Universidad Austral de Chile

Facultad de Ciencias de la Ingeniería

Escuela de Ingeniería Civil en Obras Civiles

“Análisis de Estabilidad Elástica Flexo-Torsional para Barras de Acero, de acuerdo a Normas y Programas Computacionales.”

Tesis Para Optar Al Titulo De:

Ingeniero Civil en Obras Civiles

Profesor Patrocinante: Sr. Julio Lopetegui T.
Ingeniero Civil
Profesor Colaborador: Sr. José Soto M.
Ingeniero Civil

PAOLA ISABEL SAAVEDRA CHAMORRO

2005

Indice

	Pág.
Resumen / Summary	1
Capítulo 1.- “Introducción”	2
1.1 Presentación del problema	2
1.2 Objetivo	2
1.3 Metodología	3
Capítulo 2.- “Métodos de solución relacionados con el problema del volcamiento	4
2.1 Generalidades	4
Capítulo 3.- “Pandeo lateral-torsional de vigas”	5
3.1 Introducción	5
3.2 Pandeo lateral elástico	6
Capítulo 4.- “Métodos energéticos”	9
4.1 Influencia de las condiciones de apoyo y de carga	9
Capítulo 5.- “Métodos aproximados”	12
5.1 Formulas aproximadas para el cálculo de la carga crítica de pandeo	12
Capítulo 6.- “Métodos numéricos”	14
6.1 Introducción	14
6.2 Pandeo torsional	14
6.2.1 Secciones Abiertas	14
6.2.2 Cálculo computacional	16
6.2.3 Estudio del pandeo torsional	18
6.2.4 Fuerza perturbadora para el próximo paso iterativo	19
Capítulo 7.- “Normativa”	21
5.1 Especificaciones AISC	21
Capítulo 8.- “Resultados”	24
8.1 Introducción	24
8.2 Análisis según métodos energéticos	25
8.2.1 Caso 1	25
8.2.1.1 Caso 1.1	25
8.2.1.2 Caso 1.2	26
8.2.1.3 Caso 1.3	27
8.2.2 Caso 2	27
8.2.2.1 Caso 2.1	28
8.2.2.2 Caso 2.2	28
8.2.2.3 Caso 2.3	29
8.2.3 Caso 3	30
8.2.4 Caso 4	30
8.2.5 Caso 5	31

Pág.

8.3 Análisis según tabla Fritz Stüssi 32
8.3.1 Caso 1 32
8.3.1.1 Caso 1.1 32
8.3.1.2 Caso 1.2 33
8.3.1.3 Caso 1.3 33
8.3.2 Caso 2 34
8.3.2.1 Caso 2.1 34
8.3.2.2 Caso 2.2 35
8.3.2.3 Caso 2.3 35
8.3.3 Caso 3 36
8.3.4 Caso 4 36
8.3.5 Caso 5 37
8.4 Análisis según programa computacional Stahl 38
8.4.1 Caso 1 38
8.4.1.1 Caso 1.1 38
8.4.1.2 Caso 1.2 41
8.4.1.3 Caso 1.3 42
8.4.2 Caso 2 42
8.4.2.1 Caso 2.1 43
8.4.2.2 Caso 2.2 47
8.4.2.3 Caso 2.3 47
8.4.3 Caso 3 48
8.4.4 Caso 4 51
8.4.5 Caso 5 54
8.5 Análisis según norma AISC 57
8.5.1 Caso 1 59
8.5.2 Caso 2 59
8.5.3 Caso 3 60
8.6 Resultados 61
8.6.1 Caso 1 61
8.6.1.1 Caso 1.1 61
8.6.1.2 Caso 1.2 63
8.6.1.3 Caso 1.3 64
8.6.2 Caso 2 65
8.6.2.1 Caso 2.1 65
8.6.2.2 Caso 2.2 67
8.6.2.3 Caso 2.3 68
8.6.3 Caso 3 69
8.6.4 Caso 4 70
8.6.5 Caso 5 71

Capítulo 9.- “Conclusiones” 72
9.1 Caso 1 72
9.1.1 Caso 1.1 72
9.1.2 Caso 1.2 73
9.1.3 Caso 1.3 73
9.2 Caso 2 74
9.2.1 Caso 2.1 74
9.2.2 Caso 2.2 75
9.2.3 Caso 2.3 75
9.3 Caso 3 76
9.4 Caso 4 76
9.5 Caso 5 77
9.6 Conclusiones generales 77

Pág.

Anexo 1 “Gráficos determinación factor c_4” 79

Anexo 2 “Descripción de los formatos de entrada de datos” 83

Anexo 3 “Formulario diseño elementos de acero” 89

Anexo 4 “Propiedades de secciones para el pandeo lateral-torsional” 92

Bibliografía 93

Resumen

La presente tesis muestra los distintos métodos para la determinación de la carga crítica de pandeo para una barra de acero sometida a pandeo flexo-torsional, es decir, muestra los métodos matemáticos, los métodos numéricos y las normas. Se realizó un estudio detallado del problema de inestabilidad en vigas de acero, comparando los resultados entregados según los distintos métodos, las normas, y los obtenidos según el programa computacional Stahl, para cinco casos de carga y de apoyo distintos para una sección y longitud dada de viga.

Summary

The present thesis shows the different methods for the determination of the critical load of buckling for a bar of steel submitted to lateral-torsional buckling, this means, it shows the mathematical, numerical methods and procedures. It was done a detailed study of the problem of instability in girders of steel, comparing the results delivered according to the different methods, the procedure, and the obtained ones according to the Stahl computacional program, for five different cases from load and from support for a section and given length of girder.

Capítulo 1: Introducción

1.1 Presentación del problema

Los problemas asociados al Pandeo Lateral-Torsional en elementos de acero son a veces las causas más importantes de fallas. Por otro lado, se considera que el método exacto que plantea el estudio de los casos de falla relacionados a los problemas de inestabilidad estructural de barras de acero presenta una gran dificultad matemática para ser utilizado en forma rutinaria, en problemas ordinarios de diseño; además, no siempre se conocen con precisión las restricciones existentes en los extremos del tramo crítico, lo que hace en no pocas ocasiones los resultados obtenidos al aplicarlo sean menos precisos de lo que podrían parecer a primera vista.

Es por ello que se hace común el empleo de fórmulas simplificadas para calcular el momento crítico de pandeo (o la carga o el esfuerzo crítico correspondiente) las que, obtenidas introduciendo simplificaciones en las ecuaciones generales, proporcionan menos precisión que éstas, pero permiten la solución del problema en forma mucho más sencilla y rápida conservando, al mismo tiempo, exactitud suficiente para la mayor parte de los problemas comunes. De estas simplificaciones han surgido distintos métodos de análisis, como el método energético, métodos aproximados que utilizan tablas estandarizadas para distintos casos de carga, y métodos numéricos (programas computacionales), los que serán descritos y utilizados en el desarrollo de esta tesis.

Dada esta dificultad, las normas en los distintos países establecen métodos aproximados para analizar el comportamiento de estos elementos.

1.2 Objetivo

El principal objetivo de esta tesis es analizar el problema del Pandeo Lateral-Torsional en barras de acero mediante el programa computacional Stahl, incorporando situaciones especiales de restricciones de apoyos, y de compararlos con los valores dados por las disposiciones de la especificación AISC, además de los valores otorgados por los distintos métodos matemáticos existentes.

1.3 Metodología

La forma de trabajo de esta tesis será la investigación, mediante la cual se mostrarán las distintas formas existentes de calcular la carga crítica de pandeo flexo-torsional de una viga, así como también lo que nos dice la Norma AISC, para luego plantear algunos problemas y resolverlos mediante los métodos investigados y compararlos entre sí, además de compararlos con los resultados entregados por el programa Stahl.

Capítulo 2: Métodos de Solución Relacionados con el Problema del Volcamiento

2.1 Generalidades

En la presente tesis se darán a conocer tres métodos de análisis relacionados con el problema del volcamiento, además de lo que establece la norma AISC.

Se realizará un estudio detallado para distintos casos de carga, según éstos tres métodos, que son: métodos energéticos, métodos usando formulas aproximadas, y métodos numéricos, usando el programa computacional Stahl.

El detalle de cómo operan éstos métodos se realiza en los capítulos siguientes, así como también la solución exacta del problema del volcamiento para un caso en particular mediante ecuaciones diferenciales, y lo que establece la normativa.

El objetivo de realizar este estudio es poder comparar los resultados obtenidos y establecer las posibles diferencias entre un método y otro.

Capítulo 3: Pandeo Lateral – Torsional de Vigas

3.1 Generalidades

En vigas, así como en columnas cargadas axialmente, no es posible lograr la carga perfecta, por ejemplo, las vigas nunca están perfectamente rectas, no son perfectamente homogéneas y usualmente no son cargadas en el plano exacto en que se asumió en el análisis y diseño.

La presencia de elementos de compresión en elementos en flexión puede conducir a un fenómeno de inestabilidad cuando no hay restricción al desplazamiento lateral de la viga y especialmente cuando la sección tiene baja rigidez lateral y a la torsión.

Cualquier viga cargada en los extremos y cargada en el plano del alma puede pandearse lateralmente, excepto cuando ese fenómeno esté impedido por elementos exteriores. Si el momento de inercia de sus secciones transversales respecto al eje centroidal normal al plano del alma es considerablemente mayor que el que corresponde al otro eje centroidal y principal, el pandeo lateral y el colapso pueden presentarse mucho antes de que los esfuerzos normales debidos a la flexión alcancen el límite de fluencia.

