



Universidad Austral de Chile

Facultad de Ciencias de la Ingeniería
Escuela de Ingeniería Mecánica

MODELO MATEMÁTICO PARA LA ESTIMACIÓN DE LA VIDA ÚTIL DE REVESTIMIENTOS EN MOLINOS SEMIAUTÓGENOS.

Trabajo de Titulación de para optar al
Título de: **INGENIERO MECANICO**

Profesor Patrocinante:
Sr. Héctor Noriega Fernández
Doctor en Ciencias Ingeniería

Marco Antonio Arratia Henríquez
Valdivia-Chile
2006

El profesor patrocinante y profesores informantes del trabajo de titulación comunican al Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica, de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Austral de Chile, que el trabajo de titulación del señor:

Marco Antonio Arratia Henríquez.

Ha sido aprobado en el examen de defensa rendido el día (/ /2006), como requisito para optar al Título de Ingeniero Mecánico. Y, para que así conste para todos los efectos firman:

COMISIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Profesor Patrocinante:

Sr. Héctor Noriega Fernández.

Ingeniero de Ejecución Mecánico.

M.Sc. Ingeniería de Producción.

Ph.D. en Ciencias e Ingeniería.

Firma

Profesor Informante:

Sr. Milton Limarie Oyarzún.

Ingeniero Civil Mecánico.

Diplomado en Ingeniería Especialidad en Mecánica.

Firma

Profesor Informante

Sr. Heriberto Figueroa Sánchez.

Profesor de Matemática.

Master en Estadística Matemática.

Firma

V^oB^o Prof. Director Escuela Ingeniería Mecánica

Sr. Rogelio Moreno Muñoz

Ingeniero Civil Mecánico.

M.Sc. Ingeniería Mecánica

Doctor en Materiales, Energética y Mecánica

Firma

Agradecimientos

Agradezco la formación profesional entregada por Escuela de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería de Universidad Austral de Chile, en especial a los profesores:

Al Sr. Héctor Noriega Fernández, por haber aceptado ser mi profesor patrocinador y guía en la aventura y desafío que significo este trabajo de titulación, por su valioso apoyo y confianza demostrado durante el desarrollo del presente estudio, por su calidad académica y humana expresada durante todos estos años como su alumno.

Al Sr. Milton Limarie Oyarzún por todas sus enseñanzas, consejos y amistad durante todos estos años como su alumno.

Agradezco a la División Andina de la Corporación Nacional del Cobre de Chile CODELCO, por permitirme desarrollar mi trabajo de titulación a través del programa convenio de alumnos memoristas, y en especial a los ingenieros supervisores:

Al Sr. Juan Carlos Alarcón por haber aceptado ser mi tutor de este trabajo de titulación, por toda su amistad, enseñanzas y apoyo para realizar y concretar mis investigaciones para que esta tesis pudiera realizarse.

Al Sr. Pablo Rivera Celedon por haber aceptado ser mi tutor de este trabajo de titulación, por toda su amistad, y valiosas enseñanzas, apoyo y dedicación de su tiempo en guiar y enriquecer este trabajo de titulación.

A todas estas personas, le manifiesto mi más sincero reconocimiento y admiración.

*Marco Arratia Henríquez
Valdivia, Julio de 2006*

Dedicatorias

A mi querida madre Teresa Henríquez y a mi abuelita Graciela Riquelme, ha quienes debo lo que soy. Gracias por dedicar sus vidas a educarme, apoyarme y darme su amor por sobre todas las cosas.

A Fernando Aranda quien me ha dado siempre su incondicional cariño, confianza y apoyo en el transcurso de mi vida.

A Paola Schwaner quien me dio su compañía, sabiduría y apoyo en cada una de las cosas que emprendí en mi etapa universitaria.

A mi tío Marquito, que me ha acompañado y guiado siempre, dándome su fiel e incondicional apoyo desde el cielo junto a Dios.

Todas estas personas, llevo en mi corazón, sin orden ni distinción.

Marco Arratía Henríquez

Valdivia, Julio de 2006

ÍNDICE

	Páginas
Resumen.....	1
Summary.....	2
Glosario de términos.....	3
Abreviaturas.....	3
Nomenclatura.....	4
CAPITULO I	
INTRODUCCIÓN	
1.1 Introducción.....	6
1.2 Descripción del trabajo.....	8
1.3 Hipótesis.....	8
1.4 Objetivos.....	8
Objetivos generales.....	8
Objetivos específicos.....	8
1.5 Método de trabajo.....	10
CAPITULO II	
MARCO TEÓRICO	
2.1 Molinos semiautógenos y desgaste de revestimientos.....	11
CAPITULO III	
DESCRIPCIÓN GENERAL DEL MOLINO SAG	
3.1 Ubicación División Andina Codelco Chile.....	30
3.2 Descripción del molino SAG.....	30
3.3 Capacidades de producción en molienda SAG.....	31
3.4 Inferencia estadística del tipo de distribución.....	34
3.5 Principales valores productivos en molienda SAG.....	36
3.6 Descripciones de los revestimientos del molino SAG.....	37
3.7 Control de mediciones del desgaste.....	41
3.8 Criterios utilizados para el reemplazo de revestimientos.....	43

**CAPITULO IV
MODELAMIENTO MATEMATICO**

4.1 Introducción.....44
4.2 Metodología de construcción de modelos matemáticos.....46
4.3 Formulación del modelo matemático.....48
4.4 Determinación de las tasas de desgaste.....67
4.5 Diagrama conceptual del algoritmo.....69
4.6 Manejo matemático de los errores directos.....70
4.7 Incertezas y errores indirectos.....71

**CAPITULO V
PROGRAMA COMPUTACIONAL**

5.1 Lenguaje de programación.....72
5.2 Programación del algoritmo.....73
5.3 Estructura del programa.....77
5.4 Modo de trabajo del programa.....78
5.5 Flujo de pantallas del programa.79
5.6 Simulación del programa desarrollado.80
5.7 Ventajas técnicas y económicas de la solución propuesta.....84

**CAPITULO VI
CONCLUSIONES**

6.1 Conclusiones.....86
6.2 Bibliografía.....88
6.3 Anexos.....101

“Una respuesta apropiada para un problema bien formulado, es mucho mejor que una respuesta exacta para un problema aproximado”

John Wilder Tukey (1915-2000)

Estadístico Estadounidense.

RESUMEN

El siguiente trabajo de titulación presenta y discute un modelo matemático empírico, para estimar la vida útil de los revestimientos de acero utilizados en molinos semiautógenos (SAG), que está delimitada principalmente por el desgaste.

El modelo matemático diseñado e implementado para la planta SAG de la División Andina de Codelco Chile, tiene como principal finalidad el desarrollo de un algoritmo programable que permita predecir en el tiempo una estimación de la vida útil de los revestimientos del molino, en base a los datos observados de las mediciones de desgaste de los revestimientos y la molienda (tonelaje) producida por estos; estas variables principales se ajustan mediante mínimos cuadrados, a una relación funcional del tipo curvilínea, obteniéndose numéricamente un intervalo de las probables fechas de reemplazo basado del análisis estadístico de los datos productivos históricos de planta.

Respecto a los contenidos de este estudio, en los primeros capítulos se hace referencia al desarrollo histórico y tecnológico de los molinos y circuitos SAG, enmarcando teórica y conceptualmente la problemática a desarrollar, también se hace referencia a la descripción general del molino y se analizan los principales datos productivos de molienda SAG, igualmente se describen los revestimientos y el sistema de control de las mediciones de desgaste establecido por la División Andina. En los últimos capítulos se desarrolla el modelamiento matemático, algoritmo y su respectivo programa computacional.

Se presentan resultados del modelo propuesto, programado en Matlab, los que demuestran lo apropiado del modelo en predecir el proceso de desgaste, además de describir gráfica y numéricamente las curvas y niveles de desgaste versus el tonelaje tratado o su tiempo de utilización, validando estos en contraste a los valores reales observados en terreno y los históricos registrados. Referente a la aplicación de los resultados obtenidos, una de las conclusiones más relevantes es su contribución a la gestión del mantenimiento, como una fuente de información para planificar y programar las futuras mantenciones por reemplazo de revestimientos, las cuales influyen directamente en la disponibilidad del molino y de la planta concentradora en general.

SUMMARY

The following thesis work presents and discusses a mathematical empirical model to estimate the useful life of the steel linings used in mills semiautogenous (SAG), that this defined mainly by the wear.

The mathematical modeling designed and implemented for the plant SAG of the Andina Division of Codelco Chile, has as main purpose the development of a programmable algorithm that allows to predict in the time an estimate of the useful life of the liners of the mill, based on the observed data of the mensurations of wear of the liners and the grinding (tonnage) taken place by these; these main variables are adjusted by means of least square, to a functional relationship of the curvilinear type, being obtained numerically an interval of the probable dates of the replaced based of the statistical analysis of the historical productive data of plant.

Regarding the contents of this study, in the first chapters reference is made to the historical and technological development of the mills and circuits SAG, framing theoretical and conceptually the problem to develop, reference is also made to the general description of the mill and the main productive data of mill SAG is analyzed, equally the liners and the system of control of the wear mensurations are described settled down by the Andina Division. In the last chapters the mathematical modeling, algorithm and developed its respective computed program.

Results presented of the model proposed, programmed in Matlab, those that demonstrate that adapted of the model in predicting the wear process, besides describing graphic and numerically the curves and wear levels versus the treated tonnage or their time of use, validating these in contrast to the real values observed in land and the historical ones registered. With respect to the application of the obtained results, one of the most outstanding conclusions is their contribution to the administration of the maintenance, like a source of information to plan and to program the future maintenance for replacement of the liners, which influence directly in the availability of the mill and of the plant concentrator mine in general.

GLOSARIO DE TÉRMINOS

- Circuitos semiautógenos = Compuesto de 1 Molino SAG y 2 Molinos bolas.
- Circuitos Convencionales = Compuestos de varios molinos de barras y bolas.
- Colpa = Trozo de roca de mineral de 20 cm. aproximadamente.
- Conminución = Reducción mecánica de tamaño.
- Enlainado = Remoción u montaje de revestimientos mediante maquina lainera.
- Lainera = Maquina manipuladora de revestimientos. (1 o 2 Brazos hidráulicos telescópicos con garras de sujeción)
- Lifter = Levantador, Alzador (parte alta de los revestimientos)
- Liners = Revestimientos.
- Lining = Revestimientos.
- Mena = Mineral.
- Molienda = Proceso de reducción de tamaño.
- Molinos semiautógeno = El mineral es reducido gracias a la acción del mismo mineral presente en partículas de variados tamaños y bolas de acero.
- Molinos autógenos = El mineral es reducido solo gracias a la acción del mismo material mineralizado presente en partículas de variados tamaños.
- Peble = Guijarro de 13 mm. de diámetro aproximadamente.
- Wear = Desgaste.

ABREVIATURAS

- ASCII : Código Normalizado Americano para el Intercambio de Información (American Standard Code for Information Interchange).
- AG : Molienda autógena.
- CFD : Dinámica de fluidos computacional.
- CODELCO : Corporación Nacional del Cobre de Chile.
- DEM : Método de elementos discretos.
- GUI : Interfaz Gráfico de Usuario (Graphical User Interface).
- SAG : Molienda semiautógena.
- 3D : Tres dimensiones.

NOMENCLATURA

a	Tablas de datos productivos anuales de los años 1998 al 2004.
b	Tablas de datos productivos diarios de los años 2003 y 2004.
x	Las dos muestras "x" (año 2003 y 2004).
$X \sim Ev(\xi, \theta)$	Función distribución valor extremo de "x" con parámetros ξ y θ .
ξ	Parámetros de localización de la distribución de valor extremo.
θ	Parámetro de escala de la distribución de valor extremo.
μ	La media.
ρ	Constante de Euler.
σ^2	La varianza.
σ	La desviación standard.
μ_a	Molienda programada anual (Metas propuestas a nivel gerencial).
μ_m	Molienda mensual estimada (Valor histórico estadístico).
μ_d	Molienda diaria estimada (Valor histórico estadístico).
δ	Desgaste máximo admisible, criterio de planta.
\acute{k}	Tonelaje último, criterio planta.
D_i	Desgaste medido en (mm).
k_i	Mineral tratado por el revestimiento en Kilo-toneladas (kton).
β_i	Parámetros de ajuste $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ del polinomio de grado (n).
ε_i	Representa el error o la variación del el modelo descriptivo.
n	Grado del polinomio.
N	Número de puntos o conjunto de datos apareados (k_i, D_i).
$\varepsilon_i \sim N(\mu, \sigma)$	Error residual, como variable aleatoria normalmente distribuida.
$\partial \varepsilon / \partial \beta_i$	Derivadas parciales de error (ε_i) con respecto a los parámetros β_i .
$[A] [\beta] = [h]$	Ecuación matricial.
$[A]$	Matriz de coeficientes numéricos.
$[\beta]$	Matriz de las incógnitas.
$[h]$	Matriz de las constantes.
n	Número de incógnitas.
$r([A h])$	Matriz aumentada.
$[A]^{-1}$	Matriz inversa de $[A]$.

[I]	Matriz identidad.
$\det A $	Determinante matriz inversa de [A].
E^2	Error llamado desviación cuadrática.
[β]	Matriz de las incógnitas vía proyección ortogonal.
R(A)	Espacio vectorial.
P	Proyección ortogonal.
[A] ^{^T}	Matriz traspuesta de [A].
$f(k)$	Ecuación polinomial en términos de (ki).
(0, \hat{k})	Intervalos con \hat{k} tonelaje último según criterio planta.
$\underline{\lambda}$	Primera aproximación globalmente convergente a la raíz solución.
$f(k)'$	Primera derivadas de $f(k)$.
$f(k)''$	Segunda derivada de $f(k)$.
($\underline{\lambda}, \hat{k}$)	Intervalo de búsqueda raíz localmente convergente.
λ	Raíz real localmente convergente, molienda producida normal.
(λ, δ)	Punto, molienda normal versus desgaste máximo admisible (δ).
$\mu_{D k}$	Estimación puntual.
Ic	Intervalos de confianza.
Z α	Valor crítico determinado del percentil correspondiente.
σ_D	Desviación estándar de los valores (D_i).
γ	Distancia horizontal de puntos intersección de curvas al valor (λ).
($\lambda - \gamma$)	Molienda Producida pesimista.
(λ)	Molienda Producida normal.
($\lambda + \gamma$)	Molienda Producida optimista.
$[(\lambda - \gamma) / \mu m]$	Duración estimada pesimista.
$[(\lambda) / \mu m]$	Duración estimada normal.
$[(\lambda + \gamma) / \mu m]$	Duración estimada optimista.
dD/dki	Derivada de la función modelo que describe el desgaste.
dD/dki	Razón de variación en unidades cambio de (ki).
dD/dki	Tasa de desgaste en función del las kilotoneladas ($\Delta\%$ mm / kton).
dD/dt	Tasa de desgaste en función del tiempo ($\Delta\%$ mm / mes).
Td	La tasa de desgaste.

CAPITULO I

1.1 INTRODUCCIÓN

Chile es literalmente un país minero, posee aproximadamente el 40% de las reservas en mineral de cobre mundialmente conocidas, distribuidas a lo largo y ancho de nuestro país; minería liderada por la Corporación Nacional del Cobre de Chile (CODELCO) que posee y controla aproximadamente el 17% de las reservas nacionales de mineral. Su misión es generar excedentes económicos como aporte al Estado. Para cumplir con estos objetivos, debe mantenerse y consolidarse como uno de los productores de cobre más competitivos a escala mundial, administrando en forma eficiente sus recursos. Con este motivo Codelco ha invertido en sus diferentes divisiones mineras millones de dólares en tecnologías, con el propósito de duplicar el nivel de producción, y disminuir los costos de operación.

Una de las principales inversiones tecnológicas son los molinos semiautógenos (SAG), basándose en sus ventajas en costos de inversión y operación, con una mayor capacidad de carga, tratamiento y conminución de mineral. Estos molinos utilizan revestimientos de acero que actúan como elementos de molienda, protección y desgaste. La vida útil de estos revestimientos está delimitada y determinada principalmente por el desgaste que sufren en operación durante el proceso de molienda, siendo la causa más relevante de indisponibilidad del molino la inspección y reemplazo de revestimientos gastados, los cuales inciden directamente en sus costos de operación y metas productivas. Los principales mecanismos y elementos de desgaste a que están sometidos son la abrasión, impactos y corrosión.

Bibliográficamente se han publicado y propuesto modelos de naturaleza empírica y determinista para describir y determinar el desgaste y las vidas útiles de los revestimientos, modelos basados y asumidos matemáticamente mediante relaciones lineales en el tiempo (o el tonelaje). Esto a generado que

actualmente muchas plantas concentradoras y de molienda SAG, analicen y proyecten las mediciones de desgaste, de sus revestimientos por medio de regresiones lineales sencillas e idealizadas del fenómeno, que no representan cabalmente el comportamiento del revestimiento frente al desgaste que está sometido durante su vida útil. Situación que en la práctica entrega proyecciones y estimaciones imprecisas de las fechas de reemplazo en contraste a los resultados reales observados en terreno. Relaciones lineales que solo pueden ser usadas en términos referenciales, por lo inadecuado en término de los numerosos factores que intervienen en la dinámica de molienda y el fenómeno propio del desgaste.

Esta problemática motivó la formulación de un nuevo modelo matemático empírico, basado en una relación funcional del tipo curvilínea que permita estimar la vida útil de los revestimientos del molino (SAG). Modelación que tiene como principal finalidad el diseño de un algoritmo programable, basado en metodologías matemático-estadísticas para analizar los datos apareados, observados de las mediciones del desgaste de revestimientos, y de la molienda producida por estos (tonelaje); estimando en base a estas variables, los parámetros de mejor ajuste a la relación funcional propuesta, mediante mínimos cuadrados, relación capaz de predecir y describir el proceso o fenómeno del desgaste en función de las toneladas y el tiempo.

El modelo matemático propuesto se utilizó y probó con éxito, el año 2005, en todos los revestimientos de acero del molino SAG, perteneciente al concentrador de la División Andina de Codelco-Chile. Se obtuvieron resultados favorables en las predicciones y estimaciones de la vida útil de estos revestimientos, determinando para cada uno, intervalos de las probables fechas de reemplazo; sugiriendo así, la planificación y programación de las fechas de mantención, las cuales influyen directamente en la disponibilidad del molino y de la planta concentradora en general.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO

La base del proyecto es un estudio analítico, centrado en el diseño y desarrollo de un modelo matemático, utilizando metodologías matemático-estadísticas descritas en su conjunto como un algoritmo programable que permita predecir y estimar en el tiempo, la vida útil de los revestimientos del molino. Herramienta computacional que permita el análisis de los datos, involucrando los criterios establecidos por la planta de molienda SAG de la División Andina para el reemplazo de sus revestimientos.

1.3 HIPÓTESIS

- Es factible desarrollar un modelo matemático descriptivo y predictivo capaz de estimar la vida útil y las fechas de reemplazo de los revestimientos.

1.4 OBJETIVOS

Objetivo General

Desarrollar un modelo matemático, implementado como un algoritmo programable, como una herramienta de análisis, que permita evaluar los datos observados del desgaste y el tonelaje, estimar y proyectar en el tiempo la vida útil de los revestimientos del molino SAG frente al desgaste.

Objetivos Específicos

- Revisar el estado del arte respecto a tecnologías actuales de los molinos SAG.
- Describir técnicamente el molino SAG, los revestimientos que lo componen, sus condiciones de operación y los procedimientos de recambio de revestimientos.

- Identificar los materiales utilizados en el diseño y fabricación de revestimientos.
- Analizar datos históricos de producción en molienda SAG, y las mediciones del desgaste mediante ultrasonido.
- Identificar las probables metodologías matemáticas a utilizar que satisfagan la solución del problema.
- Proponer o seleccionar un modelo matemático que describa el perfil de desgaste de los revestimientos del molino SAG utilizando como datos la medición por ultrasonido de los revestimientos o corazas y la molienda producida.
- Desarrollar un algoritmo que pueda ser implementado en un sistema computacional de análisis de los datos, que determine la evolución del desgaste permitiendo estimar la vida útil del revestimiento.
- Evaluar el algoritmo desarrollado mediante la realización de una simulación contratando los resultados obtenidos con los datos existentes.
- Discutir las ventajas técnicas y económicas de la solución propuesta.

1.5 MÉTODO DE TRABAJO

- Revisión del estado del arte respecto a las tecnologías en molinos SAG.
- Descripción técnica general del molino SAG y sus condiciones de operación.
- Descripción de los revestimientos que componen el molino SAG.
- Descripción de los procedimientos de recambio de revestimientos.
- Identificación las propiedades de los materiales utilizados en el diseño de revestimientos y sus procesos de fabricación.
- Análisis e identificación los mecanismos de desgaste.
- Explicar los movimientos de la carga, con énfasis hacia la descripción del perfil de desgaste y el diseño de revestimiento.
- Descripción de las técnicas y procedimientos de recolección de datos y medición de desgaste en terreno.
- Aplicación de los criterios de planta.
- Análisis de los datos históricos anuales del tonelaje de producción en molienda de la planta.
- Análisis de los datos observados e históricos de las mediciones de desgaste en revestimientos y tonelajes productivos que determinen la evolución del desgaste.
- Identificación de las metodologías matemáticas apropiadas para la solución del problema.
- Desarrollo del modelo matemático descriptivo del desgaste.
- Caracterización y manejo de las fuentes de incertezas y errores, tanto operacionales (procedimientos prácticos) como matemáticos (cálculos).
- Generación del algoritmo programable.
- Implementación del algoritmo en software de análisis matemático o lenguajes apropiados de programación.
- Realización de una simulación y comparación de los resultados obtenidos por medio del nuevo modelo y el tradicional utilizado, con los datos ya existentes.
- Discusión de las ventajas técnicas y económicas de la solución propuesta.

CAPITULO II MARCO TEÓRICO

2.1 MOLINOS SEMIAUTÓGENOS Y DESGASTE DE REVESTIMIENTOS

La tecnología que en la actualidad lidera el diseño de plantas concentradoras en el mundo son los circuitos y molinos semiautógenos (Orford ,2005. Expomin, 2004).

Los molinos semiautógenos (SAG) son equipos fundamentales en el proceso, tratamiento y conminución de minerales en la industria de la gran minería. Las nuevas plantas concentradoras son diseñadas basándose en las ventajas en costos de inversión y operación de una planta de molienda SAG; que por sus dimensiones de gran tamaño, tienen una capacidad de carga y tratamiento de minerales mayores que los circuitos convencionales compuestos de varios molinos de bolas y de barras, esta mayor productividad se debe a su gran capacidad y eficiencia, que acortan el proceso de chancado y molienda, lo que permite ahorros substanciales respecto a los circuitos convencionales en operaciones de gran escala en cobre y molibdeno en Chile.



FIGURA N ° 2.1 Molino SAG; 11 metros de diámetro por 4,6 metros de ancho, Planta SAG (Codelco División Andina 2004-2005).

La molienda SAG es la última etapa del procesamiento de conminución del mineral, siendo la más intensiva en energía, el mineral de alimentación se recibe directamente desde el chancador primario (no del terciario como en la molienda convencional) con un tamaño cercano a 20 cm. (8 pulgadas, aproximadamente) mezclándose con agua y lechada de cal. La molienda se realiza en molinos de forma cilíndrica que giran alrededor de su eje horizontal, su potencia mecánica es suministrada por transmisiones de engranes, o por un anillo estator de inducción, potencia que es transferida por los revestimientos directamente a la carga (Delboni, 2002. Merino, 1988); carga que contienen cuerpos sueltos de molienda y rocas de mineral los cuales están libres para moverse a medida que el molino gira produciendo la conminución de las partículas de mineral (Ugarte, 1973).

La teoría clásica del proceso dinámico en un molino SAG consiste en que el material es reducido por la acción del mismo material mineralizado presente en partículas de variados tamaños (de ahí su nombre de molienda semi-autógena) y por la acción de numerosas bolas de acero forjado de 127 mm (5 pulgadas) de diámetro, conocidas como “medios de molienda”, que ocupan el 12%-15% de su capacidad (volumen), cuando el molino gira, ver FIG. N° 2.2, estas bolas y mineral son elevadas por el revestimiento y lanzadas en caída libre en forma de cascada (fracturamiento normal) y en catarata (fracturamiento de partículas) sobre la superficie libre de los otros cuerpos, alrededor del riñón de carga (véase el ANEXO A para conocer los detalles de los “*Movimientos de carga y trayectorias de bolas en molinos SAG*”), logrando así un efecto de chancado y molienda más efectivo y con menor consumo de energía. En esta etapa las partículas se reducen de tamaño por una combinación de impacto y abrasión en una suspensión en agua (pulpa), la mayor parte del material molido en el SAG va directamente a la etapa siguiente, la flotación, es decir tiene la granulometría requerida bajo los 180 micrones, y una pequeña proporción debe ser enviado a un molino de bolas (Codelco, 2005. SVEDALA GRINDING Metso Minerals, 1999).

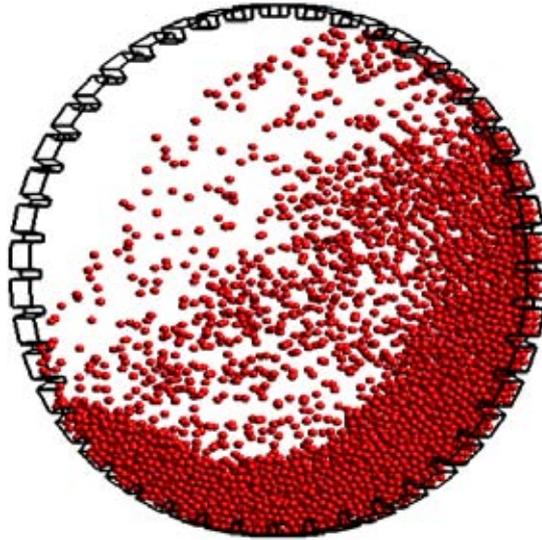


FIGURA N ° 2.2 Movimientos del riñón de carga.

Magne (2002) señala que la teoría cinética clásica del proceso de molienda resulta insuficiente para explicar y definir todos los fenómenos que determinan el estado dinámico de la carga en los circuitos y principalmente en el interior de los molinos SAG, basados en modelos de la circulación dinámica de carga que no consideraban factores secundarios como la velocidad, diseños de revestimientos y densidad de la descarga; lo que converge a un incorrecto aprovechamiento de las relaciones energéticas. La base conceptual del manejo y control que utilizan los molinos SAG, consiste básicamente en variar los flujos de alimentación de mineral y agua y/o variar la velocidad del giro del molino para mantener la presión de las células de carga en los descansos de lubricación hidrostática, y la potencia consumida en un rango específico (Valderrama, 1998). Sin embargo otras propiedades internas de la carga tales como la densidad aparente, la distribución de tamaños, viscosidad de la pulpa, posición del riñón de carga y las trayectorias de movimiento, etc. no son consideradas, a pesar de influir en forma importante en la dinámica del molino, con este esquema se logra mantener la operación dentro de rangos preestablecidos, pero en forma inestable, con vacíos en la descripción y comprensión del proceso, aceptados por la costumbre, sin lograr optimización del proceso, y al costo de limitar el tonelaje posible de procesar y de aumentar

los consumos de energía y acero en bolas y revestimientos (Magne, 2002. Valderrama, 1998).

La molienda SAG ha evolucionado en estas dos últimas décadas, hacia circuitos de molienda modificados en dos etapas que consideran molinos SAG para la molienda primaria, seguidos de molinos de bolas como etapa secundaria o molienda fina, la causa fundamental para la modificación de los circuitos es debido a que las partículas de tamaño intermedio (mayor 13 mm.) en el interior del molino, tienen un nivel deficiente de fracturamiento; modificación realizada para evitar su ingreso en la alimentación del molino, estos tamaños críticos (intermedios) se procesan previamente en un chancador (cónico) de pebles (guijarros de 13 mm.) con el objetivo de eliminar los tamaños críticos (Valderrama, 1998). Esto exige generar tamaños lo más finos posible a los chancadores primarios, sin embargo para eliminar los remanentes de tamaños críticos se diseña y gesta la llamada preclasificación o prechancado; y para eliminar las colpas de mayor tamaño se aplica prechancado directo. En la práctica una granulometría más fina de alimentación genera mayores beneficios de tratamiento de minerales provenientes de minas subterráneas o rajos abiertos. Aun así, las plantas de circuitos de molienda SAG modificados presentan una gran variabilidad operacional, producto tanto de fluctuaciones en las propiedades naturales del mineral de alimentación, como también de limitaciones propias del sistema de instrumentación y control (Magne, 2003).

La mayor productividad y menores costos de inversión en comparación con plantas basadas en los tradicionales molinos de bolas, han producido que el flujo productivo de las plantas se concentre en un número reducido de molinos SAG; esto hace que la eficiencia y disponibilidad del molino sea un factor crítico en la planta concentradora, más aun cuando se imponen metas productivas en el proceso de molienda SAG (Magne, 1998).

El tiempo de indisponibilidad por mantención programada más significativo del molino corresponde al cambio de los revestimientos, el cual debe planificarse en conjunto con los periodos de mantención general del concentrador, con el objeto de disminuir la indisponibilidad del molino por causa de este trabajo (SVEDALA GRINDING Metso Minerals, 1999).

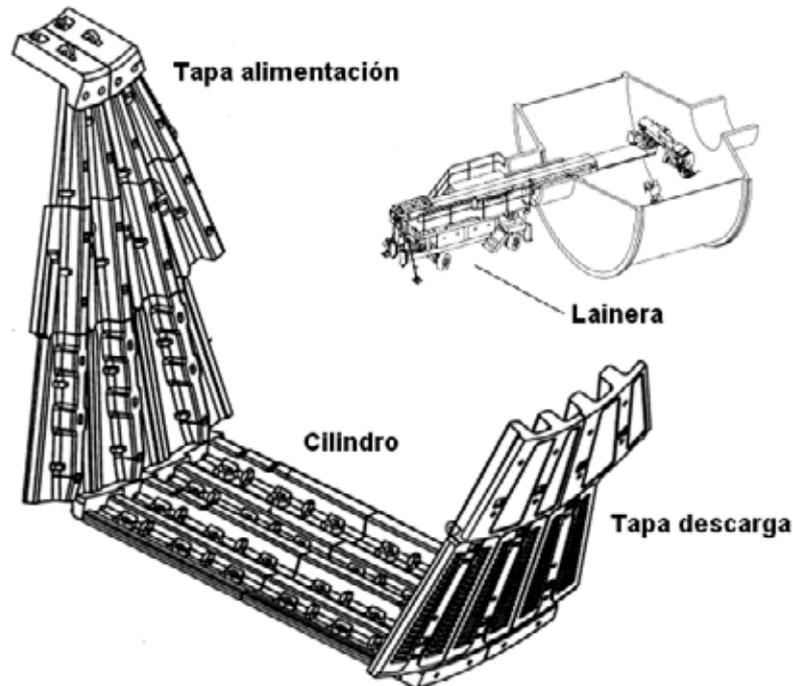


FIGURA N ° 2.3 Distribución de revestimientos molino SAG de 11(m.) diámetro y esquema maniobras de recambio de revestimientos mediante máquina lainera.

El rendimiento de las operaciones de molienda depende de gran medida del rendimiento de los revestimientos, la identificación del tipo adecuado de revestimiento y el diseño de su perfil son fundamentales para optimizar tal rendimiento, considerando su mantenimiento. Los revestimientos de molinos se pueden clasificar de acuerdo al material con que están diseñados y fabricados: Revestimientos de acero (corazas), goma o caucho, y de Polímero-metal denominados Polymet (Rickenberg, 1999).

Los revestimientos de acero, a los que este estudio se abocará, son fabricados principalmente de aleaciones blancas (Ej. Cromo-molibdeno, Cromo-manganeso), sometidas a tratamientos térmicos con el fin de otorgar mayor dureza y resistencia superficial al impacto y desgaste.

La causa principal de detención de molinos SAG, es la mantención por reemplazo o inspección de revestimientos de acero gastados. Según Carneyro (1989) los problemas que contribuyen al aumento del tiempo de indisponibilidad del molino por mantención de revestimientos se pueden clasificar en dos categorías:

- Los que reducen la vida útil de los revestimientos, demandando paradas más frecuentes (fenómenos físicos del proceso de molienda dentro de molino).
- Los procedimientos y acciones que aumentan el tiempo de reemplazo de piezas gastadas (Desmontar chutes de alimentación, movilizar y posicionar máquinas de enlainado de molinos para manipular de los revestimientos, movilizar martillos sin retroimpacto para remover los pernos de los revestimientos gastados, remoción de los revestimientos gastados mediante cadenas, arrastre o grúas, etc.).

Los revestimientos, además, poseen un impacto directo en los costos operacionales del molino; el costo de detención de estos molinos por una hora varía entre US\$ 10.000 y US\$ 30.000, dependiendo de las tasas de producción y las dimensiones de estos.

El reemplazo de aceros (medios de molienda y revestimientos) desgastados es un importante costo de operación, puesto que el consumo de acero debido al desgaste representa cerca de la cuarta parte de los costos totales anuales de operación de una planta de procesamiento de minerales (Austin, 1987).

Carneyro (1989) destaca que el tiempo de indisponibilidad más significativo del molino es causado por las maniobras y acciones de reemplazos de los revestimientos desgastados, por su alta incidencia en los costos; respecto a esta problemática Austin (1987) señala que este costo (reemplazo) es cinco veces mayor que el costo de compra promedio de los revestimientos. Sin embargo, el costo de los revestimientos es normalmente proporcional a la cantidad de material utilizado en su fabricación, cuyo valor tiene un precio más o menos estable, variando estos valores de costos por detención y reemplazo según el precio del mineral de cobre (bolsa metales de Londres). Es por ello que los revestimientos de molinos juegan un papel primordial en efectividad y disponibilidad de los molinos SAG.

Los costos por revestimientos se pueden enfocar desde dos aspectos:

- Costos de revestimientos (valor de venta) y debido a su consumo de acero (desgaste).
- Tiempo de detención del molino para el reemplazo de revestimientos gastados.

Los revestimientos, van sujetos mediante pernos de barrilada a la estructura del molino, poseen un rol multifuncional: protegen la estructura del molino contra el desgaste; sirven de medio de transferencia de energía al interior del molino e intervienen tanto en el movimiento de la carga como en la distribución de los impactos (Rajamani, 1996. Magne, 1998). Los revestimientos son los principales encargados de transferir la energía desde los motores (hidráulicos o anillo estator) a la carga en el interior del molino SAG, su velocidad de desgaste dependerá del modo como esta transferencia se realice, de la tasa de producción y la disponibilidad del equipo (Carneyro, 1989).

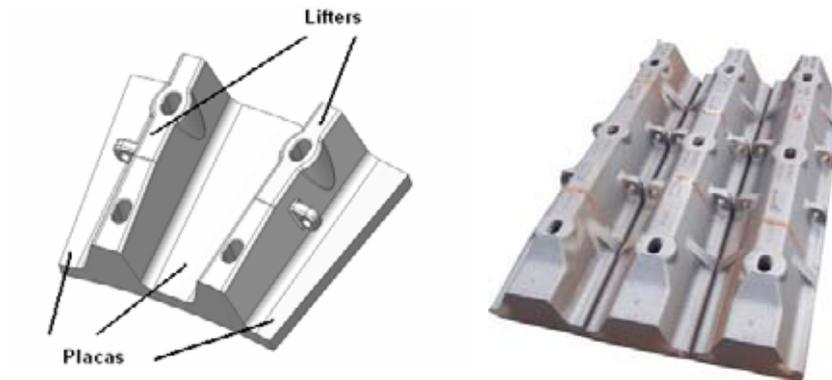


FIGURA N ° 2.4 Diseños de revestimientos molino SAG. A la derecha, diseño de lifters cilindro. A la izquierda, diseño de revestimientos intermedios de tapas.

Los estudios y resultados publicados por diversas instituciones y autores (Rajamani, 2001. Clearcy, 2001. Magne 2003) de los fenómenos observados en las simulaciones tridimensionales mediante elementos discretos (DEM), Fig. N° 2.5, y técnicas computacionales de dinámica de fluidos (CFD), Fig. N° 2.6, de la dinámica de la carga (riñón de carga), muestran concordancia y convergen en que las interacciones energéticas entre el mineral, bolas y revestimientos, generan más fracturamiento y conminución de mineral por los efectos de cascada, que por efecto de catarata.

La molienda se genera principalmente por efectos de abrasión y atrición entre partículas que giran alrededor de su propio eje, más que por impactos dentro del riñón de carga, demostrando así que el diseño de los revestimientos tanto en su forma de placas y alturas de lifters, son un factor clave en la dinámica de la carga y la distribución espacial energética de los eventos de impacto, abrasión y atrición en la cinética de molienda (Rajamani, 2001. Clearcy, 2001. Magne 2003).

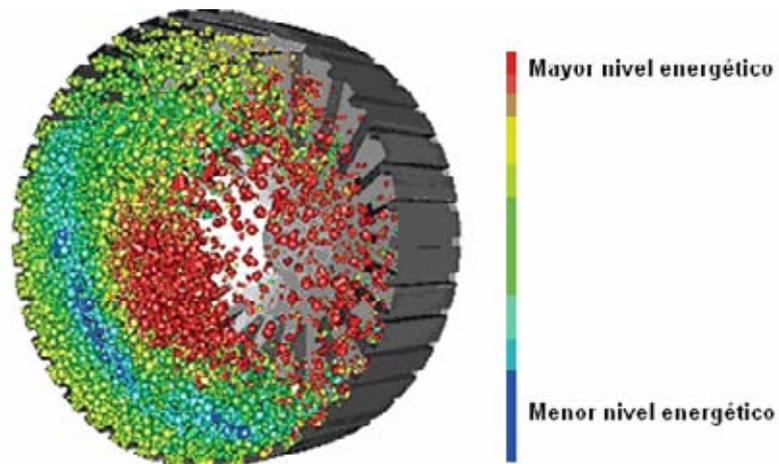


FIGURA N ° 2.5 Movimientos de bolas en el interior del molino (University of Utah, Software DEM Millsoft 3D).

