura de 20° C, estas propiedades aparecen en el Anexo B, por tanto:

$$Re_{D_H} = \frac{\overline{v_c} * \overline{D_H} * \rho}{\mu} \quad (36)$$

$$Re_{D_H} = \frac{3.25m/s * 0.00871m * 1.164kg/m^3}{18.24 \times 10^{-6} N * s/m^2} = 1806.5$$

El Reynolds resultante es para flujo de tipo laminar.

Para corregir la variación de las propiedades debido a los gradientes de temperatura, Kays y London sugirieron que el número de Nusselt se multiplique por el factor de corrección de temperatura  $((T_b/T_s)^n)$  que se muestra a continuación KRAITH (2001).

$$\overline{Nu}_D = \overline{Nu}_{D, Fig. 4.12} \left( \frac{T_b}{T_s} \right)^n \quad (37)$$

Donde:

$\overline{Nu}_D$  : Factor de Nusselt corregido. [adimensional]

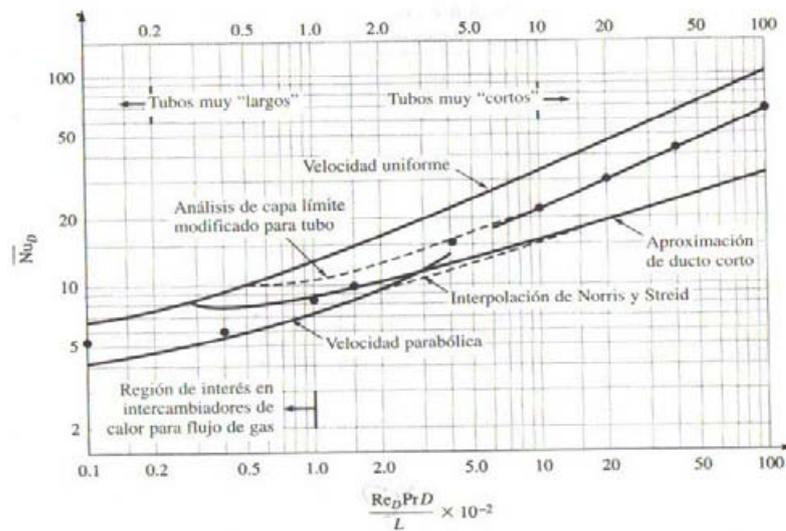
$\overline{Nu}_{D, Fig. 4.12}$  : Factor de Nusselt. [adimensional]

$T_b$  : Temperatura en el interior del fluido (20°C)

$T_s$  : Temperatura en la superficie del disco (25°C)

$n$  : Factor para enfriamiento. (0.08)

Para calcular el factor de Nusselt corregido, se debe determinar  $\overline{Nu}_{D, Fig 4.12}$  que se obtiene de la Fig. 4.12.



**Fig. 4.12:** Número de Nusselt, para régimen laminar, KREITH (2001).

Donde:

$$\frac{Re_{D_H} * Pr * D * 10^{-2}}{L} = \frac{1806.46 * 0.71 * 0.00871m * 10^{-2}}{0.07345m} = 1.57$$

Utilizando el valor 1.57 y la curva para la aproximación de tubos cortos en el Fig. 4.12, se obtiene el valor:

$$\overline{Nu}_{D, Fig 4.12} = 9$$

Por tanto el factor de Nusselt corregido es:

$$\overline{Nu}_D = \frac{h_i * D_H}{\lambda} = \overline{Nu}_{D, Fig 4.12} \left( \frac{T_b}{T_s} \right)^n = 9 \left( \frac{20^\circ C}{25^\circ C} \right)^{0.08} = 8.84$$

Despejando el factor de convección interno ( $h_i$ ) de la ecuación anterior se tiene:

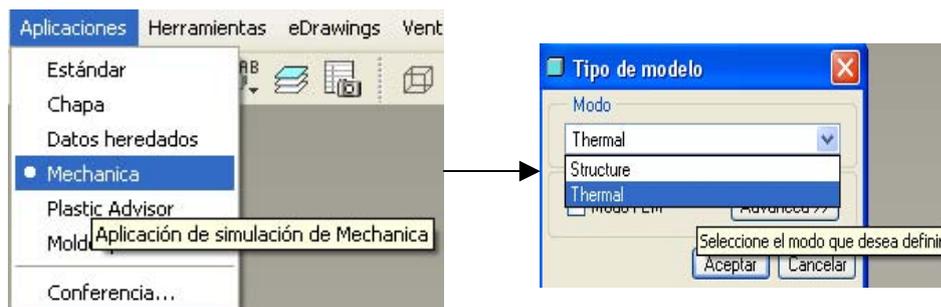
$$h_i = \frac{\lambda * \overline{Nu}_D}{D_H} = \frac{0.0251W/m^\circ K * 8.84076}{0.00871m} = 25.476W/m^2 \circ K$$

## 5. ANÁLISIS TERMOMECÁNICO DE LOS DISCOS DE FRENOS, MEDIANTE EL SOFTWARE PRO ENGINEER.

### 5.1. Análisis térmico en régimen transiente.

El análisis en el Software Pro Engineer, tiene por objetivo modelar el comportamiento termomecánico de dos distintos discos de freno, bajo las mismas cargas térmicas y estructurales, para luego compararlos entre si.

Los discos de freno fueron creados en el software Pro Engineer , basándose en la geometría de los discos de freno de un automóvil Nissan V16, una vez modelada la geometría de estos, se exportaron por medio del sistema integrado que ofrece Pro Engineer, a la opción Mecánica, que esta ubicada en el menú: Aplicaciones > Mecanica > modo Thermal, ver Fig. 5.1.



**Fig. 5.1:** Menú colgante de Aplicaciones opción Mecanica.

El análisis de tipo Thermal, al igual que el modo Structure requiere definir las condiciones de borde que caracterizaran el análisis:

#### 5.1.1 Condiciones de borde:

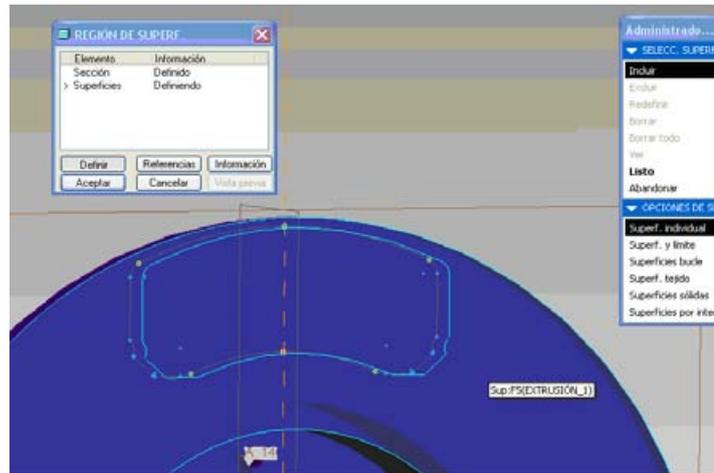
##### a) Creación de superficies ficticias.

Las superficies a las cuales se aplicarán las cargas en los discos de freno, corresponden al área de contacto entre el material de fricción (pastillas de freno) y el disco de freno, estas superficies ficticias son creadas a partir del icono de la Fig 5.2. Este ícono permite crear y/o copiar superficies, para luego proyectarlas sobre las

superficies deseadas, la Fig 5.3 muestra la proyección de la superficie de fricción sobre una de las caras de la pista.



**Fig. N° 5.2:** Icono de Pro Engineer para simular superficies.



**Fig. 5.3:** Área del material de fricción proyectada sobre los discos de freno.

**b) Definición de carga de calor e intervalos de tiempo.**

Las cargas térmicas son fuentes de calor aplicadas al modelo. Para el caso de los discos de freno corresponde a la carga de calor producida por el trabajo de roce.