Mientras que las cargas que actúan en el plano del alma permanecen por debajo de una cierta intensidad, la viga se deforma únicamente en ese plano y su equilibrio es estable, de manera que si se le obliga a adoptar una configuración ligeramente flexionada lateralmente, por medio de la aplicación de un agente externo, recupera la configuración plana al desaparecer éste. Sin embargo, al aumentar la intensidad de las solicitaciones llega un momento en que se hace posible una forma de equilibrio deformada lateralmente y retorcida, además de la plana; la carga menor para la que puede presentarse esta segunda forma de equilibrio es la crítica de pandeo de la viga.

3.2 Pandeo lateral elástico de una viga simplemente apoyada con momentos flectores en sus extremos “M”, usando ecuaciones diferenciales

En el desarrollo de las ecuaciones de diseño, el caso de una viga simplemente apoyada con momento constante a través de su sección es usualmente usado como el caso básico de pandeo lateral – torsional, ya que es el caso de carga más desfavorable

Consideremos una viga I, flexionada en su plano de mayor resistencia por la acción de dos momentos iguales y de sentido contrario aplicados en sus extremos, como se muestra en la figura 3.1. Además, admitiremos las siguientes hipótesis:

_ La sección transversal de la viga es constante

_ Los esfuerzos normales máximos están en intervalo elástico en el instante en que se inicia el pandeo

_ La deformación de la viga al flexionarse y retorcerse es de tal naturaleza que no cambia la forma de sus secciones transversales

_ Las cargas exteriores permanecen paralelas a sus direcciones originales al desplazarse, angular o linealmente, sus puntos de aplicación

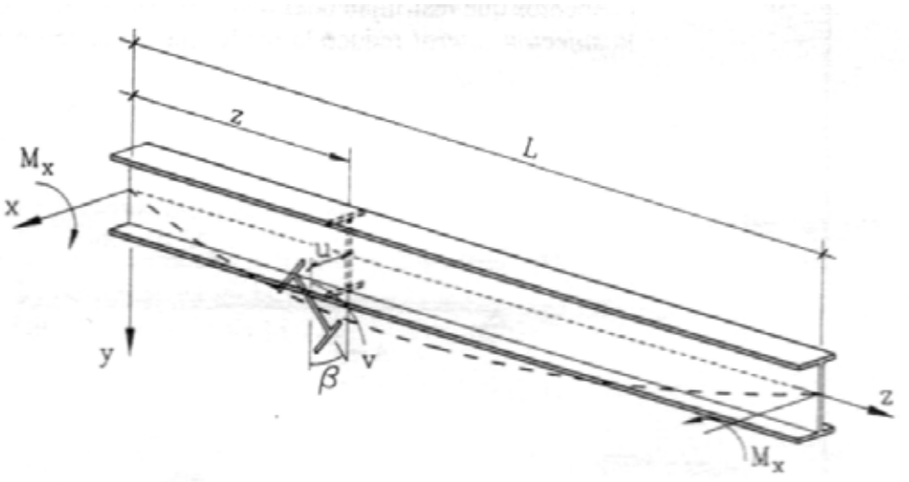


Fig. 3.1 *Deformación lateral torsional de viga en flexión*

Los extremos de la viga están simplemente apoyados e impedidos de rotar en torno al eje Z, pero libres de alabearse. En la condición deflectada lateralmente de la viga el momento externo M_x sobre la sección se proyecta en las direcciones ξ, η, ζ, como se ve en la figura 3.1a y 3.1b.

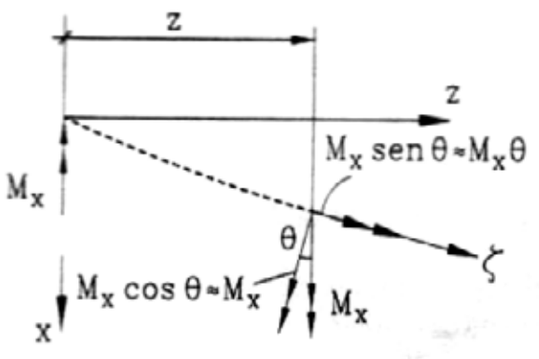


Fig. 3.1.a

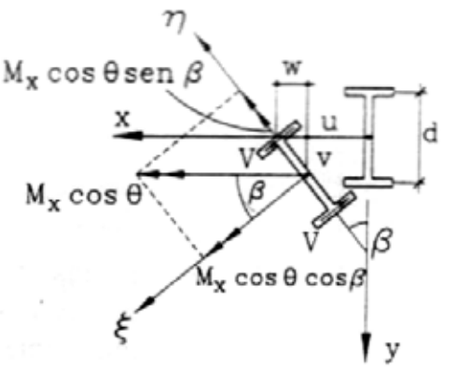


Fig. 3.1.b

$$M_\xi = M_x \cos\theta \cos\beta \sim M_x \qquad \text{(Ec. 3.1)}$$

$$M_\varsigma = M_x \operatorname{sen}\theta \sim \theta M_x \sim \frac{du}{dz} M_x \qquad \text{(Ec. 3.2)}$$

$$M_\eta = M_x \operatorname{Cos}\theta \operatorname{sen}\beta \sim \beta M_x \qquad \text{(Ec. 3.3)}$$

Las ecuaciones de equilibrio son:

$$EI_\xi \frac{d^2 v}{dz^2} = M_\xi = M_x \qquad \text{(Ec. 3.4)}$$

$$EI_\eta \frac{d^2 u}{dz^2} = M_\eta = \beta M_x \qquad \text{(Ec. 3.5)}$$

$$GJ \frac{d\beta}{dz} - EC_w \frac{d^3 \beta}{dz^3} = M_\varsigma = -\frac{du}{dz} M_x \qquad \text{(Ec. 3.6)}$$

La primera de estas ecuaciones es independiente para v, mientras que la segunda y la tercera están acopladas, lo que nos muestra que los desplazamientos u y β no pueden existir independientemente uno del otro. Las ec. 3.5 y 3.6 pueden reducirse diferenciando la segunda con respecto a z y eliminando $\frac{d^2 u}{dz^2}$; ello nos conduce a la siguiente ecuación diferencial, que rige el fenómeno torsional:

$$EC_w \frac{d^4\beta}{dz^4} - GJ \frac{d^2\beta}{dz^2} - \frac{M_x^{\,2}}{EI_y}\beta = 0 \qquad \text{(Ec. 3.7)}$$

Esta ecuación permite una solución distinta de la trivial del tipo:

$$\beta = \beta_{\max} sen \frac{z\pi}{L} \qquad \text{(Ec. 3.8)}$$

en que β_{max} es el ángulo de giro al centro de la luz. Sustituyendo la ec. 3.8 en la ec. 3.7 se obtiene:

$$\left(\frac{\pi^4}{L^4} EC_w + \frac{\pi^2}{L^2} GJ - \frac{M_x^{\,2}}{EI_y} \right) \beta_{\max} sen \frac{z\pi}{L} = 0 \qquad \text{(Ec. 3.9)}$$

Dado que β no es nulo, el paréntesis de la ecuación anterior debe ser nulo, conduciendo al Momento Flector Crítico para el cual se inicia el pandeo lateral torsional. Reduciendo, Obtenemos la Ecuación Diferencial De Equilibrio, que rige el fenómeno torsional:

$$M_{cr,x} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ + \frac{\pi^2}{L^2} E^2 I_y C_w} \qquad \text{(Ec. 3.10)}$$

En que:

L = Largo total de la viga

E = Módulo de elasticidad del acero

I_y = Inercia de la sección de la viga con respecto al eje y

G = Módulo de corte del acero

J = Constante de torsión de la sección (Ver Anexo 4)

C_w = Constante de alabeo de la sección (Ver Anexo 4)

Este momento de pandeo elástico corresponde a una deformación lateral torsional (β,u) indeterminada. El primer término de la raíz corresponde a la resistencia al pandeo lateral ofrecida por la torsión de St. Venant y la flexión lateral, mientras el segundo término corresponde a la resistencia ofrecida por el alabeo de las alas. [Ref. 1]

Más adelante se hará referencia a la resolución de problemas relacionados con otras condiciones de borde y distintos tipos de solicitaciones.

Capítulo 4: Métodos Energéticos

4.1 Influencia de las condiciones de apoyo y de carga

La ecuación 3.10 del capítulo anterior se obtuvo suponiendo que la viga está sometida a flexión pura en su plano de mayor resistencia (alrededor del eje Z) y que está libremente apoyada, es decir, puede alabearse con libertad y girar sin restricción alrededor de sus dos ejes principales.

El pandeo lateral de vigas con otras condiciones de apoyo y bajo solicitaciones diferente de la flexión pura ha sido estudiado por Oscar De Buen en su libro “Estructuras de Acero, Comportamiento y Diseño” [Ref 2], utilizando métodos energéticos, los que han llevado a la obtención de resultados de aplicación práctica. A continuación se presenta un resumen de las más importantes solicitaciones a las que podría ser sometida una viga:

Si las condiciones de apoyo impiden la rotación libre de las secciones extremas alrededor del eje y, la longitud L que aparece fuera del radical en la Ec.3.8 debe multiplicarse por un factor K_y para obtener la longitud efectiva de pandeo y, análogamente, si el alabeo de las secciones extremas está restringido, debe introducirse un segundo factor, K_z, que multiplique la longitud L contenida en el segundo término del radical, para obtener la longitud efectiva del alabeo; transformando la Ec.3.8 en : [Ref. 2]

$$M_{cr,x} = \frac{\pi}{K_y L}\sqrt{EI_y GJ + \frac{\pi^2}{(K_z L)^2}E^2 I_y C_w} \qquad \text{(Ec. 4.1)}$$

Los valores que se utilizan para estos factores es: 1.00, cuando los dos extremos están libremente apoyados, 0.70, cuando uno es libre y el otro fijo, y 0.5 cuando ambos son fijos. [Ref. 2]

El efecto de las solicitaciones distintas de la flexión pura considerada originalmente se toma en cuenta multiplicando el segundo miembro de la Ec.3.8 por un coeficiente c_1 que depende de las condiciones de carga.