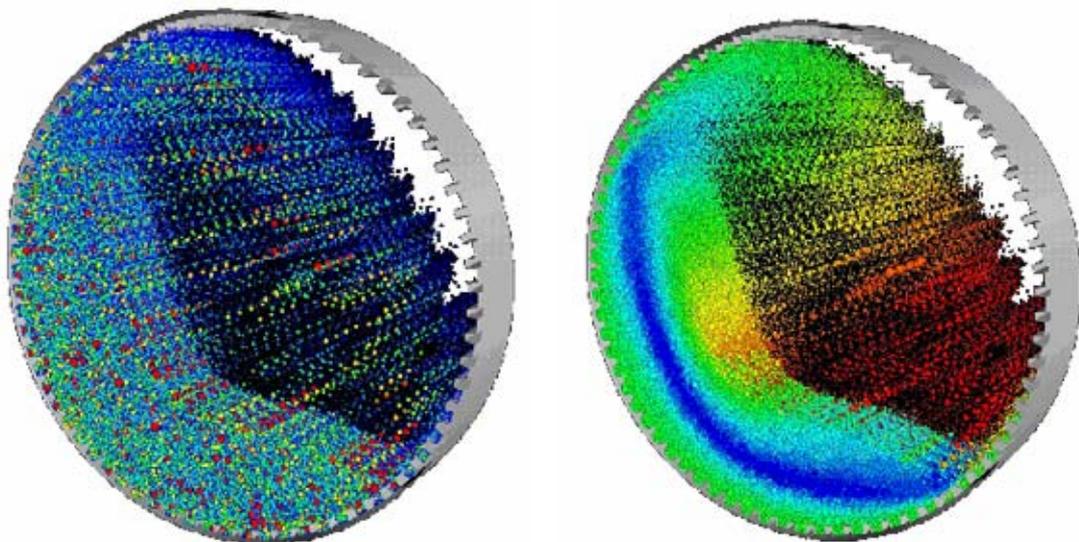


FIGURA N ° 2.6 Simulaciones DEM y CFD del riñón de carga dinámico (Csiro Minerals).

Estos nuevos conceptos sobre el comportamiento interno de la dinámica de carga, y trayectoria de bolas en función del diseño de los revestimientos (ANEXO A), entregan aspectos operacionales que deben considerarse sobre la carga del molino, como una proporción equilibrada de bolas y mineral, y que el movimiento de la carga sea tal que los impactos ocurran exclusivamente entre componentes de la carga.

Según Rajamani & Mishra (2001) las trayectorias inusuales de bolas que caen en forma de catarata no producen fracturamiento ni molienda de mineral, solo impactos directos sobre el lifter y placas del cilindro produciendo el desgaste acelerado de estos revestimientos. Señalando que un deficiente diseño de lifter en el cilindro, genera empaquetamientos de bolas y mineral entre lifters, lo que disminuye la función de impactar, arrastrar y levantar o alzar la carga del riñón en su correspondiente giro del molino. Consecuentemente, la incidencia económica de mejoras en el diseño de revestimientos es del orden de millones de dólares al año (Magne, 1998).

El desgaste de los revestimientos se produce por su función de impactar, arrastrar y levantar (alzar) la carga del riñón, en cada giro del molino; este desgaste se atribuye principalmente al menos cuatro eventos diferentes entre si, durante el giro de molino:

1. Impacto directo de las bolas que caen en catarata sobre los revestimientos por encima del pie de carga dinámico.
2. Choque y arrastre del revestimiento al encontrarse con el pie de carga, en el momento que comienza su acción de levante, ver Fig. N° 2.7.
3. Resbalamiento del mineral y bolas sobre la cara frontal de ataque del revestimiento durante su etapa de ascenso.
4. Deslizamiento de bolas y mineral sobre la cara frontal de ataque del revestimiento previo a la caída.

(Magne, 1998) menciona que de estos eventos, el último es el de menos relevancia, por la menor magnitud de las fuerzas involucradas. El tercero citado es muy efectivo cuando los lifters tienen muy poca altura (menor que el diámetro de la bola), o cuando el ángulo de ataque es muy bajo. Señalando que en la mayoría de los casos el desgaste se debe principalmente a los dos primeros mecanismos citados (véase el ANEXO B para conocer en detalles los "*Mecanismos de desgaste en revestimientos*").

Rajamani & Mishra (2001) demostraron que los impactos directos de bolas sobre el lifter y placas del cilindro, producen un consumo acelerado del acero, debido al desgaste que esto genera sobre el revestimiento del orden de 453-680 gramos de acero en bolas y revestimientos por tonelada de mineral procesada, y en términos de vida útil estos lifter pueden durar entre 6-12 meses, dependiendo de las propiedades del mineral procesado. Señalando que el 30% de la energía de molienda se desperdicia por eventos de colisiones entre de bolas y revestimientos, y que un deficiente diseño de lifter en el cilindro, genera empaquetamientos de bolas y mineral entre lifters.

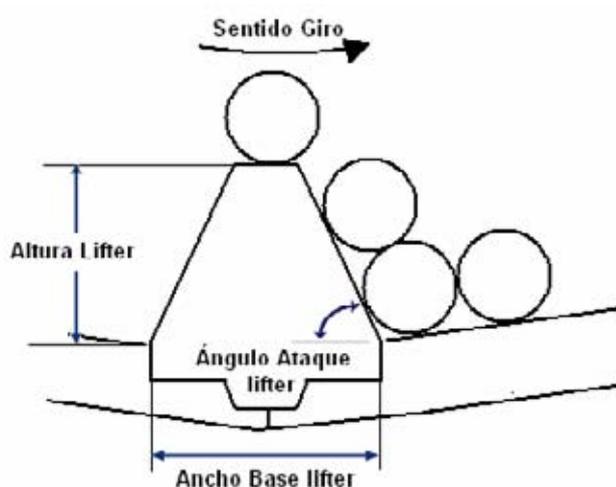


FIGURA N ° 2.7 Impactos y arrastres de las bolas y mineral por el lifter cilindro.

Djordjevic (2003) señala que el desgaste por uso del lifter producirá una disminución gradual de su altura; este desgaste es el resultado de la aplicación de los esfuerzos cortantes y normales en los lifters causados por el contacto de las partículas de mineral y bolas que viajan alrededor del riñón de carga, esfuerzo que se intensifica con la alta velocidad de rotación del molino, y la caída de rocas y bolas que impactan directamente a los lifters y al conjunto de revestimientos del molino. Estableciendo que la intensidad de los esfuerzos (normal y cortante) es directamente proporcional a la intensidad de la acción de alzar (levantar carga) del lifter y del desgaste en el revestimiento.

A través de simulaciones DEM y CFD, Clearcy (2001) demostró que las distribuciones de daños por desgaste ocurren debido a impactos directos de bolas y revestimientos (lifters y placas), por daños de abrasión debido al contacto metal-metal y metal-mineral; otras causas de deterioro son los esfuerzos normales y cortantes a los que el lifter está sometido en el momento del encuentro con el riñón de carga en los eventos de impacto y arrastre de mineral.

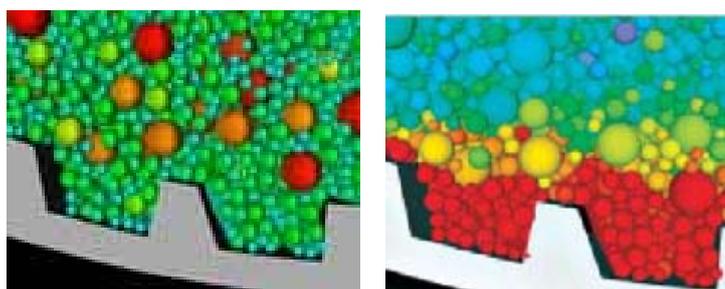


FIGURA N ° 2.8 Movimientos de bolas y mineral en molino SAG de 11(m.) diámetro rotando a 79% de su velocidad crítica, empaquetamientos y arrastres (Csiro Minerals).

Magne (2003) menciona que por definición el molino alcanzaba su máxima eficacia trabajando al máximo de su potencia instalada, lo cual se logra aumentando la velocidad de giro y/o el nivel de llenado de mineral, moliendo principalmente por impactos producidos por efecto catarata; esto originó equipos de gran tamaño y altas velocidades, con gran desperdicio de energía y daño a revestimientos y a la carga de bolas. El aumento indiscriminado de la velocidad de giro es peligroso principalmente para el revestimiento y para las cargas de bolas, estas maniobras tienen como límites la resistencia estructural de las carcaza o cuerpo del molino y la capacidad de lubricación hidrostática y carga en sus descansos (Pontt, 2004). La tendencia es que cada planta evalúa la capacidad de bolas que puede admitir su molino, y la forma de controlar una adecuada masa de mineral, sin perder energía golpeando elementos de molienda entre sí (Sepúlveda, 1998); puesto que para minerales duros como el mineral de cobre Chileno, es mucho más eficaz el medio de molienda metálico (bolas) para producir un mayor fracturamiento de mineral (Rickenberg, 1999).

Los estudios de simulaciones mediante DEM Y CFD, han generado una creciente evolución tecnológica respecto a los sensores, dispositivos e instrumentos de control para la molienda SAG, creados desde entonces, para evitar principalmente los impactos directos entre medios de molienda y el daño catastrófico a los revestimientos. Entre estos destacan Impactmeter desarrollados por las Universidades Federico Santa Maria y de Santiago de Chile en conjunto con FFE Minerals, Electronic Load Trend Indicador de la empresa Metso Minerals, y Project AMIRA de CSIRO Minerals. Valderrama (1998) menciona que estos sistemas captan las vibraciones de ruido producidas por el movimiento del riñón de carga en operación y los impactos producidos por las trayectorias de caída de bolas y mineral, esta emisión de sonido es captada por sensores acústicos, a través micrófonos inalámbricos montados alrededor del manto (carcaza) del molino o ambos lados del molino si este posee giro en ambos sentidos (bidireccional). Estos dispositivos están basados en software que transforman el sonido captado, en una señal digital la cual se filtra, analiza y procesa en una unidad de control del tipo consola que puede alertar al operador del panel SAG para que pueda tomar medidas de acción como disminuir la velocidad de giro, o el nivel de alimentación (carga) del molino (Magne, 2002).

Actualmente, se desarrollan sistemas de control operacionales de molinos SAG que utilicen las variables como: el comportamiento de la carga interna del molino y movimiento de bolas en función del diseño de los revestimientos, en conjunto con los parámetros operacionales de flujos de alimentación, velocidad de giro del molino, y niveles de llenado total de mineral y bolas para dar un eficiente de la energía. Entre estos avances cabe destacar las experiencias emprendidas por minera Collahuasi (Chile) en el desarrollo de sistemas expertos, aplicando algoritmos de control automático en la operación de sus molinos SAG en planta (Suárez, 2005). También destaca la utilización y aprovechamiento de redes neuronales, para interrelacionar las variables operacionales de entrada más relevantes del molino SAG, esta materia a sido estudiada por Carvajal *et al.* (2004) aplicando una red neuronal sobre el

proceso dinámico de la molienda SAG, para estimar de los estados del horizonte móvil del riñón de carga, con medidas en línea y tiempo real.

Estos sensores, dispositivos e instrumentos de control desarrollados tanto a nivel nacional como internacional, son herramientas que optimizan la operación y desempeño más estable y seguro de sus circuitos y molinos SAG, otorgando una mayor capacidad de tratamiento, logrando minimizar el desgaste y daño a los revestimientos causados por los impactos directos de bolas otorgando una mayor disponibilidad, pero no miden ni controlan directa o indirectamente el desgaste natural que indiscutiblemente sufre el revestimiento dentro del proceso de molienda en el transcurso de su vida útil en operación, si bien los principios teóricos y físicos del procesamiento de señales de sonido (vibraciones) pueden ser aplicados a este caso en particular, no existe aun o no se han registrado en el mundo, a nivel bibliográfico y comercial, innovaciones tecnológicas específicas respecto de esta problemática en el área de molienda SAG.



FIGURA N ° 2.9 Desgaste de lifters en tapa de alimentación, molino SAG de 11(m.) de diámetro (Codelco Div. Andina 2004-2005).

Dispositivos que actúan directamente en la medición del desgaste en revestimientos son los desarrollados por Process Engineering Resources, Inc. Utah. Denominado PERI ProFiler, se basa en la medición hecha por una cabeza láser scanner portátil con capacidad de memoria, montada sobre una guía corrediza, las mediciones son descargas a un programa computacional que permite ver gráficamente la figura del lifter y placa desgastada observándose el avance del desgaste con una exactitud de ± 3 mm. Otros dispositivos que actualmente se comercializan son los pernos sensores de barrilada inteligentes desarrollados por la empresa nacional HighService, que aparte de cumplir las funciones de sujeción de los revestimientos, detectan directamente en operación, el nivel de desgaste que experimenta el revestimiento, principalmente los lifters del cilindro sin tener que detener el molino.



FIGURA N ° 2.10 Desgaste de revestimientos tapa de alimentación en el interior de molino SAG de 11 (m.) de diámetro (Codelco Div. Andina 2004-2005).

Djordjevic (2003) menciona que para preservar el rendimiento y producción del molino, es esencial la exactitud de los periodos de reemplazo de lifters y revestimientos desgastados que no benefician la dinámica del riñón de carga. La tasa de desgaste depende de la naturaleza del mineral, su dureza y

abrasividad, como además de las condiciones específicas de operación de molino, así como de la dinámica de carga y el diseño de revestimientos (SVEDALA GRINDING Metso Minerals, 1999. Magne, 2003).

Uno de los principales fabricantes de Molinos SAG en el mundo, SVEDALA GRINDING Metso Minerals (1999), dice textual en su manual de mantenimiento del molino SAG perteneciente a la División Andina: “Puede estimarse en forma gruesa que la tasa de desgaste hará consumir un conjunto y medio de revestimientos al año. Se debe hacer un seguimiento del desgaste en función del tonelaje, lo cual permitirá predecir la vida útil de cada revestimiento, teniendo claro que esto solo puede usarse como referencia. El método a definir debe considerar la medición del espesor de cada tipo de coraza comparándolo con el espesor original y obtener un modelo de curva de desgaste para poder definir un criterio para el cambio de revestimiento, es decir debe hacerse un seguimiento del desgaste medido en función del tonelaje o de la energía consumida o simplemente de las horas de operación del molino, con lo cual se podrá predecir la vida útil de todas las piezas de revestimiento del molino. No obstante, las curvas obtenidas para un juego de revestimiento hasta el fin de su vida útil, solo pueden ser usadas como referencia en la predicción de la vida útil de un nuevo juego”.



FIGURA N ° 2.11 Inspección de revestimientos en el interior de un molino SAG de 12.20 metros de diámetro.

Es decir, para estimar las fechas de reemplazo de los revestimientos se realizan inspecciones generalmente a intervalos irregulares en el tiempo del nivel de desgaste de los revestimientos midiendo su espesor, esto significa detener los equipos, disminuyendo la producción. Rivera (2005) señala que las inspecciones deben realizarse durante las mantenciones mensuales y generales programadas, pero en la práctica estas inspecciones se realizan necesariamente cuando un componente propio o anexo del molino o circuito ha fallado o necesita reemplazo (Ej. Revestimiento, sistema de frenos, anillo estator, etc.).

Las divisiones de Codelco Chile (2004-2005) estudian el perfil y evolución del desgaste de sus revestimientos, mediante la medición directa del espesor por medio de equipos de ultrasonido, analizando los datos obtenidos, es posible verificar la integridad estructural de los revestimientos, detectar situaciones irregulares y planificar en forma prevista las fechas de detención por cambios de revestimientos. Sin embargo, cada planta SAG evalúa los datos y el desgaste de manera distinta, lo cual genera predicciones y estimaciones poco confiables en términos de su análisis e interpretación.



FIGURA N ° 2.12 Control de desgaste revestimientos mediante ultrasonido.
(Codelco Div. Andina 2004-2005).

Un proyecto desarrollado en Australia, por Csiro Minerals (Project AMIRA-2003) dirigido a la optimización de las operaciones que existen en la minería destaca que: “Actualmente los procedimientos y modelos usados para predecir el desgaste de aceros en los molinos, basados en prueba (test) de abrasión de Bonds, son muy imprecisos. Proponiendo desarrollar un procedimiento significativamente más preciso para la caracterización y predicción del consumo de los medios de desgaste, que permitirá una predicción más exacta de costos de operación”

Autores como Fahlstrom & Andrén (1964) han asumido y descrito matemáticamente el desgaste como lineal, deduciendo expresiones matemáticas, basadas en dos fuentes: Datos experimentales y reales de plantas, que describen el desgaste mediante relaciones lineales con el tiempo o unidades de tonelaje, y de modelos físicos establecidos de la cinética y dimensionamiento de molinos. Sin embargo, Austin (1987) señala que “el desgaste es uno de los más importantes problemas que deben enfrentar las plantas de procesamiento de minerales en la industria del cobre debido a sus altos costos de operación, señalando que las leyes establecidas y desarrolladas sobre el desgaste, tienen que reexaminarse, estudiar e investigar el problema del desgaste, constituye una importante prioridad a desarrollar”.

Magne (1998) modela y describe el desgaste de revestimientos mediante relaciones lineales en el tiempo (o el tonelaje), relaciones formuladas en función del diámetro del molino, espesor inicial de placas y lifters, y sus tasas de desgaste en el tiempo.

Sin embargo, estas aseveraciones no se han comprobado exhaustivamente antes de su aceptación definitiva y aun no se han validado científicamente. Su aplicación práctica como metodología y procedimiento de proyección de las fechas de reemplazo en revestimientos, solo puede ser usada en términos referenciales, por las plantas SAG para estimar las vidas útiles de los revestimientos, puesto que es demasiado impreciso en términos de sus

resultados numéricos, e inadecuado en respecto de los numerosos factores adicionales que intervienen en la dinámica de molienda y el fenómeno propio del desgaste.

Estas curvas de desgaste generalmente se han analizado y proyectado por medio de regresiones lineales sencillas, idealizadas del fenómeno, que no representan cabalmente el comportamiento del revestimiento frente a el desgaste al que está sometido durante su vida útil en operación. Actualmente muchos concentradores y plantas de molienda SAG nacionales, utilizan estos modelos, que en la práctica entregan predicciones imprecisas e inapropiadas de vida útil y de las fechas de reemplazo de sus revestimientos en operación.

CAPITULO III
DESCRIPCIÓN GENERAL DEL MOLINO SAG
3.1 UBICACIÓN DIVISIÓN ANDINA CODELCO CHILE

La División Andina se encuentra ubicada en la parte alta de la cordillera de los Andes la quinta región, a 38 kilómetros de la ciudad de los Andes y a 80 Km. al noreste de la ciudad de Santiago, sus operaciones mineras se realizan entre 3500 y 4200 metros sobre el nivel del mar. Entre sus procesos de planta, la concentración se realiza a través de las siguientes etapas: chancado, molienda, flotación colectiva de cobre y molibdeno, flotación de molibdenita, espesamiento, filtrado y secado. Dentro de los procesos de molienda el concentrador posee un molino SAG en el cual se basó este estudio.

3.2 DESCRIPCIÓN DEL MOLINO SAG

Este equipo es un molino (SAG) de 11 metros de diámetro por 4,6 metros de longitud (36 pies de diámetro y 16 pies 9 pulgadas), de velocidad variable, diseñado para operar con una carga máxima de bolas equivalentes a un 12%-15% del volumen interior del molino, fabricado por SVEDALA GRINDING (Metso Minerals). Consta de un motor anillo SIEMENS de 16.000 HP de potencia nominal. Procesa el mineral proveniente del chancador giratorio, con una capacidad media de tratamiento de diseño de 1538 TPH (Toneladas-Húmedas por hora); es decir 36912 (ton/día).

CUADRO N° 3.1 características del molino SAG

Tipo de Molino	De cascada, semiautógeno
Fabricante	Svedala Grinding (Metso Minerals)
DIMENSIONES	
Diámetro interior	11metros (36 Pies)
Longitud	4,6 metros (16 Pies y 9 Pulgadas)
Dirección de rotación	Bidireccional
Velocidad	0 - 9.5 rpm
SISTEMA DE LUBRICACION	
Descansos principales	Forzada, hidrostática
Peso total molino	992 Toneladas
Tamaño de bolas	127 mm (5 Pulgadas)

3.3 CAPACIDADES DE PRODUCCION EN MOLIENDA SAG

A nivel gerencial, la División Andina propone metas de producción programadas anuales para la molienda SAG, considerando que la capacidad media de tratamiento de diseño del molino que es 36912 (ton/día); sin embargo, la capacidad histórica de tratamiento *real* alcanzada por el molino, desde su puesta en marcha, ha sido menor que la capacidad de diseño original y variante en el tiempo; debido a diversos factores ampliamente discutidos por Alarcón (2005) y Rivera (2005), entre los que destacan:

- Variabilidad de las características geológicas del mineral de alimentación (granulometría, dureza, ley de cabeza, etc.).
- Limitaciones y condiciones de riesgos operacionales propios del molino (Ej. sobre cargas).
- Mantenciones programadas generales cada 6 meses de 90 horas y específicas de 10 horas cada mes.
- La disponibilidad real histórica del molino incluyendo los progresos en términos tecnológicos, como además en procedimientos de control y mantención.

Los datos productivos de molienda SAG, son el tratamiento (conminución) de mineral medido en toneladas, estos son recolectados a la entrada del molino por un pesometro ubicado en la correa de alimentación de mineral seco. Para determinar el tonelaje húmedo saliente del molino, se suma al mineral tratado (menor granulometría) el volumen de agua ingresada.

Las metas programadas anuales de molienda SAG se basan principalmente de la capacidad histórica *real* alcanzada por del molino, por lo tanto los principales valores representativos que se desean determinar, denominados molienda mensual y diaria estimada, provienen de los datos históricos disponibles de la planta. La idea es ordenar y clasificar los datos históricos, para determinar de ellos los estadísticos descriptivos (deductivos)

más característicos como la media, mediana, desviación estándar etc., y consecutivamente determinar estadísticos inferenciales (inductivos) a los datos, pruebas de hipótesis nula y de distribuciones teóricas de patrones especiales.

Para determinar los principales valores representativos, se dispone de dos grandes fuentes de datos, por parte de Codelco-Andina:

- a) Tablas de datos productivos *anuales* de mineral seco entrante al molino SAG de los años 1998 al 2004, (ANEXO C).
- b) Tablas de datos productivos *diarios* de mineral húmedo saliente del molino SAG entre los años 2003 y 2004, (ANEXO D).

Los datos productivos *anuales* posibilitan encontrar mediante un análisis estadístico descriptivo (realizado en el ANEXO C) los parámetros más representativos, de estos, solo se destacan y utilizan los valores deducidos de producción *media* en: *molienda anual, mensual y diaria* correspondientes a los años 2003 y 2004; por considerarse estos valores referenciales, semejantes a los actuales en curso (Rivera, 2005), presentados en el cuadro N° 3.2:

CUADRO N° 3.2 Estadísticos descriptivos datos productivos años 2003 y 2004.

MOLIENDA SAG	Año 2003	Desviación Estándar	Año 2004	Desviación Estándar	Unidad Medida
TOTAL ANUAL (REAL)	12418842	119327,67	12763002	92095,445	ton
MEDIA MENSUAL	1034903,5	9943,9727	1063583,5	7674,6204	ton
MEDIA DIARIA	34024,22	3977,5891	34967,13	3069,8482	ton

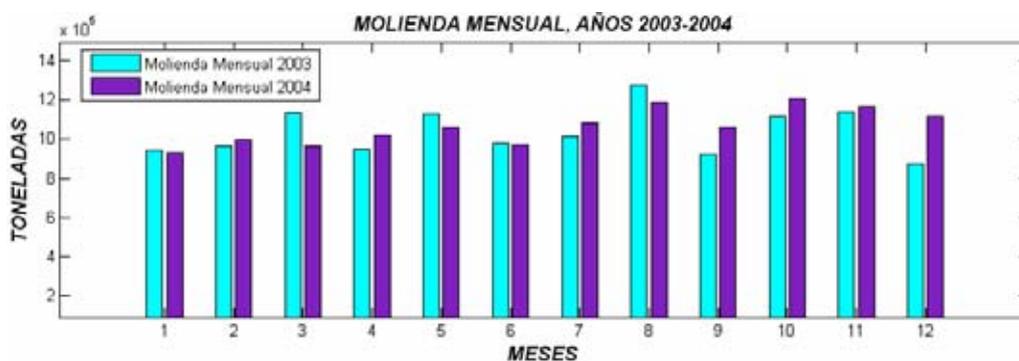


FIGURA N° 3.1 Histograma de frecuencia datos productivos *anuales* de mineral seco en toneladas solo de los años 2003 y 2004 (ANEXO C).

Los datos productivos húmedos *diarios* (ANEXO D) correspondientes a molienda SAG de los años 2003 y 2004, posibilitan hallar, con un análisis descriptivo, los parámetros estadísticos más representativos (Cuadro N° 3.3) de la *molienda diaria estimada*, confeccionando sus respectivos histogramas de frecuencia (Fig. N° 3.2):

CUADRO N° 3.3 Estadísticos descriptivos datos productivos *diarios* 2003, 2004.

Estadísticos de datos productivos diarios de mineral húmedo (Toneladas)					
Año 2003			Año 2004		
Mínimo	0	ton	Mínimo	0	ton
Máximo	48610,00	ton	Máximo	47950,00	ton
Rango	48610,00	ton	Rango	47950,00	ton
Media	34489,62	ton	Media	35696,97	ton
Mediana	36860,00	ton	Mediana	37735,00	ton
Desviación Std.	9411,430	ton	Desviación Std.	8337,550	ton

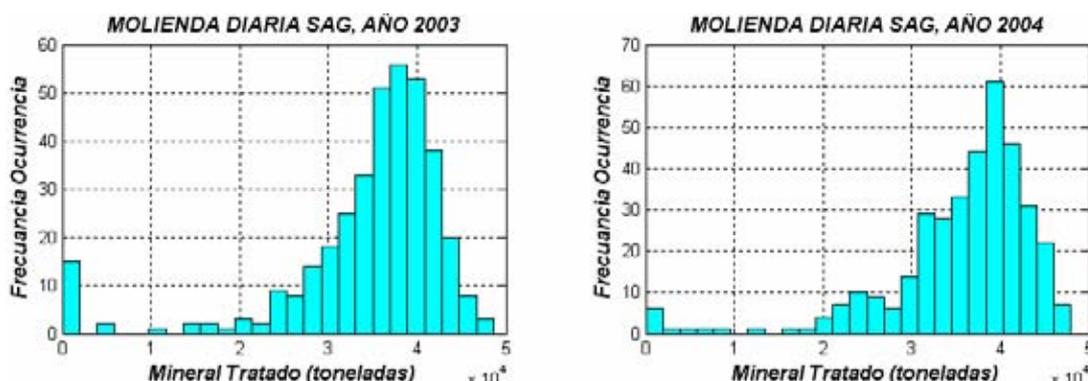


FIGURA N° 3.2 Histograma de frecuencia datos productivos *diarios* de mineral húmedo en toneladas correspondiente a los años 2003 y 2004 (ANEXO D).

Los histogramas de las Fig. N° 3.2, revelan la existencia de dos máximos o picos distintos en cada año de producción, lo cual indica la existencia de una *forma de distribución asimétrica bimodal sesgada negativamente* (sesgo negativo; cuando la cola se extiende hacia el lado izquierdo negativo. Devore, 2001). Los picos de menor magnitud se deben a los valores de cero producción. Los eventos de cero producción son los momentos en que algún sistema propio o anexo al funcionamiento o ciclo del molino SAG se ha detenido o fallado, fallas que pueden ser o no propias de los revestimientos.

3.4 INFERENCIA ESTADISTICA DEL TIPO DE DISTRIBUCIÓN

Alarcón (2005) señala que los eventos de cero producción diaria son indeseados, siendo lo ideal minimizar estas ocurrencias, para alcanzar las metas de producción establecidas a nivel gerencial por Codelco-Andina; en otras palabras el análisis se efectuará suponiendo distribuciones unimodales sesgados negativamente. Al analizar los histogramas de frecuencia de la Fig. N° 3.2 se destaca claramente que poseen similar forma de frecuencia de comportamiento, para verificar tal suposición se ha realizado un test de contraste de homogeneidad para los datos productivos húmedos diarios (b) correspondientes a los años 2003 y 2004, es decir, se contrasta si las dos muestras “x” (año 2003 y 2004) provienen de la misma distribución (sin importar el tipo de distribución), se utilizara el test de sumas de rangos como además la prueba de los signos de Wilcoxon (Devore, 2001); por medio del software Matlab y sus funciones Statistics Toolbox (Pérez, 2002), ver ANEXO E.

La forma de los histogramas de datos productivos diarios (b) de los años 2003 y 2004 (Fig. N° 3.2) indican que un buen candidato es la distribución de valor extremo del tipo I llamada *distribución de Gumbel* (Nelson, 1990. Meeker, 1998. Kotz, 2000). Considerando todo lo anteriormente indicado, supuesto y verificado, es viable, considerar inductivamente que los datos estudiados “x” (año 2003 y 2004) presentan un mismo tipo de función de distribución, en nuestro caso se ha inferido una distribución de valor extremo. La cual se abrevia $X \sim Ev(\xi, \theta)$ con parámetros de localización (ξ) y escala (θ).

$$x \sim Ev(\xi, \theta) \quad -\infty < \xi < +\infty \quad \theta > 0 \quad (3.1)$$

$$Ev(x; \xi, \theta) = \left(\frac{1}{\theta} \right) \exp\left(\frac{x - \xi}{\theta} \right) \exp\left(-\exp\left(\frac{x - \xi}{\theta} \right) \right) \quad x \in \mathfrak{R} \quad (3.2)$$

La estimación de los parámetros de la distribución de valor extremo ξ y θ , pueden ser encontrados mediante tres técnicas: el método de los momentos, mínimos cuadrados y por el método de máxima verosimilitud (Kotz, 2000).

Se hallan los parámetros ξ y θ por medio del método de máxima verosimilitud, debido a sus deseables propiedades de eficiencia estadística ampliamente discutida por diversos autores (Devore, 2001. Kotz, 2000. Meeker, 1998), para ello se utilizará el Matlab Statistics Toolbox (Santos, 2003); ver Cuadro N° 3.4 y ANEXO F. Sin embargo Cabaña (2005) recomienda “verificar” los parámetros ξ y θ obtenidos a través del método de los momentos, mediante:

La media μ , con ρ constante de Euler:

$$E(x) = \mu = \xi - \rho\theta \quad \rho \approx 0.5772156 \quad (3.3)$$

La varianza σ^2 :

$$Var(x) = \sigma^2(x) = \frac{\pi^2\theta^2}{6} \quad (3.4)$$

La desviación standard σ :

$$\sigma = \frac{\pi\theta}{\sqrt{6}} = 1.283 * \theta \quad (3.5)$$

CUADRO N° 3.4 Parámetros y estadísticos distribución Gumbel, años 2003 y 2004, obtenidos por máxima verosimilitud, verificados por método de momentos.

Distribución Valor Extremo de datos productivos diarios de mineral húmedo				
Año 2003			Año 2004	
Parámetros Estimados	Error Std.		Parámetros Estimados	Error Std.
ξ	39105,9	ton	302,713	ton
θ	5519,44	ton	233,073	ton
Estadísticos Valor Extremo			Estadísticos Valor Extremo	
Media	35920,100	ton	Media	34848,100 ton
Desv. Std.	7078,9523	ton	Desv. Std.	7308,7961 ton
Varianza	50111565	ton	Varianza	53418500 ton

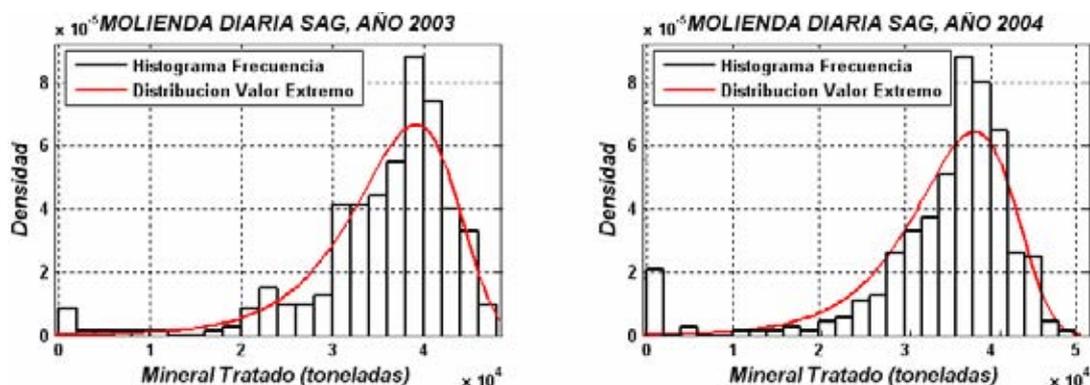


FIGURA N° 3.3 Histogramas y distribuciones de valor extremo años 2003, 2004.

3.5 PRINCIPALES VALORES PRODUCTIVOS EN MOLIENDA SAG

Considerando todos análisis y resultados estadísticos anteriormente desarrollados, es posible deducir y seleccionar valores *referenciales* de la capacidad de producción en molienda húmeda, basado en datos históricos alcanzados por el molino SAG bajo condiciones normales de operación, con eventos de cero producción (indeseados) y baja (mantención programada); valores referenciales provenientes de:

- Del análisis estadístico descriptivo de los datos productivos anuales seco, solo de los años 2003 y 2004, se establecieron (Cuadro N° 3.2) sus medias mensuales y diarias correspondientes.
- Del análisis estadístico descriptivo de los datos productivos diarios húmedos de los años 2003 y 2004, se establecieron (Cuadro N° 3.3) sus medias mensuales y diarias correspondientes.
- Del análisis estadístico inductivo de los datos productivos diarios húmedos de los años 2003 y 2004, se infiere una distribución de valor extremo; obteniéndose (Cuadro N° 3.4) sus medias mensuales y diarias.

Los valores *referenciales* de capacidad de producción en molienda SAG, fueron seleccionados, analizados y validados ampliamente, en conjunto con Ingenieros Supervisores de las Superintendencias de Procesos, y Mantención del Concentrador de la Div. Andina, entre estos Alarcón (2005) y Rivera (2005).

CUADRO N° 3.5 valores *referenciales* de la capacidad de producción SAG

Valores Referenciales Capacidad Producción	Símbolo designado	Valor aproximado	Unidad Kilo-Toneladas
Molienda programada anual	(μa)	12750	(kton/año)
Molienda mensual estimada	(μm)	1063,0	(kton/mes)
Molienda diaria estimada	(μd)	35,600	(kton/día)

Estos valores *referenciales* de la capacidad de producción, son de vital importancia, estos serán considerados como *constantes principales*, en el modelamiento matemático y programa computacional desarrollado en este estudio.

3.6 DESCRIPCIÓN DE LOS REVESTIMIENTOS DEL MOLINO SAG

Cada sección del cuerpo del molino SAG (muñones, tapas y cilindro) está cubierta por un revestimiento interior que la protege del contacto con la carga evitando de esta manera el desgaste por abrasión e impacto, tanto del mineral como de las bolas de 127 mm (5 Pulgadas). El material del revestimiento dependerá del tipo de desgaste y trabajo a que esté sometida la sección correspondiente.

La tapa de alimentación del molino, así como el cilindro y la tapa de descarga, está revestido con un respaldo de goma de 6 mm de espesor, para un mejor asentamiento del revestimiento y la protección del manto interior de la oxidación, sobre este respaldo se instala el revestimiento propiamente tal.

Para una fácil identificación es común denominar las piezas de los revestimientos de acuerdo a su ubicación en el molino:

CUADRO N° 3.6 revestimientos del molino SAG

SECCION	DESIGNACION	UNIDADES
ALIMENTACION	<i>Coraza deflectora</i>	18
	<i>Coraza interior</i>	18
	<i>Coraza intermedia</i>	18
	<i>Coraza exterior</i>	36
	<i>Coraza exterior pieza única</i>	36
CILINDRO	<i>Esquinero lado alimentación</i>	36
	<i>Lifter alto</i>	144
	<i>Placa</i>	72
	<i>Lifter bajo</i>	144
	<i>Esquinero lado descarga</i>	36
TAPA DESCARGA	<i>Coraza parrilla descarga</i>	36
	<i>Coraza intermedia</i>	18
	<i>Coraza interior</i>	18

TAPA DE ALIMENTACIÓN

La tapa de alimentación esta compuesta por los siguientes revestimientos:

- Las corazas **deflectora, interior, intermedia** están conformadas por una placa y dos lifters (alzadores) “fundidos integralmente como una pieza”.
- Las **corazas exteriores** se distribuyen cubriendo la periferia de la tapa de alimentación. Este revestimiento está formado por una placa de forma angular y un lifter, fundidos integralmente con ella. En el extremo próximo al cilindro, los alzadores tienen un bisel para facilitar el cambio de los alzadores del cilindro.
- La **coraza exterior pieza única** se distribuyen cubriendo la periferia correspondiente a las corazas intermedia y exterior de la tapa de alimentación, este revestimiento es una innovación diseñada para formar un solo cuerpo de estos dos revestimientos; esta formado por una placa de forma angular y un lifter, fundidos integralmente con ella. En el extremo próximo al cilindro, los alzadores tienen un bisel para facilitar el cambio de los alzadores del cilindro.

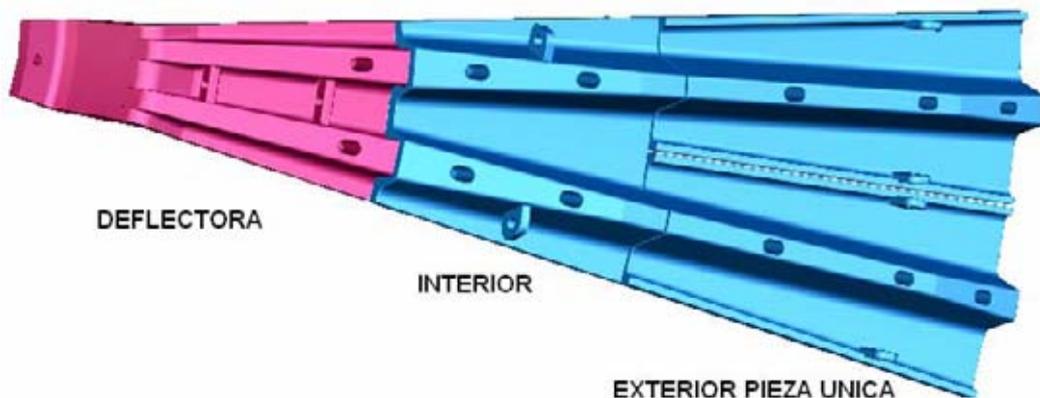


FIGURA N° 3.4 Revestimientos de la *tapa alimentación* molino SAG

CILINDRO

El cilindro o manto del molino esta conformado por los siguientes revestimientos:

- Las **placas cilindro** son placas iguales y están ubicadas en el cilindro en dos corridas, una a cada extremo del cilindro, uno al lado de alimentación y otro al lado de descarga. Sobre estas se asientan la base de los alzadores cada uno tiene un rebaje central.
- Los **lifters cilindro** (alzadores) se instalan sobre la parte central de cada placa en forma alternada, una fila de **altos** y otra de **bajos**, distribuidas en dos corridas. La corrida lateral del lado alimentación al igual que las placas son diferentes a las otras dos solo en la disposición de las perforaciones para los pernos.
- Los **esquineros** se instalan cubriendo circunferencialmente el espacio que queda entre los revestimientos del cilindro y las tapas tanto de alimentación como de descarga. Su fijación es sin pernos, ya que éste queda atrapado entre las placas del cilindro y los revestimientos periféricos de las tapas.