La energía cinética que disipa un disco de freno ( $E$ ) a una velocidad de  $50\text{km/hr}$ , con una masa de  $1250\text{kg}$  es de  $50862.63\text{J}$ . Esta energía dividida por el tiempo que lleva detener el automóvil, en un suelo seco y con una adherencia al piso de  $80\%$  es de  $1.52\text{s}$ , determina la carga térmica a disipar a través del disco de freno:

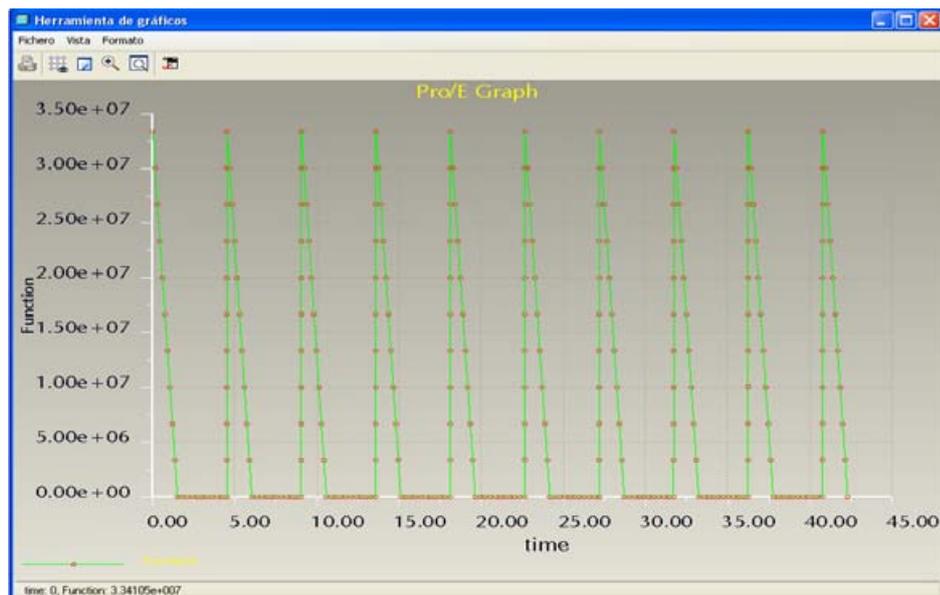
$$\frac{q}{t} = \frac{50862.63021\text{J}}{1.52\text{s}} = 33410.0522\text{W} \rightarrow 33410522.46\text{mW}$$

Como el análisis es de carácter transiente se crearon diez ciclos de frenado para la misma carga térmica, que tendrán un intervalo de 3 segundos entre cada ciclo. Este procedimiento se basa en métodos discutidos por VOLVANO & LEE (2000). El tiempo y las cargas térmicas pueden verse en la siguiente Tabla:

**Tabla 5.1:** Cuadro de valores de carga v/s tiempo.

Tiempo	<i>mW</i>	Tiempo	<i>mW</i>	Tiempo	<i>mW</i>
0	33410522,5	15.11	0	31.70	0
1,52	0	18.11	0	31.71	33410522,5
4.52	0	18.12	33410522,5	33.23	0
4.53	33410522,5	19.64	0	36.23	0
6.05	0	22.64	0	36.24	33410522,5
9.05	0	22.65	33410522,5	37.76	0
9.06	33410522,5	24.17	0	40.76	0
10.58	0	27.17	0	40.77	33410522,5
13.58	0	27.18	33410522,5	42.29	0
13.59	33410522,5	28.70	0		

La Fig. 5.4 grafica la carga de calor v/s tiempo para los diez ciclos de frenado de 50km/h a 0km/h en 1.52 segundos presentados en la tabla anterior.

**Fig. 5.4:** Grafico de Carga calórico v/s Tiempo.

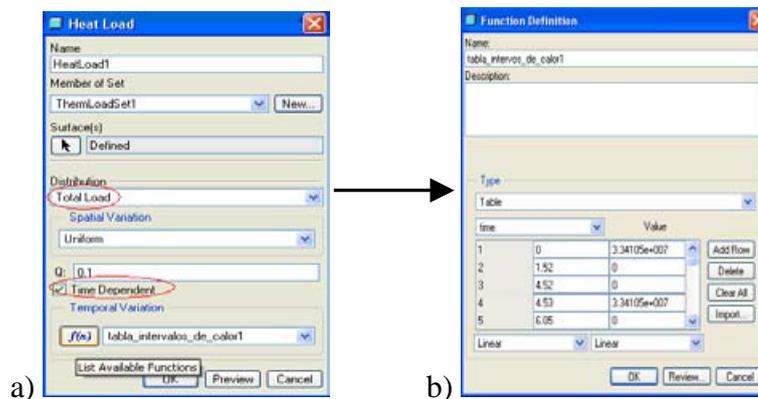
Los valores de la Tabla 5.1 se introdujeron al software, en el cuadro de diálogo Cargas de Calor, por medio del siguiente icono:

**Fig. 5.5:** Ícono para crear una nueva carga de calor en una superficie.

En el cuadro de diálogo “Carga térmica” (Heat Load), se considera que la distribución de carga es uniforme y depende del tiempo Fig. 5.6 a).

Pro Engineer interpreta la carga calórica en función del tiempo de dos maneras: por medio de funciones o por medio de tablas.

El método utilizado fue mediante la creación de una tabla, los valores ingresados al software se encuentran en la Tabla 5.1 como se puede apreciar en la Fig. 5.6 b).



**Fig. 5.6.** a) Cuadro de diálogo de Carga térmica; b) Cuadro de creación de tablas térmicas.

El cuadro de cargas fue aplicada al disco de freno en las superficie ficticia creada.

### c) Definición de condiciones limites.

Las condiciones limites ocurren en donde el calor es disipado del disco de freno al medio que lo rodea, por medio de la convección.

Los discos de freno tienen distintos tipos de convecciones en sus superficies producto de los movimientos que se ven enfrentados (rotación y traslación). El disco de freno macizo presenta tres tipos distintos de convección (frontal, lateral y por revolución) y el disco de freno autoventilado presenta cuatro tipos de convecciones (frontal, lateral, por revolución y la conducción al interior de los canales mecanizados).

Las unidades del coeficiente de convección que se deben ingresar al Software son:

$$(W / m^2 K) * 10^3 \rightarrow mW / m^2 K$$

Valores de convección para cada disco:

- Disco de freno macizo:

Convección frontal (periférica):  $0.036356 mW / m^2 K$

Convección frontal (campana):  $0.0454189 mW / m^2 K$

Convección lateral:	$0.02732 mW / m^2 K$	} $0.04481 mW / m^2 K$
Convección por revolución:	$0.01749 mW / m^2 K$	

La convección lateral y por revolución, afectan las caras laterales de los discos, es por esta razón que se suman y toman como una sola al momento de aplicarla.

- Disco de freno autoventilado:

Convección frontal (periférica):  $0.036356 mW / m^2 K$

Convección frontal (campana):  $0.0454189 mW / m^2 K$

Convección lateral:	$0.02732 mW / m^2 K$	} $0.04481 mW / m^2 K$
Convección por revolución:	$0.01749 mW / m^2 K$	

Convección interior:  $0.025476 mW / m^2 K$

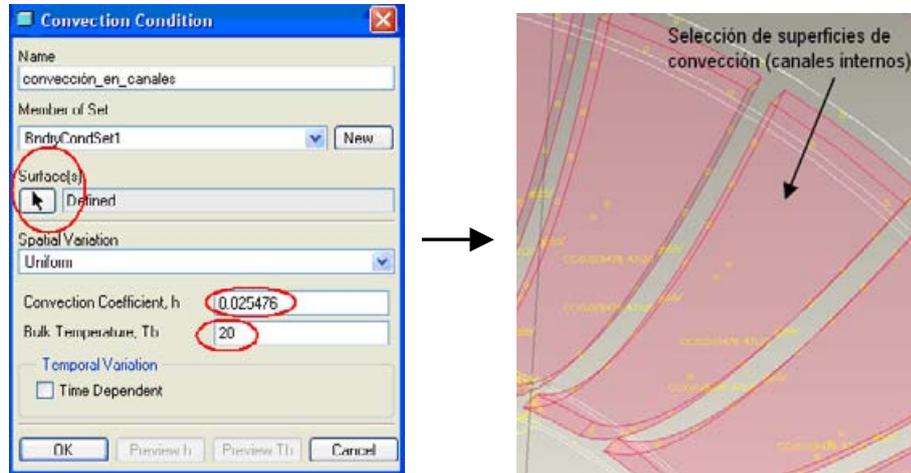
La creación de las nuevas condiciones superficiales de convección se ingresan al Software a partir del icono que aparece en la Fig. 5.7.