La posición de las cargas respecto al centroide de las secciones transversales de la viga también influye en su resistencia al pandeo; las que están aplicadas arriba de él son más desfavorables que las que actúan en puntos situados debajo, ya que al iniciarse el pandeo, las primeras tienden a retorcer el perfil, agravando las condiciones en que se encuentra, mientras que las segundas tienen un efecto estabilizador, puesto que tratan de

enderezarlo; las cargas aplicadas en el centroide no influyen en ese aspecto del problema. (Fig. 4.1)

Fig. 4.1*. Posiciones de las cargas respecto al centroide de las secciones transversales.*

La posición del punto de aplicación de las cargas con respecto al centroide de la sección se toma en cuenta introduciendo un nuevo factor, c_2, en la Ec.3.8

Tomando en cuenta los factores mencionados anteriormente, se obtiene una nueva ecuación, la que es posible reducir a una más simple de la forma:

$$M_{cr} = \frac{c_4}{L}\sqrt{EI_y GJ} \qquad \text{(Ec. 4.2)}$$

En que el factor c_4 es una expresión bastante larga y compleja de calcular exactamente, que considera K_y, K_z, c_1, y c_2. Dicha expresión es la siguiente:

$$c_4 = \frac{c_1}{k}\pi\left[\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{KL}\right)^2 \frac{EC_w}{GJ}\left(1+c_2^2\right)} \pm \frac{c_2\pi}{KL}\sqrt{\frac{C_w E}{GJ}}\right] \qquad \text{(Ec. 4.3)}$$

El valor del coeficiente c_4 se obtiene de gráficos (Ver Anexo 1), en los cuales se considera los distintos tipos de solicitaciones de una viga, los apoyos y el lugar de aplicación de la carga. A estos gráficos se entra con el valor del parámetro a, que es la raíz cuadrada del cociente de la rigidez al alabeo entre la rigidez a la torsión simple del perfil, es decir:

$$a = \sqrt{\frac{EC_w}{GJ}} \qquad \text{(Ec. 4.4)}$$

Con dichas curvas, interpolando cuando sea necesario, pueden obtenerse valores de c_4 suficientemente precisos para la mayor parte de los casos que se presentan en la práctica, en los que interesa determinar el momento crítico de pandeo de vigas con diversas condiciones de carga y de restricciones en los apoyos. Estas curvas se han desarrollado para perfiles tipo I.

En general se considera que el método “exacto”, basado en el uso de la ec.4.2 y en el empleo de fórmulas, tablas o gráficas para el cálculo del coeficiente c_4, es demasiado laborioso para ser utilizado en forma rutinaria, en problemas comunes de diseño; además, no siempre se conocen con precisión las restricciones existentes en los extremos del tramo crítico, lo que hace que en no pocas ocasiones los resultados obtenidos al aplicarlo sean menos precisos de lo que podrían parecer a primera vista.[Ref. 2]

El método descrito anteriormente será uno de los utilizados en el desarrollo de esta tesis para cálculo de carga crítica de pandeo para distintos casos.

Capítulo 5: Métodos Aproximados

5.1 Formulas aproximadas para el cálculo de la carga crítica de pandeo

La ecuación de partida para la obtención de las fórmulas simplificadas es la 3.10, deducida para una viga en flexión pura, en la que no se tienen en cuenta los efectos benéficos de las restricciones impuestas por los apoyos, cuando éstos no son libres, ni la posición relativa de las cargas respecto a los centroides de las secciones transversales. A partir de ésta ecuación, se ha desarrollado otra, más simplificada, que posee una serie de factores, los que consideran el tipo de carga, los apoyos, y la ubicación de la carga con respecto al eje de la viga. Esto se ha desarrollado por Fritz Stüssi, en el libro "Entwurf und Berechnung von Stahlbauten" [Ref. 3]

$$Mcr = k\frac{\sqrt{B_2' C}}{L}\beta_1\beta_2 \qquad \text{(Ec. 5.1)}$$

en que:

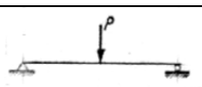
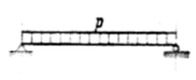
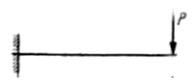
L = Largo de la viga

$B_2' = B_2\frac{B_1}{B_1 - B_2}$, con $B_2 = EI_y$; $B_1 = EI_x$

C = G J

β_1, β_2 y K se definen en la Tabla 5.1, según el tipo de carga, condición de apoyo, y posición de la carga.

Tabla 5.1 *(Fritz Stüssi, "Entwurf und Berechnung von Stahlbauten")*

	$M_{máx}$	k	β_1	β_2
	$\frac{PL}{4}$	4.23	$\cong\sqrt{1+\frac{10.2}{a^2}}$	$\cong\sqrt{1+\frac{3.24}{\beta_1^2 a^2}}\mp\frac{1.80}{\beta_1 a}$
	$\frac{pL^2}{8}$	3.54	$\cong\sqrt{1+\frac{10.0}{a^2}}$	$\cong\sqrt{1+\frac{2.10}{\beta_1^2 a^2}}\mp\frac{1.45}{\beta_1 a}$
	PL	4.01	$\cong\left(\frac{a+1.61}{a+0.32}\right)^2$	
	M	π	$\sqrt{1+\frac{\pi^2}{a^2}}$	
	M	5.56	$\cong\sqrt{1+\frac{11.2}{a^2}}$	

En esta tabla, en el coeficiente β_2, el valor del signo depende de la posición de la carga: si la carga está aplicada en el patín superior, el signo es negativo, si la carga es aplicada en el eje centroidal de la viga, el segundo término de la expresión se omite, y si la carga es aplicada en el patín inferior, el signo permanece positivo. El valor del coeficiente a^2, se determina de acuerdo a la siguiente expresión:

$$a^2 = \frac{4CL^2}{B_2 H^2}$$, con H = altura de la viga

Capítulo 6: Métodos Numéricos

6.1 Introducción

Actualmente existe en el Instituto de Obras Civiles una serie de programas computacionales para realizar cálculos no lineales, entre ellos, el programa Stahl, el cual fue desarrollado en la década del 70 en la Universidad de Aachen, Alemania.

Este programa permite realizar diversos problemas, como cálculo estático y dinámico de estructuras de barras, incluyendo efecto de segundo orden, análisis sísmico, historia de carga, tensiones residuales, cálculo con grandes deformaciones o de tercer orden, y alabeo de la sección. El lenguaje en el cual está este programa es en Fortran. La metodología de este programa computacional no se mostrará en este trabajo, ya que existen otras tesis en el Instituto de Obras Civiles en las que se muestra de manera completa, sólo se mostrará como trabaja con el pandeo torsional.

6.2 Pandeo Torsional

6.2.1 Secciones Abiertas

La deformación en el espacio tridimensional en barras doblemente simétricas, de perfil abierto, considerando también el alabeo, está definida por medio de las siguientes ecuaciones diferenciales no acopladas. Se considera que las cargas actúan sin excentricidades y que las barras no tienen deformaciones iniciales:

$$EI_y z^{iv} = p_z \qquad \text{Deformación Vertical} \qquad \text{(Ec. 6.1)}$$

$$EI_z y^{iv} = p_y \qquad \text{Deformación Horizontal} \qquad \text{(Ec. 6.2)}$$

$$EAu^{ii} = p_x \qquad \text{Deformación axial} \qquad \text{(Ec. 6.3)}$$

$$ECw\varphi_x^{iv} - GJ\varphi_x^{ii} = m_D \qquad \text{Torsión con alabeo} \qquad \text{(Ec. 6.4)}$$

Si luego del cálculo estático de las deformaciones se calculan los esfuerzos interiores en la posición deformada, lo que corresponde a la teoría de segundo orden, aparecen como reacción fuerzas residuales adicionales a las cargas dadas. Las ecuaciones diferenciales correspondientes al sistema deformado, se encuentran ahora acopladas.

$$EI_y z^{iv} + (M_z \varphi_y)'' = p_z \qquad \text{(Ec.6.5)}$$

$$EI_z y^{iv} + (M_y \varphi_z) = p_y \qquad \text{(Ec. 6.6)}$$

$$ECw\varphi_x^{iv} - GJ\varphi_x^{ii} + (M_y y)''+(M_z z)'' = m_D \qquad \text{(Ec. 6.7)}$$

Los términos en las ecuaciones diferenciales que producen un acoplamiento, es decir, ($M_y\varphi_z$)", ($M_z\varphi_y$)", (M_yy)" y (M_yz)" son lineales con respecto a cargas y deformaciones.