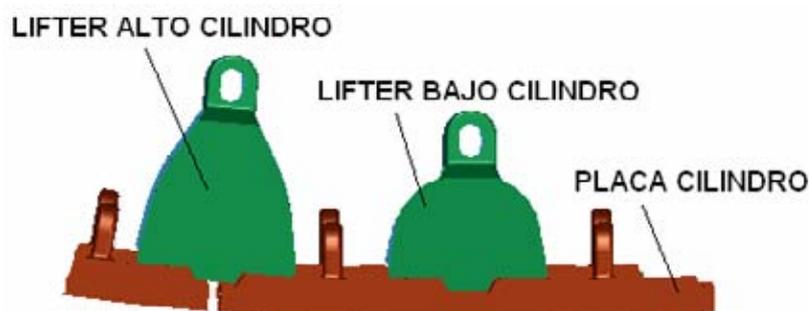


FIGURA N° 3.5 Revestimientos del *cilindro* molino SAG

TAPA DE DESCARGA

La tapa de descarga tiene doble pared, una que protege la tapa (carcaza exterior) y otra que va en contacto con la carga. Ésta última sirve como parrilla de clasificación guiando la pulpa hacia la descarga por esta cámara intermedia que se forma entre ambas paredes; la pared en contacto con la carga esta conformada por los siguientes revestimientos:

- Los revestimientos ***interiores e intermedios*** están conformados por una placa y dos lifters (alzadores) fundidos integralmente con ella conformando sólo una pieza. Estos revestimientos se fijan a través de la caja de descarga interior, por medio de cuatro pernos.
- Las ***parrillas de descarga*** se fijan a través de la caja de descarga periférica, están conformadas por una placa en forma de sector circular, con aproximadamente 7.62 cm. (3 pulg.) de espesor y un alzador central fundidos integralmente. La placa está provista de perforaciones alargadas de 64 mm. (2.5 pulg.) de ancho, orientadas perpendiculares al eje del alzador y de longitud variable dependiendo de su posición radial, las cuales permiten el paso de pulpa hacia la cámara de descarga. Las dimensiones de estas perforaciones permiten el paso de los pebles que serán chancados posteriormente.

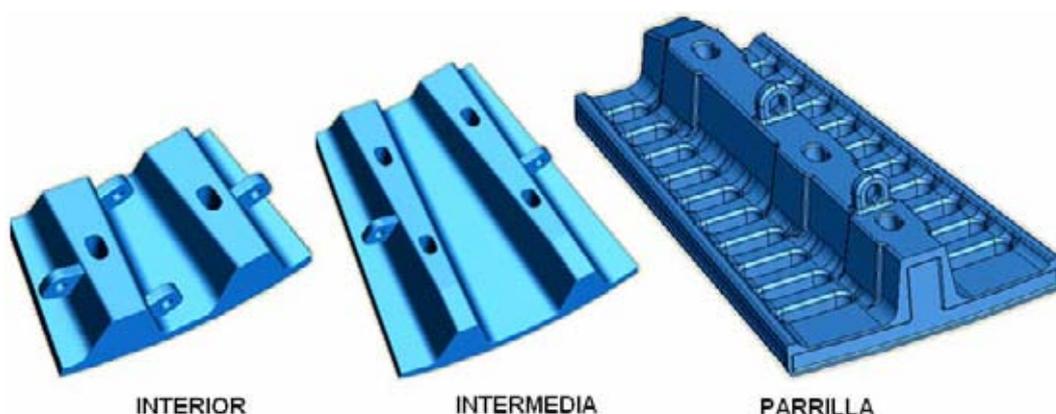


FIGURA N° 3.6 Revestimientos de la *tapa descarga* molino SAG

3.7 CONTROL DE MEDICIONES DEL DESGASTE

La planta SAG establece un procedimiento estándar para el control de espesores y alturas de los revestimientos, estudia y controla el perfil y la evolución del desgaste de sus revestimientos, mediante inspecciones ultrasónicas del nivel de desgaste de las placas y lifters. Al analizar los datos obtenidos, se puede verificar la integridad estructural de los revestimientos, detectar situaciones irregulares y planificar en forma aproximada las fechas de detención por cambio de revestimientos.

Estas muestras se realizan generalmente, a intervalos irregulares de tiempo cuando algún sistema propio o anexo al funcionamiento del ciclo de molienda semiautógena a fallado, deteniendo “necesariamente” el molino SAG; momento en el cual es posible efectuar la medición del desgaste a los revestimientos. Estas son realizadas por personal calificado en el uso de ultrasonidos. Cada uno de los revestimientos posee un N° de puntos muestrales los cuales se indican en una planilla de medición. Estos se clasifican según pertenezcan a zonas de placas o lifters, es decir espesores o alturas, medidas en orden secuencial para luego poder visualizar cuales pertenecen a cada uno.

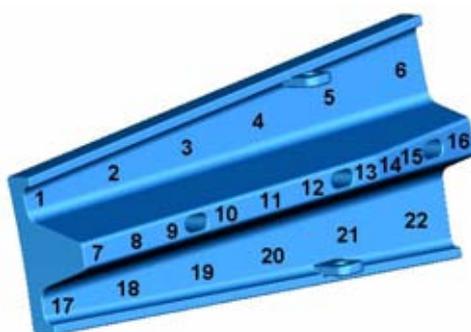


FIGURA N° 3.7 Puntos de medición de coraza exterior, tapa alimentación

El conjunto total de mediciones o puntos recolectados en una detención del molino son de 273, que corresponden a los 13 tipos de revestimientos censados, Estos a su vez se clasifican según pertenezcan a zonas de placas o lifters, es decir espesores o alturas que conforman (fundidos integralmente) el revestimiento, ver CUADRO N° 3.7.

CUADRO N° 3.7 Puntos de medición y zonas de revestimientos medidos

SECCION	DESIGNACION	PTOS MEDICION	ZONAS	
TAPA ALIMENTACION	<i>Coraza deflectora</i>	24	<i>2 Lifters</i>	<i>3 Placas</i>
	<i>Coraza interior</i>	24	<i>2 Lifters</i>	<i>3 Placas</i>
	<i>Coraza intermedia</i>	24	<i>2 Lifters</i>	<i>3 Placas</i>
	<i>Coraza exterior</i>	22	<i>1 Lifters</i>	<i>1 Placas</i>
	<i>Coraza exterior pieza única</i>	22	<i>1 Lifters</i>	<i>2 Placas</i>
CILINDRO	<i>Esquinero lado alimentación</i>	6	<i>Lado alimentación</i>	
	<i>Lifter alto</i>	24	<i>Alimentación</i>	<i>Descarga</i>
	<i>Placa</i>	18	<i>Alimentación</i>	<i>Descarga</i>
	<i>Lifter bajo</i>	24	<i>Alimentación</i>	<i>Descarga</i>
	<i>Esquinero lado descarga</i>	6	<i>Lado descarga</i>	
TAPA DESCARGA	<i>Coraza parrilla descarga</i>	31	<i>1 Lifters</i>	<i>2 Placas Perf.</i>
	<i>Coraza intermedia</i>	24	<i>2 Lifters</i>	<i>3 Placas</i>
	<i>Coraza interior</i>	24	<i>2 Lifters</i>	<i>3 Placas</i>
Totales		273	15 Lifters	23 placas

Luego se analizan los datos apareados observados (valores porcentuales de las mediciones, y tonelajes al momento de medir) de cada zona que compone el revestimiento (lifter(s) y placas), para así poder visualizar y estimar los niveles de desgaste que presenta cada zona, es decir, por ejemplo en la FIGURA N° 3.7 correspondiente a la coraza exterior de la tapa alimentación esta posee 3 zonas: 1lifter y 2 placas. Entonces se confeccionan 3 gráficos cartesianos de dispersión de los datos observados; donde las abscisas son los tonelajes y el eje de las ordenadas con los porcentajes de desgaste (mediciones), ajustando estos pares coordenados mediante regresión, se obtienen sus respectivas curvas de desgaste (asumidas linealmente). Con estas es posible estimar y predecir, el tonelaje que estas zonas alcanzan al asumir los valores porcentuales de desgastes máximos admisibles estipulados por la planta (75-80% de sus, alturas o espesores, originales). Con estos resultados es posible determinar la fecha de recambio de tal revestimiento aplicando el siguiente raciocinio: “*la zona que alcance el menor tonelaje es la que determina preponderantemente, la fecha aproximada para el reemplazo de tal revestimiento*” Este proceso de análisis se realiza en las 13 unidades de revestimientos censados (Alarcón, 2005).

3.8 CRITERIOS UTILIZADOS PARA EL REEMPLAZO DE REVESTIMIENTOS

Históricamente la planta SAG de la División Andina aplican los siguientes criterios para el recambio de los revestimientos de molino SAG, los cuales son utilizados por el modelo de análisis que opera actualmente en planta. Valores que serán considerados como *constantes secundarias* en la modelación propuesta en este estudio.

- El recambio de revestimientos se realiza una vez que los lifters o placas han alcanzado el valor porcentual del *desgaste máximo admisible*. Porcentaje respecto de su medida original. Valor designado por el símbolo (δ), con los siguientes valores referenciales de desgastes máximos admisibles para cada zona de revestimiento:
 - Zona de *Lifters* cuando este alcance el 80% del desgaste.
 - Zona de *Placas* cuando estas alcancen el 75% del desgaste

- Se infiere de manera referencial la durabilidad en meses (o tonelajes) de cada uno de los revestimientos “nuevos” montados, esto basado en la experiencia, según los valores que han alcanzado históricamente cada uno revestimiento dentro del molino, incluido lo garantizado por los proveedores. Valor denominado *tonelaje último*, designado por el símbolo (κ).

CAPITULO IV

MODELAMIENTO MATEMATICO

4.1 INTRODUCCIÓN

En la observación de un problema o fenómeno particular, generalmente se encuentran patrones (variables o factores) de comportamiento similares entre si, entonces es posible postular principios y teorías físicas macroscópicas que los relacionen (Cervo, 2001). La física es una ciencia experimental basada en *modelos idealizados* de situaciones físicas complejas; el tratar de incluir todas las variables que intervienen o interactúan en un fenómeno particular sería abrumador, por lo cual la creación de un modelo idealizado, obliga a pasar por alto muchos efectos menores y enfocarse sólo en las variables características más importantes (Sears *et al.*, 1998).

En ocasiones, los modelos sugieren o “se conoce” una relación teórica (basada en leyes) entre variables, sin embargo en muchos problemas que enfrenta la ciencia y la ingeniería, no existe “conocimiento teórico” acerca del o los mecanismos de la relación “existente” entre variables (Montgomery, 1996). Por este motivo es necesario trazar la naturaleza filosófica del modelo que se desea plantear; esto respecto a la relación entre sus variables características, las cuales se fundamentan principalmente en las doctrinas filosóficas *deterministas y empíricas*. Devore (2001) señala que gran parte de las matemáticas esta dedicada a estudiar variables relacionadas de manera determinista. Esta doctrina se basa en el principio de que todos los procesos, hechos y realidades físicas naturales están rigurosamente determinados (relacionados) por leyes inmutables, históricamente los modelos idealizados relacionan sus variables mediante relaciones deterministas (Cervo, 2001).

Si no existe “conocimiento teórico” de la relación entre variables, estas se relacionan entre si de una manera *no determinista*, siendo necesario, descubrir un *modelo matemático empírico*, que describa o represente la relación entre las variables observadas (Montgomery, 1996). El empirismo se basa en el principio

filosófico en el que todos los sistemas están fundados en la experiencia producto del comportamiento demostrado en la práctica, única base de los conocimientos humanos (Cervo, 2001).

Shingley & Mischke (2002) discuten: “Que las ciencias le permiten al ingeniero innovar y crear soluciones, las matemáticas son sólo una herramienta del proceso de creación de tales soluciones, proceso en el cual, si el análisis requiere la construcción o invención un modelo abstracto del problema, y este admite alguna forma de análisis matemático, a estos modelos se les llama modelos matemáticos; y se espera que estos simulen el sistema físico real.”

Los modelos matemáticos son aquellos modelos en los que la representación formal de la relación entre variables, que entendemos por modelo, se hace en términos del formalismo de las matemáticas; tal representación, debe ser manipulable numéricamente para así obtener una solución(es) (Barceló, 1996. Olmos, 2004).

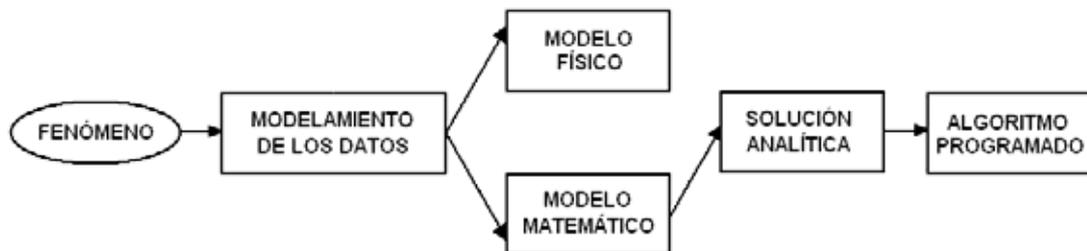


FIGURA N° 4.1 Maneras de estudiar un problema (Barceló, 1996).

La selección o diseño de un modelo puede estar basada de la observación y análisis del diagrama de dispersión entre las variables observadas, una de las técnicas para este propósito es el análisis de regresión, que permite encontrar relaciones entre variables, ajustando los parámetros del modelo y calcular los sus intervalos de confianza (Chasin, 1998). El modelo de regresión se considera como un modelo matemático empírico (Montgomery, 1996). Czitrom (2002) menciona los siguientes usos de la ecuación de regresión: construcción de modelos, descripción, predicción y estimación, estimación de parámetros y usos como sistema de control.

4.2 METODOLOGÍA DE CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS

La metodología que se utilizará como pauta para elaborar la formulación y construcción del modelo matemático, es la establecida por Barceló (1996) que propone un mínimo cuatro etapas elementales, presentadas y resumidas posteriormente:

1. Definición del problema.
2. Formulación del modelo.
3. Hipótesis y teorías matemáticas.
4. Generación del programa computacional.

1- DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

De acuerdo con la metodología propuesta, Chasin (1998) menciona que el primer paso es precisar con exactitud los objetivos del estudio y delimitar la naturaleza filosófica (determinista o empírica) del modelo a plantear, es decir cual es el propósito de construir el modelo. Ningún modelo puede llevarse a cabo sin establecer claramente una definición precisa del problema que se pretende resolver, esta depende de la comprensión y planteamiento de los objetivos teóricos y prácticos, desde el punto de vista de la ingeniería, como de los recursos tecnológicos disponibles (Czitrom, 2002), además se necesita conocer, clasificar e identificar en detalle las variables características principales que interviene en el problema (Barceló, 1996).

2- FORMULACIÓN DEL MODELO

El segundo paso es formular de un modelo conceptual, representación equivalente lógica aproximada del sistema real, esta constituye una abstracción simplificada del mismo (Barceló, 1996). El modelo es una representación formal a partir de la información recogida acerca de las variables características, estas se clasifican e identifican como variables independientes o de control y variables dependientes o no controlables, según si estos valores sean el

resultado de una decisión o vengan determinados por las características propias del sistema (Chasin, 1998).

Barceló (1996) destaca que la creación o selección del modelo es el paso más crítico y delicado, puesto que depende de esta decisión el logro o no de los objetivos planteados. Unas de las claves para el éxito en el modelamiento matemático, sugiere Chard (1997) es considerar expresiones o formulaciones matemáticas clásicas, que puedan proveernos de propiedades matemáticas estables o de buen comportamiento (funciones continuas, derivables, etc.).

3- HIPÓTESIS Y TEORÍAS MATEMÁTICAS

Una vez determinado el modelo matemático propuesto que relacione las variables, es necesario identificar y representar claramente las reglas que gobiernan tal relación que se desea simular. Es decir todas las hipótesis, teorías y propiedades matemáticas comprometidas que interrelacionan las variables o su comportamiento aleatorio, tanto en el modelo como en todas las funciones matemáticas que componen el algoritmo. Según Barceló (1996) una precaución importante es que ningún modelo es mejor que las hipótesis que encierra.

El análisis de los resultados obtenidos del algoritmo, posibilita la verificación teórica de las reglas, leyes e hipótesis incorporadas al modelo matemático, probando si son una representación válida del sistema modelado.

4- GENERACION DEL PROGRAMA COMPUTACIONAL

Finalmente el último paso, es generar un programa computacional, siendo un requisito indispensable para manipular numéricamente el modelo, y obtener los resultados deseados. El modelo matemático, así como el conjunto de todas las funciones y metodologías matemáticas utilizadas, se expresan en su totalidad como un algoritmo, traducido a un lenguaje (codificación) de programación para ejecutarlo como un programa, trabajando como conjunto finito de instrucciones o pasos metodológicos (Barceló, 1996. García, 2005).

4.3 FORMULACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

El objetivo del presente trabajo es determinar específicamente la vida útil de los revestimientos del molino SAG, valor(es) deducido(s) a partir de las observaciones de los datos apareados, recolectados de las mediciones del desgaste (D_i) y las kilo-toneladas (k_i) de mineral procesados por tales revestimientos (molienda) al momento de efectuada la medición.

Por lo expuesto en el planteamiento de los objetivos de este trabajo (Cáp.-1.4), se delimita el problema a construir un modelo matemático, capaz de predecir la vida útil de los revestimientos y describir la evolución de su desgaste. Modelamiento basado en una relación funcional ajustada mediante análisis de regresión.

Un primer paso en el análisis de regresión con dos variables es trazar un diagrama de dispersión de los datos observados (Devore 2001), correspondientes a los datos recolectados del desgaste (D_i) y las kilo-toneladas (k_i) de mineral procesados (molienda) al momento de medir. Ostle (1979) destaca que el objeto de los diagramas de dispersión consiste, precisamente, en poner de manifiesto la existencia de una relación entre las variables.

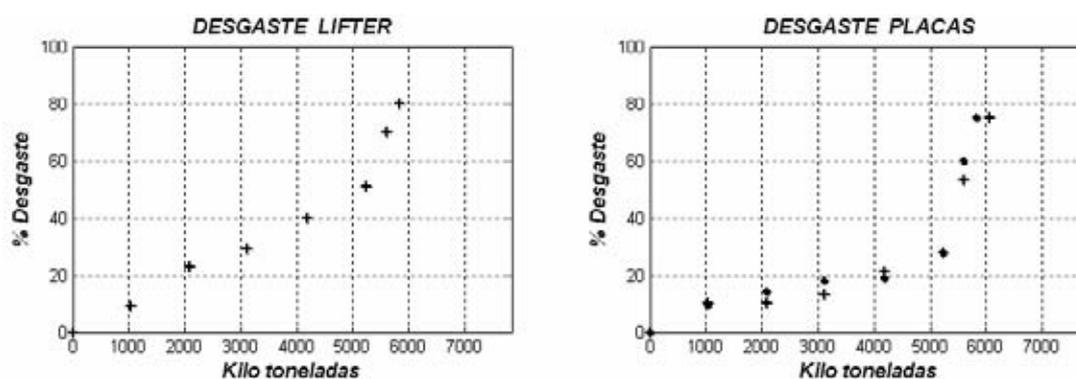


FIGURA N° 4.2 Ej. de patrones recurrentes en diagramas de puntos (k_i, D_i) observados en lifter y placas coraza exterior, tapa alimentación (ver FIG N° 3.7).

Aunque la regresión lineal es adecuada para muchas situaciones, algunas variables no se conectan entre si por una relación tan simple, el descubrir una relación precisa de forma no lineal, entre dos cantidades, es uno de los problemas llamados ajuste de curvas que se conoce como regresión curvilínea o polinómica (Snedecor, 1967. Chard, 1997).

No obstante existen modelos de ajuste no lineales, llamados intrínsecamente lineales (Devore, 2001), puesto que es posible transformar (linealizar) una o ambas variables mediante logaritmos u otra propiedades matemáticas, con el objeto que la relación entre estas nuevas variables sea lineal. Ostle (1979) señala textual “que una vez que se a juzgado que el modelo lineal es inadecuado, el investigador esta obligado a considerar el ajuste de algún modo no lineal. Esto es, el debe intentar descubrir un modelo matemático no determinista (empírico) diferente que describa o represente mejor las observaciones”

Uno de los modelos no lineales en su forma gráfica, es la función de regresión polinomial, la cual no es linealizable directamente por medio de la aplicación de una propiedad matemática; la dificultad de este tipo de función de regresión surge, no por la no linealidad de los parámetros de ajuste, si no por la no linealidad de la variable independiente (Snedecor, 1967. Chard, 1997).

Se define una relación funcional entre el desgaste (D_i) en función de las kilo-toneladas (k_i), relación en la cual la variable dependiente respuesta es (D_i) y la variable independiente regresora es (k_i).

$$D_i = f(\beta_i, k_i) \pm \varepsilon_i \quad \{(k_i, D_i) : i = 0, 1, 2, \dots, n\} \quad (4.1)$$

D_i = Desgaste medido en porcentaje con respecto a su dimensión real (mm).

k_i = Mineral tratado por el revestimiento en Kilo-toneladas (kton).

β_i = Representa los coeficientes o parámetros estimados de ajuste.

ε_i = Representa el error o la variación del modelo descriptivo.

Relación funcional en la cual (β_i) representa los coeficientes o parámetros numéricos estimados de ajuste. El error residual (ε_i) representa la variación que no puede ser explicada por el modelo estimado, corresponde a las diferencias entre las observaciones reales y asumidas independientemente distribuidas (Czitrom, 2002. Devore, 2001).

Para modelar la forma funcional de la regresión de (D_i) sobre (k_i) , supondremos que la relación subyacente entre estas dos variables es linealmente independiente, continua y derivable en el intervalo de reales positivos desde $[0, \infty+]$ (propiedades estables), en la medida que tenga un desarrollo en serie de Taylor (Chard, 1997. Martínez, 1998).

$$D_i = \beta_0 + \beta_1(k_1) + \beta_2(k_2)^2 + \beta_3(k_3)^3 + \dots + \beta_n(k_n)^n + \varepsilon_i \quad (4.2)$$

Los primeros términos de éste desarrollo en serie consiguen una buena aproximación, entonces ajustaremos los datos observados a un polinomio definido mediante una serie finita de potencias (Swokowski, 1989. Howard *et al.*, 2003), representada de forma:

$$D_i = \sum_{i=0}^n \beta_i (k_i)^i \pm \varepsilon_i \quad \{(k_i, D_i) : i = 0, 1, 2, \dots, n\} \quad (4.3)$$

Esta relación funcional será el modelo matemático empírico usado para determinar la vida útil de los revestimientos del molino SAG. Además de describir y predecir los rendimientos y fenómenos del desgaste en el tiempo de operación.

En la práctica puede ser difícil determinar el grado del polinomio a hacer ajustado al conjunto de datos apareados, ya que siempre es posible encontrar uno o más grados para el polinomio (n) , este grado puede ser determinado por simple inspección visual del número de datos, ya que es posible ajustar un polinomio de grado, cuando más, de $(N-1)$ puntos que pasen por cada uno de los (N) puntos correspondientes a (n) valores distintos de la variable; también

puede determinarse el grado por un criterio más riguroso como el método de mínimos cuadrados (Chard, 1997).

Chard (1997) menciona que en la realidad lo que se busca es un polinomio del menor grado posible que describa “adecuadamente” los datos. Respecto a esta problemática Porta Nova (1999) señala que idealmente la selección del grado del polinomio o tipo de curva debe estar basada principalmente en el diagrama de dispersión de los datos apareados, reiterando que lo “usual es lo visual” esto basado en justificaciones físicas propias e inherentes del problema en cuestión.

Considerando lo anterior se ha deducido conjuntamente de la experiencia en planta (Alarcón, 2005. Rivera, 2005) y de los diagramas de dispersión, que el grado de la función que describe el desgaste en las zonas de placas y lifters de los revestimientos puede definirse por $n=2$ y $n=4$ respectivamente.

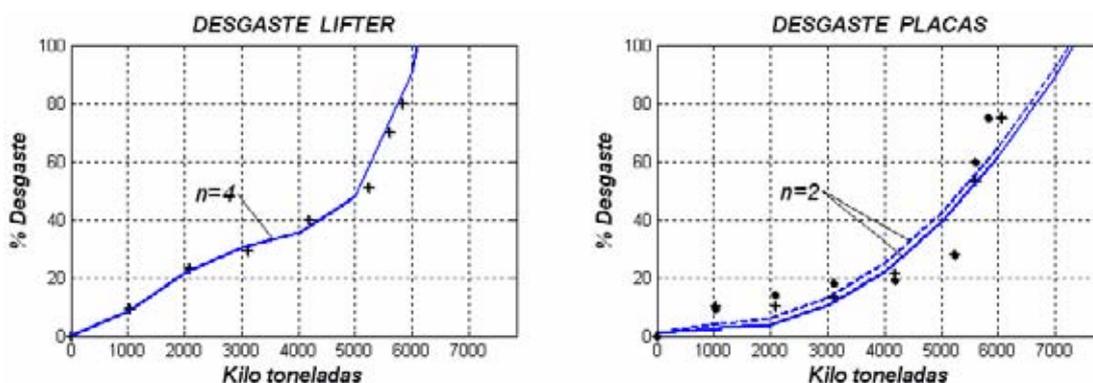


FIGURA N° 4.3 Polinomios de comportamiento del desgaste, de Ej. FIG. N° 4.2

Consecuentemente con la elección del grado (n) de polinomio modelo (4.3), el número mínimo datos apareados (N) de la muestra debe ser 5. El origen del sistema coordenado bidimensional punto (0,0) representa el montaje del revestimiento con cero tonelaje (k_i) y cero desgaste (D_i); este valor siempre se considera parte de las observaciones. Es decir solamente se necesitaran

$N=4$ valores muestrales para comenzar a ajustar los polinomios del revestimiento en operación. Del mismo modo se utilizarán los puntos o dispersiones de datos del “mismo” revestimiento removido anteriormente (inmediatamente anterior) al que permanece en operación y se desea ajustar; siempre que éste conserve las mismas características de diseño: geométricas, aleación, microestructura, tratamiento térmico, etc., esto con el objetivo de mejorar la consistencia (nube de puntos) del diagrama de dispersión del revestimiento analizado.

La teoría clásica del ajuste de curvas por medio de regresión se basa en el método de los mínimos cuadrados. Ostle (1979) destaca, que de hecho si se hace la suposición de normalidad, el método de los mínimos cuadrados es equivalente al de máxima probabilidad, contrastado con otras técnicas sistemáticas de ajuste de curvas y estimación de parámetros.

Chasin (1998) expresa que el análisis de regresión por medio de mínimos cuadrados requiere el cumplimiento de una serie de supuestos referentes al error residual necesarios para su aplicación al considerar un conjunto de datos apareados consistente en (N) puntos (k_i, D_i) , se deben establecer teóricamente los siguientes supuestos:

- El error existe sólo en la variable dependiente respuesta (D_i), y no en la variable independiente regresora (k_i).
- El error residual (ϵ_i) es una variable aleatoria normalmente distribuida, que posee una distribución normal (Gaussiana) con medias cero $\mu=0$ y varianza constante $\sigma^2= \text{cte}$, representado como $\epsilon_i \sim N(\mu, \sigma^2)$.

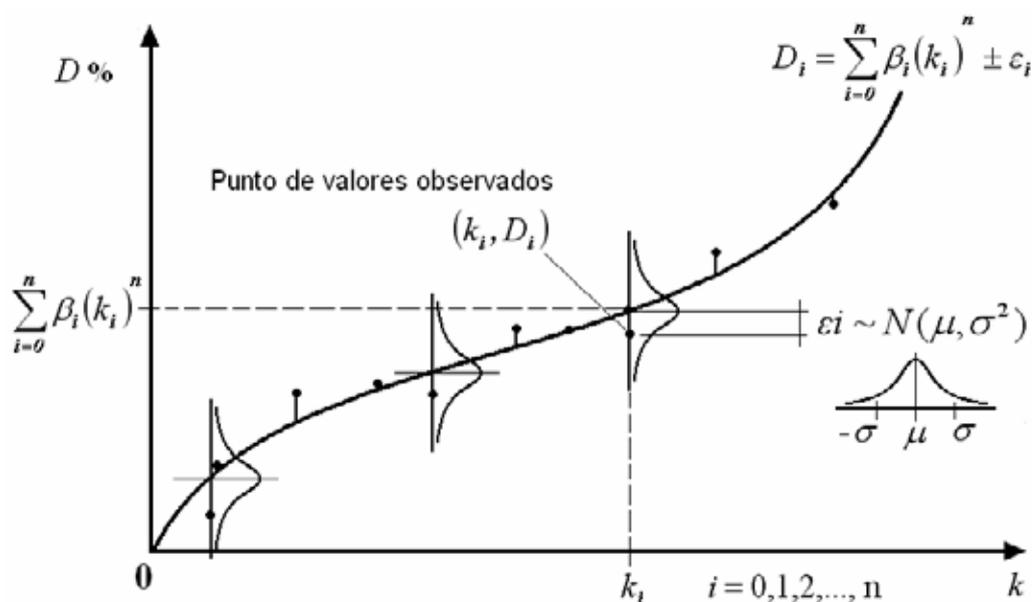


FIGURA N° 4.4 Distribución Gaussiana de error residual (ϵ_i) de (D_i) para un valor (k_i).

La variabilidad de las observaciones (D_i) en un valor particular de (k_i) está determinada por la varianza del error (σ^2), por lo tanto cuándo los valores (σ^2) son pequeños los valores observados (D_i) se aproximarán cerca de la curva de regresión, por el contrario cuando los valores de (σ^2) son grandes, los valores observados de (D_i) pueden desviarse considerablemente; dado que la variabilidad (σ^2) es constante, la varianza de la distribución de valores (D_i) es la misma (homogénea) para cualquier valor de (k_i) esta suposición se denomina homocedasticidad (Montgomery, 1996).

Establecidos estos supuestos, es aplicable el método de mínimos cuadrados para el ajuste de regresión de la relación funcional propuesta (4.3), para ello se estiman los parámetros (β_i), estimando los coeficientes $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ del polinomio de grado (n) mediante la minimización del error (ϵ_i), en otras palabras se minimiza la suma de los cuadrados de las distancias verticales desde los puntos a la curva (Curtiz, 2000). Según la expresión (4.4).

Con (ε_i) error a minimizar según:

$$\varepsilon_i = \sum_{i=1}^n [D_i - f(\beta_i, k_i)]^2 \quad (4.4)$$

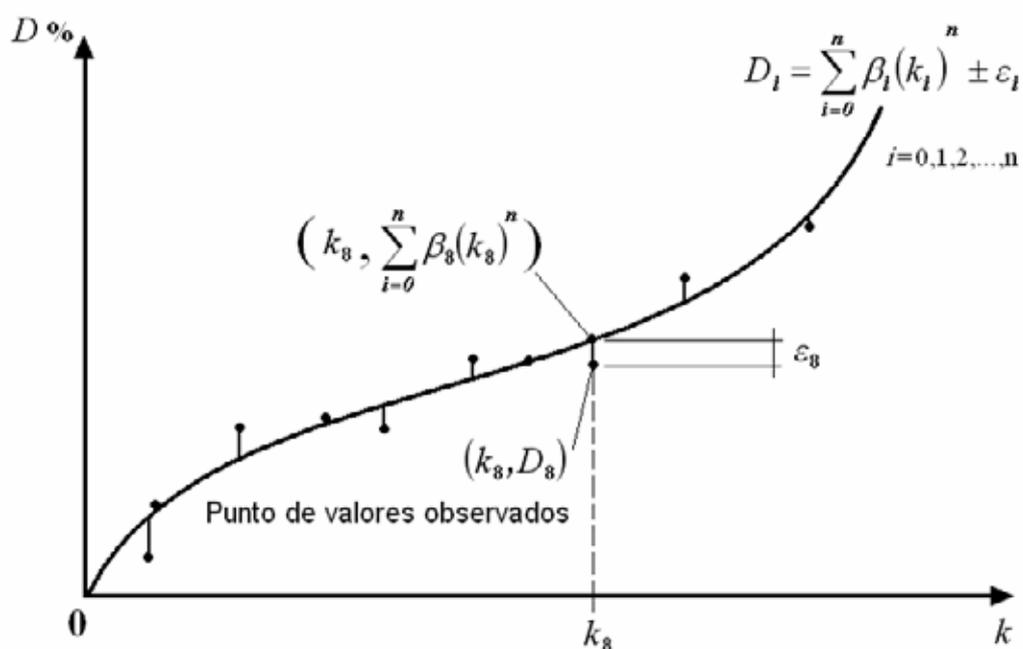


FIGURA N° 4.5 Desviaciones de los datos observados del modelo de regresión estimado.

Diferenciando parcialmente (ε_i) , expresión (4.4), con respecto a los parámetros β_i ; $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ e igualando esas derivadas a cero, $(\partial\varepsilon/\partial\beta_i)=0$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\beta_i} = 2 \sum_{i=1}^n [f(\beta_i, k_i) - D_i] \left(\frac{\partial f}{\partial\beta_i} \right) \quad \{(k_i, D_i) : i = 1, 2, \dots, n\} \quad (4.5)$$

Así se obtiene un sistema de ecuaciones lineales normales no homogéneas con (n) incógnitas β_i ; $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, que se obtienen al igualar a cero las derivadas parciales de (ϵ) respecto de (β_i) , para $i = 0, 1, 2, \dots, n$, son:

$$\left. \begin{aligned}
 N + \beta_1 \sum_{i=1}^n k_i + \beta_2 \sum_{i=1}^n (k_i)^2 + \beta_3 \sum_{i=1}^n (k_i)^3 + \dots + \beta_n \sum_{i=1}^n (k_i)^n &= \sum_{i=1}^n D_i \\
 \beta_0 \sum_{i=1}^n k_i + \beta_1 \sum_{i=1}^n (k_i)^2 + \beta_2 \sum_{i=1}^n (k_i)^3 + \dots + \beta_n \sum_{i=1}^n (k_i)^{n+1} &= \sum_{i=1}^n k_i D_i \\
 \beta_0 \sum_{i=1}^n (k_i)^2 + \beta_1 \sum_{i=1}^n (k_i)^3 + \beta_2 \sum_{i=1}^n (k_i)^4 + \dots + \beta_n \sum_{i=1}^n (k_i)^{n+2} &= \sum_{i=1}^n (k_i)^2 D_i \\
 &\vdots \\
 \beta_0 \sum_{i=1}^n (k_i)^n + \beta_1 \sum_{i=1}^n (k_i)^{n+1} + \beta_2 \sum_{i=1}^n (k_i)^{n+2} + \dots + \beta_n \sum_{i=1}^n (k_i)^{2n} &= \sum_{i=1}^n (k_i)^n D_i
 \end{aligned} \right\}$$

(4.6)

La frase “ecuaciones normales” se usa para describir a las ecuaciones que resultan de una derivación de los mínimos cuadrados, tales ecuaciones son lineales respecto de sus incógnitas (Ostle, 1979. Montgomery, 1996. Devore, 2001).

Para obtener las soluciones únicas no triviales de las incógnitas $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, (coeficientes o parámetros de regresión), utilizamos el método de ecuación matricial del álgebra lineal, entonces el sistema (4.6) anterior se escribe como:

$$A\beta = h \tag{4.7}$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} N & \sum_{i=1}^n k_i & \sum_{i=1}^n (k_i)^2 & \dots & \sum_{i=1}^n (k_i)^n \\ \sum_{i=1}^n k_i & \sum_{i=1}^n (k_i)^2 & \sum_{i=1}^n (k_i)^3 & \dots & \sum_{i=1}^n (k_i)^{n+1} \\ \sum_{i=1}^n (k_i)^2 & \sum_{i=1}^n (k_i)^3 & \sum_{i=1}^n (k_i)^4 & \dots & \sum_{i=1}^n (k_i)^{n+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n (k_i)^n & \sum_{i=1}^n (k_i)^{n+1} & \sum_{i=1}^n (k_i)^{n+2} & \dots & \sum_{i=1}^n (k_i)^{2n} \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}, h = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n D_i \\ \sum_{i=1}^n k_i D_i \\ \sum_{i=1}^n (k_i)^2 D_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n (k_i)^n D_i \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Con: [A] = matriz de coeficientes numéricos.

[β] = matriz de las incógnitas.

[h] = matriz de las constantes.

n = Numero de incógnitas

Las incógnitas están representadas por vector columna [β] de orden (n x 1). Los términos constantes (no nulos, es decir sistema no homogéneo) están representados por el vector columna [h] de orden (n x 1).

Un criterio para determinar si una ecuación matricial (4.7) (o sistema de ecuaciones), tiene solución, utiliza el teorema Rouché-Frobenius, este teorema permite determinar si un sistema es consistente, y para ello basta calcular el rango "r" de la matriz aumentada r([A|h]) a una matriz escalonada que origine un sistema equivalente que permita hallar la(s) solución(es) del sistema de ecuaciones dado.

Teorema para sistemas no homogéneos:

$r([A|h]) = r([A]) = n$ → sistema es consistente (compatible).

$r([A|h]) = r([A]) = n$ → Solución única. {(m) N° ecuaciones = (n) N° incógnitas}

$r([A|h]) = r([A]) < n$ → Existen infinitas soluciones. {(m) N° ecua. < (n) N° incóg.}

$r([A|h]) \neq r([A])$ → El sistema es inconsistente (incompatible), no tiene solución.

Generalmente la ecuación matricial (4.7) es consistente (existe solución) si la matriz $[A]$ de coeficientes numéricos es de orden $(n \times n)$, es decir cuadrada (el número de filas es igual al número de columnas), y es invertible (o no singular). Es decir, si el producto de la matriz $[A]$ por su inversa resulta la matriz identidad y su determinante sea distinto de cero.

$$[A][A]^{-1} = I_{n,n} \quad \gamma \quad \det |A| \neq 0 \quad (4.9)$$

Es posible resolver directamente esta ecuación matricial (4.7), mediante el cálculo de la inversa de la matriz de coeficientes numéricos $[A]$ de orden $(n \times n)$, multiplicado esta por el vector columna $[h]$ de orden $(n \times 1)$; para obtener así el vector columna $[\beta]$ de orden $(n \times 1)$.

$$A\beta = h \quad \Rightarrow \quad \beta = A^{-1}h \quad (4.10)$$

También existen otras técnicas del álgebra lineal para dar solución a esta ecuación matricial como el método de eliminación de Gauss, matrices diagonales, elemento pivote, el método de Crout, de Doolittle, la regla de Cramer entre otros.