**Fig. 5.7:** Icono para crear nueva condición superficial de convección.

El icono anterior lleva al cuadro de diálogo de la Fig. 5.8, en el cual se define: las superficies a las cuales afecta el fenómeno de convección, el coeficiente de convección y la temperatura del medio. A modo de ejemplo se grafica las condición

de convección para los canales de ventilación de los discos de freno autoventilados en la Fig. 5.8.

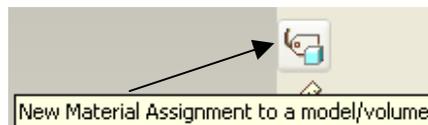


**Fig. 5.8** Cuadro de diálogo de convección en los canales del disco autoventilado.

**d)** Definición de material.

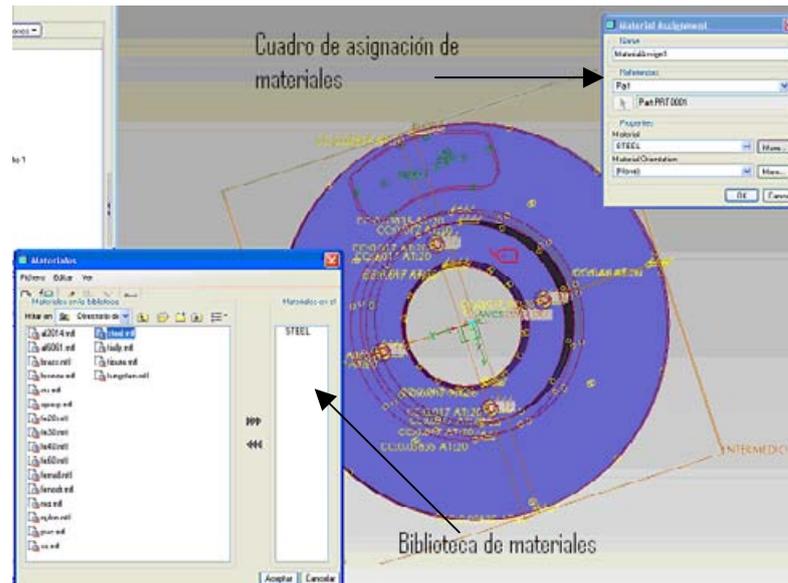
La última definición para este análisis es determinar el material del disco de freno. El material de los discos de freno para un vehículo tipo estándar es de fundición gris de grafito laminar; las propiedades físicas y estructurales de este tipo de material son de acceso exclusivo para los fabricantes, es por esta razón que se utilizó un material establecido en la librería de materiales de Pro Engineer.

La asignación del material de los discos se hace a partir del siguiente ícono:



**Fig. 5.9:** Ícono para asignación de materiales.

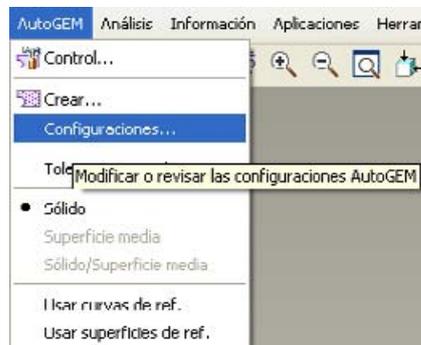
El ícono anterior a la vez lleva al cuadro de diálogo, en el cual se define el tipo de material que se desea asignar a la pieza y la selección de, el material asignado a los discos de freno será de acero (steel), ver Fig. 5.10.



**Fig. 5.10:** Cuadro de asignación de materiales.

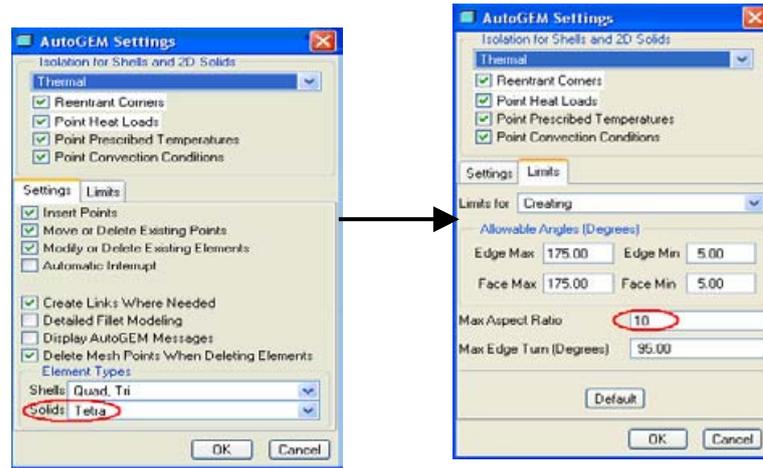
e) Discretización de los discos de freno.

Pro Engineer discretiza los discos de freno por defecto, esta discretización puede ser modificado en el menú de cascada AutoGem > Configuraciones:



**Fig. 5.11:** Menú de Cascada AutoGem.

Para este análisis se trabajó con elementos tetraedros y con un ratio máximo de un 10%, como se muestra en la Fig. 5.12.



**Fig. 5.12:** Cuadro de dialogo AutoGem.

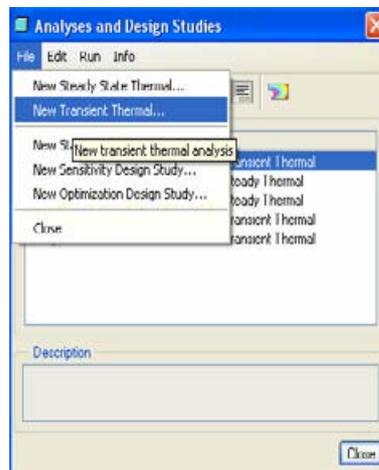
### 5.1.2. Especificaciones para el análisis térmico.

El análisis de la pieza se crea a partir del siguiente icono:



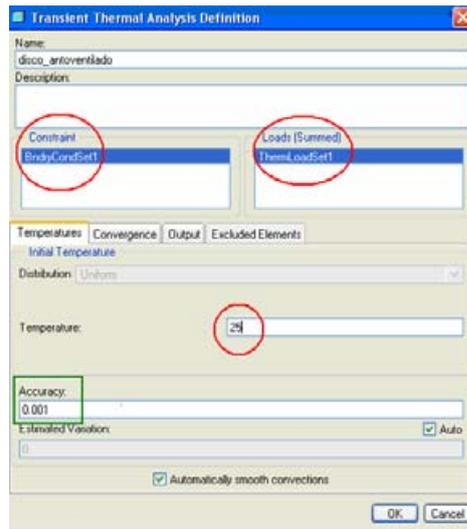
**Fig. 5.13:** Ícono de análisis.

El ícono de la Fig 5.13 lleva al cuadro de diálogo, Análisis y Diseño de Estudio. En el menú de cascada “File” se encuentran los tipos de análisis que se pueden realizar, ver Fig. 5.14.



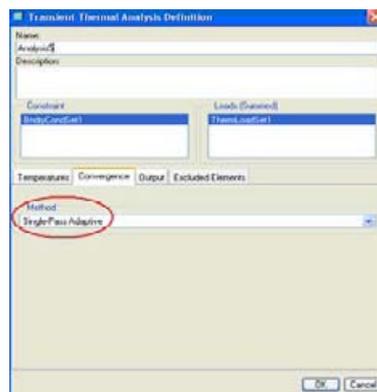
**Fig. 5.14:** Cuadro de dialogo de análisis y diseño de estudio.

El análisis térmico que se realizara será de tipo transiente. Este tipo de análisis requiere definir las condiciones de borde tales como: Set de restricciones (constraint), set de cargas (loads), temperatura superficial inicial de los discos y la exactitud del análisis (Accuracy). Pro Engineer entrega un valor por defecto de la exactitud del análisis que equivale a 0.001.