Si los términos que ocasionan el acoplamiento de las ecuaciones diferenciales se llevan al lado derecho, o sea, al lado de la carga, pueden ser interpretados como fuerzas residuales adicionales actuando sobre el sistema no acoplado.

$$\overline{p_y} = -(M_y \varphi_z)'' \qquad \text{(Ec. 6.8)}$$

$$\overline{p_z} = -(Mz\varphi_y)'' \qquad \text{(Ec. 6.9)}$$

$$\overline{m_D} = -(M_y y)''-(M_z z)'' \qquad \text{(Ec. 6.10)}$$

La fuerza residual para la dirección horizontal (dirección del eje y), es una función lineal de la carga vertical si se mantiene constante la deformación por torsión, y es una función lineal de la deformación por torsión si se mantiene constante la carga vertical. Esta fuerza está considerada en la ecuación diferencial en el término ($M_y\varphi_z$)", y en la fuerza residual en el programa computacional en los lugares 4 y 6 del vector de carga de la barra. (φ_z y δ_y)

Torsión ocasiona

$\overline{p_y} = -(M_y \varphi_z)''$ en campo R_{ay}

$\overline{p_z} = -(Mz\varphi_y)''$ en campo R_{az}

Deformación horizontal ocasiona

$\overline{m_D} = -(M_y y)''-(M_z z)''$ en campo R_{aT}

Entonces, si se consideran las fuerzas residuales como cargas adicionales que ocasionarían nuevas deformaciones en el sistema no acoplado, las ecuaciones diferenciales quedan nuevamente desacopladas, pero el lado derecho, correspondiente a la carga, tiene fuerzas y momentos adicionales.

$$EI_y z^{iv} + (M_z \varphi_y)'' = p_z + \overline{p_z} \qquad \text{(Ec.6.11)}$$

$$EI_z y^{iv} + (M_y \varphi_z) = p_y + \overline{p_y} \qquad \text{(Ec. 6.12)}$$

$$ECw\varphi_x^{iv} - GJ\varphi_x^{ii} + (M_y y)''+(M_z z)'' = m_D + \overline{m_D} \qquad \text{(Ec. 6.13)}$$

6.2.2 Cálculo Computacional

El programa Stahl considera siete deformaciones o movimientos posibles por nudo, que son tres desplazamientos (u, v, w), tres rotaciones (φ_x, φ_y, φ_z) y el alabeo (φ_w). A estas siete deformaciones le corresponden siete reacciones internas, es decir, tres fuerzas internas (Q_x, Q_y, Q_z), tres momentos (M_x, M_y, M_z), bi-momento (M_w). Estas se ubican en la matriz de rigidez de la viga de la siguiente forma:

Incógnitas 1 y 2: alabeo y torsión de St. Venant

Incógnitas 3 y 7: flexión vertical

Incógnitas 4 y 6: flexión horizontal

Incógnita 5: dirección axial

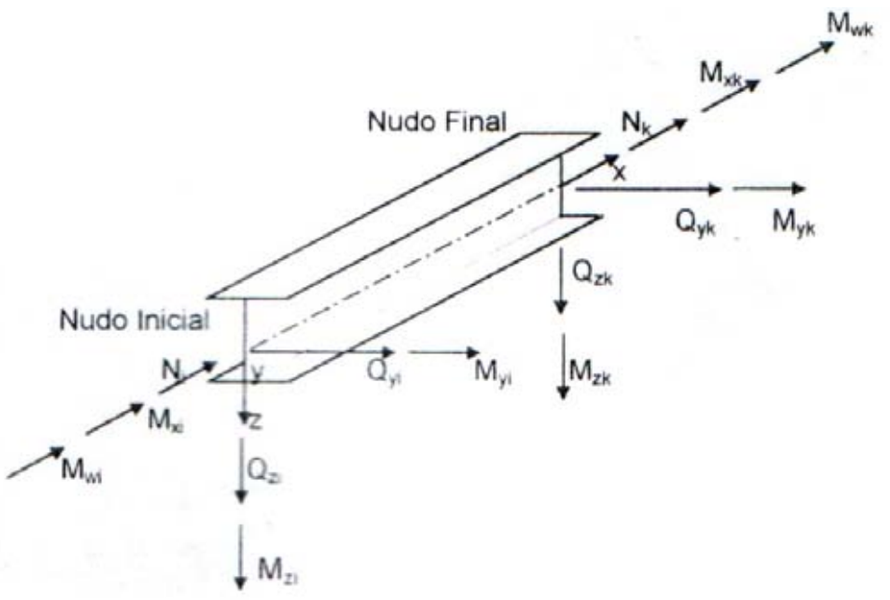


Fig. 6.1 *Sentido positivo de las deformaciones por nudo.*

El cálculo con el método de deformaciones entrega como resultado un vector con las deformaciones correspondientes a las direcciones alabeo y torsión, flexión vertical, flexión horizontal y deformación axial. Ya que las cuatro ecuaciones diferenciales no están acopladas, tampoco lo están las partes del vector solución correspondientes a esas cuatro direcciones, que son lineales e independientes entre si.

Al calcular el vector de fuerzas reactivas (un vector R_a) en la posición deformada del sistema, se produce un acoplamiento en las direcciones de deformación flexión y torsión. A causa de la deformación por torsión aparecen fuerzas residuales ($\overline{p_y} = -(M_y \varphi_z)''$, $\overline{p_z} = -(Mz\varphi_y)''$), las que se guardan en el programa computacional en los campos Ray y Raz respectivamente. De la deformación horizontal por flexión resulta una fuerza residual correspondiente a torsión ($\overline{m_D} = -(M_y y)''-(M_z z)''$) que se guarda en un vector Ra_T.

Si las cargas que ocasionan la flexión horizontal se multiplican por un factor X_h, entonces la deformación ν y sus derivadas, también se multiplican por el mismo factor, es decir, el momento M_z se multiplica por dicho factor, mientras que el momento M_y se mantiene constante. Por ello, la fuerza residual para torsión resulta multiplicada por el factor X_h.

En caso que las cargas que ocasionan torsión se multipliquen por un factor X_T, entonces la línea deformada y las derivadas correspondientes también aparecen multiplicadas por el mismo factor X_T, mientras que M_y y M_z se mantienen constantes. Por ello, las fuerzas residuales para la flexión horizontal y vertical aparecen también multiplicadas por X_T.

Esto se puede expresar con el siguiente esquema:

$$P_y \rightarrow v_y \rightarrow R_{aT} \Rightarrow X_h P_y \rightarrow X_h v_y \rightarrow X_h R_{aT}$$

Con un vector de carga horizontal P_y se calcula la deformación v_y, y en la posición deformada se calculan las fuerzas residuales R_{aT} (fuerzas que ocasionan torsión). Si se multiplica la fuerza P_y por un factor X_h, se multiplican también con X_h los términos v_y y R_{aT}.

Para el caso de la torsión se tiene:

$$P_T \rightarrow v_T \rightarrow R_{ay} \Rightarrow X_h P_T \rightarrow X_h v_T \rightarrow X_h R_{ay}$$

Si ahora se multiplica la carga vertical P_z con un factor ν, entonces la dirección w y sus derivadas (con ello M_y), estarían también multiplicadas por el factor ν, mientras que v_y y v_T se mantendrían constantes. Con ello, las fuerzas residuales R_{ay} ($\overline{P_y}$) y R_{aT} ($\overline{m_D}$), también resultarían multiplicadas por el factor ν.

6.2.3 Estudio Del Pandeo Torsional

Por medio de fuerzas perturbadoras P_{sy} y P_{sT} en dirección de las posibles posiciones inestables, se calculan las líneas deformadas correspondientes. En la posición deformada se calculan las fuerzas reactivas.

El vector de las fuerzas residuales es:

$$F = P_o + R \qquad \text{(Ec. 6.14)}$$

$$P_o = P_z + P_{sy} + P_{sT} \qquad \text{(Ec. 6.15)}$$

$$R = -P_z - P_{sy} - P_{sT} + R_{az} + R_{aT} \qquad \text{(Ec. 6.16)}$$

donde:

R_{ay} = Fuerzas residuales en sentido horizontal

R_{aT} = Momento residual torsional

P_z = Carga vertical real exterior perpendicular a la viga

El resultado del cálculo será el factor por el que hay que multiplicar al vector fuerza $\overline{P_z}$ para alcanzar el equilibrio indiferente.

A continuación, se consideran las direcciones de mayor interés, que son flexión horizontal, en los lugares 4 y 6, y torsión, en los lugares 1 y 2 de la matriz de rigidez de la barra.

Las fuerzas residuales R_{ay} y R_{aT} ($R_a = R_{ay} + R_{aT}$) indican que esta línea bajo la carga dada no está en equilibrio.

Las fuerzas residuales en dirección de la inestabilidad (dirección horizontal y torsión) son (si se resta la perturbación $P_{sy} + P_{sT}$)

$$F = -P_s + \nu R_a \qquad \text{(Ec. 6.17)}$$

El criterio de indiferencia es:

$$\frac{du}{dv} = 0 \text{, o sea, } F^T * v = 0 \qquad \text{(Ec. 6.18)}$$

$$(-P_s + \nu\, R_a)^T * v = 0 \Rightarrow \nu = \frac{P_s v}{R_a v} \qquad \text{(Ec. 6.19)}$$

El criterio de indiferencia se puede aplicar también en forma separada para las dos direcciones de inestabilidad.

Para flexión horizontal es:

$$(-P_{sy} + \nu_h\, Ray)^T * v_y = 0 \Rightarrow \nu_h = \frac{P_{sy} v_y}{R_{ay} v_y} \qquad \text{(Ec. 6.20)}$$

Para torsión:

$$(-P_{sT} + \nu_T\, R_{aT})^T * v_T = 0 \Rightarrow \nu_T = \frac{P_{sT} v_T}{R_{aT} v_T} \qquad \text{(Ec. 6.21)}$$

Es muy importante que ν_h y ν_T sean iguales, o sea, que ambas direcciones pierdan al mismo tiempo la estabilidad al multiplicar la carga vertical por un factor medio ν

Pero se puede multiplicar la fuerza perturbadora para flexión horizontal con un factor X_h, el que deberá ser calculado en tal forma que los nuevos factores a determinar ν_h^* y ν_T^* sean iguales.