Sin embargo, si algunas sumatorias de la ecuación matricial (4.7) tienen valores muy inusuales, es posible que ésta tenga infinitas soluciones (Chard, 1997). En este caso es posible encontrar de las infinitas soluciones, la única solución, existente más óptima, a través de la metodología de los mínimos cuadrados aplicando la proyección ortogonal, transformando un sistema con infinitas soluciones a un sistema con solución única, como también transformar un sistema incompatible en uno compatible (Torregrosa, 1989. Curtiz, 2000), el método consiste en elegir un (β) que minimize el error llamado desviación cuadrática (E^2), dado por la expresión (4.11):

$$E^2 = \min \|A\beta - h\|^2 \quad (4.11)$$

El método permite elegir un (β) que se aproxime a la solución minimizando el promedio de error en las (m) ecuaciones. Si para cualquier (β) , el producto $A\beta$ pertenece al espacio vectorial $R(A)$, es posible determinar cual de todos los elementos de $R(A)$, es el que más se aproxima a $[h]$, esto se consigue determinando la proyección ortogonal (perpendicular) del vector $[h]$ sobre $R(A)$, por lo tanto el (β) que se busca es $P = A\beta$ y corresponde a la proyección ortogonal de $[h]$ sobre $R(A)$. La única solución (β) puede encontrarse resolviendo las ecuaciones normales (4.12)

$$AA^T \underline{\beta} = A^T h \quad \Rightarrow \quad \underline{\beta} = (AA^T)^{-1} A^T h \quad (4.12)$$

Con: $[A]^T =$ matriz traspuesta de $[A]$.

$[\beta] =$ matriz de las incógnitas

Los paquetes estándar de cómputo a nivel matemático estadístico clasifican las propiedades de la matriz de coeficientes numéricos $[A]$ y resuelven automáticamente, de la ecuación matricial (4.7) (Curtiz, 2000. Pao, 2001).

Una vez determinados los valores de la matriz de las incógnitas $[\beta]$ vía métodos directos o $[\beta]$ vía proyección ortogonal, se obtienen los (n) mejores parámetros de ajuste $\beta_i; \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, del modelo matemático o relación funcional (4.3) utilizada.

Este modelo matemático del desgaste, ecuación (4.3), proporciona gráficamente una curva polinómica la cual se intercepta con la recta (4.13) que representa el desgaste máximo admisible (δ) , criterio de planta. Esto para obtener el valor que se adjudica (k) , al asumir un valor (D_i) . Es decir, se deduce el tonelaje que logra el revestimiento una vez alcanzado el porcentaje del desgaste máximo admisible, esta acción Figueroa (2004) la denomina como una predicción inversa.

$$D_i = \delta \quad (4.13)$$

$$\delta = \sum_{i=0}^n \beta_i (k_i)^n \pm \varepsilon_i \quad \delta = \begin{cases} \delta = 75\% \text{ Placas} \\ \delta = 80\% \text{ Lifters} \end{cases} \quad (4.14)$$

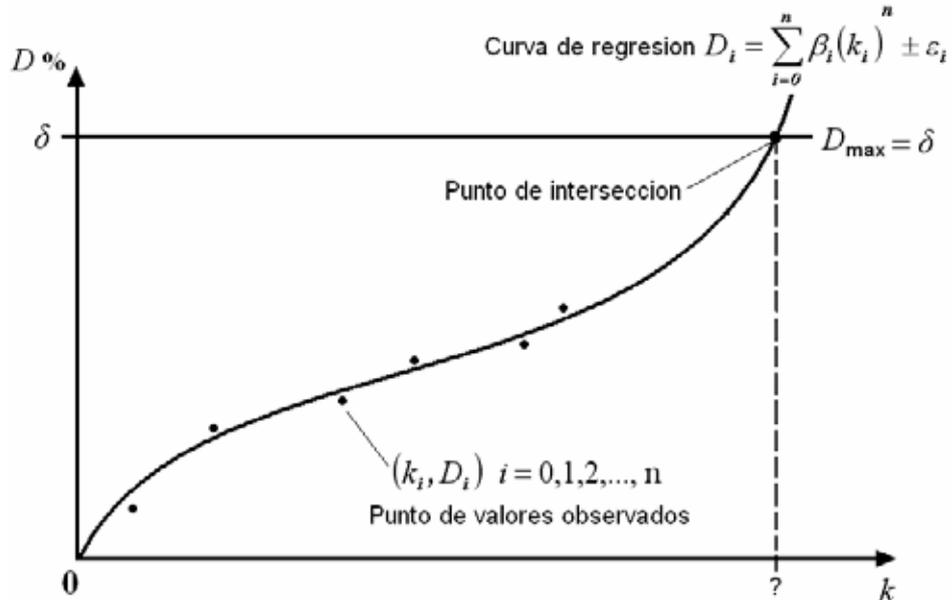


FIGURA N° 4.6 Punto intersección entre modelo de regresión y desgaste máximo admisible

Este sistema de ecuaciones (4.14) genera una nueva ecuación polinomial de grado superior (4.15) en la forma $f(k)=0$ continua y derivable, en términos de (k_i) . En la cual para encontrar la primera raíz solución (punto intersección) de esta ecuación no lineal, podemos utilizar métodos numéricos (Olmos, 2004).

$$\sum_{i=0}^n \beta_i (k_i)^n \pm \varepsilon_i - \delta = 0 \quad (4.15)$$

Una metodología de gran importancia y de implementación inmediata en lenguajes de programación son los métodos iterativos de sucesiones. Se utilizará el método iterativo de primer orden de aproximaciones sucesivas convergentes (ver ANEXO G), llamado de punto fijo, para encontrar la raíz (cero) globalmente convergente (Martínez, 1998. Olmos, 2004). Raíz que corresponde al punto de intersección de la curva polinómica (4.3) y la recta, ecuación (4.13).

La idea es generar un algoritmo que comience con un método de convergencia global, y cuando las iteraciones se han aproximado cerca de la raíz, cambian a un método de convergencia local (Mathews, 1999).

El método de punto fijo es autocorrector ya que no depende del valor inicial tomado en el intervalo, así, un error individual en los cálculos que no esté por sobre los límites del intervalo no afecta al valor final pues puede considerarse como un nuevo punto inicial; sólo restringe o acota el número de iteraciones (Pérez, 2002).

Los métodos iterativos de sucesiones para encontrar una aproximación satisfactoria de la raíz solución, dependen de la determinación de un intervalo inicial; por ejemplo (u,v) . En los cuales $f(u)$ y $f(v)$ tengan distinto signo ($f(u)f(v) < 0$), una vez encontrado este intervalo no importa lo grande que sea, podemos comenzar a iterar hasta encontrar una raíz con la precisión deseada; por esta razón se dice que estos métodos son globalmente convergentes (Olmos, 2004. Mathews, 1999).

Entonces se tiene la función (4.15) expresada como $f(k) = 0$ continua y derivable entre los intervalos $(0,\acute{k})$, con \acute{k} tonelaje ultimo según criterio planta, se determina su raíz aproximada (λ) , para ello, se sustituye la expresión $f(k)$ por otra equivalente en forma, despejando $k = \varphi(k)$, con $\varphi(k)$ como función de iteración continua y derivable, expresada de la forma (4.16).

$$k_{n+1} = \varphi(k_n) \quad (4.16)$$

De esta manera sustituyendo sucesivamente los valores a partir del punto inicial del intervalo $(0,\acute{k})$, la sucesión (4.16) converge a un punto $(\underline{\lambda})$, tal que:

$$\lim_{k \rightarrow n} k_{n+1} = \varphi(\lim_{k \rightarrow n} k_n) \Rightarrow \underline{\lambda} = f(\underline{\lambda}) \quad (4.17)$$

Por lo tanto:

$$f(\underline{\lambda}) = 0 \quad (4.18)$$

Es decir el valor del límite es la raíz solución aproximada ($\underline{\lambda}$) de la ecuación (4.15), aproximación al punto de intersección de la curva polinómica (4.3) y la ecuación de la recta (4.13).

Para obtener una convergencia aun más exacta en términos del grado de precisión, el punto solución ($\underline{\lambda}$), se someterá a una refinación mediante el método de Newton-Raphson. La solución de ecuaciones no lineales de la forma $f(k) = 0$ por el método de Newton-Raphson, requiere como garantía de su convergencia, que el punto inicial ($\underline{\lambda}$) este cerca de la raíz por lo que se dicen que son localmente convergentes (Mathews, 1999. Olmos, 2004).

Entonces la función (5.19) expresada como $f(k) = 0$ continua en el intervalo $(\underline{\lambda}, \hat{k})$, con $f(\underline{\lambda})f(\hat{k}) < 0$, con una única raíz solución en el intervalo $(\underline{\lambda}, \hat{k})$. Las derivadas $f(k)'$ y $f(k)''$ son existentes, no nulas, continuas y conservando estas el mismo signo de cada una en dicho intervalo. Podemos aplicar el método de Newton-Raphson (4.19) para encontrar la raíz localmente convergente de forma rápida y efectiva mediante:

$$k_{n+1} = k_n + \frac{f(k_n)}{f'(k_n)} \quad (4.19)$$

De esta manera sustituyendo sucesivamente los valores a partir del valor inicial ($\underline{\lambda}$), la sucesión (4.20) continúa hasta alcanzar (converger) un valor (λ) con la precisión deseada.

$$f(\lambda) = 0 \quad (4.20)$$

Este valor solución o punto de intersección (λ), corresponde a la molienda producida de manera normal, determinada al alcanzar desgaste máximo admisible (δ), gráficamente corresponde al punto (λ, δ) , por lo tanto, éste es el valor de la vida útil productiva normal estimada del revestimiento.

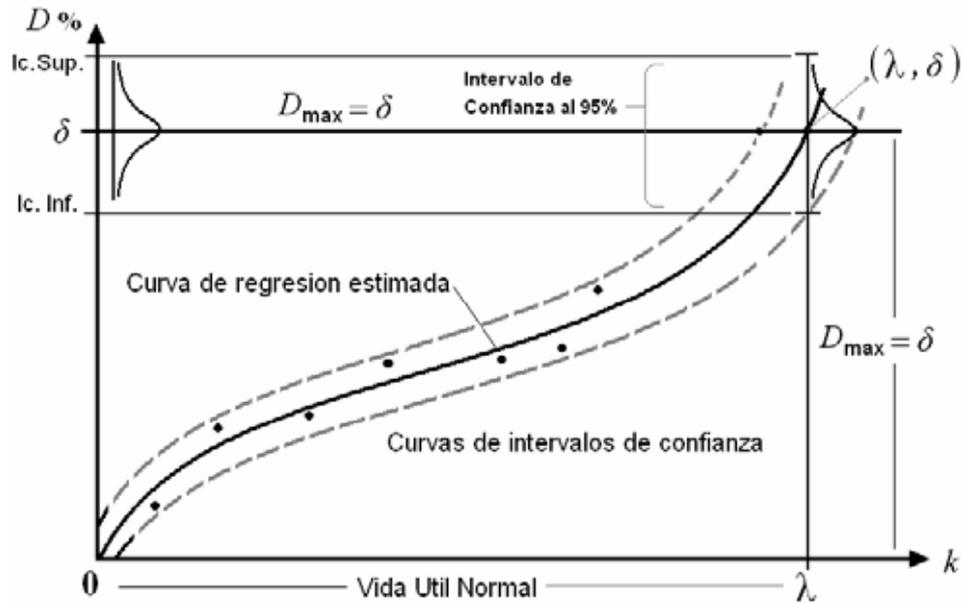


FIGURA N° 4.7 Punto intersección entre modelo de regresión

Para una estimación puntual expresada como $(\mu_{D|k})$ de valores (D_i) , Devore (2001) indica que la desviación estándar calculada, estimada para cualquier valor de (k_i) correspondiente es complicada, esto junto con una variable (t) estandarizada apropiada puede ser empleada para especificar un intervalo de confianza para esta estimación puntual. Si bien es posible programar una subrutina para estimar y manipular estas desviaciones para estimar el valor puntual, esto solo extenderá el código del algoritmo y por ende el tiempo de CPU utilizado en solucionarlo.

Por esta razón justificaremos el siguiente procedimiento, para determinar los intervalos de confianza (Ic) superior e inferior para una estimación puntual expresada como $(\mu_{D|k})$ de valores (D_i) , los limitaremos por el percentil normal estándar al 95% el cual fija un valor crítico $Z_\alpha = 1.645$, con (σ_D) desviación estándar de los valores (D_i) y (N) número de datos o puntos (Devore 2001), expresado esto como un par de desigualdades (4.21), escrito de la siguiente manera:

$$Ic_{\%} = [\mu_{D|k} - Z_\alpha(\sigma_{D_i}/N) \leq \mu_{D|k} \leq \mu_{D|k} + Z_\alpha(\sigma_{D_i}/N)] \quad (4.21)$$

Entonces es posible encontrar los valores de los intervalos de confianza al 95% para el valor desgaste máximo admisible (δ), es decir cuando $D_i = \delta$ mediante la siguiente expresión (4.22):

$$Ic_{95\%} = [\delta - 1.645(\sigma_{Di}/N) \leq \delta \leq \delta + 1.645(\sigma_{Di}/N)] \quad (4.22)$$

Hasta aquí se ha desarrollado la regresión del desgaste (D_i) sobre los valores de las kilotoneladas (k_i) para predecir futuros valores del desgaste, incluidos sus intervalos de confianza o cotas de error. Sin embargo, el objetivo particular ha sido predecir el valor de la vida útil productiva normal (λ), al asumir que el revestimiento ha alcanzado el valor del desgaste máximo admisible (δ), ahora es necesario obtener o predecir los valores confidenciales para el valor de producción normal (λ).

Howard *et al.* (2003) señala que la regresión de (k_i) sobre (D_i), no es posible, por que se transgrede la suposición en que se basa la teoría y metodología de ajuste de curvas por mínimos cuadrados, en la cual se establece teóricamente que el error sólo existe en la variable dependiente o respuesta (D_i), y no en la variable independiente regresora (k_i). Sin embargo, Figueroa (2004) destaca que es posible generar predicciones inversas generadas mediante métodos numéricos, para un valor predicho de (k_i). De acuerdo a lo anterior, se calculan los límites confidenciales al 95% para el valor (λ) con la estimación basada en los límites al 95% del valor (δ), estimados desde la curva de regresión estándar. Con este propósito, para encontrar los valores correspondientes a los puntos de intersección entre las curvas de los intervalos de confianza y la recta del desgaste máximo admisible (δ); se realizará un sencillo sistema de ecuaciones no lineales, dado por la expresión (4.23):

$$\sum_{i=0}^n \beta_i (k_i)^n = \delta \mp 1.645(\sigma_{Di}/N) \quad (4.23)$$

La solución de sólo uno de estos sistemas (4.23), por ejemplo seleccionando el intervalo de confianza inferior del valor (δ); bastará para converger al valor del límite superior al 95% del valor (λ), logrando así determinar la distancia horizontal (γ) entre el valor del punto (λ) que hemos denominado molienda normal y su límite superior al 95%.

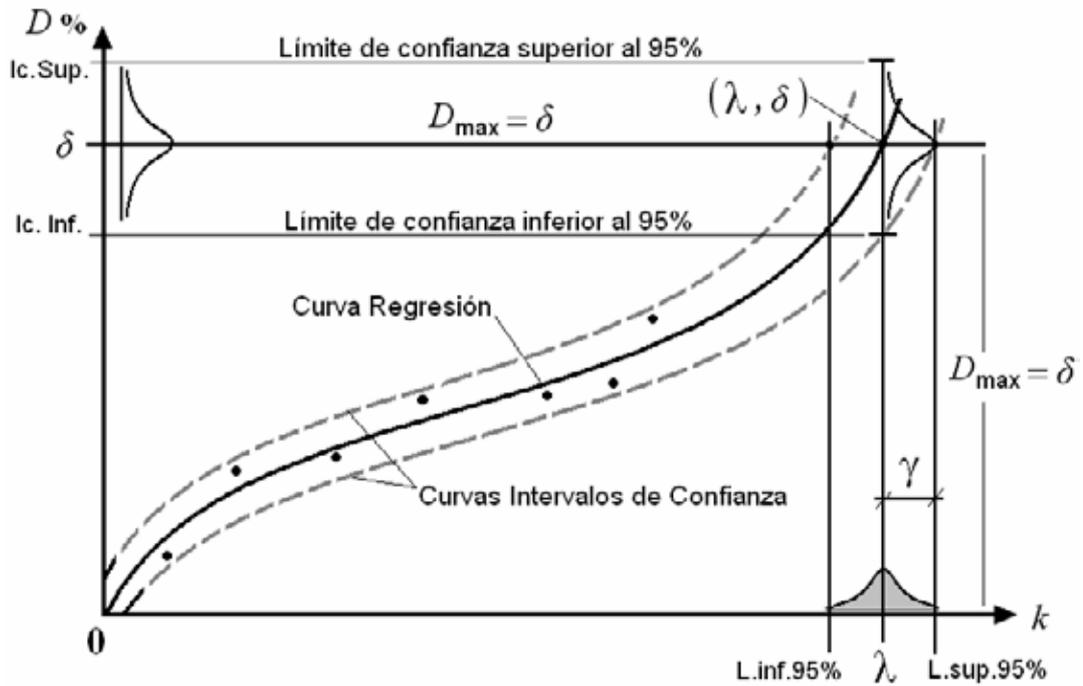


FIGURA N° 4.8 Punto intersección entre modelo de regresión y desgaste máximo admisible

Distancia (γ) que determinará los valores numéricos de los límites inferior y superior denominados pesimista y optimista respectivamente, de los cuales se desprende la siguiente aseveración al respecto de sus magnitudes:

[Pesimista < Normal < Optimista]

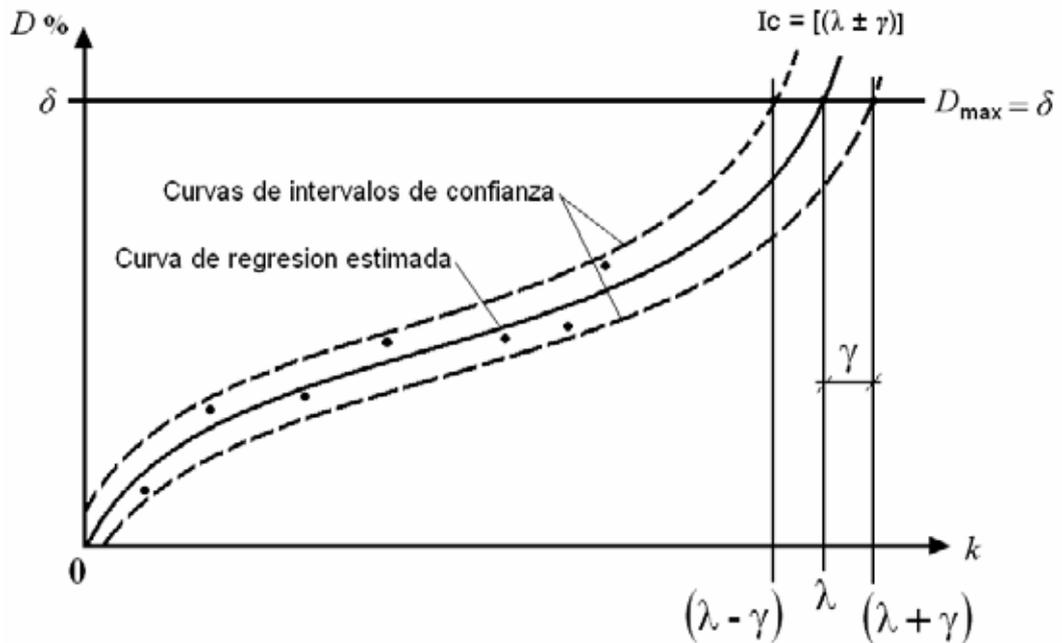


FIGURA N° 4.9 Intervalos de confianza del modelo de regresión estimado

La vida útil de los revestimientos, en términos de su rendimiento productivo (molienda), se encuentran definidos por $Ic = [(\lambda \pm \gamma)]$, con los siguientes intervalos estimados (4.24) para el valor (λ):

$$Ic = [(\lambda - \gamma) \leq \lambda \leq (\lambda + \gamma)] \quad (4.24)$$

$[(\lambda - \gamma)]$ = Molienda producida pesimista.

$[(\lambda)]$ = Molienda producida normal.

$[(\lambda + \gamma)]$ = Molienda producida optimista.

La vida útil de los revestimientos, en términos su permanencia en el tiempo, es decir los meses de duración, se encuentran definidos por $Ic = [(\lambda \pm \gamma) / \mu m]$, con (μm) molienda mensual estimada; determinada con anterioridad en el análisis de los datos productivos. Con los siguientes intervalos (4.25) estimados:

$$Ic = [((\lambda - \gamma) / \mu m) \leq (\lambda / \mu m) \leq ((\lambda + \gamma) / \mu m)] \quad (4.25)$$

$[(\lambda - \gamma) / \mu m]$ = Duración estimada pesimista.

$[(\lambda / \mu m)]$ = Duración estimada normal.

$[(\lambda + \gamma) / \mu m]$ = Duración estimada optimista.

Para determinar las fechas de recambio estimadas se necesita solamente sumar la fecha de montaje del revestimiento, a cada uno de los intervalos de duración dados en (4.25) para el revestimiento analizado, obteniendo este resultado la fecha en número de meses y días.

De esta manera es posible determinar la vida útil de los revestimientos expresados en: su duración en el tiempo, rendimientos en términos productivos y en las fechas de recambio estimadas. Todos deducidos matemáticamente del conjunto datos observados registrados de los revestimientos en operación.

4.4 DETERMINACION DE LAS TASAS DE DESGASTE

La tasa de desgaste se deduce matemáticamente de relación funcional del desgaste, en función de las toneladas de mineral tratado, la cual se encuentra definida por (4.3), con (n) grado de la función definida por $n=2$ y $n=4$ para las zonas de placas y lifters de los revestimientos.

Conceptualmente se trabajan con las variables de desgaste medido en porcentaje con respecto a su dimensión real en (mm) y el mineral tratado en unidad de kilo-toneladas (kton). Implícitamente las unidades de mineral tratado pueden ser obtenidas multiplicando los días o meses de cada medición desde el montaje del revestimiento, por la molienda diaria estimada (μd) o la molienda mensual estimada (μm) determinada con anterioridad en el análisis de los datos productivos.

Matemáticamente es posible estudiar las razones de cambio o tasas de variación con respecto a las variables, que físicamente representen una cantidad o concepto (tiempo) en unidades de medición, de cualquier relación funcional (Swokowski, 1999. Sears *et al.*, 1998). Por lo tanto, las razones de cambio o tasas de variación de la relación funcional entre el desgaste (D_i) en función de las kilo-toneladas (k_i), pueden ser determinadas por medio de la primera derivada (dD/dk_i) de la función modelo (5.3) que describe el desgaste, queda definida (4.26) por:

$$\frac{dD}{dk_i} = \sum_{i=1}^n n_i \beta_i (k_i)^{n-1} \quad \begin{cases} (k_i): i = 1, 2, \dots, n \\ \beta_i = \text{Parametros} \end{cases} \quad (4.26)$$

La expresión (5.26) es linealmente independiente, continua y derivable ya que proviene de un desarrollo en serie de Taylor (Martínez, 1998).

Swokowski (1999) indica que si la variable independiente (k_i) cambia, entonces la variable dependiente (D_i) cambia a razón de (dD/dk_i) unidades de cambio de (k_i). Esta razón de variación del desgaste es asumida en unidades ($\Delta\%mm / kton$).

Para determinar las tasas de desgaste en el transcurso de los meses en operación (en el tiempo), es necesario determinar los valores de las tasas de variación del desgaste en unidades de ($\Delta\%mm / \text{mes}$), motivo por el cual se establecerá a continuación la siguiente proposición:

“La tasa de desgaste (T_d) se determinará mediante el producto escalar entre la molienda mensual estimada (μ_m) y la magnitud absoluta de la tasa de variación (dD/dk_i). Matemáticamente la tasa de desgaste (T_d) queda representada por (4.27) dada en la siguiente expresión”:

$$T_d = \mu_m \left| \left(\frac{dD}{dk_i} \right) \right| \quad (4.27)$$

Esto es:

$$T_d(k_i) = \mu_m \left| \left(\sum_{i=1}^n n_i \beta_i(k_i)^{n-1} \right) \right| \quad \begin{cases} (k_i): i = 1, 2, \dots, n \\ \mu_m = \text{constante} \end{cases} \quad (4.28)$$

Con unidades:

$(dD/dk_i) = (\Delta\% / \text{kton})$ Tasa de desgaste en función de las kilo-toneladas.

$(dD/dt) = (\Delta\%mm / \text{mes})$ Tasa de desgaste en función del tiempo.

Finalmente el modelo matemático es capaz de predecir la vida útil de los revestimientos del molino SAG y describir gráfica y numéricamente su comportamiento frente al desgaste que sufre dentro del proceso de molienda. La solución de tales objetivos ha sido alcanzada mediante un conjunto finito de instrucciones y pasos estadísticos y matemáticos, descritos en su totalidad como un algoritmo ejecutable.

El lenguaje de programación que se utilizará para manipular numérica y gráficamente el modelo, es el software Matlab, el cual proporciona un gran número de funciones y herramientas interactivas gráficas para el desarrollo de algoritmos de análisis matemático y estadístico de datos (Elden *et al.*, 2004. Pérez, 2002. Mathews, 1999).

4.5 DIAGRAMA CONCEPTUAL DEL ALGORITMO

Representación esquemáticamente, mediante un diagrama de flujo de la forma conceptual de trabajo del algoritmo desarrollado, ver FIGURA N° 4.10.

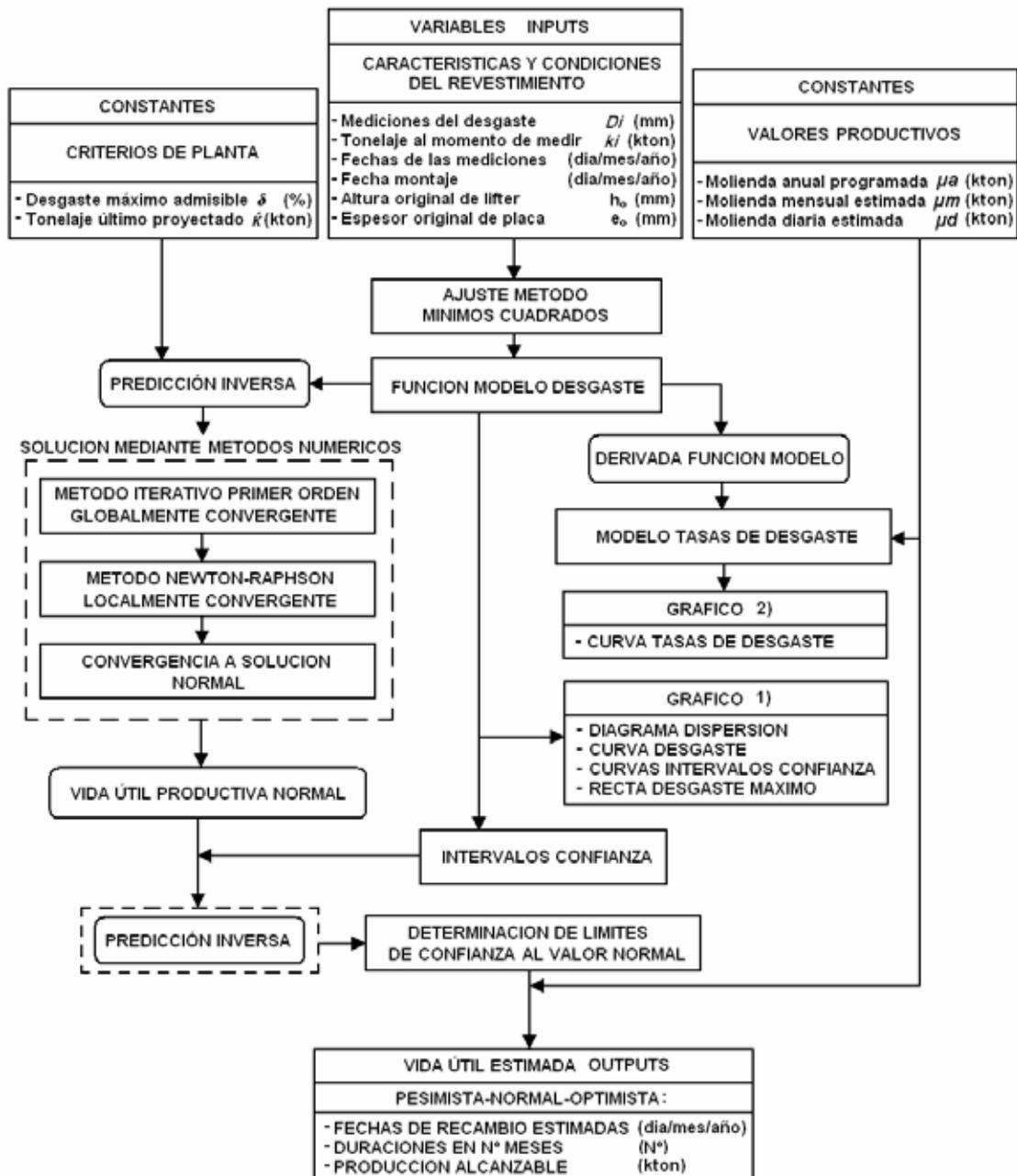


FIGURA N° 4.10 Diagrama de flujo algoritmo estimación de la vida útil

4.6 MANEJO MATEMÁTICO DE LOS ERRORES DIRECTOS

El modelo matemático propuesto ostenta errores directos, los principales son los residuales (analizados ANEXO H) provenientes de los procedimientos estadísticos de ajuste de regresión por mínimos cuadrados; los segundos errores, son métodos numéricos utilizados en el algoritmo, estos son cuantificables y manejables en términos de su grado de precisión (cálculos) y propagación del error, a través de las siguientes medidas y premisas:

- El algoritmo utiliza métodos matemáticos basados en teorías e hipótesis ampliamente utilizadas, probadas y efectivas a nivel científico y tecnológico.
- La relación funcional (4.3) posee propiedades estables basadas de la serie Taylor, ampliamente utilizadas, probadas y efectivas a nivel matemático.
- Se especificó (código de comandos) la precisión deseada en 16 cifras decimales para todas las operaciones matemáticas efectuadas a fin de evitar arrastres de errores propagados por efectos de redondeos.
- Los supuestos establecidos sobre los errores residuales, permiten aplicar el método de mínimos cuadrados, el cual busca minimizar el error residual.
- Los intervalos de confianza se calcularon a un 95 (%).
- Las variaciones incrementales entre valores (elementos intermedios) de los intervalos de búsqueda y evaluación, son de 3 cifras decimales.
- La precisión de las aproximaciones para las búsquedas de raíces, por métodos numéricos (ecuaciones 4.16 y 4.19) de sucesiones global y localmente convergentes fue de 3 cifras decimales, comprobando que el valor absoluto de la raíz solución sea menor que la precisión deseada.
- Los redondeos se efectuaron en los resultados numéricos (ecua. 4.24, 4.25).
- Los valores pesimistas se aproximaron al mayor entero menor o igual al real.
- En los valores normales se utilizó sólo la parte entera.
- Los valores optimistas se aproximaron al menor entero mayor o igual al real.
- En las fechas de recambio se recomienda a nivel bibliográfico, usar el mayor entero menor o igual al real (Pérez, 2002).

4.7 INCERTEZAS Y ERRORES INDIRECTOS

Existen variaciones observadas que no pueden ser explicadas por el modelo (ver ANEXO H), correspondientes a las diferencias entre las observaciones reales y asumidas, sin embargo cabe destacar la posibilidad real de existencia de “*outliers*”, que corresponden a puntos o datos observados que se separan sospechosamente del grupo o nube normal de puntos, su existencia puede estar indicando la presencia de equivocaciones en las mediciones o en el registro de datos, o alguna anomalía en el proceso, estos puntos pueden ser eliminados con anterioridad del análisis estadístico, pero antes de su eliminación es necesario asegurarse de las causas que generan estas incertezas, podrían provenir de diversas fuentes y orígenes, entre destacan:

➤ *Proceso de mediciones:*

- Errores en mediciones ultrasónicas (Ej. falta de calibración instrumento).
- La medición efectuada en un revestimiento más joven, es decir se cambió la unidad y posee otra fecha de montaje (muestra no representativa).
- Poca precisión en las medidas efectuadas con guinchas, pie de metro.
- Toma de muestras (mediciones) a intervalos y secuencias irregulares en el tiempo (fechas irregulares), con lapsos prolongados sin mediciones.

➤ *Operacionales:*

- No homogeneidad de la dureza o densidad del mineral en el tiempo, esta influye en el grado de abrasión, roce, e impacto que la interacción entre mineral, agua y bolas sobre las corazas y conjunto de revestimientos.
- Variación de velocidad de giro del molino (modifica dinámica de carga).
- La variación porcentual de las cargas normales de bolas y mineral.

➤ *Características propias del revestimiento:*

- La variación del diseño geométrico (volumen, sección) del revestimiento.
- El tipo de acero utilizado, variación de porcentajes de aleación y/o su microestructura (Perlítica, Martensítica, etc.).
- El tipo de tratamiento térmico y propiedades mecánicas del material.

CAPITULO V

PROGRAMA COMPUTACIONAL

En el presente capítulo se describe la implementación, funcionamiento y operación del programa computacional desarrollado para la planta de molienda SAG de Codelco Andina.

En general el programa fue desarrollado teniendo en cuenta en que fuese de fácil manejo en las secuencias de despliegue gráfico e información entregada en un entorno de ambiente amigable. Siendo el objetivo del programa evaluar el algoritmo desarrollado para poder ser implementado como una herramienta computacional definitiva, de análisis de los datos, que determine la evolución del desgaste y estimar la vida útil de los revestimientos del molino SAG por parte del personal de mantención mecánica de la planta.

5.1 LENGUAJE DE PROGRAMACION

El programa fue completamente desarrollado en lenguaje Matlab, utilizando la versión 7.0 del editor the MathWorks, aparecido a mediados del año 2004. El cual es un lenguaje plenamente vigente de programación técnica que posibilita la ejecución del cálculo numérico y simbólico de forma rápida y precisa, con gráficas y visualizaciones avanzadas. Es un software de continuo crecimiento y adaptable a los avances científicos y tecnológicos, para resolver los problemas de ciencia y la ingeniería en el desarrollo de productos innovadores (Pérez, 2002. García, 2005).

El programa Matlab se encuentra debidamente certificado bajo licencia por la Facultad de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Austral de Chile y por la División Andina de Codelco Chile.

5.2 PROGRAMACIÓN DEL ALGORITMO

El modelo matemático (Fig. N° 4.10) establecido en este trabajo de titulación a sido codificado, como un algoritmo escrito en ficheros “*scripts*” (*.m) del lenguaje Matlab (ver ANEXO I), trabajando bajo una secuencia de comandos, sentencias, funciones y subfunciones (rutinas) correspondientes a los cálculos, gráficos y flujos de información de los resultados presentados en la GUI, para cada uno de los revestimientos del molino.



FIGURA N° 5.1 Esquema básico del proceso de trabajo del programa

La estructura de los cálculos necesarios para una generación de resultados, responde a la siguiente secuencia de órdenes o pasos:

Lectura de datos ingresados (Inputs)

- Fecha de generación al instante de efectuar el análisis.
- Fecha de montaje del revestimiento.
- Molienda al momento de medir ultrasonido (kton).
- Mediciones desgaste ultrasonido (mm.).
- Altura original lifters o espesor original de placa del revestimiento.
- N° de Puntos.
- Desgaste máximo admisible en porcentaje %.
- Molienda mensual estimada (kton/mes).
- Molienda diaria estimada (kton/día).

Ejecución secuencial del Algoritmo

1. Lectura confirmativa de datos apareados Kton vs. desgaste en (mm).
2. Las mediciones de desgaste en (mm) la transforman a (%).
3. Envía una tabla kton versus (%) desgaste (datos apareados) a hojas .xls.
4. Calcula los parámetros (1^o) curva de regresión por método de mínimos cuadrados.
5. Se forma un vector fila de valores cero del mismo numero de elementos como grado del polinomio (1^o curva de regresión), en cuyo ultimo valor va el valor de desgaste máximo admisible.
6. Se genera una nueva ecuación polinómica del sistema de ecuaciones entre la curva de regresión y la recta de desgaste máximo admisible.
7. Se ordenan en coeficientes los nuevos parámetros de ecuación polinómica.
8. Se establecen los intervalos, variaciones y límites del tonelaje último, valor preestablecido como criterio u experiencia de planta.
9. Se genera la primera relación funcional del desgaste.
10. Se determina la (1^a) derivada de la función modelo.
11. Búsqueda raíz aproximada de convergencia global, mediante una subfunción por método iterativo (1er) orden.
12. Refinación de raíz aproximada de convergencia global a una raíz de convergencia local, mediante una subfunción por medio del método Newton-Raphson.
13. La raíz de convergencia local (más precisa) determina el valor de molienda normal alcanzado el valor de desgaste máximo admisible.
14. Se genera un nuevo conjunto de datos apareados, los de la (1^a) curva más los puntos de intersección.
15. Calcula los parámetros de la nueva curva de regresión mediante método de mínimos cuadrados la cual es nuestro modelo empírico que describe el desgaste.
16. Calculo de la correlación entre variables y no correlación.
17. Se establecen nuevos intervalos de tonelaje para el modelo.

18. Este nuevo intervalo se evalúa en la curva modelo.
19. Envía tabla de valores Desgaste v/s Tonelaje de los datos apareados a hojas .xls
20. Se confirman los valores y establecen los intervalos desgaste admisible.
21. Calcula intervalos de confianza 95 (%).
22. Genera el gráfico curva modelo, sus Intervalos de confianza y recta desgaste máximo admisible.
23. Determinación tasas de desgaste c/d 1000 (Kton).
24. Ajuste de coeficientes a la curva modelo tasas de desgaste.
25. Establecen los intervalos para el modelo tasas de desgaste.
26. Se determina la ecuación de la (1ª) derivada del modelo empírico.
27. Evaluación intervalos desgaste admisible en derivada del modelo.
28. Genera el gráfico de tasas de desgaste promedio meses v/s mm consumidos.
29. Envía tabla transcurso meses v/s mm consumidos a hojas .xls.
30. Envía tabla transcurso meses v/s mm día a hojas .xls.
31. Calcula mediante la resolución de un sistema de ecuaciones, los límites de la molienda normal de los intervalos confianza al 95 (%) para obtener así la molienda pesimista y molienda optimista.
32. Calcula la vida útil de revestimiento en (kton): vida útil pesimista, vida útil normal y vida útil optimista.
33. Calcula la vida útil del revestimiento en N° días: vida útil pesimista, normal y optimista.
34. Calcula las probables fechas de recambio estimado: fecha recambio pesimista, normal y optimista.
35. Calcula la vida útil de revestimiento en el tiempo expresado en N° meses: vida útil pesimista, normal y optimista.
36. Calcula la vida útil del revestimiento en N° meses y días: pesimista, normal y optimista.
37. Envía a la ventana GUI los resultados de las probables fechas de recambio estimado.