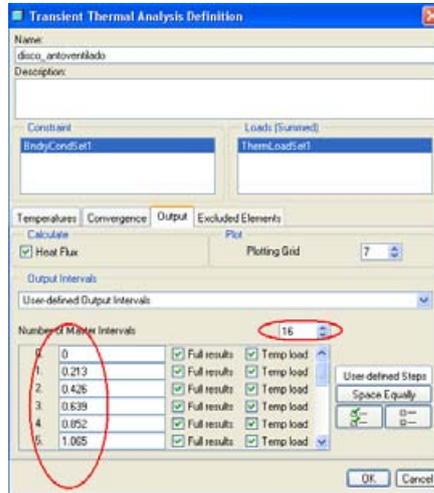
**Fig. 5.15:** Definición de condiciones de borde para el análisis.

Además de las condiciones de borde, es necesario determinar el método de convergencia, para este caso será utilizara el método Single Pass Adaptive.



**Fig. 5.16:** Método de convergencia.

Como el flujo de calor es de carácter transiente, se crearon 16 puntos de control de la temperatura, siendo el último punto de control a los 50 segundos, ver Fig. 5.17.



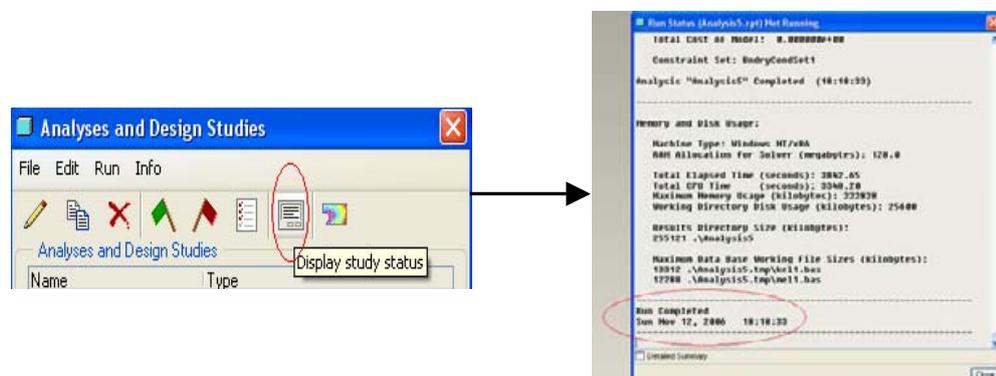
**Fig. 5.17:** Intervalos de control del análisis transiente.

Para el análisis se utiliza el ícono encerrado en el círculo de la Fig. 5.18:



**Fig. 5.18:** Ícono de inicio de análisis.

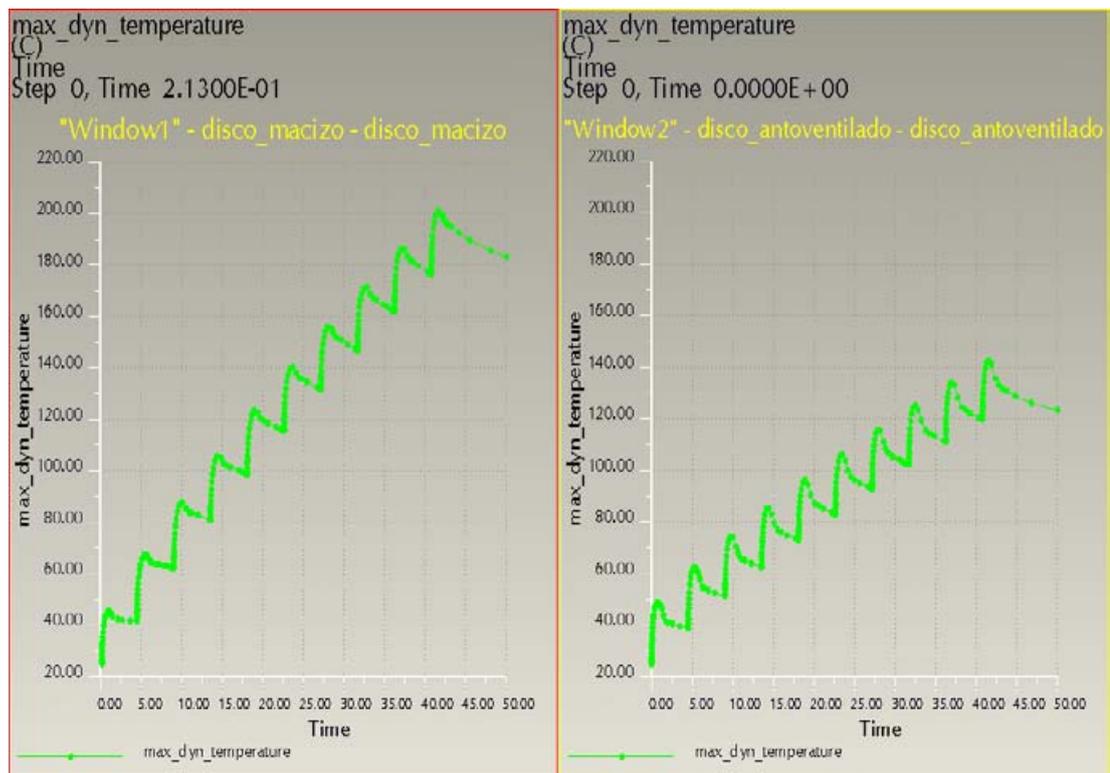
El progreso del análisis se puede ir siguiendo hasta su término, mediante el siguiente ícono:



**Fig. 5.19:** Control del análisis.

Los resultados se pueden visualizar una vez terminado el análisis (Run Complete) como se muestra en la Fig. 5.19.

El análisis de los discos de freno fue realizado con las mismas cargas y intervalos de tiempo arrojando lo siguientes gráficos:



**Fig. 5.20:** Gráficos de temperatura v/s tiempo, de los discos de freno.

En la figura anterior, el grafico de la izquierda representa el comportamiento del disco de freno macizo y el de la derecha representa el comportamiento del disco de freno autoventilado.

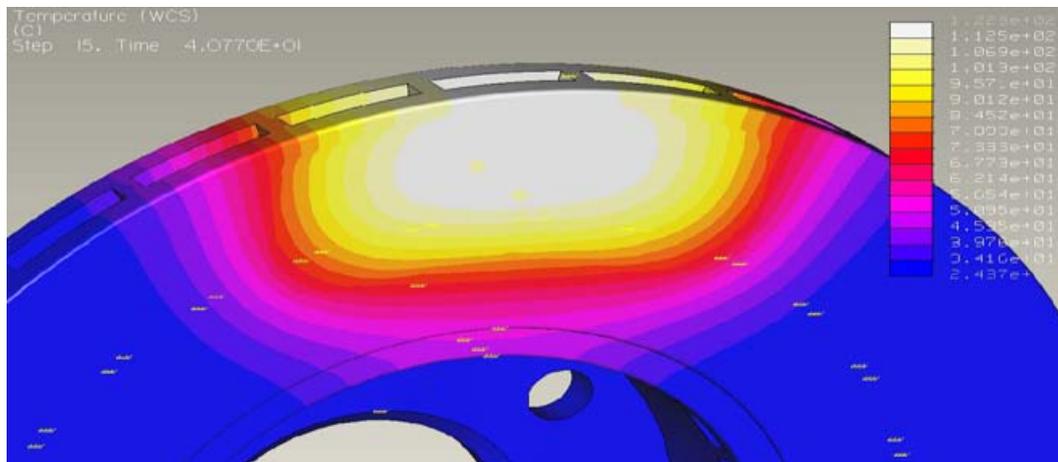
La fig. 5.20 representa el comportamiento térmico de los discos de freno para diez intervalos de frenado de 1.52 segundos cada uno, cada intervalo realiza 7 revoluciones antes de frenarse completamente, estas revoluciones son con respecto a un punto fijo dentro del disco.