Ya que $X_h P_{sy} \rightarrow X_h \nu_y \rightarrow X_h R_{aT}$

vale que $$\nu_h^* = \frac{(X_h P_{sy})(X_h \nu_y)}{R_{ay}(X_h \nu_y)} = X_h \nu_h \qquad \text{(Ec. 6.22)}$$

y que $$\nu_T^* = \frac{P_{sT} \nu_T}{X_h R_{aT} \nu_T} = \frac{1}{X_h} \nu_T \qquad \text{(Ec. 6.23)}$$

Si se exige que ν_h^* y ν_T^* sean iguales, entonces

$$X_h \nu_h = \frac{1}{X_h} \nu_T \Rightarrow X_h = \sqrt{\frac{\nu_T}{\nu_h}} \qquad \text{(Ec. 6.24)}$$

El factor $\nu = \nu_h^* = \nu_T^*$ es una primera aproximación al factor de carga crítica para la carga vertical. Se tiene:

$$\nu = \nu_h^* = \nu_T^*$$

$$= X_h \nu_h = \frac{1}{X_h} \nu_T$$

$$= \sqrt{\frac{\nu_T}{\nu_h} \nu_h^2} = \sqrt{\frac{\nu_h}{\nu_T} \nu_T^2}$$

$$= \sqrt{\nu_h \nu_T} \qquad \text{(Ec. 6.25)}$$

6.2.4 Fuerza Perturbadora Para El Próximo Paso Iterativo

Después de la corrección de la fuerza perturbadora para flexión en el plano horizontal con el factor X_h, las fuerzas residuales son:

a) Para flexión horizontal:

$$F_h = -X_h P_{sy} + \nu_h^* R_{ay} \qquad \text{(Ec. 6.26)}$$

b) Para Torsión:

$$F_T = -P_{sT} + \nu_T^* X_h R_{aT}$$

$$-P_{sT} + \nu_T R_{aT} \qquad \text{(Ec. 6.27)}$$

En el paso siguiente se calcula con las fuerzas perturbadoras iniciales, solo que multiplicando P_{sy} con el factor X_h, más las fuerzas residuales, resultando lo siguiente:

a) Para flexión horizontal:

$$P_{sy\ nuevo} = X_h\ P_{sy} - X_h\ P_{sy} + \nu_h^*\ R_{ay} = \nu_h^*\ R_{ay} \qquad \text{(Ec. 6.28)}$$

b) Para Torsión:

$$P_{st\ nuevo} = P_{st} - P_{st} + \nu_T\ R_{aT} = \nu_T\ R_{aT} \qquad \text{(Ec. 6.29)}$$

La carga vertical externa se multiplica en el próximo paso con ν_i.

La descripción del formato de ingreso de los datos del programa Stahl se encuentra en el Anexo 2.

Capítulo 7: Normativa

7.1 Especificaciones AISC

De acuerdo a esta norma norteamericana, las restricciones de diseño se aplican siempre que la longitud no arriostrada del ala comprimida L es mayor que L_c. Para perfiles doble T, IN o HN, Lc corresponde al menor valor que dan las ec.7.1

$$L_c = \text{menor valor entre} \begin{cases} \dfrac{637B}{\sqrt{\sigma_y}} \\ \dfrac{1.4*10^6}{\left(\dfrac{H}{A_a}\right)\sigma_y} \end{cases} \qquad \text{(Ec 7.1a y b)}$$

en que:

B = ancho del ala comprimida

A_a = área del ala comprimida

H = altura de la viga (Fig. 7.1)

σ_y , expresado en unidades de Kg./cm^2.

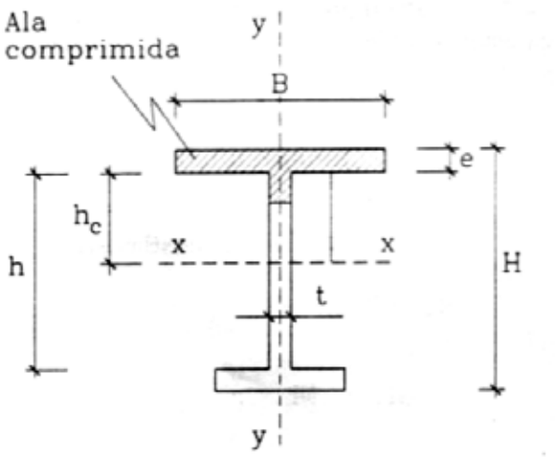


Fig. 7.1. *Notación para dimensiones de los perfiles.*

A partir de la ec 4.1, tenemos que la tensión crítica de pandeo lateral-torsional elástico es:

$$\sigma_{cr} = C_b \frac{M_{cr,x}}{W} = \frac{C_b}{W} \frac{\pi}{K_y L} \sqrt{EI_y GJ + \frac{\pi^2}{(K_z L)^2} E^2 I_y C_w} \qquad \text{(Ec. 7.2)}$$

en que:

$$W = \frac{I_x}{\left(\frac{H}{2}\right)}$$

L = distancia libre entre soportes efectivos del ala comprimida.

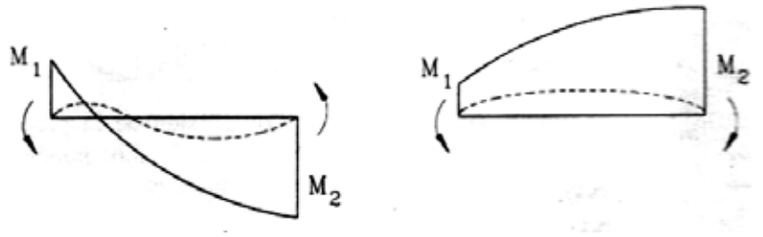
C_b = coeficiente que depende de la variación del diagrama de momentos a lo largo de la luz. Para momento flector constante, o para el momento máximo en el vano mayor que aquel en ambos extremos, el valor de $C_b = 1$ (Fig. 7.2)

Fig. 7.2. *Casos en que $C_b = 1$*

Para momento flector variable se tiene la siguiente ecuación:

$$C_b = 1.75 + 1.05\frac{M_1}{M_2} + 0.3\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \leq 2.3 \qquad \text{(Ec. 7.3)}$$

en que M_1 y M_2 son los momentos en los extremos, tales que $|M_2| > |M_1|$, y M_1/M_2 se considera positivo cuando el elemento está en curvatura doble, y negativo cuando está en curvatura simple (Fig. 7.3)



Usar $M_1/M_2>0$ *Usar $M_1/M_2<0$*

Fig. 7.3. *Signo del cuociente M_1/M_2*

Por simplicidad, la norma considera solamente la resistencia dominante a la torsión. Con ello, la ec. 7.2 se separa en dos. Si simplificamos algunos valores, como G = 0.4E, $I_y = eB^3/3$, $W = I_x/(H/2)$, y haciendo algunas aproximaciones, para la tensión crítica asociada al primer término de la cantidad subradical se tiene:

$$\sigma_{cr1} = \frac{0.65EC_b}{\left(\frac{LH}{Be}\right)} \qquad \text{(Ec. 7.4)}$$

Además, la tensión crítica de pandeo lateral-torsional elástico queda:

$$\sigma_{cr2} = \frac{\pi^2 EC_b}{\left(\frac{L}{r_t}\right)^2} \qquad \text{(Ec. 7.5)}$$

en que r_t es el radio de giro del ala comprimida con la contribución de 1/3 del área comprimida del alma.

$$r_t = \sqrt{\frac{I_{ac}}{A_a + \left(\frac{A_{wc}}{3}\right)}} \qquad \text{(Ec. 7.6)}$$

en que:

A_a = Be = área del ala comprimida

$A_{wc} = h_c t$ = área de la porción comprimida del alma

I_{ac} = momento de inercia respecto al eje "y" de las áreas A_a y $A_{wc}/3$. (Fig. 7.1)

Las tensiones admisibles de compresión por flexión asociadas a σ_{cr1} y σ_{cr2}, adoptando un factor de seguridad y un límite por resistencia para esbeltez pequeña, son :

$$\sigma_{adm1} = \left\{ 84500 \frac{C_b}{LH / A_a} \left(kg./cm^2\right) \le 0.6\sigma_y \right\} \qquad \text{(Ec. 7.7)}$$

$$\sigma_{adm2} = \begin{cases} 0.6\sigma_y & \lambda_t \le 2680\sqrt{\frac{C_b}{\sigma_y}} \\ \left[\frac{2}{3} - 93\frac{\lambda_t^2 \sigma_y}{10^{10} C_b}\right]\sigma_y & \lambda_t \text{ intermedio} \\ 12*10^6 \frac{C_b}{\lambda_t^2} & \lambda_t \ge 5990\sqrt{\frac{C_b}{\sigma_y}} \end{cases} \qquad \text{(Ec. 7.8)}$$

en que $\lambda_t = L/r_t$.

Para perfiles canal se usa σ_{adm1}, y para perfiles doble T, IN o HN se usa el mayor de σ_{adm1} y σ_{adm2}, pero nunca mayor a 0.6 σ_y.

Capítulo 8: Resultados

8.1 Introducción

En este capítulo se realizará el análisis de una viga de acero, perfil I, con distintas condiciones de apoyo, determinando su carga crítica de pandeo según los distintos métodos mostrados anteriormente, para las distintas solicitaciones que se indicaron en la tabla 5.1 del capítulo 5 (Pág.12), con la carga en las distintas posiciones (patín superior, eje centroidal, patín inferior), según esto sea posible. Se considera la viga de sección constante, con las siguientes características:

Acero A37-24ES

Largo total de la viga = 600cm.