38. Envía resultados de las probables fechas de recambio estimado a hojas .xls.
39. Envía a la ventana GUI los resultados de vida útil de revestimiento N° meses.
40. Envía resultados a de vida útil de revestimiento N° meses a hojas .xls.
41. Envía a la ventana GUI los resultados de vida útil de revestimiento en (kton).
42. Envía resultados de vida útil de revestimiento en Kton a hojas .xls.

SALIDA DE DATOS (Outputs)

1. Resultados visibles en cada GUI (.fig) correspondiente a cada revestimiento:
 - Fecha de montaje del revestimiento.
 - Resultados de las probables fechas de recambio.
 - Resultados de vida útil de revestimiento N° meses.
 - Resultados de vida útil de revestimiento en kton.
 - Gráfico (%) desgaste versus kton.
 - Gráfico tasas desgaste versus N° meses.

2. Un informe Microsoft Word (.doc) completo del estado del revestimiento:
 - Gráfico (%) desgaste versus kton.
 - Gráfico tasas desgaste versus N° meses.
 - Desgaste máximo admisible en porcentaje %.
 - Altura original lifters o espesor original de placa del revestimiento.
 - Desgaste a la fecha.
 - Tonelaje a la fecha.
 - Fecha de montaje del revestimiento.
 - Probables fechas de recambio.
 - Vida útil de revestimiento N° meses.
 - Vida útil de revestimiento en kton.
 - Fecha y hora del día de efectuado el análisis.

5.3 ESTRUCTURA DEL PROGRAMA

El programa fue desarrollado utilizando el GUIDE (Graphical User Interface Development Environment) que es una serie de herramientas que proporciona Matlab para la creación de GUIs (Graphical User Interface), cada GUI posee su propio editor de ficheros *.m (M-file Editor), que son ficheros de texto sin formato (ficheros ASCII) que constituyen el centro de la programación en Matlab, con estos se pueden añadir códigos a las funciones “callback” correspondientes a cada componente de las GUIs.



FIGURA N° 5.2 Pantalla GUI principal del programa.

La pantalla principal del programa, (Fig. N° 5.2) demuestra que a través de esta, se pueden seleccionar diversas operaciones, pulsando directamente los botones de los revestimientos del molino SAG que se desea analizar o consultar: las tapas y cilindro. Existen además botones adicionales que permiten acceder a los revestimientos de los molinos de bolas del circuito SAG.

5.4 MODO DE TRABAJO DEL PROGRAMA

Las mediciones ultrasónicas del desgaste recolectadas, son descargadas al computador, registrando estos datos a una hoja de cálculo Excel (formato .xls), la cual, es la fuente de información del programa. Luego del análisis de estos datos por medio del programa, los resultados visualizados son entregados como informes técnicos en hojas carta Word (formato .doc).



FIGURA Nº 5.3 Mapa mental del proceso de trabajo.

El programa trabaja en base a los datos ingresados en las planillas Excel llamadas WEARSAG y MOBOLAS que corresponde a los datos registrados, los cuales contemplan las de las mediciones del desgaste, los tonelajes tratados, las fechas de efectuadas tales mediciones como las de montaje, y las características totales de los revestimientos de molino SAG y de los molinos de bolas-SAG. Las Hojas Excel (.xls) correspondiente a los revestimientos del molino SAG, llamada WEARSAG se divide en tres planillas llamadas: Producción_SAG, TAPA_ALIMENTACIÓN, CILINDRO, TAPA_DESCARGA.

El programa desarrollado en Matlab trabaja vinculado bidireccionalmente a formatos Microsoft Excel y Word (.xls y .doc), y fue estructurado en base a subprogramas correspondientes a cada uno de los revestimientos del molino, estos a su vez coordinados por un programa central, el cual ordena la secuencia de despliegue de pantallas GUIs, cálculos, gráficos e información de los resultados.

5.5 FLUJO DE PANTALLAS DEL PROGRAMA

Se presenta el esquema de flujo de las pantallas desplegables del programa, el cual permite seleccionar los revestimientos que se desean analizar, ver Fig. N° 5.4

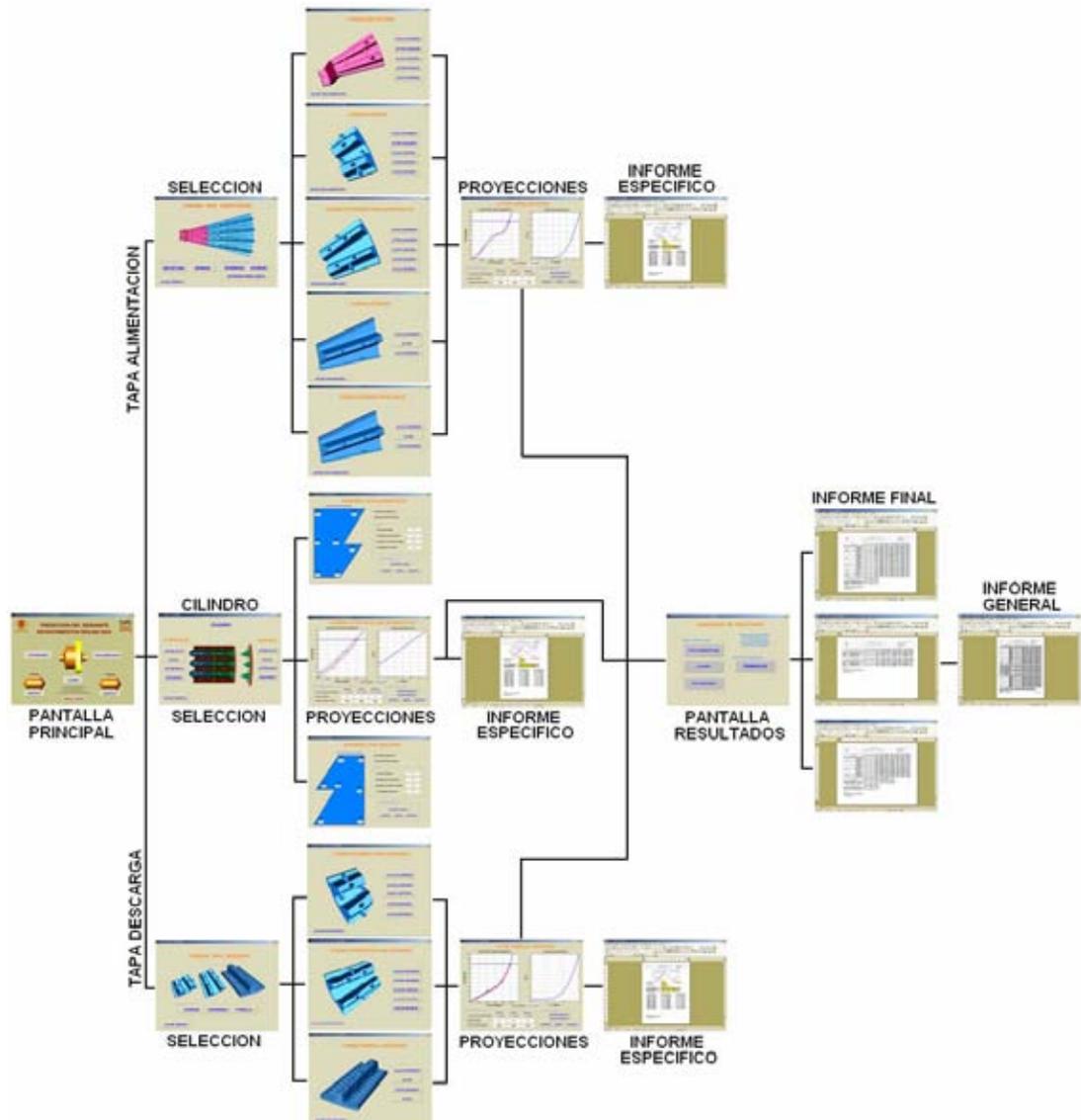


FIGURA N° 5.4 Esquema de flujo de pantallas desplegable de programa

5.6 SIMULACIÓN DEL PROGRAMA DESARROLLADO

El modelo matemático descrito en las secciones anteriores, ahora programado como un algoritmo en lenguaje Matlab, se someterá a una simulación (ver ANEXO J), a modo de ejemplificar y analizar los resultados obtenidos, con los datos ya existentes. El programa fue aplicado a un revestimiento del tipo “Parrilla de descarga” ver Fig. N° 5.5, que presenta los siguientes datos de desgaste en la zona del lifter.

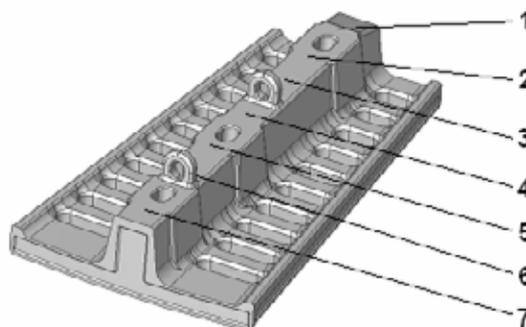


FIGURA N° 5.5 Puntos de medición del lifter de la Parrilla de descarga.

Datos recolectados (Inputs)

CUADRO N° 5.1 tabla de valores referenciales para ilustrar la operación del programa

Fechas	PUNTOS MUESTRALES MEDICION (mm)							VALOR	Porcentaje	Tonelaje
Medición	1	2	3	4	5	6	7	mínimo	%Desgaste	(kton)
05/01/05	306	306	306	306	306	306	306	306	0	0
04/02/05	298	297	291	292	290	285	285	285	7	1399
03/03/05	288	283	278	275	273	267	263	263	14	3150
23/03/05	278	269	264	257	255	249	240	240	22	4049
13/04/05	232	263	260	258	258	256	257	232	24	5300
05/05/05	227	229	218	217	221	225	227	217	29	6325
26/07/05	222	194	175	176	183	193	197	175	42	7350
08/08/05	226	215	187	183	185	226	205	183	40	7850

Estos valores (Cuadro N° 5.1) fueron escogidos solo para ilustrar la aplicación del modelo y programa computacional en discusión y no tienen ningún significado práctico relevante. Sin embargo, son valores reales típicos del desgaste en revestimientos en molinos SAG.

Características y condiciones del revestimiento (Inputs)

- Fecha de montaje revestimiento = 5/enero/2005
- Altura mínima original de lifter (mm) = 306 (mm)

Datos productivos (Inputs)

- Molienda programada anual = (μa) \approx 12756 (kton/año)
- Molienda mensual estimada = (μm) \approx 1063 (kton/mes)
- Molienda diaria estimada = (μd) \approx 35.6 (kton/día)

Criterios de planta (Inputs)

- Desgaste máximo admisible = 80%
- Tonelaje último = 14000 (kton).

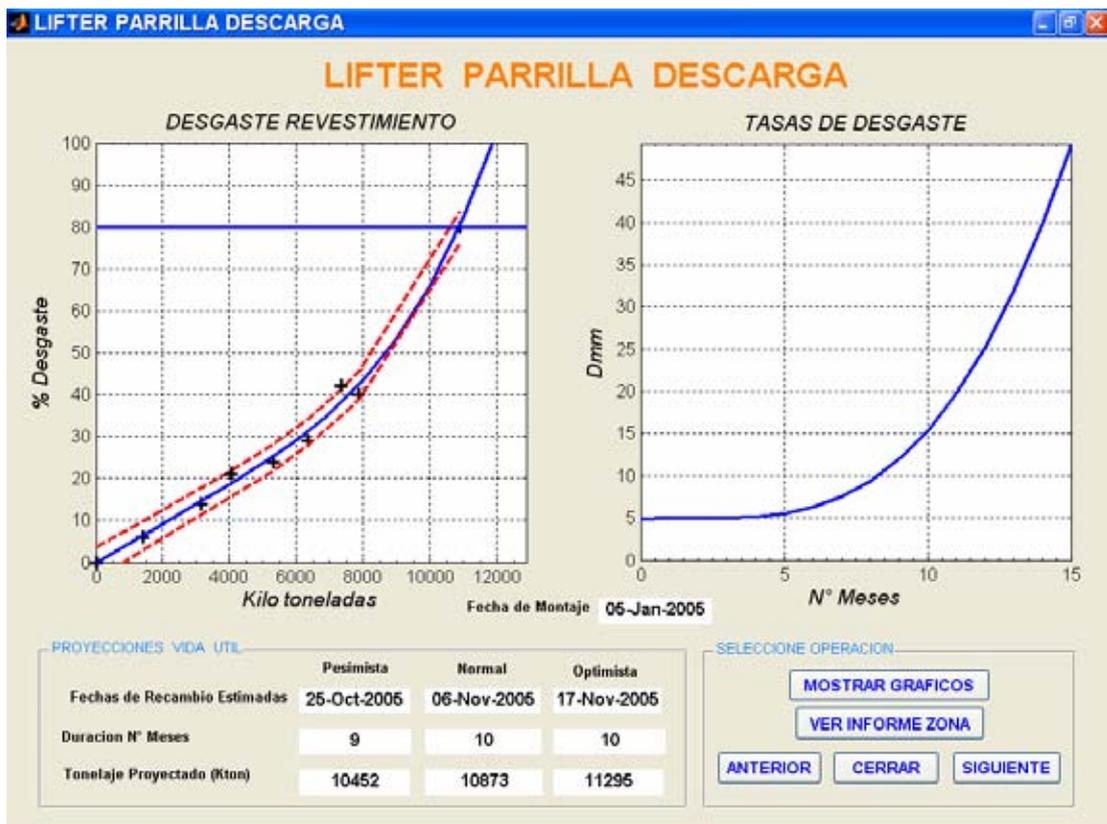


FIGURA N° 5.6 Visualización gráfica y numérica del análisis ejecutado por el programa.

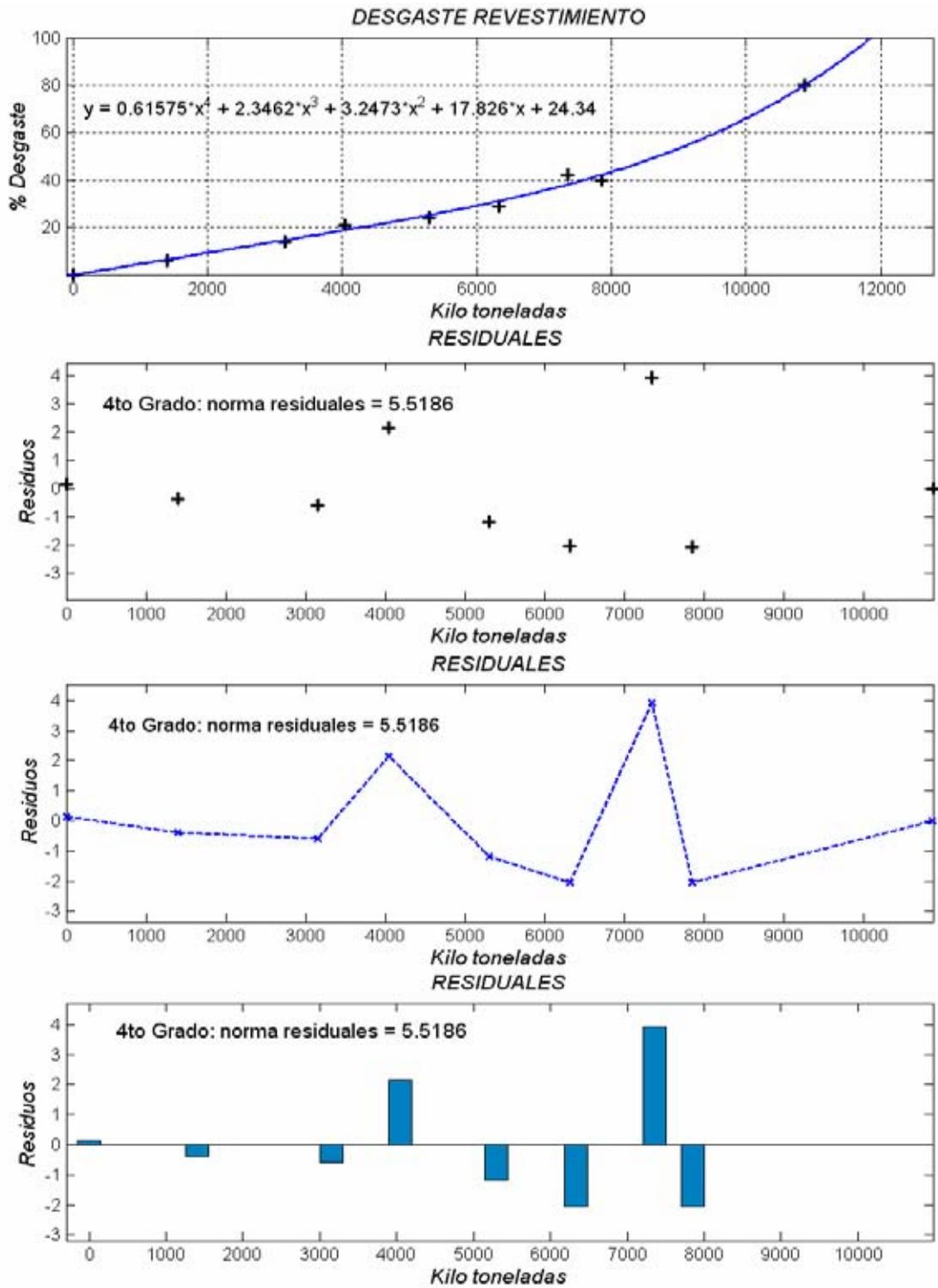
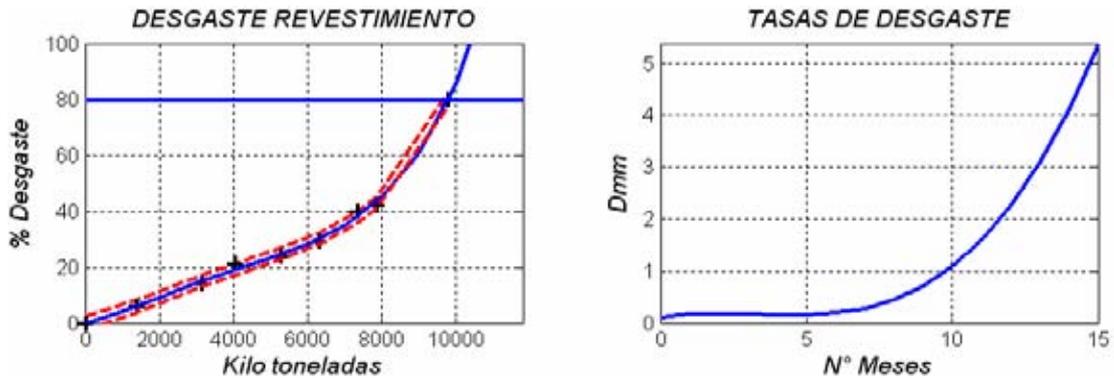


FIGURA N° 5.7 Gráficos curva de regresión y análisis de residuales.

	INFORME ESPECIFICO TAPA DESCARGA LIFTER PARRILLA	Corporación Nacional del Cobre de Chile División Andina Gerencia de Plantas Superintendencia de Mantenimiento Concentrador, Planta S.A.G Fono: 56-34-496722 V Región, Chile
	ZONA LIFTER PARRILLA	



Desgaste Maximo Admisible
 Desgaste a la fecha
 Tonelaje a la fecha

80	%
42	%
7850	(Kton)

Altura Orig. (mm)

Fecha de Montaje

(dia/mes/año)

Vida Util Zona	Pesimista	Normal	Optimista	unidades
Fechas de recambio Estimadas	25-Oct-05	6-Nov-05	17-Nov-05	(dia/mes/año)
Tonelaje a fechas estimadas	10452	10873	11295	(Kton)
Duracion en N° Meses	9,78	10,17	10,56	(N° Meses)

TABLA	
Kton vs % Desgaste	
0	0,15
1000	4,51
2000	9,20
3000	13,88
4000	18,62
5000	23,59
6000	29,08
7000	35,50
8000	43,35
9000	53,26
10000	65,97
11000	82,31
12000	103,25
13000	129,85
14000	163,30

TABLA	
Meses vs mm consumidos	
0	0,00
1	4,69
2	9,37
3	14,07
4	19,27
5	25,88
6	35,28
7	49,28
8	70,15
9	100,57
10	143,72
11	203,18
12	283,00
13	387,67
14	522,13

TABLA	
Meses vs mm/dia consumidos	
0	0,16
1	0,17
2	0,17
3	0,17
4	0,17
5	0,18
6	0,21
7	0,25
8	0,31
9	0,40
10	0,51
11	0,66
12	0,84
13	1,06
14	1,33

Reviso:
 Supervisor Mecanico Juan Carlos Alarcon C.
 Supervisor Ayud. Mec. Pablo Rivera C.
 28-Aug-2005

FIGURA Nº 5.8 Formato del informe resultados específicos, entregado por el programa

5.7 VENTAJAS TÉCNICAS Y ECONÓMICAS DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA

Chasin (1998) destaca que: “Un modelo matemático basado de datos reales, aunque no sea exacto, sino aproximado, es invaluable la predicción.”

En este sentido, el solo hecho de poseer una predicción, cuantitativa en términos del manejo matemático de los errores, expresados en intervalos confianza, proporciona indiscutibles beneficios y ventajas obtenidas del hecho de conocer en forma rápida y efectiva, una estimación de la vida útil, rendimientos y estado evolutivo del desgaste de los revestimientos. Lo cual concede un rápido diagnóstico y decisión de las acciones futuras e inmediatas a tomar por parte de los ingenieros supervisores y analistas de mantención.

Destacándose del modelo matemático propuesto, desarrollado como un programa computacional las siguientes ventajas:

- Rápido tratamiento y análisis de datos en términos del tiempo requerido.
- Generación automática de resultados e informes del estado de revestimientos.
- Rápido conocimiento por parte de analistas y supervisores del estado de los revestimientos censados.
- Programar y planificar fechas de mantención general de la planta SAG.
- Permite planificar y coordinar con una anticipación razonable las compras de revestimientos de reposición.
- Permite la coordinación anticipada en las fechas de entrega por parte de los proveedores nacionales y extranjeros de revestimientos.
- Permite contrastar los valores predichos del modelo con los valores referenciales de duración entregados por los proveedores y fabricantes de revestimientos, siendo no un hecho menor por el alto costo de estos.

Considerando todo lo anterior, son incalculables e insospechados los beneficios económicos propagados que puede generar la solución propuesta.

Los resultados del algoritmo (ANEXO I) y programa formulado (FIGURA N° 5.2), fueron evaluados en torno a las fortalezas y debilidades demostradas durante su formulación, implementación y etapa de experimentación durante la permanencia en la planta SAG de la División Andina.

FORTALEZAS

- Modelo matemático basado en teorías y métodos matemáticos ampliamente utilizados, probados y efectivos a nivel científico y técnico.
- Precisión de los resultados y en el manejo de los errores.
- Rápida generación de resultados.
- Herramienta computacional única en su tipo.
- Permite la visualización: grafica de las curvas y niveles de desgaste y numérica de los resultados obtenidos.
- Interfase comprensible y amigable con el usuario.
- Generación automática de informes específicos y generales del estado de los revestimientos.
- Comentarios y discusiones con fundamentos favorables, respecto de las bases teóricas del modelamiento propuesto (escrutinio público).
- Aceptación favorable del programa computacional y de los resultados, por parte de profesionales directos del área.

DEBILIDADES

- Alta complejidad del problema planteado.
- El hecho de ser un modelo nuevo a evaluar.
- Necesidad de validar y experimentar científicamente.
- Planteamiento y bases teóricas contrarias a los modelos tradicionales publicados y establecidos por costumbre en el área, Romper paradigmas
- Conceptualmente difícil de comprender (Modelo caja negra o gris).
- Algunas críticas y rechazos, sin discusión y fundamentos, a las bases teóricas del modelamiento propuesto.
- Difícil implementación, a la innovación tecnológica que representa este estudio.

CAPITULO VI

CONCLUSION

El modelo matemático desarrollado en este trabajo de titulación cumple cabalmente con los objetivos propuestos en el Anteproyecto de este estudio presentado a la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Austral de Chile, y con los planteados y exigidos por la División Andina de Codelco Chile para su materialización.

Para el modelamiento matemático se consideraron y seleccionaron propiedades matemáticas basadas en la serie Taylor, así como teorías y metodologías matemáticas ampliamente utilizadas, probadas y efectivas a nivel científico y tecnológico. La relación funcional propuesta, del tipo curvilínea, basada en la observación de los diagramas de dispersión de los datos apareados de las mediciones del desgaste y el tonelaje.

El modelo matemático desarrollado es capaz de predecir y estimar numéricamente la vida útil de los revestimientos del molino SAG en términos de sus rendimientos productivos y tiempos de duración, determinando de estos sus probables fechas de recambio. Además describe numérica y gráficamente la forma y el comportamiento de los revestimientos frente al fenómeno del desgaste que sufre dentro del proceso de molienda, en el transcurso de su vida útil. Esto basado en la observación de los gráficos generados del desgaste versus el tonelaje tratado, conjuntamente con los gráficos de las tasas de desgaste versus los meses transcurridos, los cuales reflejan fielmente la forma y comportamiento de los datos apareados observados. La resolución de tales objetivos ha sido alcanzada mediante un conjunto finito de instrucciones y pasos estadísticos y matemáticos planteados para resolver el problema.

El modelo fue desarrollado en lenguaje Matlab V 7.0 para ser ejecutado como un programa mediante interfases gráfica de usuario, desplegando un conjunto de pantallas y botones que generan los resultados visibles gráfica y numéricamente en ellas, con la opción de guardar la información y generar automáticamente sus respectivos informes técnicos. Así el programa demuestra la factibilidad técnica del modelo matemático propuesto.

Desde el punto de vista de la ingeniería la solución propuesta permite un rápido y eficaz análisis, diagnóstico y conocimiento del estado evolutivo del desgaste de los revestimientos. Además, el solo hecho de conocer una predicción, expresada en intervalos confianza de las probables fechas de recambio de los revestimientos, permite programar y planificar las fechas de mantención general de la planta SAG. Estos resultados, sumados a los conocimientos atribuidos a la experiencia, son la base de la toma de decisiones y acciones futuras realizar, por parte de los ingenieros supervisores y analistas de mantención. También es posible contrastar la duración y rendimientos productivos que ofrecen los proveedores y fabricantes de revestimientos, con los datos estimados por el algoritmo propuesto.

En general la implementación computacional del programa resulto bastante complicada, debido a la lentitud y obsolescencia tecnológica de la plataforma CPU facilitada por División-Andina para la implementación y entrenamiento del personal usuario del programa desarrollado. Puesto que el algoritmo trabaja efectuando una gran cantidad de cálculos, provocaron que el tiempo requerido por el computador para completar los cálculos fuese bastante largo del orden de 7-10 minutos por zona de revestimiento. Sin embargo si la plataforma CPU cumple con los requisitos mínimos exigidos por el software Matlab, estos cálculos solo toman de 50 segundos a 2 minutos por análisis.

Este trabajo representó un gran desafío intelectual, ya que demandó el conocimiento y aprendizaje, desde lo más básico de la modelación matemática, programación de algoritmos y visualización de interfases gráficas en Matlab, lo que tomo el 80% del tiempo de realización de este trabajo.

Es importante destacar, que este estudio solo muestra una parte de las teorías matemáticas más relevantes de los métodos utilizados en la solución del problema planteado, ya que no es la idea de esta tesis caer en todos los fundamentos matemáticos en que se basan estas teorías, por lo amplio del tema, sino más bien mostrar una aplicación real y concreta de lo aprendido en el transcurso de los estudios de pregrado en la Universidad Austral de Chile.

BIBLIOGRAFÍA

- **REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS**

ALARCON CAMUS JUAN C. 2005. “*Tutor memoria de titulación Codelco Andina*” Ing. Supervisor Planta SAG, Codelco Chile Div. Andina, Gerencia Plantas Superintendencia Mantenimiento Concentrador. Enero-Agosto 2005, los Andes, Chile.

AUSTIN L. G., CONCHA F., MENACHO J. 1987. “*Comminution in the Copper Industry of Chile: State of the Art and Future Research Needs.*” Mineral Processing and Process Control. Vol. 2, Papers Copper 87, Edited By University of British Columbia (Canada) & University of Chile. ISBN 956-248-013-4, Mayo 88, Santiago, Chile. 13 p.

BARCELÓ J. 1996. “*Simulación de sistemas discretos*”, Publicaciones de Ingeniería de Sistemas, ISBN: 84-89338-12-4, España. 247 p.

BAYER RAYMOND G. 1994. “*Mechanical wear prediction and prevention*”, edit Marcel Dekker, Inc. ISBN 0-8247-9027, USA. pp.1-114.

BOND C. FRED. 1952. “*The third theory of Comminution.*” Trans. AIMME, Vol. 193, p. 484 (Original no consultado, Mencionado por SEPULVEDA JAIME E. ¡Optimo! Diez mandamientos para mejorar la productividad de sus molinos, Revista Minerales, Diciembre 1998. Publicación trimestral, IIMCH. Santiago, Chile, 53(224):25-36).

CABAÑA A. QUIROZ A. 2005. “*Using the empirical moment generating function in testing for the weibull and tipe I extreme value distributions*”, Sociedad de Estadística e Investigación Operativa, Univ. Valladolid, España, 14(2):111-999

CARVAJAL K, ACUÑA G, MAGNE L, CUBILLOS F. 2004. “*Estimador de horizonte móvil neuronal en molienda semiautógena*”, Universidad de Santiago de Chile, USACH. Facultad de Ingeniería. Santiago. Chile, Papers XXX Conferencia Latinoamericana CLEI 2004, arequipa, Perú 2004.

CARNEYRO K. JUAN. 1989. “*Impacto en la mantención y operación por rediseño de revestimientos en el molino semi-autógeno en el área los bronces, Compañía Minera Disputada de Las Condes.*” Anales II Congreso la Ingeniería Mecánica en la Industria del Cobre, Octubre 16-18, Universidad de Antofagasta, Depto Ingeniería Mecánica, Antofagasta, Chile. pp.123-144

CHARD A. JOHNSON. 1997. “*Probabilidad y estadística para ingenieros de Miller y Freud*”, quinta edición, Editorial Prentice-Hall 1997, Madrid España. pp. 350-355

CHACIN FRANKLIN. 1998. “*Análisis de regresión y superficie de respuesta*”. Publicada Facultad Ingeniería UCV, Universidad Central de Venezuela Caracas. Capítulos 4, pp. 71-73,109-111,164-165.

CERVO A. L., BERVIAN P. A. 2001. “*Metodología científica*”. Edit. Mc Graw-Hill, México, 137 p.

CLEARCY P., D. MORTON, S. 2002. “*Use of the discrete element method for Design and optimisation of AG and SAG Mills.*” CSIRO Mathematical and Information Sciences. Australia, 4 p.

CLEARCY P., SAWLEY M. 1999. “*Three-dimensional modelling of industrial granular flows*”. II International Conference CFD in the Minerals and Process Industries, CSIRO Mathematical and Information Sciences. December 6-8, Melbourne, Australia. pp. 95-100

COMPENDIO DE LA MINERIA CHILENA 2000, 2002. “*Minería Chile*”, Editorial Editec 2002, ISBN 0716-5153, Santiago, Chile. 498 p.

COCIM, 2002. “*X Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica*”. Usach. “Asistencia”.

CRUSHING AND GRINDING CONFERENCE. 2002. “*New developments and practices in lifters and liners.*” RME Russell mineral equipment Ltd.Australia.32 p.

CURTIZ F. GERALD. 2000. “*Applied numerical analysis*”. Edit Addison-Wesley. USA. pp. 89-90, 223-224, 268-272.

CZITROM VERONICA, SPAGON D. PATRICK. 1998. “*Statistical case studies for industrial process improvement.*”, ASA-SIAM American Statistical Association – Society for Industrial and Applied Mathematics. Edit ASA-SIAM., Chapter 1, pp. 176-179, Chapter 28, pp.403-423

DEVORE JAY L. 2001. “*Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*”, California Polytechnic State University. Quinta edición, Edit. Thomson learning, 2001, México.

DELBONI H. JR. & MORRELL S. 2002. “*A load-interactive model for predicting the performance of autogenous and semiautogenous Mills.*” KONA N°20, University of Queensland Australia 4068, University of Sao Paulo. Brazil. pp. 208-222

DEPTO. MATEMÁTICAS APLICADAS EPS. 2004. “*Cálculo numérico, apuntes de interpolación*”. Escuela Politécnica Superior Universidad de Alicante, 84 p.

DHILLON B. S., 2002. “*Maintenance Engineering a modern approach,*” CRC PRESS ISBN 1-58716-142-7

DIVISIÓN ANDINA. CODELCO-CHILE. 2004-2005. “*Levantamiento de información bibliográfica*”; 2004-Enero-Febrero Practica Profesional, 2005-Enero-Agosto Convenio memoria titulación, Planta SAG, gerencia de plantas concentrador.

DJORDJEVIC N. 2003. “*Discrete element modelling of lifter stresses in tumbling mill*”, Mineral processing and Extractive Metallurgy (trans. Inst. Min. Metall. Section C.), Vol.112, University of Queensland, IoM Communications Ltd. Published by Maney for the Institute of materials, Minerals and mining in association with AusIMM, August 2003. Australia pp.115-119

ELDEN L, WITTMAYER-KOCH L, BRUUN H. 2004. “*Formulas from: Introduction to Numerical Computation –analysis and Matlab ® illustrations*”, January 9, 20 p.

EXPO MIN. 2002, 2004. “*Feria minera*”, Asistencia a feria minera.

FAHLSTROM P.H. & ANDRÉN T. 1964. “*A theory for wear in wet rod Mills and Cascade Mills.*”, The Boliden Mining Company, Boliden, Sweden, VII International mineral processing congress, Part Ten Symposium on Autogenous Grinding. Gordon & Breach Science Publishers, Inc. Columbia University, USA, pp. 515-535

FIGUEROA S. HERIBERTO. 2004. “*Regresión lineal*”, Universidad Austral de Chile, Apuntes: ESTD-104 Estadística Ing. Civil Obras Civiles.11/11/04., Estadística no paramétrica Manejo Software Modulo VIII Documento auxiliar ESTD-104-313

GARCIA J. JAVIER., RODRIGUEZ JOSE. 2005. “*Aprenda Matlab 7.1 como si estuviera en primero.*” Escuela técnica superior de ingenieros industriales, Universidad politécnica de Madrid. Octubre 2005 .Madrid España

GONZALES J. M. 2004. *“Introducción a Matlab”*, Dpto. de ingeniería de sistemas y automática, Universidad Politécnica de Valencia, 26 enero 2004, Valencia España

GUÍÑEZ R. V., MARTÍNEZ M., LABARCA. 2002. *“Ecuaciones Diferenciales”* Facultad de Ciencias; Universidad de Santiago de Chile. Santiago, Chile, 336 p.

HOWARD B. W., TURCOTTE L., D. HALPERN. 2003. *“Advanced Mathematics and Mechanics Applications Using Matlab”*, Third Edition University of Alabama Rose-Hulman Institute of Technology University of Alabama, © by Chapman & Hall / CRC, CHAPMAN & HALL/CRC A CRC Press Company, ISBN 1-58488-262-X,

HOGG AND FUERSTENAU. 1972. *“Power Relations for Tumbling Mills”*, Trans. SME- AIME, Vol. 252. pp. 418-432 (Original no consultado, Mencionado VIDELA L. ALVARO, SIMULA V1.0. SAG PARAMETERS. Consultor Moly-COP Chile S.A., Disponible en: http://www.puc.cl/sw_educ/simula/html/simula.html)

KOTZ S, NADARAJAH S. 2000. *“Extreme value distributions, theory and applications”*, ISBN 1-86094-224-5, The George Washington University USA, The University of Nottingham UK. Copyright©2005 Imperial College Press 196 p.

PAO Y. C. 2001. *“Engineering Analysis”*, Chapter 2 , “Exact, Least-Squares, and Cubic Spline Curve-Fits” by CRC Press LLC

PÉREZ VIDAL VICENTE. 2001. *“La Investigación e Innovación Tecnológica en la Minería del Cobre.”* Comisión Chilena del Cobre, Dirección de estudios. Registro de Propiedad Intelectual © N° 124.548, Diciembre 2001, Santiago, Chile. 48 p.

PEREZ LOPEZ CESAR. 2002. *“Matlab y sus aplicaciones en las ciencias y la ingeniería”*, Universidad Complutense de Madrid, Editorial Prentice-Hall, Madrid, España. 610 p.

PRASHER C. L. 1987. *“Crushing and Grinding Process Handbook”*, University of Britain. Edit John Wiley & Sons limited. Chapter 8, pp.260-322

PORTA NOVA A. M. & DOS SANTOS M. I. 1999. *“The main issues in nonlinear simulation meta model estimation”*, Departamento de Matemática Instituto Superior Técnico. Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference, Lisboa, Portugal

PONTT JORGE. 2004. *“MONSAG: A new monitoring system for measuring the load filling of a SAG mill”*. revista minerals engineering 24 junio (2004). Departamento de Ingeniería eléctrica Universidad Federico Santamaría. Valparaíso, Chile

PUELLES O. ALEJANDRO. 1992. *“Construcción de un Simulador Dinámico de la Planta de Molienda Semiautógena de la Mina el Soldado”*. Memoria de titulación Ing. Civil Minas, Universidad de Chile, Depto Ingeniería de Minas, Noviembre 1992.Santiago, Chile. pp. 1-130.

RAJAMANI R., SHERMAN M. 1998. *“The Effect of Lifter Design on Alumbreara`s SAG Mill Performance: Design Expectations and Optimization”*. University of Utah. EEUU. pp. 256-265.

RAJAMANI R., MISHRA B. K. 1998. *“Millsoft Simulation Software for Tumbling-Mill Design and Shooting.”* University of Utah, Magazine Mining Engineering Published by SME Society for mining, metallurgy, and exploration Inc. December 1998. EEUU. Paper number 98-306.