**Tabla 5.2:** Cuadro de temperatura de los dos primeros intervalos de los discos.

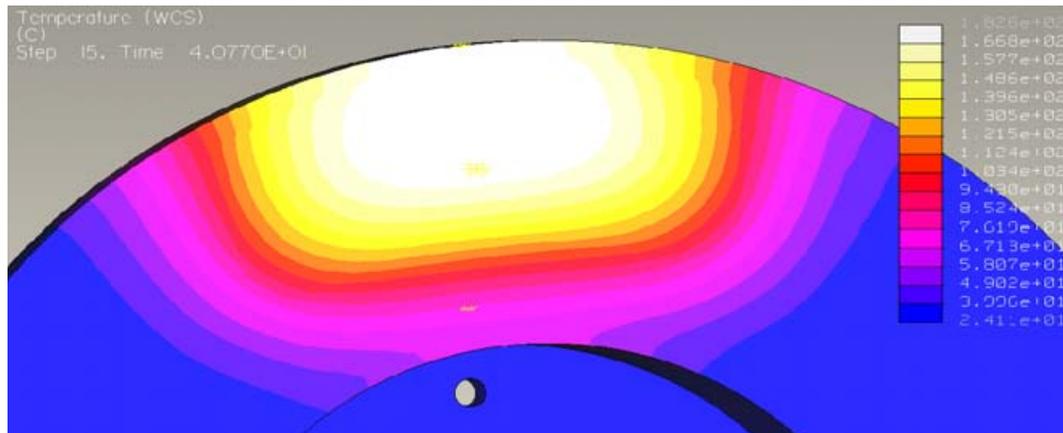
Intervalo , ciclo (I, c)	Tiempo (Seg.)	Disco Macizo (°C)	Disco Autoventilado (°C)	Intervalo ciclo (I, c)	Tiempo (Seg.)	Disco Macizo (°C)	Disco Autoventilado (°C)
1.1	0.213	43.11	42.84	2.1	4.52	47.31	39.52
1.2	0.426	47.57	47.16	2.2	4.733	64.26	55.86
1.3	0.639	50.03	48.79	2.3	4.946	69.07	60.44
1.4	0.852	51.36	48.98	2.4	5.159	71.58	62.25
1.5	1.065	51.72	48.05	2.5	5.372	72.85	62.45
1.6	1.275	51.12	46.32	2.6	5.585	73.17	61.54
1.7	1.491	49.60	43.81	2.7	5.798	72.59	59.76
				10.7	40.77	182.61	122.28

El tiempo y temperatura de revolución de los dos primeros intervalos y la última revolución está graficada en Tabla. 5.2.

Las figuras 5.21 y 5.22 representan el comportamiento térmico en el intervalo de control 16.



**Fig. 5.21:** Distribución térmica en el disco autoventilado para el décimo intervalo, ciclo número 7.



**Fig. 5.22:** Distribución térmica en el disco macizo para el décimo intervalo, ciclo número 7.

## 5.2 Análisis termomecánico en los discos de freno.

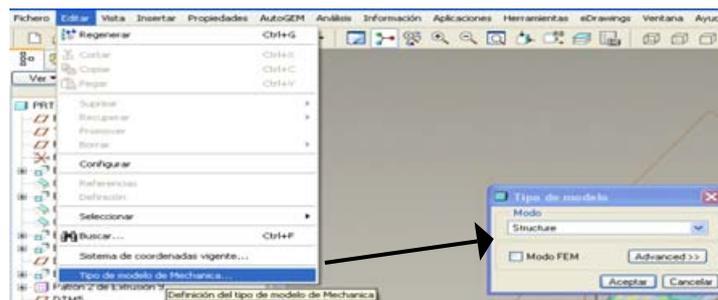
El análisis termomecánico, tiene por objetivo dejar de manifiesto las condiciones reales a las que se ve enfrentado un disco de freno al momento de frenar.

Pro Engineer permite exportar resultados, del modo Thermal al modo Structural, con el objetivo de realizar un análisis en conjunto.

### 5.2.1 Condiciones de borde.

#### a) Cambio de modelo Thermal a Structural.

El cambio de modelo tiene por objetivo realizar las restricciones de movimiento, aplicar las cargas de presión producidas por las pastillas sobre el disco y finalmente exportar las cargas térmicas del análisis transiente al modo “Estructural”. Esto se realiza por medio del menú colgante Editar > Tipo de modelo de Mecanica > Modo: Structural.



**Fig. 5.23:** Pasos para cambio de análisis Transiente a Termomecánico.

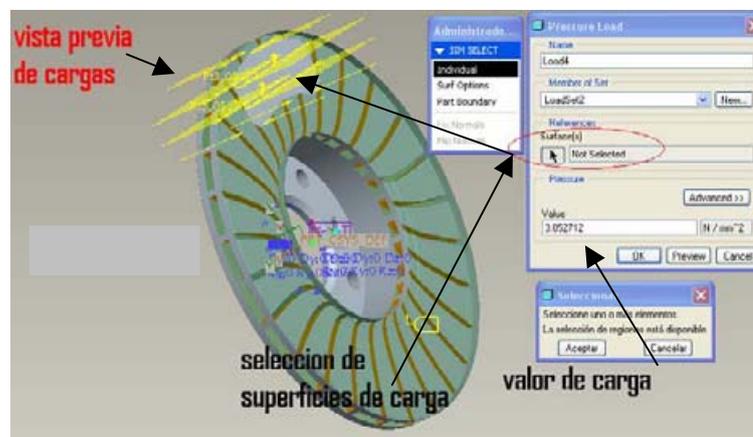
Al cambiar de modo, cambian también los iconos de cargas de Thermal a Structural manteniéndose las condiciones de borde del análisis termal.

### b) Cargas de presión.

En el capítulo cuatro punto once, se calcula la fuerza que se debe ejercer sobre los discos de freno para poder disipar  $9421951.4W/m^2$ , resultando  $3052712.3N/m^2$ . Como las unidades de longitud con las que trabaja Pro Engineer son “mm” la fuerza ejercida sobre el disco de freno hay que modificarla, resultando:

$$p = 3.0527123N/mm^2$$

La nueva carga es ingresada al Software por medio del icono  que nos lleva al siguiente cuadro de diálogo Carga de Presión (Pressure load). La superficie de carga corresponde a las mismas zonas de contacto de las pastillas de freno, en la Fig. 5.24 es posible ver el cuadro de diálogo Carga de Presión, junto con la vista previa de la carga.

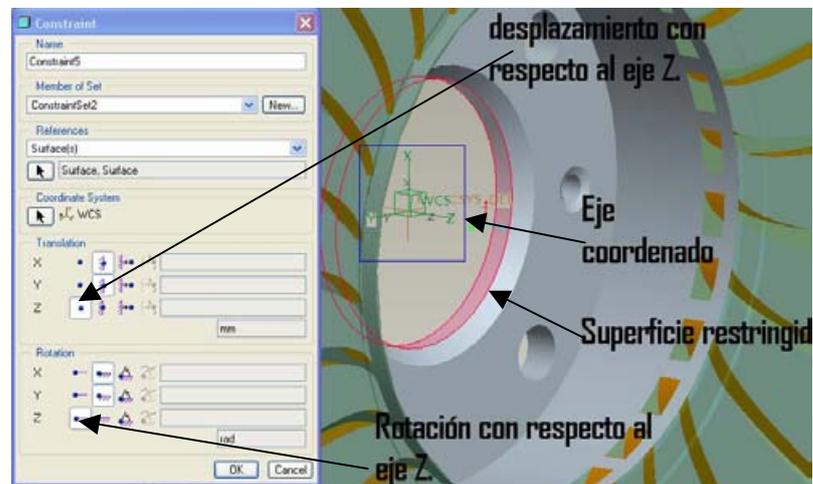


**Fig. 5.24:** Esquema del cuadro Cargas de presión.

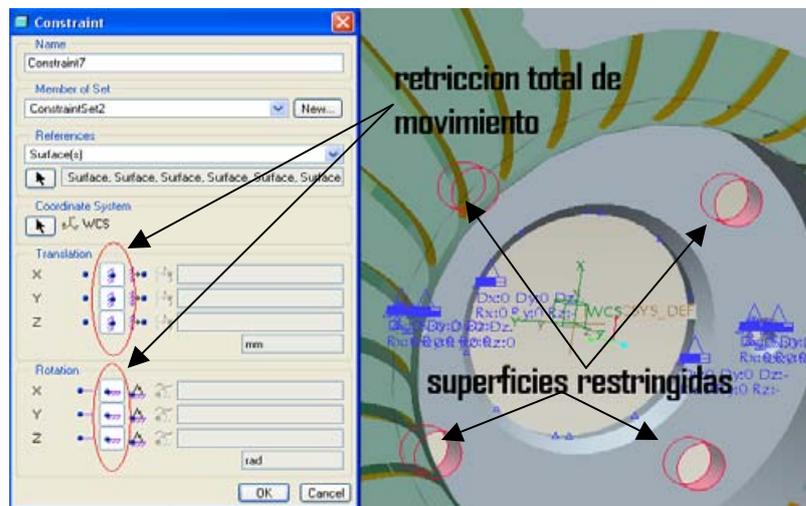
### c) Restricciones de movimiento.