Perfil IN 45 x 70,5

B = 20cm.	e = 1.4cm.
t = 0.8cm.	A = 89.8cm^2
I_y = 31600cm^4	W_y= 1410cm^3
I_z = 1870cm^4	W_z = 187cm^3
i_y = 18.8cm	i_z = 4.56cm

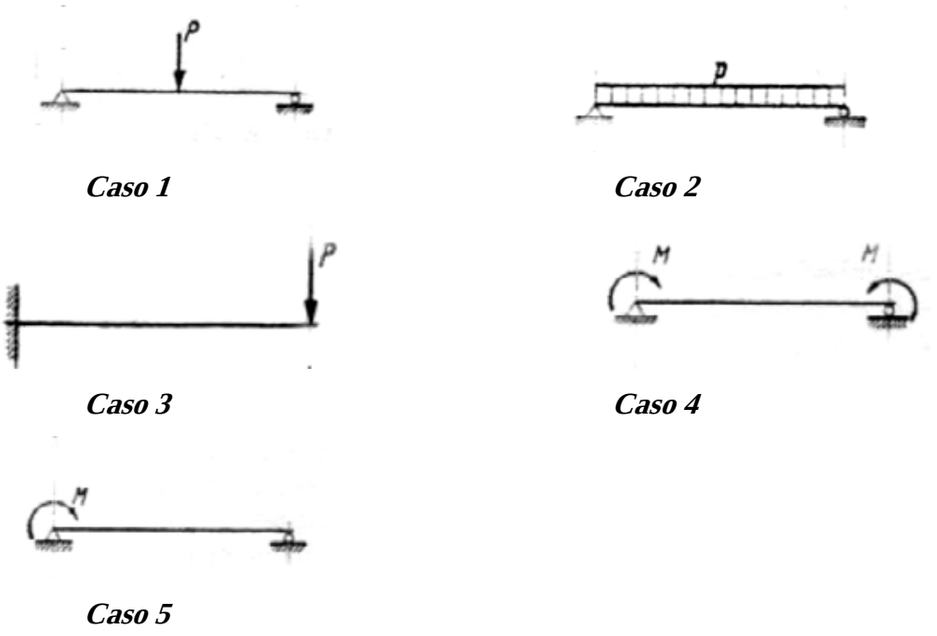


Fig. 8.1 *Viga de acero con distintas condiciones de carga y de apoyo.*

8.2. Análisis Según Métodos Energéticos

8.2.1 Caso 1

Viga Simplemente apoyada con carga P en el centro

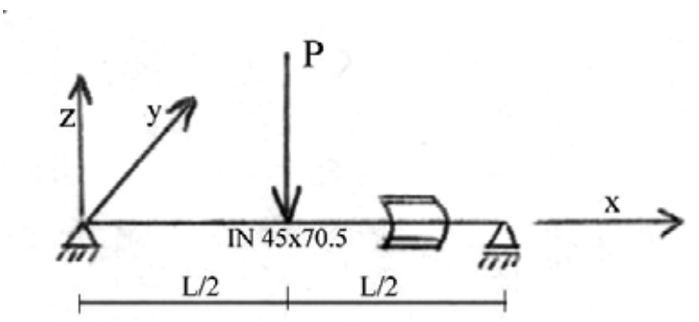


Fig. 8.2 *Viga simplemente apoyada con carga P en el centro de la luz*

8.2.1.1 Caso 1.1

Carga aplicada en el patín superior.

Fig. 8.3 *Carga aplicada en el patín superior*

$$P_{cr} = \frac{4M_{cr}}{L}$$

$$M_{cr} = \frac{C_4}{L}\sqrt{EI_y GJ}$$

$$J = \left(\frac{1}{3}\right)\left(2Be^3 + Ht^3\right) = \text{cte. de torsión} = \left(\frac{1}{3}\right)\left(2*20*1.4^3 + 45*0.8^3\right) = 43.78cm^4$$

C_4, se obtiene de gráficos (Anexo 1), entrando con el parámetro a/L, donde: $a = \sqrt{\frac{EC_w}{GJ}}$

$$Cw = I_y\left(\frac{H}{2}\right)^2 = \text{cte. de alabeo} = 1870\left(\frac{45}{2}\right)^2 = 888698.8cm^6$$

$$a = \sqrt{\frac{EC_w}{GJ}} = \sqrt{\frac{21000*888698.8}{8100*43.78}} = 229.38$$, con lo que se obtiene,

a/L = 229.38/600 = 0.38

El valor de los parámetros L, E, I_y, G, J y a son los mismos para todos los casos a analizar, por lo que su cálculo se muestra sólo aquí.

El valor del coeficiente C_4 se obtiene del gráfico 2, curva 1AS, es decir, carga concentrada en el centro del claro, con un diagrama de momentos tipo 1, en que los extremos pueden girar libremente, con la carga aplicada en el patín superior, dando un valor aproximado de $C_4 = 4.35$

Así, obtenemos:

$$M_{cr} = \frac{4.35}{600}\sqrt{21000 * 1870 * 8100 * 43.78} = 27057.8 KNcm$$

$$P_{cr} = \frac{4 * 27057.8}{600} = 180.6 KN$$

8.2.1.2 Caso 1.2

Carga aplicada en el eje centroidal.

Fig. 8.4 *Carga aplicada en el eje centroidal*

El valor del coeficiente C_4 se obtiene del gráfico 2, curva 1AC, es decir, carga concentrada en el centro del claro, con un diagrama de momentos tipo 1, en que los extremos pueden girar libremente, con la carga aplicada en el eje centroidal, dando un valor aproximado de $C_4 = 5.5$

Así, obtenemos:

$$M_{cr} = \frac{5.5}{600}\sqrt{21000 * 1870 * 8100 * 43.78} = 34211 KNcm$$

$$P_{cr} = \frac{4 * 34211}{600} = 228.07 KN$$

8.2.1.3 Caso 1.3

Carga aplicada en el patín inferior.

Fig. 8.5 *Carga aplicada en el patín inferior*

El valor del coeficiente C_4 se obtiene del gráfico 2, curva 1AI, es decir, carga concentrada en el centro del claro, con un diagrama de momentos tipo 1, en que los extremos pueden girar libremente, con la carga aplicada en el patín inferior, dando un valor aproximado de $C_4 = 10.4$

Así, obtenemos:

$$M_{cr} = \frac{10.4}{600}\sqrt{21000 * 1870 * 8100 * 43.78} = 64689.9 KNcm$$

$$P_{cr} = \frac{4 * 64689.9}{600} = 433.52 KN$$

8.2.2 Caso 2

Viga Simplemente apoyada con carga distribuida.

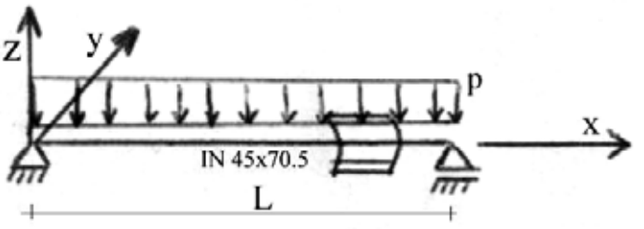


Fig. 8.6 *Viga simplemente apoyada con carga distribuida*

8.2.2.1 Caso 2.1

Carga aplicada en el patín superior.

Fig. 8.3 *Carga aplicada en el patín superior*

$$p_{cr} = \frac{8M_{cr}}{L^2}$$

$$M_{cr} = \frac{C_4}{L}\sqrt{EI_y GJ}$$

El valor del coeficiente C_4 se obtiene del gráfico 1, curva 1AS, es decir, carga distribuida, con un diagrama de momentos tipo 1, en que los extremos pueden girar libremente, con la carga aplicada en el patín superior, dando un valor aproximado de $C_4 = 4$

Así, obtenemos:

$$M_{cr} = \frac{4}{600}\sqrt{21000 * 1870 * 8100 * 43.78} = 24881 KNcm$$

$$p_{cr} = \frac{8 * 24881}{600^2} = 0.5529 KN/cm$$

Para una sección de la viga de 0.5m, el valor de Pcr = 27.64KN

8.2.2.2 Caso 2.2

Carga aplicada en el eje centroidal.

Fig. 8.4 *Carga aplicada en el eje centroidal*

El valor del coeficiente C_4 se obtiene del gráfico 1, curva 1AC, es decir, carga distribuida, con un diagrama de momentos tipo 1, en que los extremos pueden girar libremente, con la carga aplicada en el eje centroidal, dando un valor aproximado de $C_4 = 5.5$

Así, obtenemos:

$$M_{cr} = \frac{5.5}{600}\sqrt{21000 * 1870 * 8100 * 43.78} = 34211 KNcm$$

$$p_{cr} = \frac{8 * 34211}{600^2} = 0.76 KN / cm$$

Para una sección de la viga de 0.5m, el valor de Pcr =38.012KN

8.2.2.3 Caso 2.3

Carga aplicada en el patín inferior.

Fig. 8.5 *Carga aplicada en el patín inferior*

El valor del coeficiente C_4 se obtiene del gráfico 1, curva 1AI, es decir, carga distribuida, con un diagrama de momentos tipo 1, en que los extremos pueden girar libremente, con la carga aplicada en el patín inferior, dando un valor aproximado de $C_4 = 7.6$

Así, obtenemos:

$$M_{cr} = \frac{7.6}{600}\sqrt{21000 * 1870 * 8100 * 43.78} = 47273 KNcm$$

$$p_{cr} = \frac{8 * 47273}{600^2} = 1.05 KN / cm$$

Para una sección de la viga de 0.5m, el valor de Pcr =52.526KN

8.2.3 Caso 3

Viga en voladizo con carga P en el extremo.