RICKENBERG DIAZ CRISTIA. 1999. “*Evaluación de revestimientos de goma en molino de bolas convencional Codelco Chile división andina.*” Memoria de titulación Ing. Civil Metalurgista, Universidad Santiago de Chile, Facultad de Ingeniería, Depto. de ingeniería metalúrgica. Santiago, Chile.

RIVERA CELEDON PABLO. 2005. “*Tutor memoria de titulación Codelco-Andina*”. Ing. Supervisor Planta SAG, Codelco Div. Andina, Superintendencia Mantenimiento Concentrador. Enero-Agosto 2005, los Andes, Chile.

SANTOS M. 2003. “*Distribuciones estadísticas con Matlab*”, Curso Modelado y Simulación de Sistemas, Facultad de Informática.

SEARS F.W. ZEMANSKY M.W. YOUNG H.D , FREEDMAN R.A. 1998. “*Física universitaria*”, volumen N°1, Edit addison wesley longman, México, 696 p.

SEGOVIA W RODRIGO. 1997. “*Reemplazo optimo de componentes sujetos a desgaste bajo la realización de inspecciones periódicas*”. Memoria de titulación Ing. Civil Industrial, Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Ingeniería, centro de minería. Santiago, Chile.

SNEDECOR W. GEORGE, COCHRAN G. WILLIAM. 1979. “*Métodos estadísticos.*” Harvard University & Iowa State University. Editorial C.E.C.S.A. España. pp. 81-93, 545-569

SEPULVEDA JAIME E. 1998. Artículo *¡Optimo! Diez mandamientos para mejorar la productividad de sus molinos.* Artículo, Revista Minerales, Diciembre 1998. Publicación trimestral, IIMCH Instituto de Ingenieros de Minas de Chile. Santiago, Chile. 53(224):25-36.

SHIGLEY J.E., MISCHKE C.R. 2002. “*Diseño en ingeniería mecánica*”, sexta edición. Edit. Mc Graw-Hill, México, 1257 p.

SIMULA V1.0. SAG PARAMETERS, CENTRO DE MINERÍA. Developed by Escuela de Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile PUC. & Moly-Cop Chile S.A. Disponible http://www.puc.cl/sw_educ/simula/html/simula.html

SCHRODER A. J. & CORDER G. D. 2003. “*On-line Dynamics Simulation of Mining Operations.*” JKTech Pty Ltd. The University of Queensland, Isles Road, Indooroopilly Australia 4068. Papers Copper 2003. Chile. 18 p.

SWOKOWSKI E. W. 1989. “*Calculo con geometría analítica*”, segunda edición, editorial iberoamericana S.A., México, pp. 154-116-520-581

SUAREZ M. MANUEL. 2005. “*Desafíos y beneficios de la automatización de procesos*”, la experiencia en planta de minera Collahuasi. “Revista Minería Chile”, febrero, Editorial Editec 2005, ISBN 0716-1042, Santiago, Chile. 24(284)

TORREGROSA J. R, JORDAN C. L. 1989. “*Teorías y problemas de álgebra lineal y sus aplicaciones*”, ETS Politécnica Valencia, Series compendios Schaum.

LOVEDAY B. K. & WHITEN W. J. 2002. “*Application of a Rock Abrasion Model to Pilot-Plant and Plant Data for Fully and semi-autogenous Grinding.*” Institution of Mining and Metallurgy, Mineral processing and Extractive Metallurgy (trans. Inst. Min. Metall. Section C.), Vol. 111, January-April, 2002 Australia. pp.39-43

MARCHAND PATRICK & HOLLAND O. THOMAS, 2003. “*Graphics and GUIs with MATLAB®*”, NVIDIA & The Naval Surface Warfare Center Dahlgren Division third edition, © 2003 by Chapman & Hall / CRC, ISBN 1-58488-320-0 , A CRC Press Company.

MARTÍNEZ R. A. 1998. “*Notas sobre interpolación, formula de Taylor y resolución aproximada de ecuaciones.*”, 25 junio 1998. 64 p.

MATHEWS JOHN H, FINK KURTIS D. 1999. “*Métodos numéricos con Matlab*”, 3ª Edición, Editorial Prentice-Hall 1999, Madrid España. 721 p.

MATLAB ® VERSION 7.0, 2004. The Language of Technical Computing, Technical Support Documentation Set: “*Mathematics*”, “*Programming*”, “*Using MATLAB® Graphics*”, “*Creating Graphical User Interfaces*”. Computation, Visualization and Programming, The MathWorks, October 2004, www.mathworks.com

MAGNE O. L., VALDERRAMA R. W. 1994. “*Mill lifter Design and Grinding Kinetics.*”, Mineral Processing and environmental. Proceeding of the IV meeting of the southern Hemisphere on mineral technology; and III Latin-American Congress on Flotation, Vol. I, Edited By Departament of Metallurgical Engineering, University of Concepcion, Noviembre20-23 de 1994, Concepción, Chile. pp.69-79

MAGNE O. L., VALDERRAMA R. W. 1998. “*Análisis del Diseño de Revestimientos para Molinos Semiautógenos*”, Revista Minerales, Diciembre 1998. Publicación trimestral, IIMCH Instituto de Ingenieros de Minas de Chile. Santiago, Chile. 53(224):41-49

MAGNE O. L. 2002. “*Sistemas de control optimizante para plantas de molienda semiautógena*”. Proyecto FONDEF N° D02I1077, Universidad de Santiago de Chile. Santiago, Chile.

MAGNE O. L. 2003. “*La fuerte evolución experimentada por la molienda semiautógena*”, Workshop SAG 2003, Revista Minería Chilena, Noviembre 2003, ISSN 0716-1042., Editec Ltda., Santiago, Chile. 23(269);151-155

MEEKER Q. WILLIAM, ESCOBAR A. LUIS, 1998. “*Statistical Methods for Reliability*” Data. Chapter 13,16,17 Edit Wiley & Sons, Inc., Series in Probability and Statistics, ISBN 0-471-143-14328-6, USA. 680 p., pp.316-342, 393-425, 427-464.

MERINO F. PABLO. 1988. “*Estimación de la Potencia Máxima en Molienda Semiautógena Mediante Identificación de Modelos.*” Memoria de titulación Ing. Civil Electricista, Universidad de Chile, Depto Ingeniería de Eléctrica, Stgo, Chile.

MOROZ J. PETER. 1987. “*Mecanismos de desgaste en molienda húmeda usando bolas de acero y de fundición blanca*”, Papers SAG, pp. 242-253

MONTGOMERY C. D. & RUNGER G. C. 1996. “*Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*”, Edit. Mc Graw-Hill, México. pp..470-503,

NELSON WAYNE, 1990. “*Accelerate testing Statistical models, test plans, and análisis*” Edit. Wiley Series in Probability and mathematical statistics, Wiley interscience, pp 65-69

NORIEGA F. HÉCTOR, 2005. “*Profesor Guía trabajo de titulación*”. Fac. Ciencias de la Ingeniería, Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile.

ORFORD I. COOPER M, RADZISZEWSKI P, et al ,2005. “*Design and wear of SAG mill shell liners at brunswick mine*” technical paper, Published in CIM Bulletin January/February 2005, 98(1085).

OLMOS A. A. 2004. “*Resolución numérica de ecuaciones no lineales*”– calculo numérico – ecuaciones no lineales, Unidad 2 – 2004 – 1, 18 p.

OSTLE BERNARD. 1979. “*Estadística aplicada*”. Universidad del estado de Arizona. Editorial LIMUSA 1979 México. pp. 185-220

UGARTE G. FRANCISCO. 1973. “*Diseño de un Molino de Bolas*”, Memoria de titulación Ing. Civil Mecánico, Universidad de Chile, Escuela de Ingeniería, 1973. Santiago, Chile. pp. 21-66.

VALDERRAMA R. WALDO. 1998. “*Nueva instrumentación para plantas de molienda semiautógenas de minerales*” Proyecto FONDEF N° D98I1087, Universidad Técnica Federico Santamaría. Valparaíso, Chile.

WAPOLE R. E, MYERS R. H, MYERS S. L 1999. “*Probabilidad y estadística para ingenieros*”, sexta edición español, Edit. Pearson Education, España pp. 368-375

- **REFERENCIAS CATÁLOGOS EMPRESAS**

FFE MINERALS. Folletos ***SAG-Analyzer, Impactmeter*** Impreso Chile.

METSO MINERALS. 2003; Catálogo "***Un proveedor completo para el procesamiento de minerales***" Impreso EEUU.

METSO MINERALS. 2002; Catalogo "***Metso Ball Mills***" Impreso EEUU.

METSO MINERALS. Papers "***Electronic Load Trend Indicator***" Impreso EEUU.

NORCAST. 2004. Catalogo "***Revestimientos para Molinos, Elementos de Molienda***" Impreso Canadá.

OUTOKUMPU. 2004; Catalogo "***Grinding Technologies***" Impreso EEUU.

RME. 2004; Catalogo "***Sistema de enlainado de molinos***" Impreso Australia.

FUNDICION TALLERES. 2003; Catalogo "***Revestimientos-corazas, molinos SAG***". Impreso Chile

- **REFERENCIAS ELECTRÓNICAS**

- (1) American Society of Mechanical Engineer. USA.
<http://www.asme.org>
- (2) Csiro Minerals, Australia, Mathematical and Information Sciences.
http://www.cmis.csiro.au/cfd/dem/sagMill_3D/index.htm
- (3) Codelco-Chile. Div. Andina, Chile.
Perfil de usuario Intranet (clave)
<http://www.servicios.codelco.cl>
- (4) Society for Industrial and Applied Mathematics, Usa
<http://www.siam.org>
- (5) The MathWorks, MATLAB® Versión 7.0, The Language of Technical Computing Technical Support Documentation Set
<http://www.mathworks.com>
- (6) Metso Minerals, SVEDALA GRINDING, Usa, Fabricante Molinos y proveedor repuestos
<http://www.metsominerals.com>
- (7) Norcast, Usa, revestimientos para molinos
<http://www.norcast.com>
- (8) Outokumpu, Fabricante Molinos y proveedor
<http://www.outokumpu.com/mineralprocessing>
- (9) PERI ProFiler™ & MillSoft
<http://www.processeng.com/profiler.asp>
- (10) RME Russell mineral equipment Pty Ltd. Australia.
<http://www.rme.com>
- (11) University of Utah, Usa, Software DEM Millsoft 2D Y 3D.
<http://www.gg.utah.edu/~wmraj/millsoft/millsoft.html>

ANEXOS

ANEXO A MOVIMIENTOS DE CARGA Y TRAYECTORIAS DE BOLAS EN MOLINO SEMIAUTÓGENOS

La dinámica de la carga (riñón de carga) dentro del molino, comienza con el arrastre de los medios de molienda (bolas) y mineral, los cuales son elevados por los revestimientos en el lado ascendente del molino (ver Fig. N° A1) hasta que se logra una situación de equilibrio dinámico donde estas bolas son lanzadas en caída libre cayendo en cascada (fracturamiento normal) y en catarata (fracturamiento de partículas) sobre la superficie libre de los otros cuerpos, alrededor de una zona muerta donde ocurre poco movimiento hasta el “pie” de la carga del molino.

Rickenberg (1999) señala que el movimiento de la carga depende de la velocidad de giro del molino, del diseño del revestimiento y de la reología de la carga como un conjunto. Las propiedades reológicas de la carga intervienen la pulpa (agua y reactivos), la geometría de los medios de molienda y su distribución de tamaños respectivamente (Magne, 2002).

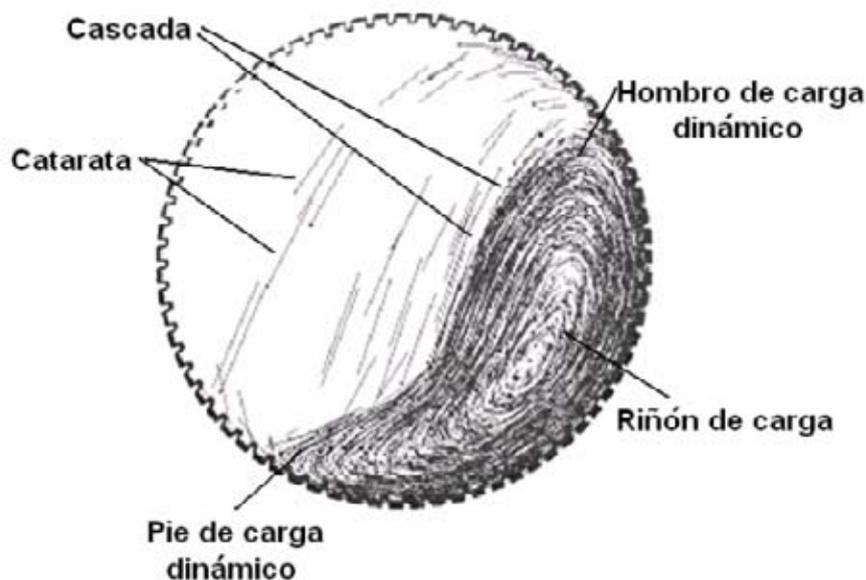


FIGURA N ° A1 Características de los movimientos del riñón de carga

Se pueden distinguir tres tipos de movimiento de los medios de molienda en un molino rotatorio como se ilustra en la FIGURA N° A1:

- Rotación alrededor de su propio eje.
- Caída en cascada, donde los medios bajan rodando por la superficie de los otros cuerpos (fracturamiento normal).
- Caída en catarata (caída libre) de los medios de molienda sobre el “pie” de la carga (fracturamiento de partículas).

La principal influencia sobre el movimiento de la carga es el diseño de los revestimientos sumado a la velocidad de giro del molino (Pontt, 2004).

El movimiento y trayectorias de las bolas que entran en contacto con el revestimiento en un giro del molino, fue estudiado por primera vez por E. W. DAVIS (1919) y extendido luego por R. E. McIVOR (1983), estos estudios señalan que la bola pasa por las siguientes etapas en un ciclo del molino:

1. La bola asciende pegada al revestimiento, sometida a la acción de la fuerza de gravedad, centrífuga y de roce, hasta el momento en que la fuerza normal sobre la cara del levantador se hace nula.
2. La bola rueda sobre la cara del lifter hasta el momento en que la fuerza de roce es insuficiente para sostener la bola.
3. La bola desliza sobre la cara del lifter, manteniendo el rodado previo.
4. La bola es proyectada en caída libre, describiendo una trayectoria parabólica con la velocidad inicial correspondiente a la suma vectorial de la velocidad tangencial de rotación y la velocidad de deslizamiento rodando sobre la cara frontal del lifter

Las trayectorias de caída de las bolas dependen principalmente por la velocidad de giro del molino y del ángulo de ataque los lifter. Esta es la base conceptual de los simuladores dinámicos de una trayectoria y los simuladores multitrayectorias. Así también, los softwares de simulaciones dinámicas mediante DEM y CFD.

ANEXO B**MECANISMOS DE DESGASTE EN REVESTIMIENTOS**

Es necesario establecer una correcta definición, desde el punto de vista de la ingeniería del término desgaste. El desgaste es el daño que sufre una superficie como resultado del movimiento relativo en impacto, contacto deslizante o rodante respecto de otro cuerpo o sustancia. Sin embargo esta definición es un tanto limitada puesto que se refiere solo a “daño” sin implicar la pérdida de material o masa entre las superficies, puesto que existen otros fenómenos que generan daños, por ejemplo el daño por deformación plástica que produce solo cambios en la geometría dimensional, sin pérdidas de masa. Por el contrario existen fenómenos que generan daños con pérdida de material o masa son la cavitación, corrosión, fractura que si bien se manifiestan de manera similar son respuesta de otros fenómenos. Es importante reconocer que la corrosión y fractura podrían ser la consecuencia o la antesala de un fenómeno de desgaste. Pudiéndose manifestarse estas con o sin él.

Es por esta razón, Bayer (1994) define el desgaste como el resultado de un proceso complejo que se produce en las superficies (cuerpo o fluidos), debido al movimiento relativo entre dos cuerpos en contacto deslizante o rodante, manifestándose fricción, trayendo por consecuencia la variación de la micro y macrogeometría superficial; la estructura y las propiedades mecánicas y físicas del material con pérdida de material que limita la vida útil.

La fricción está asociada con la energía total perdida en un sistema deslizante, y la principal forma de energía perdida es en forma de calor. La energía asociada con el movimiento y daño del material superficial, es el desgaste, el cual es de menor magnitud en comparación con la energía disipada en forma de calor. Pero existe una innegable interrelación entre la fricción y el desgaste.

Formalmente a nivel atómico el desgaste se define como el resultado de una interacción superficial de naturaleza dual, y de atracción y rechazo molecular en los límites de la adhesión y deformación mecánica en los límites del microcorte.

Los mecanismos del desgaste en molienda húmeda, se definirán y clasificarán en relación con objetos macroscópicos y desde el punto de vista microscópico respectivamente:

En relación con objetos macroscópicos, el desgaste de los revestimientos se produce por la función de impactar, arrastrar y levantar o alzar la carga del riñón en su correspondiente giro del molino; este desgaste se atribuye principalmente al menos cuatro eventos diferentes entre si, durante el giro de molino, ver FIGURA N° A1 del ANEXO A:

1. Impacto directo de las bolas que caen en catarata sobre los revestimientos por encima del pie de carga dinámico.
2. Choque y arrastre del revestimiento al encontrarse con el pie de carga, en el momento que comienza su acción de levante.
3. Resbalamiento del mineral y bolas sobre la cara frontal de ataque del revestimiento durante su etapa de ascenso.
4. Deslizamiento de bolas y mineral sobre la cara frontal de ataque del revestimiento previo a la caída.

De estos eventos, el último es el de menos relevancia, por la menor magnitud de las fuerzas involucradas. El tercero citado es muy efectivo cuando los lifters tienen muy poca altura (menor que el diámetro de la bola), o cuando el ángulo de ataque es muy bajo. Por ello, en la mayoría de los casos el desgaste se debe principalmente a los dos primeros mecanismos citados (Magne, 1998).

Rajamani & Mishra (2001) demostraron que los impactos directos de bolas sobre el lifter y placas del cilindro, producen un consumo acelerado de acero debido al desgaste que esto genera sobre el revestimiento del orden de 453-680 gramos de acero en bolas y revestimientos por tonelada de mineral procesada, y en términos de vida útil estos lifter pueden durar entre 6-12 meses, dependiendo de las propiedades del mineral que se procesa. Señalando que el 30% de la energía de molienda se desperdicia por eventos de colisiones de bolas y revestimientos.

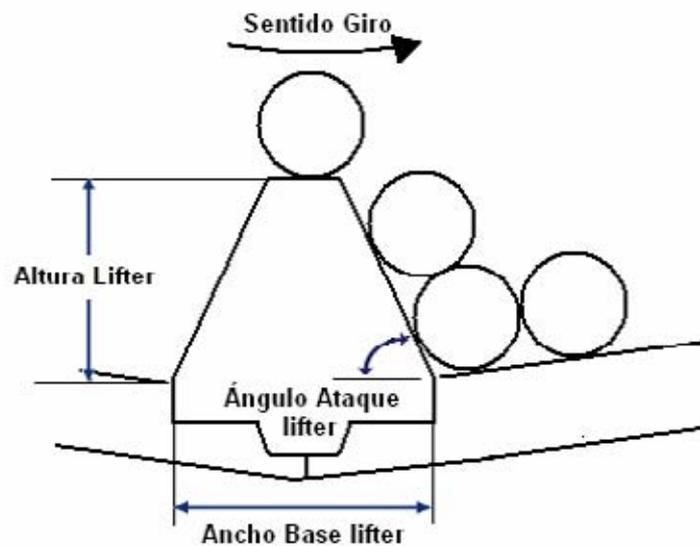


FIGURA N ° B1 Impactos y arrastres de las bolas y mineral por el lifter cilindro.

N. Djordjevic (2003) señala que el desgaste por uso del lifter producirá una disminución gradual de su altura; este desgaste es el resultado de la aplicación de los esfuerzos cortantes y normales en los lifters causados por el contacto de las partículas de mineral y bolas que viajan alrededor del riñón de carga. Señalando que el esfuerzo se intensifica con la alta velocidad de rotación del molino, y la caída de rocas y bolas que impactan directamente a los lifters y al conjunto de revestimientos en el molino; la intensidad de los esfuerzos inducidos (normal y cortante) es directamente proporcional a la intensidad de la acción de alzar (levantar carga) del lifter y del desgaste en el revestimiento (lifter y placa).

Clearcy (2001) demostró a través de simulaciones DEM y CFD, que las distribuciones de daños por desgaste ocurren debido a impactos directos de bolas y revestimientos (lifters y placas), por daños de abrasión debido al contacto metal-metal y metal-mineral; otra de las causas de deterioro son los esfuerzos normales y cortantes a los que el lifter está sometido en el momento del encuentro con el riñón de carga en los eventos de impacto y arrastre de mineral.

Desde el punto de vista microscópico, el desgaste se produce a raíz de acción de diferentes mecanismos, clasificados y denominados como:

- Desgaste abrasivo
- Desgaste por fatiga
- Desgaste adhesivo
- Desgaste mecánico-corrosivo

Desgaste abrasivo.- Desgaste mecánico como resultado de la acción de corte o rayado de asperezas de alta dureza o de partículas abrasivas.



FIGURA N° B2 Ejemplificación del mecanismo de desgaste abrasivo

Desgaste por fatiga. Desgaste debido a causas mecánicas producto de tensiones variables y repetidas.

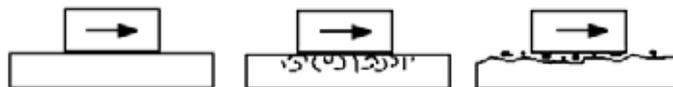


FIGURA N° B3 Ejemplificación del mecanismo de desgaste por fatiga superficial

Desgaste adhesivo.- También llamado desgaste por fricción o deslizante, se produce debido a la adhesión molecular entre los cuerpos en contacto.



FIGURA N° B4 Ejemplificación del mecanismo de desgaste adhesivo

Desgaste mecánico-corrosivo.- desgaste mecánico acelerado por la acción corrosiva del medio.

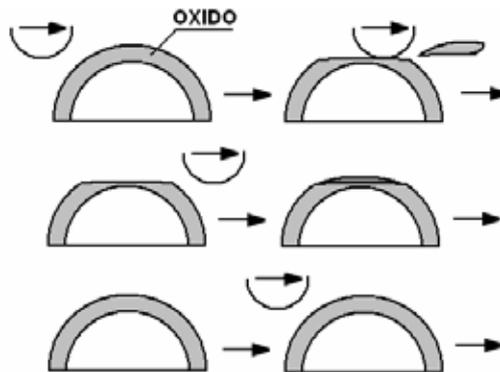


FIGURA N° B5 Ejemplificación del mecanismo de desgaste por proceso de oxidación

Además de los tipos antes mencionados también se incluye con frecuencia el desgaste erosivo y oxidación dinámica (fretting).

La tasa de desgaste total de un revestimiento es la suma de cada uno de los mecanismos desgastes, con frecuencia predomina uno, sin embargo se ponen de manifiesto dos o más mecanismos de desgaste, que funcionan y actúan simultáneamente, y en determinados momentos uno se transforma en otro (Metso Minerals, 2001. Bayer, 1994).

Estos mecanismos son, a su vez, función de diversas características del proceso de molienda como el mineral de alimentación, material de bolas y revestimientos.

La manifestación y magnitud del desgaste son producto una serie de factores que podemos agrupar de la siguiente forma:

- Condiciones de trabajo o de operación: carga aplicada, velocidad, temperatura, tipos de movimiento, tipo de fricción, recorrido de fricción, tiempo de trabajo, etc.
- Características de los cuerpos en contacto: materiales, composición química, dureza, dimensiones y forma, microgeometría superficial, microestructura, etc.
- Características del medio: humedad, atmósfera corrosiva, presencia de partículas abrasivas, reactivos, etc.

Un cambio en cualquiera de estas características puede alterar radicalmente la contribución de cualquier mecanismo de desgaste.

El desgaste de los revestimientos se atribuye a la “suma de todos los mecanismos macroscópicos y microscópicos anteriormente descritos”, actuando simultáneamente como una masa hidroabrasiva (carga), en la cual los principales elementos de desgaste son: abrasión, impacto y corrosión.

a) Abrasión

Shigley (2002) destaca la causa de la sustitución del 50% de los elementos de máquinas en la industria es el desgaste abrasivo, pudiendo llegar al 85% en caso de la maquinaria minera. En la molienda húmeda de minerales de cobre y molibdeno, el mecanismo predominante es la abrasión debido a la acción (daños) de partículas del mineral sobre la superficie de los equipos. En el caso de los revestimientos de molinos, el principal mecanismo involucrado es la abrasión, provocada por las diversas partículas (finas, gruesas, piedra) de mineral(es) presente en la roca (Clearcy, 2001).

Los mecanismos de la abrasión se pueden clasificar en cuatro tipos:

1. Abrasión por estriado
2. Abrasión por raspado
3. Abrasión por picado
4. Abrasión por erosión

1- Cuando la partícula pasa a alta velocidad por la superficie metálica del revestimiento deja un surco o estría (cicatriz) en el cual no se desprende material, pero la superficie queda dañada, las microfotografías tomadas por los autores (Bayer, 1994. Moroz, 1989) con microscopios electrónicos de barrido, señalan que el material contenido en las paredes (relieve) del surco, se puede recortar o desprender fácilmente por la acción posterior de otras partículas en sentido perpendicular a tal surco. Este proceso sucede millones de veces producto de millones de partículas abrasivas que poseen distintas direcciones y magnitudes de fuerza y velocidad.

2- El mecanismo de desgaste abrasivo puede ser descrito como un proceso de micromáquinado (microcorte), la partícula abrasiva penetra raspa y desprende viruta.

3- En el picado la partícula actúa como una picota y saca material.

4- El desgaste erosivo las partículas actúan con mayor rapidez en las zonas más blandas del material, afectando más tardíamente a las zonas más duras. Sin embargo las observaciones efectuadas en terreno en la planta SAG, señalan que las zonas de unión entre revestimientos concentran flujos turbulentos de alta velocidad de partículas de mineral que rápidamente generan el desprendimiento de estas zonas “duras” exponiendo así en el corto plazo la zona interior (alma) más blanda del revestimiento, se recomienda observar la FIGURA N ° 2.9 del Marco teórico (Rivera 2005).

b) Impacto

El segundo mecanismo de desgaste importante es el impacto, producido por contactos (choques) revestimiento-bolas y revestimiento-mineral, el cual fomenta desgaste por mecanismos de adhesión molecular y deformación plástica entre los cuerpos en contacto, produciendo fracturas en placas y lifters de los revestimientos cilindro y manto del molino. Las condiciones de impacto en un molino se deben principalmente al método de operación, por ejemplo exceso de velocidad de giro, exceso de bolas, falta de mineral etc.

c) Corrosión

La interacción entre la abrasividad y la corrosividad de la suspensión de mineral con bolas de molienda determina la corrosión que contribuye al desgaste global, en general se ha estimado que la corrosión producto de alta abrasividad corresponde a un 10% del desgaste total en molienda de cobre y molibdeno (Moroz, 1989). La corrosión de los revestimientos se debe a la presencia de medios corrosivos como el agua, humedad, zonas de alta y baja temperatura; forma mecánico-química de destrucción de las superficies se caracteriza por deformaciones plásticas de las capas superficiales y su oxidación, y posterior destrucción de la capa; Siendo un proceso ininterrumpido de formación y destrucción de la capa de óxido. En este sentido se han realizado estudios de inhibidores de corrosión tanto en molienda como en flotación (. Magne, 1999).

ANEXO C**TABLA DE DATOS PRODUCTIVOS AÑOS 1998 AL 2004.**

Estos datos (denominados tabla a) corresponden a las toneladas secas de mineral que *ingresan* al molino SAG. Dentro del molino se mezclarán con agua y bolas de acero (medios de molienda). Sin embargo estos valores no son idealmente representativos de acuerdo al desgaste de los revestimientos, solo los usaremos para deducir y contrastar los valores productivos secos y húmedos.

El primer año de producción corresponde al año de montaje del molino SAG en septiembre de 1998, por lo cual este año no es fundamental para nuestro análisis, puesto que es considerado como el periodo de marcha blanca.

CUADRO Nº C1-ANEXO-A Toneladas de mineral seco, desde año 1998 al 2004.

Nº	MESES	AÑOS						
		1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
1	Enero	0	683094	822936	909426	928625	937896	929721
2	Febrero	0	705381	841584	880598	958697	967864	995490
3	Marzo	0	929196	1050814	1013044	1083001	1131236	965665
4	Abril	0	643770	826036	1033298	880392	944738	1022112
5	Mayo	0	626542	938903	1111462	910121	1125807	1061788
6	Junio	0	884606	813563	765237	883411	975032	968625
7	Julio	0	968053	1015513	911789	993260	1015546	1084645
8	Agosto	0	75581	919517	1068581	1059347	1273670	1189614
9	Septiembre	8701	755890	830166	1100184	960073	923095	1056416
10	Octubre	185411	728706	931135	1159453	968476	1113276	1209472
11	Noviembre	611781	843148	1068877	1101522	1015521	1138930	1163762
12	Diciembre	717540	1017974	823453	1093518	958377	871752	1115692
TOTAL ANUAL		1523433	8861941	10882497	12148112	11599301	12418842	12763002
MEDIA MES		126953	738495	906875	1012343	966608	1034904	1063584
MEDIA DIARIA		4174	24279	29815	33282	31779	34024	34967

ANEXO D**TABLA DE DATOS PRODUCTIVOS DIARIOS, AÑOS 2003 Y 2004**

Estos datos (denominados tabla b) corresponden a las toneladas húmedas de mineral tratados (salida) del molino SAG. Estos son más relevantes, pues es posible interpretarlos como las toneladas procesadas por los revestimientos afectos al desgaste por la masa hidroabrasiva.

CUADRO N° D1-ANEXO-B Mineral tratado húmedo, toneladas año 2003 y 2004

Mes	Año 2003	(Tmh/día)	Mes	Año 2004	(Tmh/día)
ENERO	1-Jan-03	42311	ENERO	1-Jan-04	38950
	2-Jan-03	29699		2-Jan-04	41210
	3-Jan-03	38060		3-Jan-04	42310
	4-Jan-03	40380		4-Jan-04	39790
	5-Jan-03	34610		5-Jan-04	42710
	6-Jan-03	1510		6-Jan-04	23710
	7-Jan-03	0		7-Jan-04	39250
	8-Jan-03	0		8-Jan-04	44580
	9-Jan-03	1250		9-Jan-04	47155
	10-Jan-03	30530		10-Jan-04	45295
	11-Jan-03	32440		11-Jan-04	36430
	12-Jan-03	37760		12-Jan-04	22950
	13-Jan-03	33630		13-Jan-04	25910
	14-Jan-03	29780		14-Jan-04	23040
	15-Jan-03	38940		15-Jan-04	24220
	16-Jan-03	36500		16-Jan-04	20220
	17-Jan-03	39530		17-Jan-04	22490
	18-Jan-03	39420		18-Jan-04	18620
	19-Jan-03	39770		19-Jan-04	24280
	20-Jan-03	37900		20-Jan-04	30410
	21-Jan-03	30860		21-Jan-04	32610
	22-Jan-03	26270		22-Jan-04	30370
	23-Jan-03	31960		23-Jan-04	25730
	24-Jan-03	28810		24-Jan-04	21220
	25-Jan-03	35240		25-Jan-04	22835
	26-Jan-03	37120		26-Jan-04	19885
	27-Jan-03	36880		27-Jan-04	30695
	28-Jan-03	37900		28-Jan-04	32285
	29-Jan-03	29370		29-Jan-04	23800
	30-Jan-03	30200		30-Jan-04	23740
	31-Jan-03	36440		31-Jan-04	26500
FEBRERO	1-Feb-03	36840	FEBRERO	1-Feb-04	25300
	2-Feb-03	38890		2-Feb-04	31740
	3-Feb-03	39900		3-Feb-04	16830
	4-Feb-03	33050		4-Feb-04	32040
	5-Feb-03	40350		5-Feb-04	33000
	6-Feb-03	37050		6-Feb-04	33260
	7-Feb-03	38700		7-Feb-04	32780
	8-Feb-03	40690		8-Feb-04	31990
	9-Feb-03	29210		9-Feb-04	32320
	10-Feb-03	29560		10-Feb-04	38510
	11-Feb-03	38840		11-Feb-04	45100

	12-Feb-03	39000		12-Feb-04	43590
	13-Feb-03	16662		13-Feb-04	45190
	14-Feb-03	32958		14-Feb-04	45430
	15-Feb-03	39230		15-Feb-04	41760
	16-Feb-03	32600		16-Feb-04	45030
	17-Feb-03	39650		17-Feb-04	44230
	18-Feb-03	31780		18-Feb-04	40520
	19-Feb-03	38270		19-Feb-04	40190
	20-Feb-03	25660		20-Feb-04	30900
	21-Feb-03	34540		21-Feb-04	30700
	22-Feb-03	40340		22-Feb-04	32730
	23-Feb-03	31020		23-Feb-04	31100
	24-Feb-03	29150		24-Feb-04	26080
	25-Feb-03	33500		25-Feb-04	33680
	26-Feb-03	36250		26-Feb-04	36540
	27-Feb-03	37650		27-Feb-04	29010
	28-Feb-03	37900		28-Feb-04	30290
	1-Mar-03	37290		29-Feb-04	32080
	2-Mar-03	37270		1-Mar-04	32900
	3-Mar-03	40380		2-Mar-04	28550
	4-Mar-03	33250		3-Mar-04	11750
	5-Mar-03	41470		4-Mar-04	33470
	6-Mar-03	41590		5-Mar-04	29950
	7-Mar-03	11640		6-Mar-04	41040
	8-Mar-03	43290		7-Mar-04	40150
	9-Mar-03	41690		8-Mar-04	41080
	10-Mar-03	39950		9-Mar-04	1500
	11-Mar-03	31840		10-Mar-04	26880
	12-Mar-03	38070		11-Mar-04	39550
	13-Mar-03	39420		12-Mar-04	44110
	14-Mar-03	41300		13-Mar-04	47310
	15-Mar-03	40900		14-Mar-04	47440
	16-Mar-03	26230		15-Mar-04	44890
	17-Mar-03	31970		16-Mar-04	43500
	18-Mar-03	38310		17-Mar-04	44760
	19-Mar-03	36040		18-Mar-04	33840
	20-Mar-03	36280		19-Mar-04	30510
	21-Mar-03	30470		20-Mar-04	28670
	22-Mar-03	37910		21-Mar-04	28790
	23-Mar-03	41240		22-Mar-04	32470
	24-Mar-03	40390		23-Mar-04	27610
	25-Mar-03	39070		24-Mar-04	31440
	26-Mar-03	40550		25-Mar-04	31490
	27-Mar-03	36570		26-Mar-04	30670
	28-Mar-03	41000		27-Mar-04	30410
	29-Mar-03	42010		28-Mar-04	30840
	30-Mar-03	41610		29-Mar-04	38940
	31-Mar-03	23850		30-Mar-04	20160
	1-Apr-03	5330		31-Mar-04	0
	2-Apr-03	0		1-Apr-04	0
	3-Apr-03	24410		2-Apr-04	23910
	4-Apr-03	35310		3-Apr-04	40540
	5-Apr-03	36620		4-Apr-04	39330
	6-Apr-03	37660		5-Apr-04	39350
	7-Apr-03	40060		6-Apr-04	37600
	8-Apr-03	40250		7-Apr-04	42290
	9-Apr-03	36800		8-Apr-04	38480
	10-Apr-03	40840		9-Apr-04	31560
	11-Apr-03	37270		10-Apr-04	37290
	12-Apr-03	36910		11-Apr-04	41070
	13-Apr-03	38140		12-Apr-04	41930

	14-Apr-03	36640		13-Apr-04	34760
	15-Apr-03	34060		14-Apr-04	39730
	16-Apr-03	32850		15-Apr-04	40910
	17-Apr-03	35630		16-Apr-04	38600
	18-Apr-03	35650		17-Apr-04	31230
	19-Apr-03	30680		18-Apr-04	37670
	20-Apr-03	32470		19-Apr-04	32790
	21-Apr-03	32260		20-Apr-04	9510
	22-Apr-03	24660		21-Apr-04	29840
	23-Apr-03	29380		22-Apr-04	38440
	24-Apr-03	29000		23-Apr-04	34070
	25-Apr-03	34710		24-Apr-04	39800
	26-Apr-03	33360		25-Apr-04	33750
	27-Apr-03	35130		26-Apr-04	31830
	28-Apr-03	35990		27-Apr-04	35710
	29-Apr-03	33630		28-Apr-04	37620
	30-Apr-03	28850		29-Apr-04	40140
	1-May-03	28490		30-Apr-04	39920
	2-May-03	32210		1-May-04	39140
	3-May-03	34630		2-May-04	38940
	4-May-03	35450		3-May-04	41010
	5-May-03	35880		4-May-04	2690
	6-May-03	38010		5-May-04	0
	7-May-03	39690		6-May-04	21120
	8-May-03	23040		7-May-04	37270
	9-May-03	36790		8-May-04	37600
	10-May-03	38620		9-May-04	34070
	11-May-03	36890		10-May-04	34360
	12-May-03	36750		11-May-04	38260
	13-May-03	38570		12-May-04	38690
	14-May-03	35750		13-May-04	40150
	15-May-03	41220		14-May-04	43840
	16-May-03	38630		15-May-04	41390
	17-May-03	43160		16-May-04	41000
	18-May-03	39570		17-May-04	38020
	19-May-03	40500		18-May-04	40320
	20-May-03	30510		19-May-04	40230
	21-May-03	31690		20-May-04	34070
	22-May-03	37540		21-May-04	36930
	23-May-03	38930		22-May-04	36630
	24-May-03	42240		23-May-04	35850
	25-May-03	39640		24-May-04	33880
	26-May-03	39250		25-May-04	31400
	27-May-03	38220		26-May-04	32220
	28-May-03	40050		27-May-04	28295
	29-May-03	37980		28-May-04	31430
	30-May-03	42350		29-May-04	36140
	31-May-03	40950		30-May-04	39880
	1-Jun-03	26840		31-May-04	38880
	2-Jun-03	15430		1-Jun-04	30000
	3-Jun-03	37650		2-Jun-04	38990
	4-Jun-03	38730		3-Jun-04	26670
	5-Jun-03	40900		4-Jun-04	24450
	6-Jun-03	27610		5-Jun-04	37590
	7-Jun-03	37620		6-Jun-04	33880
	8-Jun-03	29940		7-Jun-04	32500
	9-Jun-03	24510		8-Jun-04	31480
	10-Jun-03	26040		9-Jun-04	41390
	11-Jun-03	34680		10-Jun-04	43880
	12-Jun-03	41620		11-Jun-04	36590
	13-Jun-03	36190		12-Jun-04	38170