Los discos de freno van unidos a los ejes de los vehículos al igual que las ruedas. Los discos de freno tienen distintos tipos de restricciones según los tipos de uniones que presente al disco, estas restricciones se realizan por medio del icono .

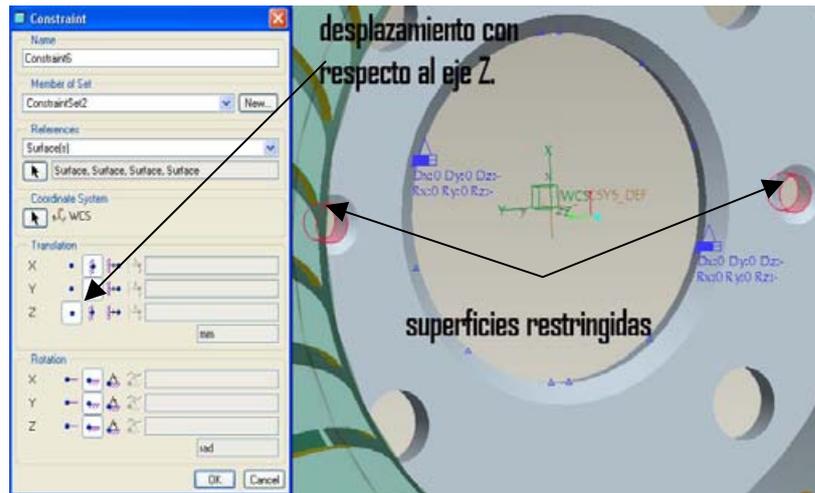
El disco de freno macizo va unido al eje en dos partes: al eje central y a los pasadores de donde se alojan los pernos y el autoventilado va unido al eje en tres partes: al eje central, en los pernos y en los pasadores. Las restricciones, de traslación y rotación de los distintos acoples se muestran en las figuras 5.25; 5.26 y 5.27:



**Fig. 5.25.** Grado de libertad del eje centra de los discos macizo y autoventilado.

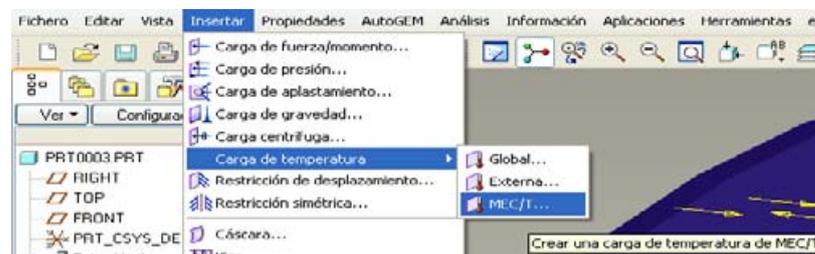


**Fig. 5.26:** Restricción de los agujeros para los pernos de los discos de freno macizo y autoventilado.



**Fig. 5.27:** Grado de libertad, de los pasadores del disco autoventilado.

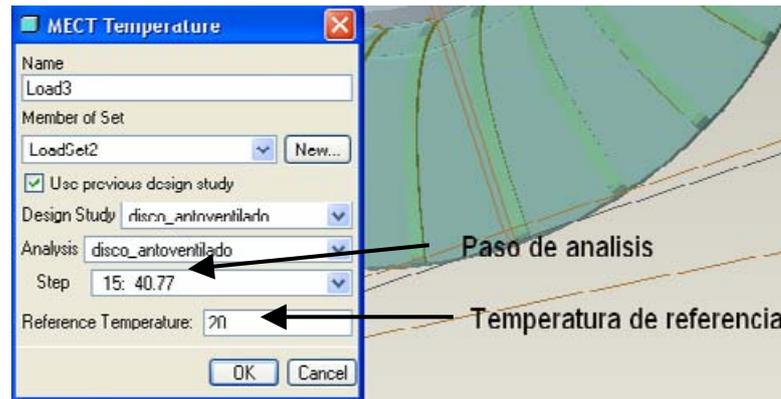
Una vez asignadas las cargas y restricciones, sólo resta integrar la carga térmica para completar el análisis termomecánico de los discos de freno, por medio de la barra de opciones colgante: Insertar > Carga de Temperatura > MEC/T, ver Fig. 5.28:



**Fig. 5.28:** Menú de exportación de cargas.

#### d) Exportación de cargas térmicas.

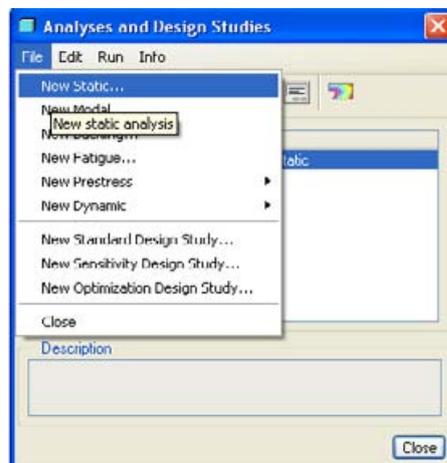
El análisis estructural a realizar es de carácter estático, es por esta razón que Pro Engineer pide definir un tiempo del análisis transiente realizado, con el fin de exportar los resultados térmicos obtenidos al análisis estructural. El paso exportado corresponde al paso 15 (40.77 segundos) definido en los puntos de control del análisis transiente de la tabla 5.2, además la temperatura de referencia asignada corresponde a la temperatura del medio en el cual se desplaza el vehículo.



**Fig. 5.29:** Cuadro de dialogo MEC/T.

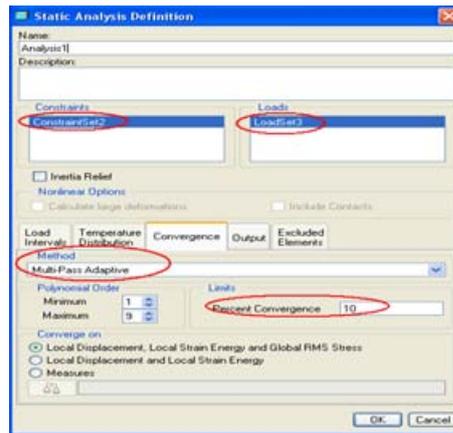
### 5.2.2 Especificaciones para el análisis Termomecánico de los discos de freno.

El análisis de las tensiones axiales se realiza ingresando al icono  donde se definirá el análisis de tipo estático mediante el menú colgante File > New Static como se muestra en la siguiente figura:



**Fig. 5.30:** Menú colgante de los tipos de análisis.

Las definiciones del análisis estático, son similares a las del análisis térmico hay que seleccionar las cargas y restricciones que se quieren analizar y el método de convergencia a utilizar, ver Fig. 5.31.