En este caso, así como también en los casos siguientes, el problema se resuelve sin hacer diferencia de la ubicación de la carga en la sección del perfil

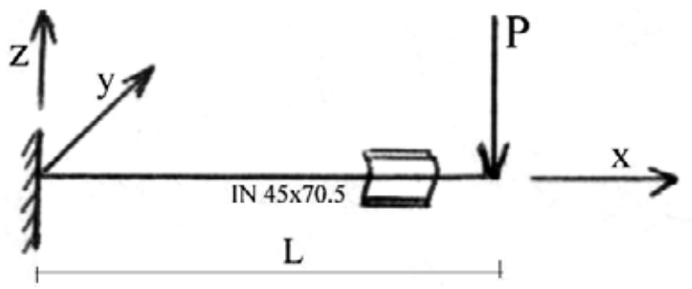


Fig. 8.7 *Viga en voladizo con carga P en el extremo*

$$P_{cr} = \frac{M_{cr}}{L}$$

$$M_{cr} = \frac{C_4}{L}\sqrt{EI_y GJ}$$

El valor del coeficiente C_4 se obtiene del gráfico 4, curva IVC, es decir, viga en voladizo, con carga puntual en extremo, dando un valor aproximado de $C_4 = 6.2$

Así, obtenemos:

$$M_{cr} = \frac{6.2}{600}\sqrt{21000 * 1870 * 8100 * 43.78} = 38565 KNcm$$

$$P_{cr} = \frac{M}{L} = \frac{38565}{600} = 64.28 KN$$

8.2.4 Caso 4

Viga simplemente apoyada con momentos M en los apoyos.

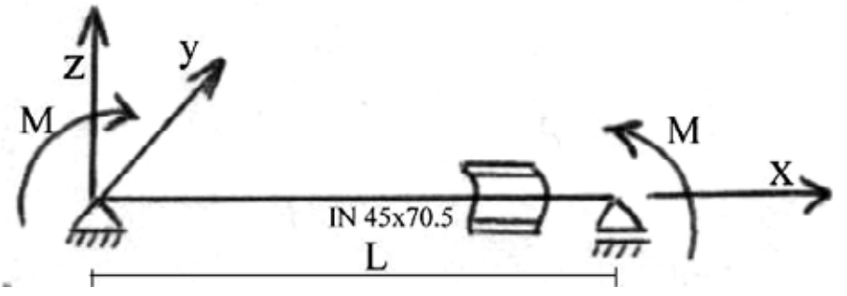


Fig. 8.8 *Viga simplemente apoyada con momentos M en los apoyos*

El valor del coeficiente C_4 se obtiene del gráfico 3, curva IA, es decir, diagrama de momentos tipo 1, en que los extremos pueden girar libremente, dando un valor aproximado de $C_4 = 4.8$

Así, obtenemos:

$$M_{cr} = \frac{4.8}{600}\sqrt{21000 * 1870 * 8100 * 43.78} = 298.57 KNm$$

8.2.5 Caso 5

Viga simplemente apoyada con momento M en uno de sus apoyos.

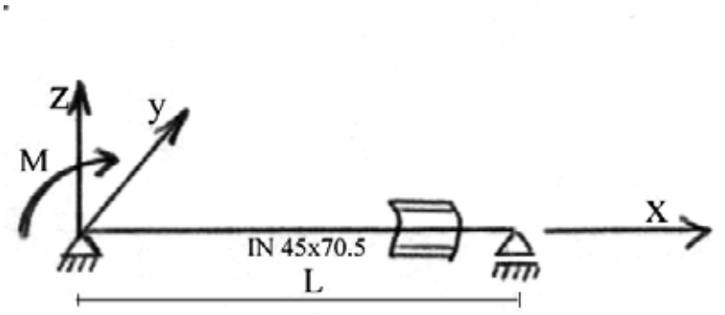


Fig. 8.9 *Viga simplemente apoyada con momento M en uno de sus apoyos*

El valor del coeficiente C_4 se obtiene del gráfico 3, curva 3A, es decir, diagrama de momentos tipo 3, en que los extremos pueden girar libremente, dando un valor aproximado de $C_4 = 8.8$

Así, obtenemos:

$$M_{cr} = \frac{8.8}{600}\sqrt{21000 * 1870 * 8100 * 43.78} = 547.376 KNm$$

8.3 Análisis Según Tabla Fritz Stüssi

8.3.1 Caso 1

Viga Simplemente apoyada con carga P en el centro de la luz.

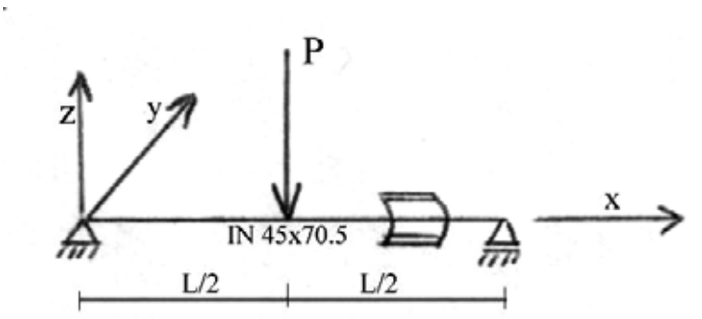


Fig. 8.2 *Viga simplemente apoyada con carga P en el centro de la luz*

8.3.1.1 Caso 1.1

Carga aplicada en el patín superior.

Fig. 8.3 *Carga aplicada en el patín superior*

$$P_{cr} = \frac{4M_{cr}}{L}$$

$$M_{cr} = k\frac{\sqrt{B_2^{'}C}}{L}\beta_1\beta_2$$

$B_2^{'} = B_2\dfrac{B_1}{B_1 - B_2}$, en que $\quad B_1 = EI_x = 21000*31600 = 663600000KNcm^2$

$$B_2 = EI_y = 21000*1870 = 39270000KNcm^2$$

con lo que $B_2^{'} = 39270000*\dfrac{663600000}{663600000-39270000} = 41740061KNcm^2$

$$C = GJ = 8100*43.78 = 354689.28KNcm^2$$

El valor de los parámetros B_1, B_2, $B^{'}_2$, L y C son los mismos para todos los casos a analizar, por lo que su cálculo se muestra sólo aquí.

De la Tabla 5.1, obtenemos

k = 4.23, para una viga simplemente apoyada, con carga P aplicada en el centro

$$a^2 = \frac{4CL^2}{B_2h^2} = \frac{4*354689.28*600^2}{41740061*45^2} = 6.42$$

$$\beta_1 \cong \sqrt{1+\frac{10.2}{a^2}} = \sqrt{1+\frac{10.2}{6.42}} = 1.6$$

$$\beta_2 \cong \sqrt{1+\frac{3.24}{\beta_1^2 a^2}} - \frac{1.8}{\beta_1 a} = \sqrt{1+\frac{3.24}{1.6^2 * 6.42}} - \frac{1.8}{1.6 * \sqrt{6.42}} = 0.65$$

$$M_{cr} = 4.23 * \frac{\sqrt{41740061 * 354689.28}}{600} * 1.6 * 0.65 = 28436.84 KNcm$$

$$P_{cr} = \frac{4 * 28436.84}{600} = 189.579 KN$$

8.3.1.2 Caso 1.2

Carga aplicada en el eje centroidal.

Fig. 8.4 *Carga aplicada en el eje centroidal*

$$\beta_2 \cong \sqrt{1+\frac{3.24}{\beta_1^2 a^2}} = \sqrt{1+\frac{3.24}{1.6^2 * 6.42}} = 1.09$$

$$M_{cr} = 4.23 * \frac{\sqrt{41740061 * 354689.28}}{600} * 1.6 * 1.09 = 47703.21 KNcm$$

$$P_{cr} = \frac{4 * 47703.21}{600} = 318.021 KN$$

8.3.1.3 Caso 1.3

Carga aplicada en el patín inferior.

Fig. 8.5 *Carga aplicada en el patín inferior*

$$\beta_2 \cong \sqrt{1+\frac{3.24}{\beta_1^2 a^2}} + \frac{1.8}{\beta_1 a} = \sqrt{1+\frac{3.24}{1.6^2 * 6.42}} + \frac{1.8}{1.6 * \sqrt{6.42}} = 1.53$$

$$M_{cr} = 4.23 * \frac{\sqrt{41740061 * 354689.28}}{600} * 1.6 * 1.53 = 66969.584 KNcm$$

$$P_{cr} = \frac{4 * 66969.584}{600} = 446.464 KN$$

8.3.2Caso 2

Viga Simplemente apoyada con carga distribuida.

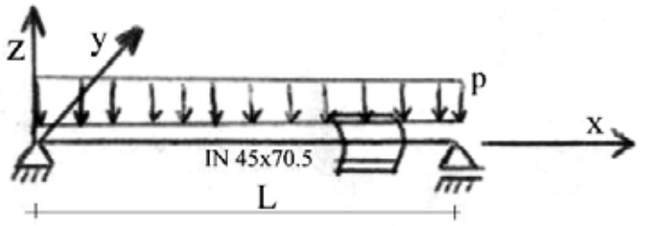


Fig. 8.6 *Viga simplemente apoyada con carga distribuida*

8.3.2.1 Caso 2.1

Carga aplicada en el patín superior.