	14-Jun-03	26090		13-Jun-04	34670
	15-Jun-03	31400		14-Jun-04	40735
	16-Jun-03	35750		15-Jun-04	32715
	17-Jun-03	36810		16-Jun-04	38870
	18-Jun-03	36000		17-Jun-04	25380
	19-Jun-03	35310		18-Jun-04	34870
	20-Jun-03	34760		19-Jun-04	36010
	21-Jun-03	39480		20-Jun-04	35780
	22-Jun-03	37500		21-Jun-04	37240
	23-Jun-03	36440		22-Jun-04	37720
	24-Jun-03	28180		23-Jun-04	34690
	25-Jun-03	32340		24-Jun-04	32890
	26-Jun-03	38980		25-Jun-04	130
	27-Jun-03	35850		26-Jun-04	6860
	28-Jun-03	40440		27-Jun-04	31890
	29-Jun-03	26330		28-Jun-04	35710
	30-Jun-03	28730		29-Jun-04	35310
	1-Jul-03	0		30-Jun-04	36650
	2-Jul-03	0		1-Jul-04	33620
	3-Jul-03	30610		2-Jul-04	32640
	4-Jul-03	28900		3-Jul-04	26810
	5-Jul-03	34770		4-Jul-04	40470
	6-Jul-03	35620		5-Jul-04	42930
	7-Jul-03	29060		6-Jul-04	36350
	8-Jul-03	33820		7-Jul-04	32930
	9-Jul-03	37880		8-Jul-04	30000
	10-Jul-03	36590		9-Jul-04	36700
	11-Jul-03	33550		10-Jul-04	35240
	12-Jul-03	34010		11-Jul-04	38830
	13-Jul-03	0		12-Jul-04	35580
	14-Jul-03	30260		13-Jul-04	38310
	15-Jul-03	34150		14-Jul-04	41370
	16-Jul-03	40820		15-Jul-04	36140
	17-Jul-03	39190		16-Jul-04	41460
	18-Jul-03	41100		17-Jul-04	23990
	19-Jul-03	22320		18-Jul-04	41480
	20-Jul-03	20990		19-Jul-04	45020
	21-Jul-03	33090		20-Jul-04	33260
	22-Jul-03	39130		21-Jul-04	36910
	23-Jul-03	36680		22-Jul-04	35750
	24-Jul-03	38190		23-Jul-04	41730
	25-Jul-03	37400		24-Jul-04	40220
	26-Jul-03	24890		25-Jul-04	39540
	27-Jul-03	38520		26-Jul-04	31660
	28-Jul-03	42080		27-Jul-04	37060
	29-Jul-03	44660		28-Jul-04	39650
	30-Jul-03	44310		29-Jul-04	38340
	31-Jul-03	45060		30-Jul-04	33980
	1-Aug-03	44490		31-Jul-04	34970
	2-Aug-03	48610		1-Aug-04	36480
	3-Aug-03	45280		2-Aug-04	20710
	4-Aug-03	47420		3-Aug-04	23430
	5-Aug-03	38340		4-Aug-04	41460
	6-Aug-03	47200		5-Aug-04	37750
	7-Aug-03	45550		6-Aug-04	36280
	8-Aug-03	24880		7-Aug-04	33910
	9-Aug-03	42150		8-Aug-04	35330
	10-Aug-03	43060		9-Aug-04	37460
	11-Aug-03	41600		10-Aug-04	41195
	12-Aug-03	44640		11-Aug-04	44930
	13-Aug-03	45380		12-Aug-04	41610

	14-Aug-03	43420		13-Aug-04	41340
	15-Aug-03	43600		14-Aug-04	46130
	16-Aug-03	44950		15-Aug-04	35100
	17-Aug-03	40730		16-Aug-04	38190
	18-Aug-03	42250		17-Aug-04	35650
	19-Aug-03	40080		18-Aug-04	32570
	20-Aug-03	44200		19-Aug-04	37460
	21-Aug-03	38490		20-Aug-04	40340
	22-Aug-03	42740		21-Aug-04	41160
	23-Aug-03	43230		22-Aug-04	44000
	24-Aug-03	41710		23-Aug-04	43340
	25-Aug-03	33920		24-Aug-04	43990
	26-Aug-03	41180		25-Aug-04	45850
	27-Aug-03	42880		26-Aug-04	45640
	28-Aug-03	32000		27-Aug-04	45370
	29-Aug-03	41920		28-Aug-04	47410
	30-Aug-03	42470		29-Aug-04	38820
	31-Aug-03	40450		30-Aug-04	38240
	1-Sep-03	36900		1-Sep-04	41560
	2-Sep-03	1680		2-Sep-04	43330
	3-Sep-03	0		3-Sep-04	41910
	4-Sep-03	13710		4-Sep-04	38510
	5-Sep-03	31680		5-Sep-04	34870
	6-Sep-03	32670		6-Sep-04	37600
	7-Sep-03	31010		7-Sep-04	29300
	8-Sep-03	36200		8-Sep-04	4700
	9-Sep-03	38610		9-Sep-04	0
	10-Sep-03	36650		10-Sep-04	22450
	11-Sep-03	36450		11-Sep-04	38260
	12-Sep-03	18990		12-Sep-04	37940
	13-Sep-03	31870		13-Sep-04	37430
	14-Sep-03	38040		14-Sep-04	35540
	15-Sep-03	37570		15-Sep-04	36570
	16-Sep-03	31940		16-Sep-04	37875
	17-Sep-03	35800		17-Sep-04	39180
	18-Sep-03	39000		18-Sep-04	39750
	19-Sep-03	35690		19-Sep-04	39600
	20-Sep-03	21010		20-Sep-04	36980
	21-Sep-03	34560		21-Sep-04	34870
	22-Sep-03	36620		22-Sep-04	36580
	23-Sep-03	35800		23-Sep-04	37100
	24-Sep-03	36050		24-Sep-04	42530
	25-Sep-03	35820		25-Sep-04	43420
	26-Sep-03	31880		26-Sep-04	45140
	27-Sep-03	37680		27-Sep-04	39530
	28-Sep-03	34410		28-Sep-04	39330
	29-Sep-03	33390		29-Sep-04	38280
	30-Sep-03	34050		30-Sep-04	40770
	1-Oct-03	33440		1-Oct-04	38380
	2-Oct-03	31740		2-Oct-04	40820
	3-Oct-03	30570		3-Oct-04	41980
	4-Oct-03	36960		4-Oct-04	41020
	5-Oct-03	38830		5-Oct-04	44660
	6-Oct-03	41250		6-Oct-04	21180
	7-Oct-03	41450		7-Oct-04	42500
	8-Oct-03	40770		8-Oct-04	45360
	9-Oct-03	17410		9-Oct-04	40580
	10-Oct-03	35570		10-Oct-04	44620
	11-Oct-03	35620		11-Oct-04	43130
	12-Oct-03	39010		12-Oct-04	47950
	13-Oct-03	37890		13-Oct-04	30800

	14-Oct-03	40700		14-Oct-04	37220
	15-Oct-03	36970		15-Oct-04	36020
	16-Oct-03	37190		16-Oct-04	35200
	17-Oct-03	37130		17-Oct-04	43880
	18-Oct-03	36400		18-Oct-04	40100
	19-Oct-03	44000		19-Oct-04	41640
	20-Oct-03	44350		20-Oct-04	43590
	21-Oct-03	37000		21-Oct-04	38870
	22-Oct-03	37060		22-Oct-04	38570
	23-Oct-03	34890		23-Oct-04	40510
	24-Oct-03	40850		24-Oct-04	42200
	25-Oct-03	37680		25-Oct-04	42300
	26-Oct-03	37140		26-Oct-04	39950
	27-Oct-03	39040		27-Oct-04	39640
	28-Oct-03	37310		28-Oct-04	39870
	29-Oct-03	32430		29-Oct-04	34620
	30-Oct-03	25050		30-Oct-04	41580
	31-Oct-03	39880		31-Oct-04	39870
	1-Nov-03	39440		1-Nov-04	42320
	2-Nov-03	36270		2-Nov-04	42960
	3-Nov-03	27520		3-Nov-04	39010
	4-Nov-03	33200		4-Nov-04	35060
	5-Nov-03	33490		5-Nov-04	39690
	6-Nov-03	31370		6-Nov-04	42700
	7-Nov-03	28750		7-Nov-04	45600
	8-Nov-03	44060		8-Nov-04	41420
	9-Nov-03	46090		9-Nov-04	42290
	10-Nov-03	25230		10-Nov-04	46610
	11-Nov-03	40720		11-Nov-04	40030
	12-Nov-03	44015		12-Nov-04	41870
	13-Nov-03	45070		13-Nov-04	42780
	14-Nov-03	45110		14-Nov-04	43690
	15-Nov-03	44220		15-Nov-04	40280
	16-Nov-03	41780		16-Nov-04	38400
	17-Nov-03	43600		17-Nov-04	40550
	18-Nov-03	44600		18-Nov-04	32780
	19-Nov-03	42360		19-Nov-04	35070
	20-Nov-03	39240		20-Nov-04	26790
	21-Nov-03	41080		21-Nov-04	37270
	22-Nov-03	41120		22-Nov-04	40800
	23-Nov-03	43080		23-Nov-04	41780
	24-Nov-03	33880		24-Nov-04	38890
	25-Nov-03	39000		25-Nov-04	42620
	26-Nov-03	38100		26-Nov-04	41580
	27-Nov-03	36380		27-Nov-04	39940
	28-Nov-03	41170		28-Nov-04	38940
	29-Nov-03	41070		29-Nov-04	38490
	30-Nov-03	38600		1-Dec-04	31350
	1-Dec-03	37400		2-Dec-04	34825
	2-Dec-03	21190		3-Dec-04	38300
	3-Dec-03	31600		4-Dec-04	39400
	4-Dec-03	34740		5-Dec-04	41770
	5-Dec-03	34670		6-Dec-04	42950
	6-Dec-03	4180		7-Dec-04	39330
	7-Dec-03	0		8-Dec-04	34860
	8-Dec-03	0		9-Dec-04	30390
	9-Dec-03	0		10-Dec-04	41960
	10-Dec-03	0		11-Dec-04	44930
	11-Dec-03	0		12-Dec-04	43890
	12-Dec-03	23560		13-Dec-04	39680
	13-Dec-03	38350		14-Dec-04	28160

	14-Dec-03	29050		15-Dec-04	31600
	15-Dec-03	26820		16-Dec-04	37230
	16-Dec-03	34565		17-Dec-04	31800
	17-Dec-03	38795		18-Dec-04	34430
	18-Dec-03	39230		19-Dec-04	39330
	19-Dec-03	33150		20-Dec-04	38780
	20-Dec-03	34150		21-Dec-04	39950
	21-Dec-03	36410		22-Dec-04	43720
	22-Dec-03	28700		23-Dec-04	34330
	23-Dec-03	39480		24-Dec-04	40760
	24-Dec-03	41120		25-Dec-04	45140
	25-Dec-03	39250		26-Dec-04	44300
	26-Dec-03	41340		27-Dec-04	39510
	27-Dec-03	39925		28-Dec-04	38700
	28-Dec-03	39825		29-Dec-04	35550
	29-Dec-03	36840		30-Dec-04	37910
	30-Dec-03	39430		31-Dec-04	38180
	31-Dec-03	41810	TOTAL	Toneladas	12993700
TOTAL	Toneladas	12596035	ANUAL	kton	12993,70
ANUAL	kton	12596,04	MENSUAL	kton	1082,808
MENSUAL	kton	1049,670	DIARIA	kton	35,59918
DIARIA	kton	34,41540			

ANEXO E

MUESTRAS RELACIONADAS

Cuando las observaciones se han efectuado sobre los mismos sujetos en dos momentos diferentes y/o en dos condiciones de “tratamiento” distintas, de manera que sean las mismas unidades las que las componen los dos grupos, nos encontramos ante un diseño de dos muestras relacionadas. También tendríamos un diseño de este tipo si los sujetos que componen las dos muestras, aun siendo diferentes, estuvieran igualados en todos aquellos factores relevantes a la investigación (Figuroa 2004).

Al analizar los histogramas de frecuencia (Fig. N° E1) de los datos productivos diarios correspondientes al año 2003 y al año 2004, tabla (b), podemos destacar claramente que poseen similar forma de frecuencia de comportamiento. Por lo cual supondremos que provienen de iguales distribuciones u poblaciones.

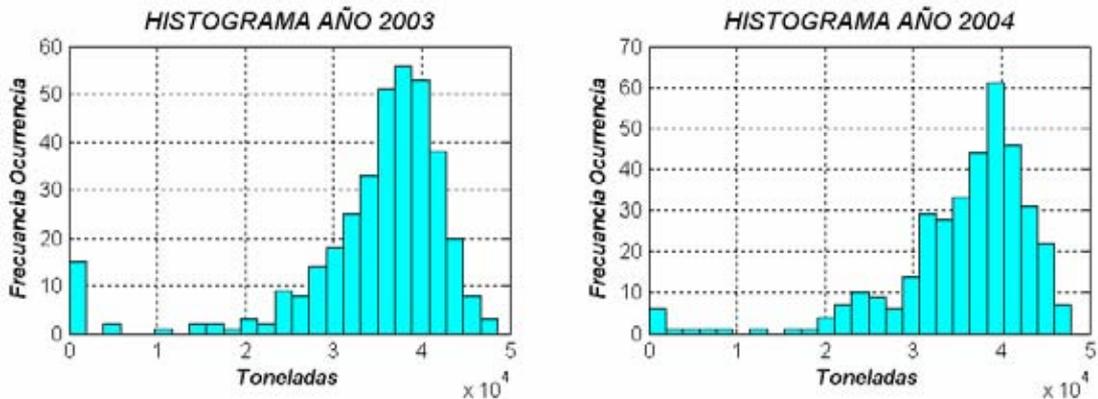


FIGURA N° E1 Histograma de frecuencia año 2003 y año 2004

Para verificar tal suposición (hipotesis) se ha realizado un test de contraste de homogeneidad para los datos (b), es decir, se contrasta si las dos muestras “x”, denominando (x1) a los datos productivos diarios correspondientes al año 2003 y (x2) a los datos productivos diarios correspondientes al año 2004; provienen de la misma distribución (sin importar

el tipo de distribución), se utilizara el *test de sumas de rangos* como además la *prueba de los signos de Wilcoxon*. Por medio del software Matlab y sus funciones Statistics Toolbox (Pérez 2002, Devore 2001).

Las pruebas de wilcoxon de sumas de rangos y signos, ambas verifican la hipótesis nula ($h=0$) de igualdad en la localización de los dos grupos o muestras. La medida de localización que es considerada en estos dos contrastes es la mediana (Figuroa 2004).

- Si $h=0$ las muestras no son independientes.
- Si $h=1$ las muestras son independientes.

PRUEBA DE SUMAS DE RANGOS WILCOXON

Realizamos un contraste de homogeneidad de dos muestras para determinar si provienen de la misma distribución. Se utiliza el test de sumas de rangos, consiste en la suma de rangos de independencia de las muestras (x_1) y (x_2) a un nivel de confianza alfa 0.05 correspondiente a un nivel de confianza del 95 % (probabilidad p de que, al nivel de confianza alfa, sean idénticas) (Pérez 2002).

PRUEBA DE LOS SIGNOS DE WILCOXON

Realizamos un contraste de homogeneidad de medianas para las dos muestras, y para así determinar si provienen de la misma distribución. Se utiliza la *prueba de los signos de Wilcoxon*, consiste en la suma de rangos de independencia de las muestras (x_1) y (x_2) a un nivel de confianza alfa (probabilidad p de que, al nivel de confianza alfa, sean idénticas). La prueba de los signos solo considera la dirección (positiva o negativa) de las diferencias (Figuroa 2004, Pérez 2002).

%% Codigo Matlab Statistics Toolbox, Contrastes de Hipotesis %%%

% lectura de datos desde planilla excel

x1=[xlsread('EST_SAG.xls','Hoja1','G2:G365')]; % año 2003

x2=[xlsread('EST_SAG.xls','Hoja1','C2:C365')]; % año 2004

% histogramas de frecuencia años 2003 y 2004

h1=subplot(2,2,1); hist(x1,25), grid on, title('\it{HISTOGRAMA AÑO 2003}','FontSize',12)

h2=subplot(2,2,2); hist(x2,25), grid on, title('\it{HISTOGRAMA AÑO 2004}','FontSize',12)

% test de wilcoxon

[p,h]=ranksum(x1,x2,0.05) % test wilcoxon con 95% IC.

p = 0.05016817752476

h = 0

- Como $h=0$ se acepta la homogeneidad de poblaciones, es decir ambas muestras provienen de la misma distribución (población) al 95% IC, logicamente los contrastes de igualdad de medianas y de igualdad de medias deberan aceptar ambas hipotesis (Pérez 2002).

% test de los signos para aceptar la igualdad de medianas

[p,h]=signrank(x1,x2,0.05) % test signos con 95% IC.

p = 0.14524176394287

h = 0

- Como $h=0$ se acepta la igualdad de medias para ambas muestras (Pérez 2002).

% test de los signos para aceptar la igualdad de medianas.

[p,h]=signtest(x1,x2,0.05) % test signos con 95% IC.

p = 0.14166500747936

h = 0

- Como $h=0$ se acepta la igualdad de medianas para ambas muestras (Pérez 2002).

ANEXO F**DETERMINACION DE PARAMETROS DISTRIBUCION VALOR EXTREMO**

% Codigo Matlab Statistics Toolbox, Distribucion de valor extremo Gumbel %

% Parametros de Distribucion de Valor Extremo datos productivos diarios, año 2003
 x2=[xlsread('EST_SAG.xls','Hoja1','C2:C365')]; % lectura de datos año 2003
 format long g

% Metodo Maxima Verosimilitud para Distribuciones Valor Extremo
 [Prm]=evfit(x2); % Prm=Parametros; Epsilon y Teta

Epsilon=Prm(1) % Parametro de localizacion
 Teta=Prm(2) % Parametro de escala
 Epsilon =39105.9793443215
 Teta =5519.43717318068

[Media,Varianza] = evstat(Epsilon,Teta) % Calculo de Momentos, Media y Varianza
 Media =35920.0737465217
 Varianza =50111578.535947

Desviacion_Std=sqrt(Varianza) % Desviacion Standard
 Desviacion_Std =7078.95320905195

% Parametros de Distribucion de Valor Extremo datos productivos diarios, año 2004
 x1=[xlsread('EST_SAG.xls','Hoja1','G2:G365')]; % lectura de datos año 2004
 format long g

% Metodo Maxima Verosimilitud para Distribuciones Valor Extremo
 [Prm]=evfit(x1); % Prm=Parametros; Epsilon y Teta,

Epsilon=Prm(1) % Parametro de localizacion
 Teta=Prm(2) % Parametro de escala
 Epsilon =38137.4665829496
 Teta =5698.64341498075

[Media,Varianza] = evstat(Epsilon,Teta) % Calculo de Momentos, Media y Varianza
 Media =34848.1203351348
 Varianza =53418471.8399035

Desviacion_Std=sqrt(Varianza) % Desviacion Standard
 Desviacion_Std =7308.79414403659

* Si se desea un mayor grado de profundidad en los comandos utilizados, se recomienda consultar:

MATLAB® VERSION 7.0, 2004. “*The Language of Technical Computing*”, Technical Support Documentation Set: “*Statistics Toolbox*”, The MathWorks, October 2004, www.mathworks.com
PEREZ LOPEZ CESAR. 2002. “*Matlab y sus aplicaciones en las ciencias y la ingeniería*”, Univ. Complutense de Madrid, Editorial Prentice-Hall, Madrid, España. 610 p.

ANEXO G**FACTOR ASINTÓTICO DE CONVERGENCIA**

Si la función $f(k) = 0$ continua y derivable entre $(0, \infty+)$. Se desea determinar su raíz real, para ello, sustituiremos la expresión $f(k)$ por otra equivalente en forma, despejando $k = \varphi(k)$ con $\varphi(k)$ como función de iteración.

Esta función de iteración debe ser continua y derivable entre el intervalo $(0, \infty+)$, entonces si el factor asintótico de convergencia es $|\varphi(k)'| < 1$, Converge en un punto solución $\lambda \in [\lambda - \zeta, \lambda + \zeta]$. Sucesión donde cada aproximación a la raíz es tan buena como su predecesora.

Supongamos que $k = \varphi(k)$ tiene una solución λ con $\varphi(\lambda)' \neq 1$. Existe un:

Factor asintótico de convergencia $|\varphi(k)'|$

$|\varphi(k)'| < 1 \rightarrow$ El método convergerá a la raíz.

$|\varphi(k)'| \ll 1 \rightarrow$ (Ligeramente menor que 1) convergerá muy lento a la raíz.

$|\varphi(k)'| \geq 1 \rightarrow$ El método no convergerá a la raíz.

ANEXO H FORMULAS UTILIZADAS EN ANALISIS DE RESIDUALES

Las siguientes formulas estadísticas utilizadas para determinar los errores directos del modelo, correspondientes al analisis de residuales de las regresiones realizadas, fueron extraídas de los autores mencionados al pie de pagina de la siguiente hoja, correspondiente a este anexo.

- Los *residuales* representan la variación que no puede ser explicada por el modelo estimado, corresponde a las diferencias entre las observaciones reales y pronosticadas asumidas, representada por:

$$Residuales = Di - \hat{D}i \quad (1)$$

- La *suma de cuadrados del error*, equivalente a la suma de cuadrados de los residuos, puede interpretarse como una medida de cuanta variación en (Di) "NO es explicada" por el modelo, es decir cuanto se puede atribuir a la relación. Representada por *SSE*, es:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (Di - \hat{D}i)^2 \quad (2)$$

- La *suma total de cuadrados*, es la suma de desviaciones cuadradas alrededor de la media muestral de los valores y observados, representada por *SST*, es:

$$SST = \sum_{i=1}^n (Di - \bar{D}i)^2 \quad (3)$$

- La suma de cuadrados de la regresión, representada por *SSR*, es:

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{D}i - \bar{D}i)^2 \quad (4)$$

- La varianza estimada σ^2 , representada por *MSE*, es:

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (Di - \hat{D}i)^2}{N - (K + 1)} = \frac{SSE}{N - (k + 1)} \quad \left\{ \begin{array}{l} Di; i = 1, 2, \dots, n \\ N = \text{Número Puntos} \\ K = \text{Grado polinomio} \end{array} \right. \quad (5)$$

- Equivalencia entre SST y la suma de los valores SSR y SSE , dada por:

$$SST = SSR + SSE \quad (6)$$

- Proporción de variación, es la proporsion de variacion total que “NO” puede ser “explicada” por el modelo de regresion, representada por:

$$Prop.v. = \left(\frac{SSE}{SST} \right) \quad (7)$$

- Coeficiente de determinación múltiple: Se interpreta como la proporción (un numero entre 0 y 1) de variacion observada en (D_i) “explicada” por el modelo (atribuida a la relacion modelo), representada por R^2 , es:

$$R^2 = 1 - Prop.v = 1 - \left(\frac{SSE}{SST} \right) = \left(\frac{SSR}{SST} \right) \quad (8)$$

- Residuos estandarizados definidos por e^* , mediante:

$$e^* = \frac{D_i - \hat{D}_i}{S \sqrt{1 - \left(\frac{1}{N} \right) - \frac{(k_i - \bar{k}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (k_i - \bar{k}_i)^2}}} \quad \left\{ \begin{array}{l} (D_i, k_i); i = 1, 2, \dots, n \\ N = \text{Numero Puntos} \\ S = \sigma; S^2 = \sigma^2 \end{array} \right. \quad (9)$$

- Coeficiente de correlacion lineal: Producto-momento, que se emplea para cuantificar el grado de relacion entre dos variables, representado por r , es:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (k_i \times D_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (k_i)^2 + \sum_{i=1}^n (D_i)^2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Si } 0 \leq |r| \leq 0.5 \text{ Correlación débil} \\ \text{Si } 0.8 \leq |r| \leq 1 \text{ Correlación fuerte} \end{array} \right. \quad (10)$$

* Si se desea un mayor grado de profundidad en las formulas utilizadas, se recomienda consultar:

DEVORE JAY L. 2001. “*Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*”, California polytechnic state university. Quinta edición, edit. Thomson learning, 2001, México.

MATLAB® VERSION 7.0, 2004, The Language of Technical Computing, Technical Support Documentation Set: “*Statistics Toolbox*”, The MathWorks, October 2004, www.mathworks.com

ANEXO I

Este anexo incluye “*solo el algoritmo*” del código matemático del programa implementado (no GUI's) en MATLAB®.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% ESTIMACION DE LA VIDA UTIL DE REVESTIMIENTOS EN MOLINOS SAG | %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% Este programa determina la vida util de los revestimientos del
% molino SAG y BOLAS-SAG, en base a la prediccion del comportamiento
% del fenomeno del desgaste al que estan sometidos estos revestimientos.
% Programa basado en un modelo matematico diseñado y establecido en el
% trabajo de titulacion como Ingeniero Mecanico del autor mencionado.
% Este trabajo a sido realizado gracias a la beca Convenio de memoria
% de titulacion entre Codelco-Chile Division Andina y el suscrito.
```

```
%
% Referencia:
% [1] M. Arratia. Tesis Ingeniero Mecanico
% Universidad Austral de Chile, Valdivia, Chile, 2005.
% Autor : Marco Antonio Arratia Henriquez.
% Versión : 1.0
% Fecha : 31 de Agosto 2005.
```

```
echo off;
t=datestr(now);
```

```
% Datos de entrada-INPUTS
```

```
fecha_de_montaje=datenum(xlsread('WEARSAG.xls','TAPA_DESCARGA','F95:K95')); % fecha de montaje del
revestimiento
x0=[xlsread('WEARSAG.xls','TAPA_DESCARGA','I101:AB101')]; % molienda al momento de medir ultrasonido
(Kton)
yp=[xlsread('WEARSAG.xls','TAPA_DESCARGA','I134:AB134')]; % mediciones desgaste ultrasonido (mm.)
h=[xlsread('WEARSAG.xls','TAPA_DESCARGA','F97')]; % altura original lifters o espesor original
n1=[xlsread('WEARSAG.xls','TAPA_DESCARGA','G134')]; % N° de Puntos
Y0=[xlsread('WEARSAG.xls','TAPA_DESCARGA','L97')]; % desgaste máximo admisible en %.
Molienda_mensual_estimada=[xlsread('WEARSAG.xls','ProduccionSAG','D21')]; % (Kton/mes)
Molienda_diaria_estimada=[xlsread('WEARSAG.xls','ProduccionSAG','D20')]; % (Kton/dia)
```

```
% Algoritmo de lifters
```

```
x=x0(1:n1);
y=yp(1:n1);
y0=[(h-y)^2]*100/h;
x1=[fix(x)];
y1=[fix(y0)];
Kton_vs_desgaste=[x1 y1]; % tabla de Kton vs % desgaste.
p1=polyfit(x1,y1,4);
format long g; p1;
q=[0 0 0 0 Y0];
f4=[p1-q];
coef=f4;
a=coef(1);
b=coef(2);
c=coef(3);
d=coef(4);
e=coef(5);
x=3000:0.001:30000;
f=a*x.^4+b*x.^3+c*x.^2+d*x+e; % funcion modelo del desgaste.
df=(a*4)*x.^3+(b*3)*x.^2+(c*2)*x+d; % derivada de la función modelo.
Y=a*x.^4+b*x.^3+c*x.^2+d*x+e;
% Busqueda de Raiz Aproximada
yrange=max(Y)-min(Y);
epsilon2=yrange*0.01;
n=length(x);
m=0;
X(n+1)=x(n);
Y(n+1)=Y(n);
for k=2:n,
```

```

    if Y(k-1)*Y(k)<=0,
        m=m+1;
        R(m)=(x(k-1)+x(k))/2;
    end
    s=(Y(k)-Y(k-1))*(Y(k+1)-Y(k));
    if (abs(Y(k)) < epsilon2) & (s<=0),
        m=m+1;
        R(m)=x(k);
    end
end
coef=R;
Rs=coef(1);
% Refinacion de Raiz Aproximada por metodo Newton-Raphson
syms x
f=a*x.^4+b*x.^3+c*x.^2+d*x+e;
df=(a*4)*x.^3+(b*3)*x.^2+(c*2)*x+d;
delta=0.01;
epsilon=0.01;
max1=100;
for k=1:max1
    K1=(f/df);
    n1=Rs-(subs(K1,Rs));
    err=abs(n1-Rs);
    relerr=2*err/(abs(n1)+delta);
    Rs=n1;
    y=subs(f,Rs);
    if (err<delta)|(relerr<delta)|(abs(y)<epsilon),break,end
end
molienda_normal=Rs;
z1=x1';x2=[z1,Rs];
z2=y1';y2=[z2,Y0];
p1=polyfit(x2,y2,4);
% correlación entre variables
k=corrcoef(x2,y2);
correlacion_entre_variables=k(1,2);
no_correlacion=1-k(1,2);
% Intervalos Modelo
x3=0:1000:14000;
y3=polyval(p1,x3);

% Tabla de Valores del Desgaste Vs Tonelaje
Kton_vs_desgaste_total=[x3;abs(y3)];
format short g; Kton_vs_desgaste_total;

% Desgaste Admisible
X=[0];Y=[Y0];
% Intervalos Desgaste Admisible
P1=polyfit(X,Y,1);
X2=0:1000:16000;
Y2=polyval(P1,X2);

% Normalizacion
sdate1=(x2-mean(x2))./std(x2);
q1=polyfit(sdate1,y2,4);
y4=polyval(q1,sdate1);
[p2,s2]=polyfit(sdate1,y2,4);
[y4,del2]=polyval(p2,sdate1,s2);

% Gráfico Modelo + desgaste max. Adm. + Intervalos de confianza
axes(handles.PROYECCION_axes1)
h1=plot(x2,y4+2*del2,'r--',x2,y2,'+k',x3,y3,'b-',X,Y,X2,Y2,'b-',x2,y4-2*del2,'r--','MarkerSize',8,'LineWidth',2);
title('\it{DESGASTE REVESTIMIENTO}','FontSize',12),
axis([0 round(max(x2))+2000 0 100]);hold;
xlabel('\it{Kilo toneladas}','FontSize',12)
ylabel('\it{% Desgaste}','FontSize',12)
set(handles.PROYECCION_axes1,'XMinorTick','on')
grid on

% Determinación Tasas de Desgaste c/d 1000 Kton
% Ajuste de Coeficientes Curva Modelo

```

```

coef1=polyfit(x2,y2,4);
q8=coef1;

% Intervalos Modelo
X3=0:1000:15000;
% 1ª Derivada del Modelo
fx1=polyder(q8);

% Evaluación Intervalos Desgaste Admisible en Derivada del Modelo
gx1=polyval(fx1,X3);

% grafico tasas de desgaste promedio meses Vs mm consumidos
axes(handles.TASAS_axes2)
h2=plot(X3/1000,abs(gx1*Molienda_mensual_estimada/30),'b','LineWidth',2);
title('\it{TASAS DE DESGASTE}','FontSize',12),
axis([0 max(X3/1000) 0 max(abs(gx1*Molienda_mensual_estimada/30))]);hold;
xlabel('\it{N° Meses}','FontSize',12)
ylabel('\it{Dmm}','FontSize',12)
set(handles.TASAS_axes2,'XMinorTick','on')
grid on

% tabla transcurso meses Vs mm consumidos
transcurso_meses_Vs_mm_consumidos=[X3/1000;abs(X3.*gx1)];

% tabla transcurso meses Vs mm día
transcurso_meses_Vs_mmdia=[X3/1000;abs(gx1*Molienda_mensual_estimada/30)];

% deteminacion de valores numéricos de Intervalos de Confianza (95%)
lc=polyfit(x2,y4-2*del2,4);
a=(max(x2));b=(max(x2)+(std(x2))/2);
for j=a:b;
    r1=polyval(lc,j);
    U=r1/80;
    if (U>=1),break,end
end
lc_optimista=j;
W=lc_optimista-max(x2);
molienda_pesimista=(max(x2)-W);
molienda_normal=(max(x2));
molienda_optimista=(max(x2)+W);

% Resultados-OUTPUT

% vida util de revestimiento en Kton
vida_util_pesimista_kton=floor(max(x2)-W);
vida_util_normal_kton=max(x2);
vida_util_optimista_kton=ceil(max(x2)+W);

% vida util de revestimiento N° dias
vida_util_pesimista_dias=((max(x2)-W)/Molienda_diaria_estimada);
vida_util_normal_dias=max(x2)/Molienda_diaria_estimada;
vida_util_optimista_dias=((max(x2)+W)/Molienda_diaria_estimada);

% probables fechas de recambio estimado
fecha_recambio_pesimista=datestr(fecha_de_montaje+vida_util_pesimista_dias);
fecha_recambio_normal=datestr(fecha_de_montaje+vida_util_normal_dias);
fecha_recambio_optimista=datestr(fecha_de_montaje+vida_util_optimista_dias);

% vida util de revestimiento N° meses
vida_util_pesimista_tiempo=((max(x2)-W)/Molienda_mensual_estimada);
vida_util_normal_tiempo=max(x2)/Molienda_mensual_estimada;
vida_util_optimista_tiempo=((max(x2)+W)/Molienda_mensual_estimada);