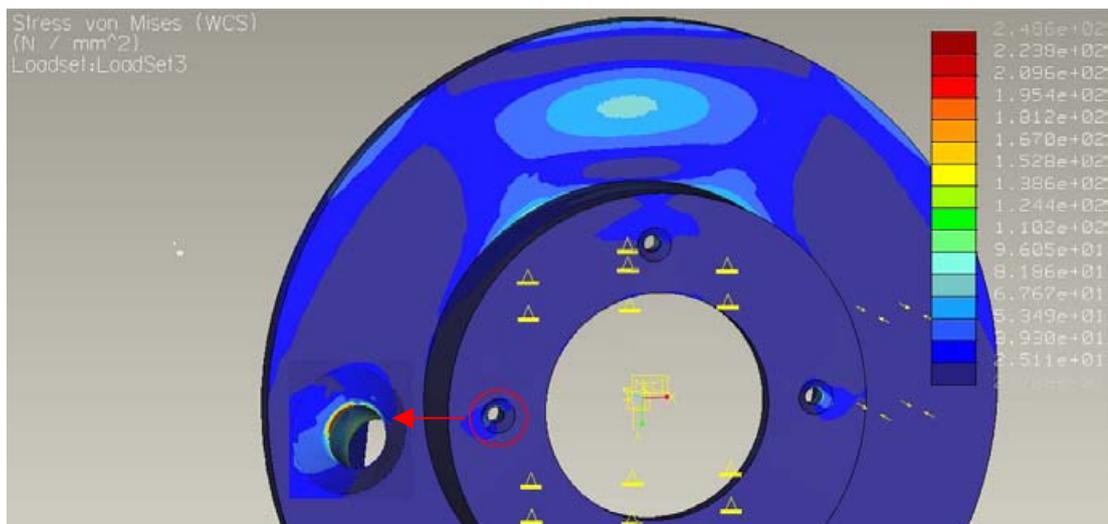


**Fig. 5.31:** Definición del análisis estático.

Una vez definido el tipo de análisis, el software está en condiciones de empezar a analizar mediante el icono . Al igual que los análisis anteriores es posible ver el avance del análisis, mediante el icono .

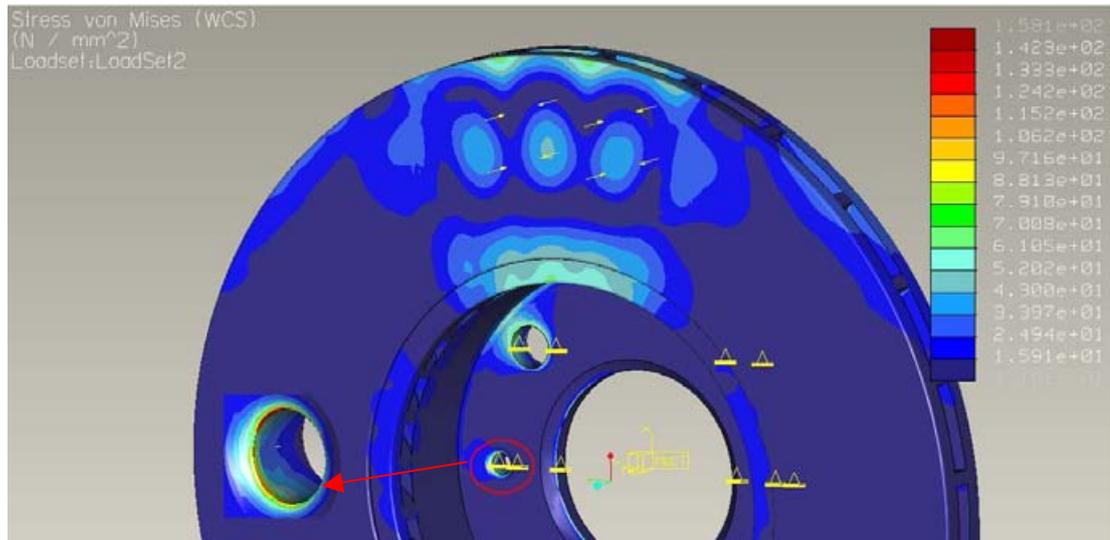
- Los resultados del análisis son:

El máximo esfuerzo von Mises para el disco de freno macizo es de  $248.6 \text{ N/mm}^2$  y ocurre en la zona marcada de la Fig. 5.32.



**Fig. 5.32:** Esfuerzos von Mises para el disco de freno macizo.

El máximo esfuerzo von Mises para el disco de freno autoventilado es de  $156 \text{ N/mm}^2$  y ocurre en la zona marcada de la Fig. 5.33.



**Fig. 5.33:** Esfuerzos von Mises para el disco de freno autoventilado.

Los esfuerzos máximos producidos sobre la superficie la superficie de contacto entre el disco y pastilla son:

Disco Macizo: 70.55 N/mm<sup>2</sup>

Disco Autoventilado: 63.03 N/mm<sup>2</sup>

## 6. CONCLUSIÓN.

Un modelo teórico, ha sido aplicado para determinar: la temperatura de contacto entre el disco de freno y las pastillas, el flujo de calor disipado por el disco de freno y la presión ejercida sobre este último, por las pastillas de freno durante la operación de frenado.

La disipación de calor de los discos de freno es producida por la convección generada entre el disco y el medio que lo rodea. El análisis de la distribución de temperatura, generada por el proceso de roce se llevó a cabo en el software Pro Engineer, el que permitió demostrar que aumentando la superficie de contacto del disco con el medio es posible disipar una mayor cantidad de calor. Las grandes temperaturas generadas en el proceso de roce pueden afectar el desempeño del sistema de freno, produciendo la disminución de la presión disponible en este, la cristalización de los discos y la concentración de tensiones en estos últimos.

El análisis termomecánico pone en evidencia que aumentando los puntos de distribución de las cargas y disipando de una mejor manera el calor producido por las cargas térmicas, las tensiones disminuyen en los puntos de apoyo del eje y en la superficie de contacto del disco con las pastillas de freno.

Se puede concluir que los discos de freno autoventilados disipan el calor de una mejor manera que los discos macizos, además este último presenta una mayor concentración de esfuerzos axiales al momento de frenar, producto de los esfuerzos termomecánicos que son generados por la presión sobre el disco y el calor generado por el trabajo de roce.

**BIBLIOGRAFÍA**

- [1] ANDERSON, A.E., 1992. "Friction and wear of automotive brames", Handbook, Vol. 18, Ed. Blau.
- [2] AUSIRO B., & JORDI. 2005, "Puesta a punto y análisis de un banco de pruebas de servofrenos para vehículos utilitarios" Tesis Ing Mec., Barcelona, Esc. Tec. Sup. de Ing. Indus.  
(Disponible en [www.bibliotecna.upc.es](http://www.bibliotecna.upc.es) (consultado el: 15 de mayo de 2006).
- [3] CARRANZA & BELTRAN. 2003, "Transferencia de Calor de Estado Inestable en Forros para Frenos".
- [4] CARSLAW, H.S. AND JAEGER, J.C. 1959, "Conduction of Heat in Solids", 2<sup>da</sup> Edición, Ed., Clarendon Press, Oxford.
- [5] IBAÑEZ J.C. S., "Transferencia de calor: laboratorios multimediales para transmisión de calor por conducción con Pro/Engineer". Tesis Ing. Mec. Valdivia, Univ. Austral de Chile, Fac. Cien. Ing. 115 p.
- [6] SHAMES I. H. 1969, "Ingeniería Mecánica Dinámica" México, Vol. II
- [7] IDA, Y. y SHIGETA, H. 1981 "Measurement of Thermophysical". Bulletin of the JSME, Vol 24, No. 197.
- [8] KENNEDY, F.E. 1982, "Single-pass rub phenomena — Analysis and experiment".
- [9] KENNEDY, F.E. 1999, "Modern Tribology handbook".
- [10] KENNEDY, F.E. AND TIAN, X. 1994, "The effect of interfacial temperature on friction and wear of thermoplastics in the thermal control regime, in Dissipative Processes in Tribology", Ed. Elsevier Science, Amsterdam.
- [11] KREITH & BOHN, 2001 "Principio de Transferencia de Calor", ed. Thomsons Learning, México.

- [12] LANDMAN, U., LUEDTKE, W.D., Y RINGER, E.M. 1993, "Molecular dynamics simulations of adhesive contact formation and friction, in Fundamentals of Friction: Macroscopic and Microscopic Processes." Ed. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [13] MANUAL TÉCNICO DE LAS PASTILLAS DE FRENO. 2004, Roadhouse, Dep.. Información técnica. (Disponible en: <http://www.roadhouse.es/empresa>. htm. (consultado el 2 de julio de 2006)
- [14] MOORE, D.F. 1975, "Principles and applications of tribology ", Ed. Pergamon Press.
- [15] PENNOCK, G.R. 2000 "Machine Elements". The Engineering Handbook. Ed. Richard C. Dorf.
- [16] REMLING, J. 1983. "Bramas", 2<sup>da</sup> Edición, Ed. John Wiley & Sons, New York.
- [17] RIGNEY, D.A. AND HIRTH, J.P. 1979, "Plastic deformation and sliding friction of metals", wear, 53 345-370.
- [18] SERWAY R. A.1997, "Física Contemporánea" 4<sup>ta</sup> Edición, Ed. Mc Graw-Hill Interamericana . Vol I.
- [19] SHAMES I. H., 1969 "Ingeniería Mecánica Dinámica" Mexico, Vol. II
- [20] SPOTTS, M. F. 1985. "Design of Machine Elements", 6<sup>ta</sup> Edición, Ed. Pretice Hall, New York.
- [21] STACHOWIAK, G.W. AND BATCHELOR, A.W. 1993, *Engineering Tribology*, Amsterdam.
- [22] UETZ, H. AND FÖHL, J. 1978, "Wear as an energy transformation process". Wear, 49, 253-264.
- [23] VALVANO, T. AND LEE, K. 2000, "Analytical Method to Predict Thermal" Distortion of a Brake Rotor" SAE 2000 World Congress Detroit, Michigan.