% vida util de revestimiento en N° meses Y dias
vida_util_pesimista_meses=fix(vida_util_pesimista_tiempo);
vida_util_normal_meses=fix(vida_util_normal_tiempo);
vida_util_optimista_meses=fix(vida_util_optimista_tiempo);

clc, echo on;
%Fin del Programa

```

ANEXO F

SIMULACIÓN Nº 1

El modelo matemático programado como un algoritmo en lenguaje Matlab, se someterá a dos simulaciones, a modo de ejemplificar, analizar e ilustrar los resultados obtenidos mediante el modelo propuesto y el usual asumidos linealmente, con datos ya existentes. El programa fue aplicado a un revestimiento del tipo “**Parrilla de descarga**” ver Fig. Nº F1, que presenta los siguientes datos de desgaste en la **zona del lifter**.

Datos recolectados (Inputs)

CUADRO Nº F1 tabla de valores referenciales para ilustrar la operación del programa

Fechas	PUNTOS MUESTRALES MEDICION (mm)							VALOR	Porcentaje	Tonelaje
Medición	1	2	3	4	5	6	7	mínimo	%Desgaste	(kton)
05/01/05	306	306	306	306	306	306	306	306	0	0
04/02/05	298	297	291	292	290	285	285	285	7	1399
03/03/05	288	283	278	275	273	267	263	263	14	3150
23/03/05	278	269	264	257	255	249	240	240	22	4049
13/04/05	232	263	260	258	258	256	257	232	24	5300
05/05/05	227	229	218	217	221	225	227	217	29	6325
26/07/05	222	194	175	176	183	193	197	175	42	7350
08/08/05	226	215	187	183	185	226	205	183	40	7850

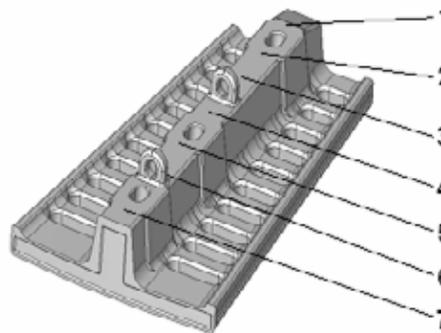


FIGURA Nº F1 Puntos de medición del lifter de la Parrilla de descarga

Estos valores (Cuadro N° F1) fueron escogidos solo para ilustrar la aplicación del modelo y programa computacional en discusión y no tienen ningún significado práctico relevante. Sin embargo, son valores reales típicos del desgaste en revestimientos en molinos SAG.

Características y condiciones del revestimiento (Inputs)

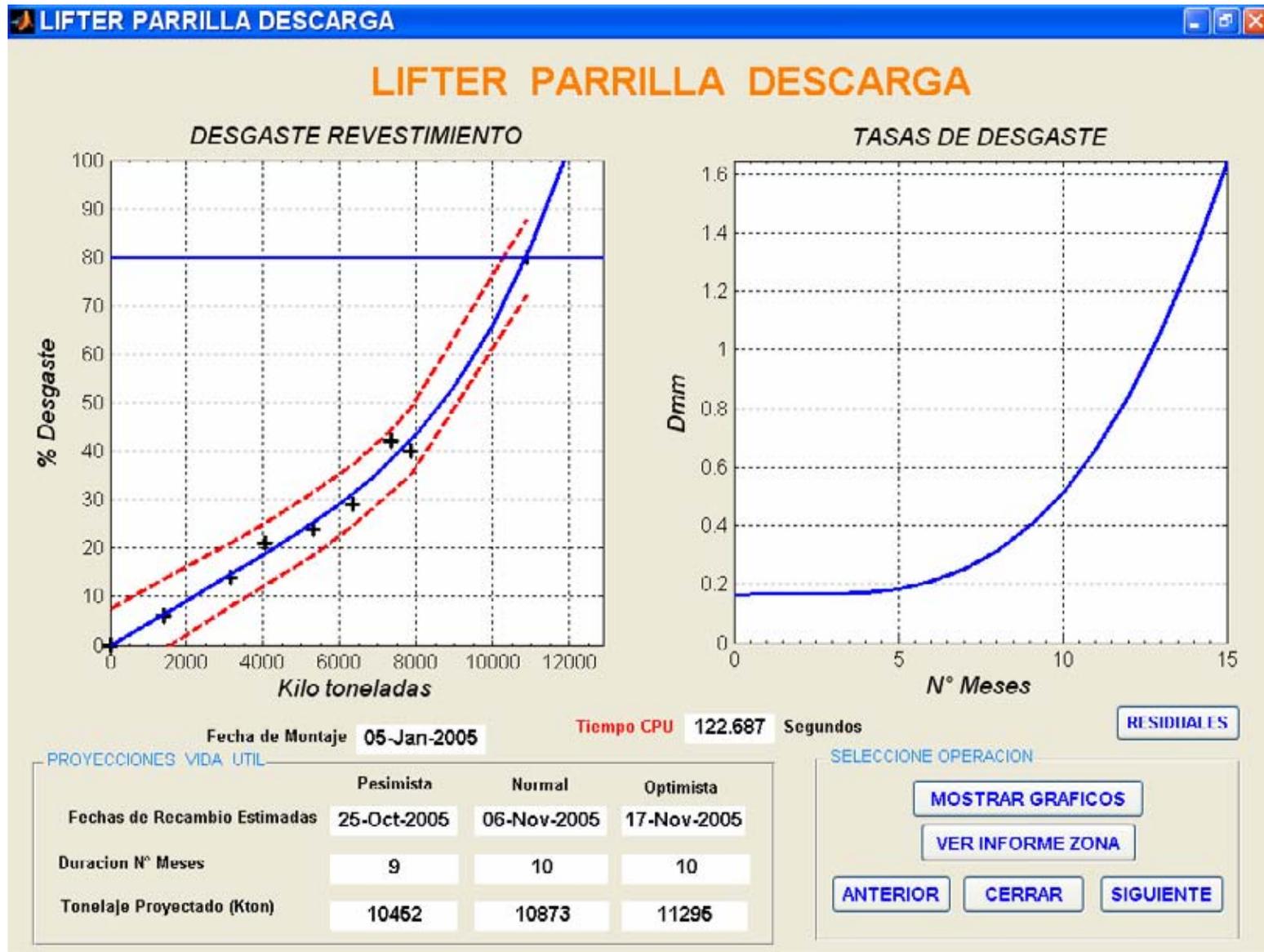
- Fecha de montaje revestimiento = **5/enero/2005**
- Altura mínima original de lifter (mm) = **306 (mm)**

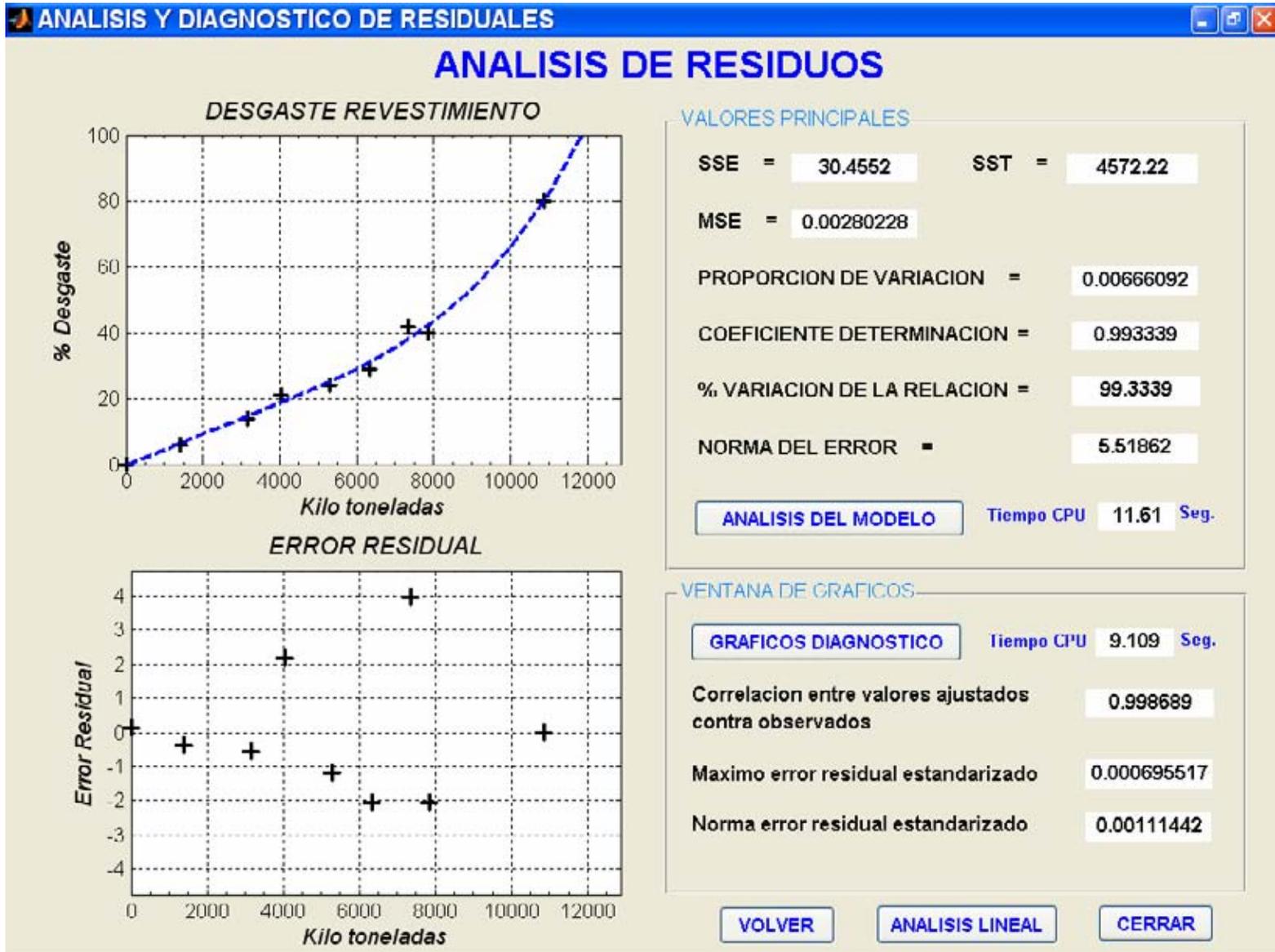
Datos productivos (Inputs)

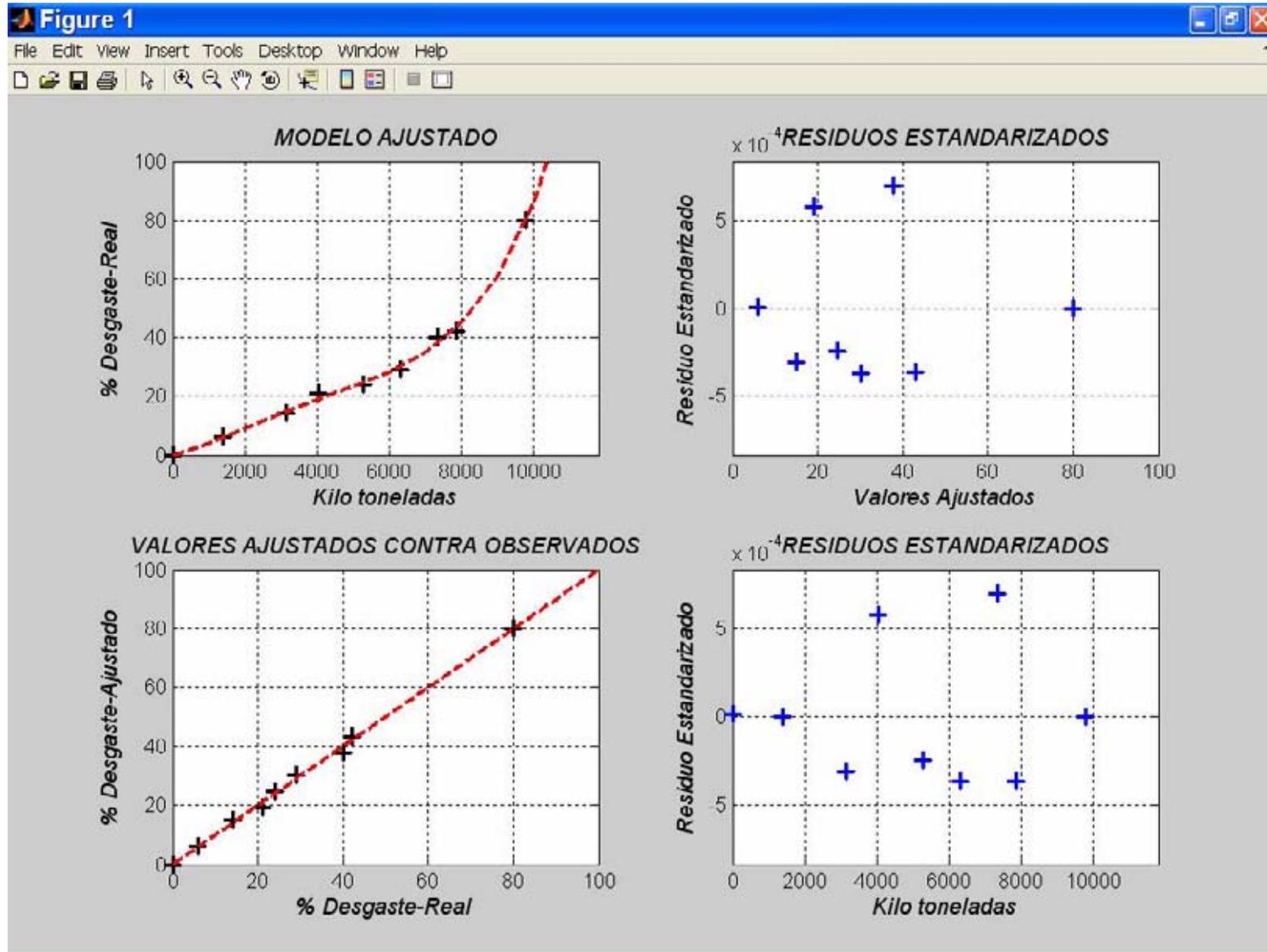
- Molienda programada anual = **(μa) \approx 12756 (kton/año)**
- Molienda mensual estimada = **(μm) \approx 1063 (kton/mes)**
- Molienda diaria estimada = **(μd) \approx 35.6 (kton/dia)**

Criterios de planta (Inputs)

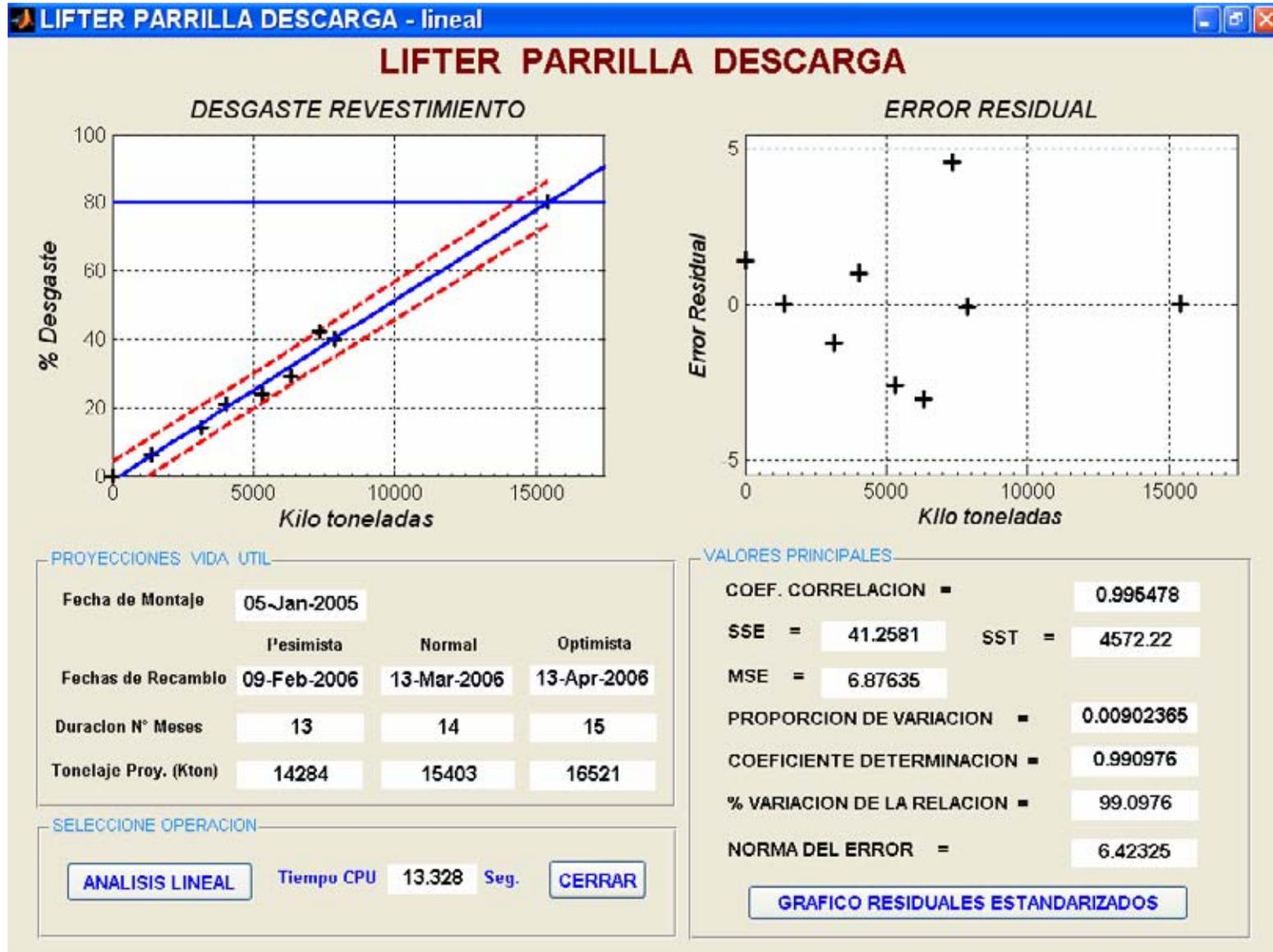
- Desgaste máximo admisible = **80%**
- Tonelaje último = **14000 (kton).**

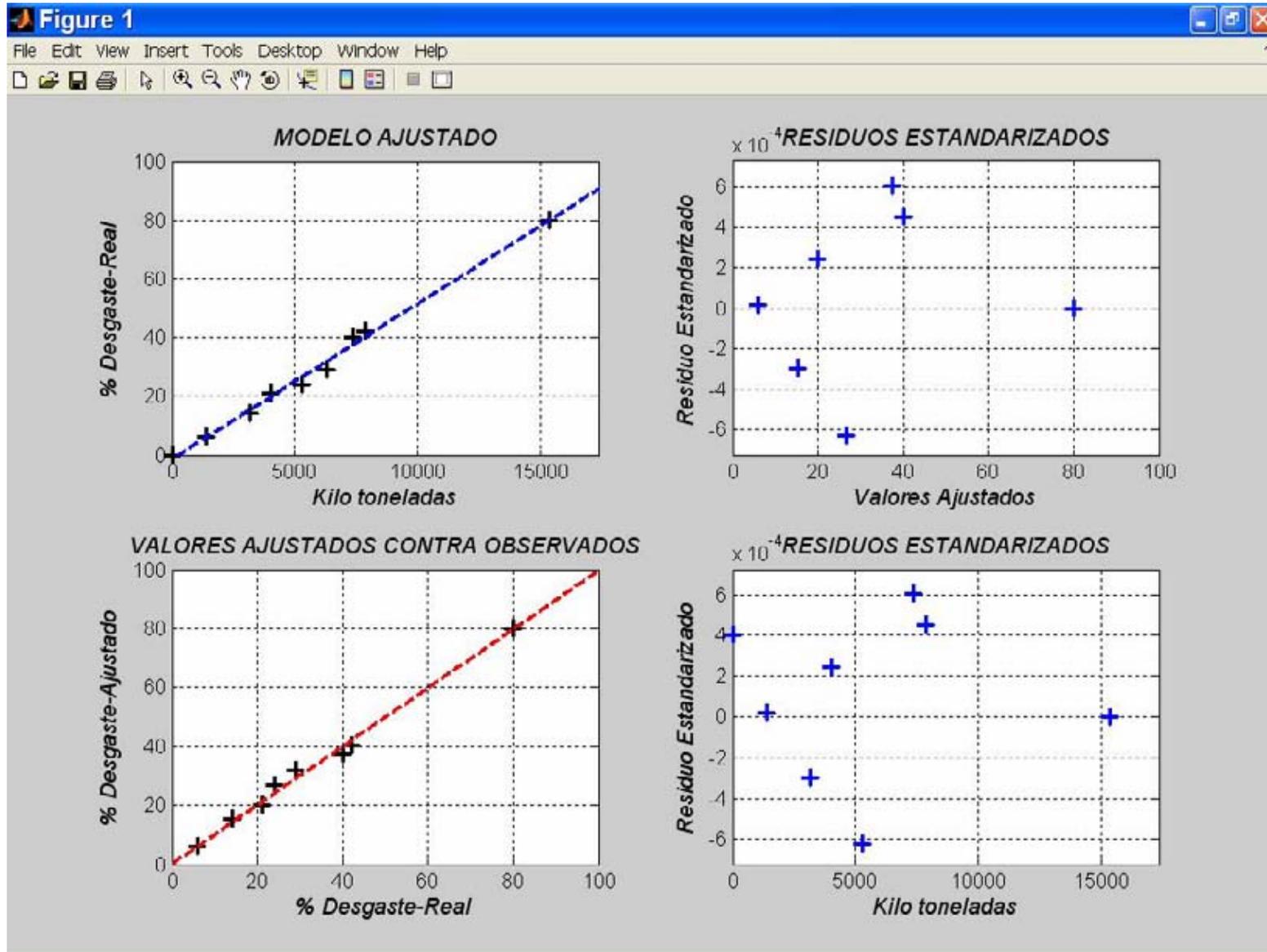






3- VENTANA DE GRAFICOS DE RESIDUALES ESTANDARIZADOS ZONA LIFTER PARRILLA DESCARGA





5- VENTANA GRAFICOS RESIDUALES ESTANDARIZADOS ZONA LIFTER PARRILLA "LINEALMENTE"

SIMULACIÓN N° 2

El programa fue aplicado a modo de ejemplificar, analizar e ilustrar los resultados obtenidos mediante el modelo propuesto y el usual asumidos linealmente, con datos ya existentes de un revestimiento del tipo “**Coraza Exterior Única Pieza**” ver Fig. N° F2, que presenta los siguientes datos de desgaste en la **zona del lifter**.

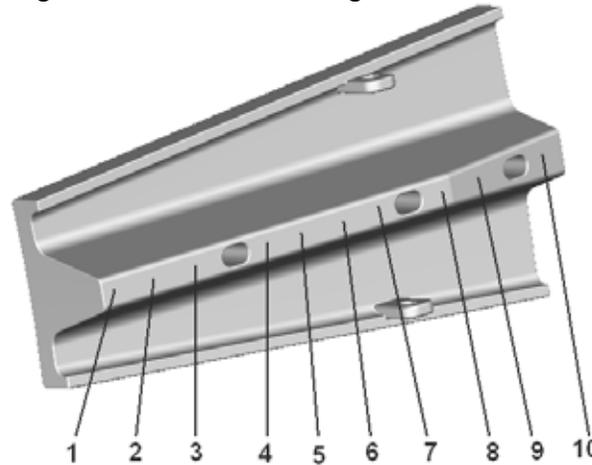


FIGURA N° F2 Puntos de medición del lifter de Coraza Exterior Única Pieza

Datos recolectados (Inputs)

CUADRO N° F2 tabla de valores referenciales para ilustrar la operación del programa

Fechas	PUNTOS MUESTRALES MEDICION (mm)										VALOR	Porcentaje	Tonelaje
Medición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	mínimo	Desgaste	kton
05/01/05	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	0	0
03/02/05	360	360	360	360	325	360	360	360	360	360	325	10	1050
23/03/05	301	289	279	254	254	256	276	281	283	290	254	29	3124
03/04/05	300	277	231	214	222	252	248	235	250	260	214	41	4200
03/05/05	279	240	190	180	173	213	232	213	248	230	173	52	5250
01/06/05	279	240	190	180	108	213	232	213	248	230	108	70	5600

Estos valores (Cuadro N° F2) fueron escogidos solo para ilustrar la aplicación del modelo y programa computacional en discusión y no tienen ningún significado práctico relevante. Sin embargo, son valores reales típicos del desgaste en revestimientos en molinos SAG.

Características y condiciones del revestimiento (Inputs)

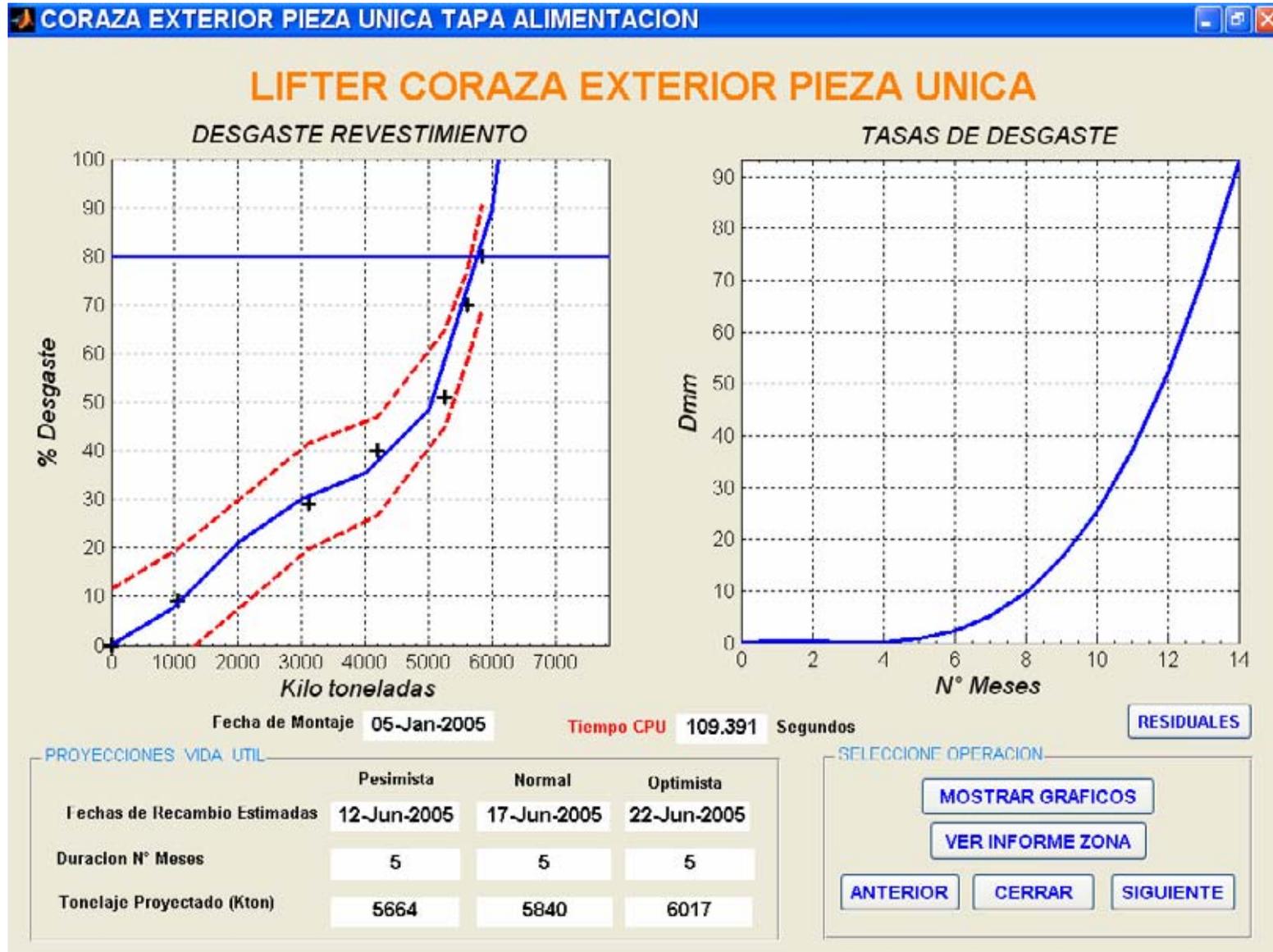
- Fecha de montaje revestimiento = **5/enero/2005**
- Altura mínima original de lifter (mm) = **360 (mm)**

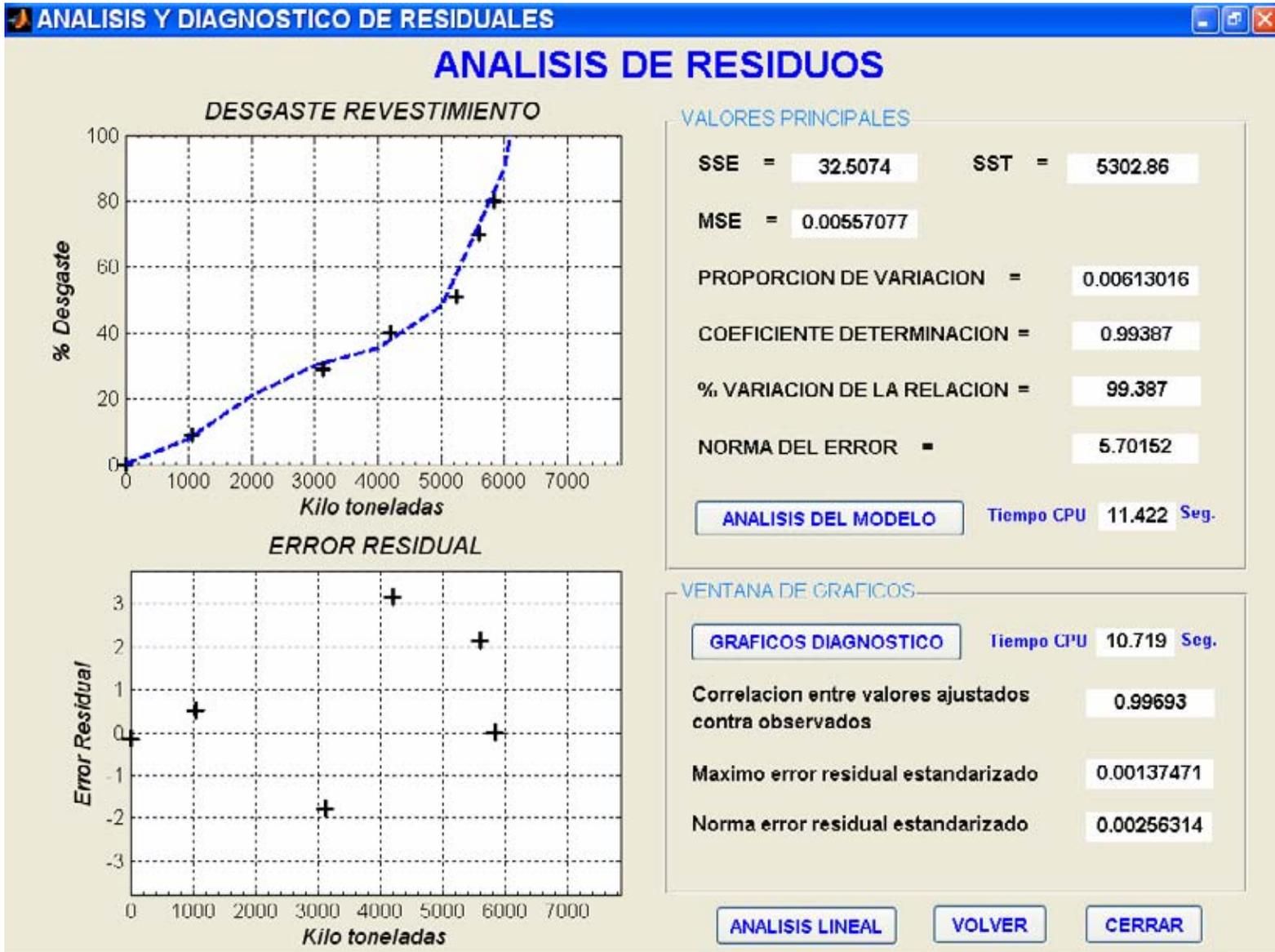
Datos productivos (Inputs)

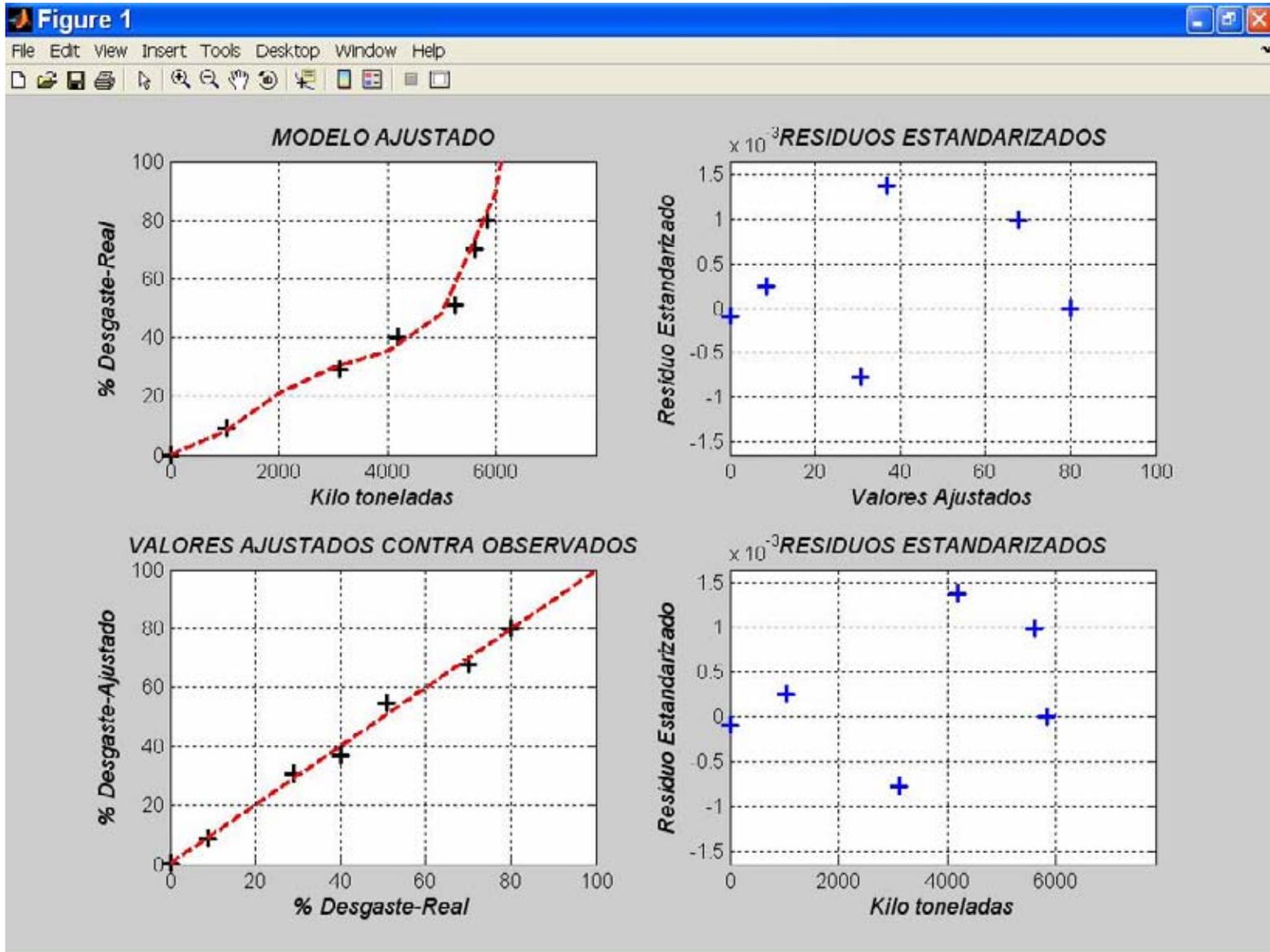
- Molienda programada anual = **(μa) \approx 12756 (kton/año)**
- Molienda mensual estimada = **(μm) \approx 1063 (kton/mes)**
- Molienda diaria estimada = **(μd) \approx 35.6 (kton/dia)**

Criterios de planta (Inputs)

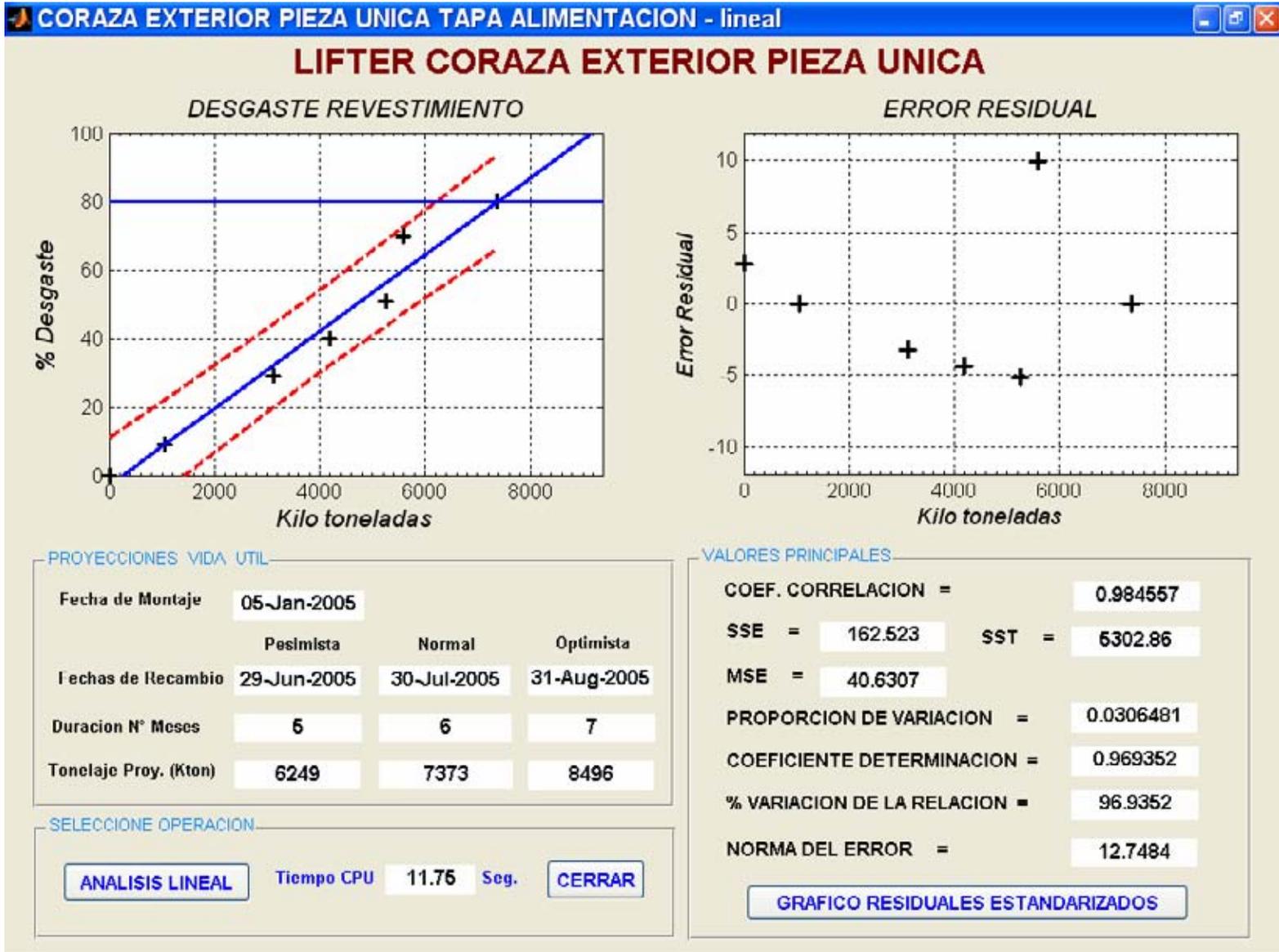
- Desgaste máximo admisible = **80%**
- Tonelaje último = **18000 (kton).**

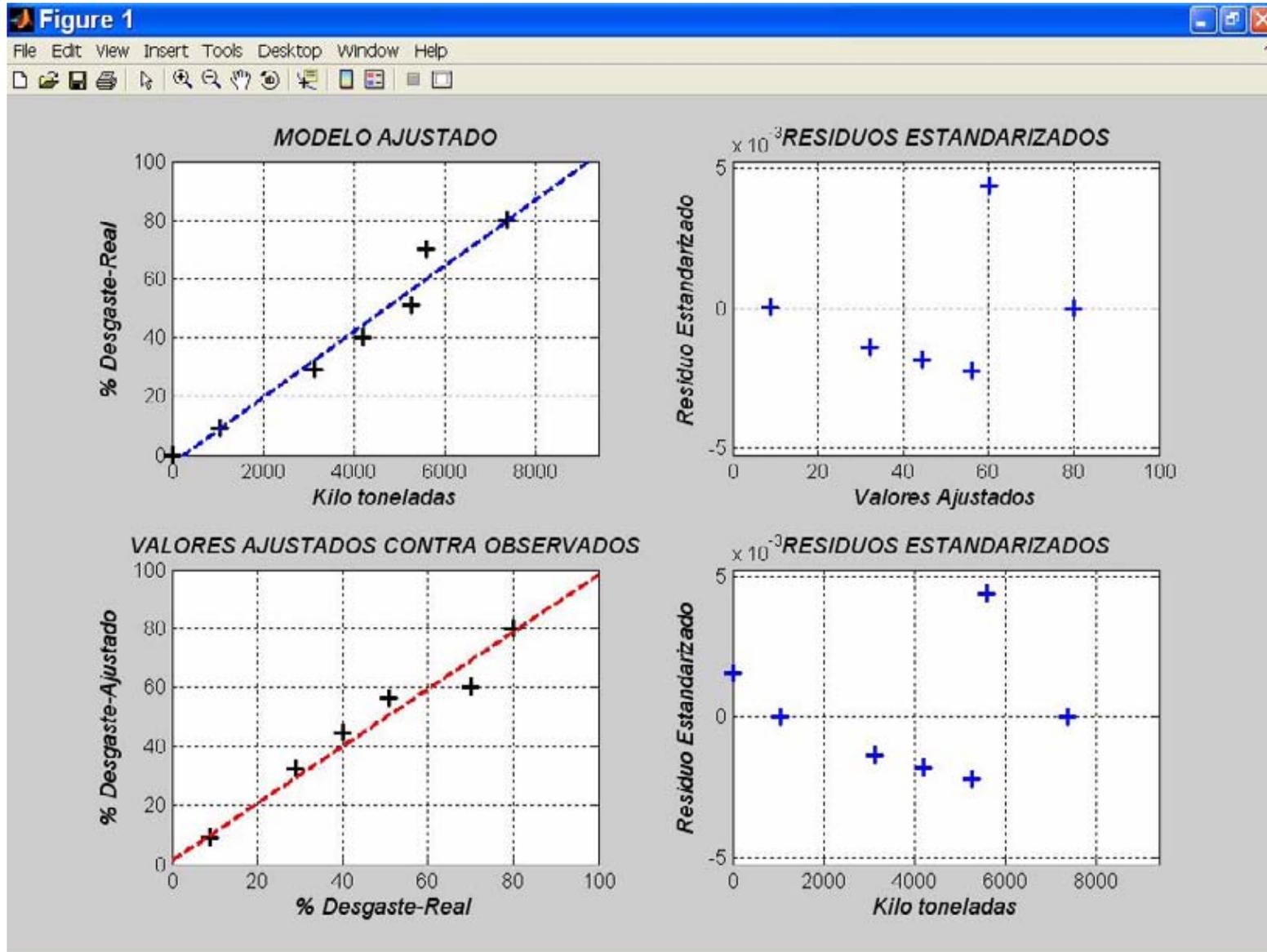






3- VENTANA DE GRAFICOS DE RESIDUALES ESTANDARIZADOS ZONA LIFTER CORAZA EXTERIOR





5- VENTANA GRAF. RESIDUALES ESTANDARIZADOS ZONA LIFTER CORAZA EXTERIOR "LINEALMENTE"