## **8. ANEXOS.**

**Anexo A:** Propiedades del aire en función de la altura.

**Anexo B:** Propiedades térmicas de aire seco a presión atmosférica.

## Anexo A

Altitud (ft)	Altitud (m)	Temperatura absoluta (R) $\times \frac{5}{9} = (K)$	Presión absoluta ( $lb_f/ft^2$ ) $\times 47.88 = (N/m^2)$	Relación de presión	Densidad ( $lb_f/ft^3$ ) $\times 16.02 = (kg/m^3)$	Relación de densidad	Velocidad del sonido (ft/s) $\times 0.3048 = (m/s)$
0	0	518	2,116	1.00	$7.65 \times 10^{-2}$	1.00	1,120
5,000	1,524	500	1,758	$8.32 \times 10^{-1}$	$6.60 \times 10^{-2}$	$8.61 \times 10^{-1}$	1,100
10,000	3,048	483	1,456	$6.87 \times 10^{-1}$	$5.66 \times 10^{-2}$	$7.38 \times 10^{-1}$	1,080
20,000	6,096	447	972	$4.59 \times 10^{-1}$	$4.08 \times 10^{-2}$	$5.33 \times 10^{-1}$	1,040
30,000	9,144	411	628	$2.97 \times 10^{-1}$	$2.88 \times 10^{-2}$	$3.76 \times 10^{-1}$	997
40,000	12,192	392	392	$1.85 \times 10^{-1}$	$1.88 \times 10^{-2}$	$2.45 \times 10^{-1}$	973
50,000	15,240	392	243	$1.15 \times 10^{-1}$	$1.16 \times 10^{-2}$	$1.52 \times 10^{-1}$	973
60,000	18,288	392	151	$7.13 \times 10^{-2}$	$7.32 \times 10^{-3}$	$9.45 \times 10^{-2}$	973
70,000	21,336	392	94.5	$4.47 \times 10^{-2}$	$4.51 \times 10^{-3}$	$5.90 \times 10^{-2}$	974
80,000	24,384	392	58.8	$2.78 \times 10^{-2}$	$2.80 \times 10^{-3}$	$3.67 \times 10^{-2}$	974
90,000	27,432	392	36.6	$1.73 \times 10^{-2}$	$1.67 \times 10^{-3}$	$2.28 \times 10^{-2}$	974
100,000	30,480	392	22.8	$1.08 \times 10^{-3}$	$1.1 \times 10^{-3}$	$1.4 \times 10^{-2}$	975
150,000	45,720	575	3.2	$1.5 \times 10^{-3}$	$9.7 \times 10^{-4}$	$1.3 \times 10^{-3}$	1,190
200,000	60,960	623	0.73	$3.6 \times 10^{-4}$	$2.2 \times 10^{-5}$	$2.9 \times 10^{-4}$	1,240
300,000	91,440	487	0.017	$9.0 \times 10^{-6}$	$6.9 \times 10^{-7}$	$9.0 \times 10^{-6}$	1,110
400,000	121,920	695	0.0011	$5.2 \times 10^{-7}$	$2.7 \times 10^{-8}$	$3.5 \times 10^{-7}$	1,430
500,000	152,400	910	$1.2 \times 10^{-4}$	$8.5 \times 10^{-8}$	$3.1 \times 10^{-9}$	$4.1 \times 10^{-8}$	
600,000	182,880	1,130	$4.1 \times 10^{-5}$	$1.9 \times 10^{-8}$	$5.7 \times 10^{-10}$	$7.5 \times 10^{-9}$	
700,000	213,360	1,350	$1.3 \times 10^{-5}$	$6.2 \times 10^{-9}$	$1.5 \times 10^{-10}$	$1.9 \times 10^{-9}$	
800,000	243,840	1,570	$4.6 \times 10^{-6}$	$2.2 \times 10^{-9}$	$4.6 \times 10^{-11}$	$6.0 \times 10^{-10}$	
900,000	274,320	1,800	$1.9 \times 10^{-6}$	$9.0 \times 10^{-10}$	$1.7 \times 10^{-11}$	$2.2 \times 10^{-10}$	

## Anexo B

## Propiedades termodinámicas de gases

Aire seco a presión atmosférica

Temperatura, $T$	Densidad, $\rho$		Coeficiente de expansión térmica, $\beta \times 10^3$		Calor específico, $c_p$		Conductancia térmica, $k$		Difusividad térmica, $\alpha \times 10^6$		Viscosidad absoluta, $\mu \times 10^6$		Viscosidad cinemática, $\nu \times 10^6$		Número de Prandtl, $Pr$	
	$^{\circ}\text{K}$	$(\text{kg}/\text{m}^3)$	$(1/^{\circ}\text{K})$	$(1/^{\circ}\text{K})$	$(\text{J}/\text{kg } ^{\circ}\text{K})$	$(\text{W}/\text{m } ^{\circ}\text{K})$	$(\text{m}^2/\text{s})$	$(\text{m}^2/\text{s})$	$(\text{N s}/\text{m}^2)$	$(\text{ft}^2/\text{hr})$	$(\text{lb}_m/\text{ft s})$	$(\text{m}^2/\text{s})$	$(\text{ft}^2/\text{hr})$	$(1/^{\circ}\text{K m}^2)$	$(1/^{\circ}\text{K m}^2)$	$(1/^{\circ}\text{K m}^2)$
$^{\circ}\text{F}$	$^{\circ}\text{K}$	$\times 6.243 \times 10^{-3}$	$\times 0.5556$	$\times 2.388 \times 10^{-4}$	$\times 0.5777$	$\times 3.874 \times 10^4$	$\times 0.6720$	$\times 3.874 \times 10^4$	$\times 1.573 \times 10^{-2}$							
		$= (\text{lb}_m/\text{ft}^3)$	$= (1/\text{R})$	$= (\text{Btu}/\text{lb}_m \text{ } ^{\circ}\text{F})$	$= (\text{Btu}/\text{hr ft } ^{\circ}\text{F})$	$= (\text{ft}^2/\text{hr})$	$= (\text{lb}_m/\text{ft s})$	$= (\text{ft}^2/\text{hr})$	$= (1/\text{R ft}^2)$							
32	273	0	1.252	3.66	1011	0.0237	19.2	17.456	13.9	0.71	1.85					
68	293	20	1.164	3.41	1012	0.0251	22.0	18.240	15.7	0.71	1.36					
104	313	40	1.092	3.19	1014	0.0265	24.8	19.123	17.6	0.71	1.01					
140	333	60	1.025	3.00	1017	0.0279	27.6	19.907	19.4	0.71	0.782					
176	353	80	0.968	2.83	1019	0.0293	30.6	20.790	21.5	0.71	0.600					
212	373	100	0.916	2.68	1022	0.0307	33.6	21.673	23.6	0.71	0.472					
392	473	200	0.723	2.11	1035	0.0370	49.7	25.693	35.5	0.71	0.164					
572	573	300	0.596	1.75	1047	0.0429	68.9	29.322	49.2	0.71	0.0709					
752	673	400	0.508	1.49	1059	0.0485	89.4	32.754	64.6	0.72	0.0350					
932	773	500	0.442	1.29	1076	0.0540	113.2	35.794	81.0	0.72	0.0193					
1832	1273	1000	0.268	0.79	1139	0.0762	240	48.445	181	0.74	0.00236					