Fig. 8.3 *Carga aplicada en el patín superior*

De la Tabla 5.1, obtenemos

k = 3.54, para una viga simplemente apoyada, con carga uniformemente distribuida

$$\beta_1 \cong \sqrt{1 + \frac{10}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{10}{6.42}} = 1.59$$

$$\beta_2 \cong \sqrt{1 + \frac{2.1}{\beta_1^2 a^2}} - \frac{1.45}{\beta_1 a} = \sqrt{1 + \frac{2.1}{1.59^2 * 6.42}} - \frac{1.45}{1.59 * \sqrt{6.42}} = 0.7$$

$$M_{cr} = 3.54 * \frac{\sqrt{41740061 * 354689.28}}{600} * 1.59 * 0.7 = 25563.23 KNcm$$

$$p_{cr} = \frac{8 * 25563.23}{600^2} = 0.568 KN / cm$$

Para una sección de la viga de 0.5m, el valor de Pcr = 28.404KN

8.3.2.2Caso 2.2

Carga aplicada en el eje centroidal.

Fig. 8.4 *Carga aplicada en el eje centroidal*

$$\beta_2 \cong \sqrt{1+\frac{2.1}{\beta_1^2 a^2}} = \sqrt{1+\frac{2.1}{1.59^2 * 6.42}} = 1.06$$

$$M_{cr} = 3.54 * \frac{\sqrt{41740061 * 354689.28}}{600} * 1.59 * 1.06 = 38551.708 KNcm$$

$$p_{cr} = \frac{8 * 38551.708}{600^2} = 0.857 KN/cm$$

Para una sección de la viga de 0.5m, el valor de Pcr = 42.835KN

8.3.2.3 Caso 2.3

Carga aplicada en el patín inferior.

Fig. 8.5 *Carga aplicada en el patín inferior*

$$\beta_2 \cong \sqrt{1+\frac{2.10}{\beta_1^2 a^2}} + \frac{1.45}{\beta_1 a} = \sqrt{1+\frac{2.10}{1.59^2 * 6.42}} + \frac{1.45}{1.59 * \sqrt{6.42}} = 1.42$$

$$M_{cr} = 3.54 * \frac{\sqrt{41740061 * 354689.28}}{600} * 1.59 * 1.42 = 51540.186 KNcm$$

$$p_{cr} = \frac{8 * 51540.186}{600^2} = 1.145 KN/cm$$

Para una sección de la viga de 0.5m, el valor de Pcr = 57.267KN

8.3.3 Caso 3

Viga en voladizo con carga P en el extremo.

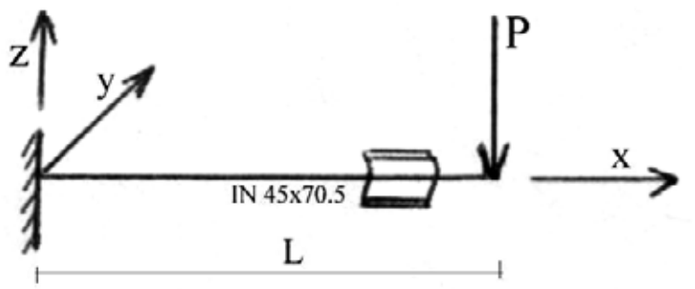


Fig. 8.7 *Viga en voladizo con carga P en el extremo*

De la Tabla 5.1, obtenemos

k = 4.01, para una viga en voladizo, con carga P en su extremo.

$$\beta_1 \cong \left(\frac{a+1.61}{a+0.32}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{6.42}+1.61}{\sqrt{6.42}+0.32}\right)^2 = 2.11$$

$$M_{cr} = 4.01 * \frac{\sqrt{41740061 * 354689.28}}{600} * 2.11 = 54211.879 KNcm$$

$$P_{cr} = \frac{54211.879}{600} = 90.353 KN$$

8.3.4 Caso 4

Viga simplemente apoyada con momentos M en los apoyos.

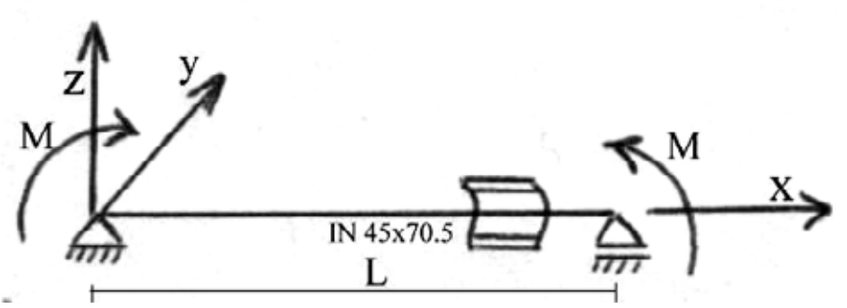


Fig. 8.8 *Viga simplemente apoyada con momentos M en los apoyos*

De la Tabla 5.1, obtenemos

k = π, para una viga simplemente apoyada, con momentos M en los apoyos.

$$\beta_1 \cong \sqrt{1+\frac{\pi^2}{a^2}} = \sqrt{1+\frac{\pi^2}{6.42}} = 1.59$$

$$M_{cr} = \pi * \frac{\sqrt{41740061 * 354689.28}}{600} * 1.59 = 320.609\,KNm$$

8.3.5 Caso 5

Viga simplemente apoyada con momento M en uno de sus apoyos.

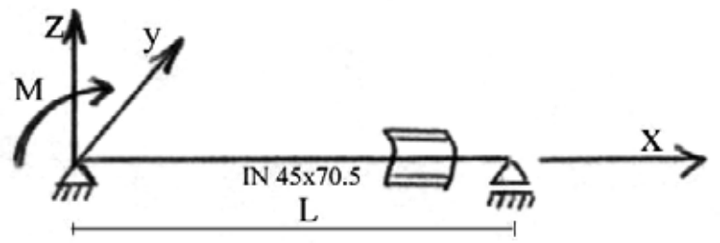


Fig. 8.9 *Viga simplemente apoyada con momento M en uno de sus apoyos*

De la Tabla 5.1, obtenemos

k = 5.56, para una viga simplemente apoyada, con momento M en uno de sus apoyos.

$$\beta_1 \cong \sqrt{1 + \frac{11.2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{11.2}{6.42}} = 1.66$$

$$M_{cr} = 5.56 * \frac{\sqrt{41740061 * 354689.28}}{600} * 1.66 = 590.943 KNcm$$

8.4 Análisis Según Programa Computacional Stahl

8.4.1 Caso 1

Viga Simplemente apoyada con carga P en el centro

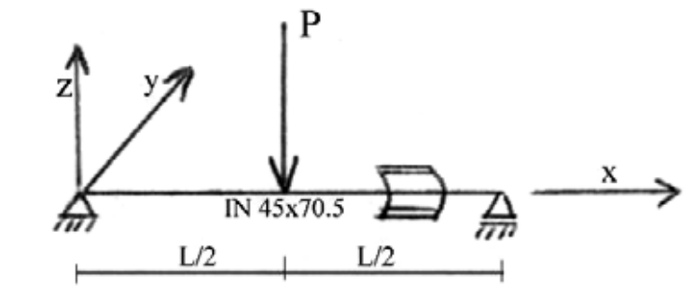


Fig. 8.2 *Viga simplemente apoyada con carga P en el centro de la luz*

8.4.1.1 Caso 1.1

Carga aplicada en el patín superior.

Fig. 8.3 *Carga aplicada en el patín superior*

La entrada de datos para este caso es la siguiente:

```
VIGA SIMPLE CON CARGA PUNTUAL Y PANDEO TORSIONAL carga patin superior
   12   13    1    2    0    2 0  0    2
     0.       0.        0.    0100111
     0.5      0.        0.    0000000
     1.0      0.        0.    0000000
     1.5      0.        0.    0000000
     2.0      0.        0.    0000000
     2.5      0.        0.    0000000
     3.0      0.        0.    0000000
     3.5      0.        0.    0000000
     4.0      0.        0.    0000000
     4.5      0.        0.    0000000
     5.       0.        0.    0000000
     5.5      0.        0.    0000000
     6.       0.        0.    0100111
    89.8     43.78  43039.13  1870.       21000.
   8100.      0.      0.      888698.8
```

```
  1  211 1 0 0
  2  311 1 0 0
  3  411 1 0 0
  4  511 1 0 0
  5  611 1 0 0
  6  711 1 0 0
  7  811 1 0 0
  8  911 1 0 0
  9 1011 1 0 0
 10 1111 1 0 0
 11 1211 1 0 0
 12 1311 1 0 0
    7    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000    10.000
     0.000     0.000    -0.225
    7   -2
     1.000     0.000     0.000     0.000      2.000     0.000
     0.000     0.000    -0.225
     1.000     0.000     0.100     0.000
  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
```

En este caso, N9 = 0, lo que nos indica que es teoría de segundo orden, cálculo elástico; N7 = 2, se trata de un caso de estabilidad, pandeo torsional. A continuación se describe las restricciones de los nudos, con un 1 en la dirección restringida. Lo siguiente es la descripción del perfil. La descripción de la carga en este caso, nos muestra que es una carga puntual de 10 KN en la dirección z, aplicada en el patín inferior en el punto medio de la viga, con LSTF = 1, es decir, las cargas son multiplicadas por el factor de carga. La otra carga aplicada, LSTF = -2, es una fuerza desestabilizadora.

Al ejecutar el programa, éste entrega el siguiente archivo de salida, el que ha sido abreviado, por razones de espacio. En los siguientes casos sólo se mostrará el resultado final.

```
************************************
 PROGRAMA STAHL CON ALABEO DE LA SECCION
 ************************************

 VIGA SIMPLE CON CARGA PUNTUAL Y PANDEO TORSIONAL carga patin superior

 Cantidad de nudos:                13
 Cantidad de barras:               12
 Cantidad de tipos:                 1
 Cantidad de cargas sobre nudos:    2
 ANZAHL DER SCHLUPFTYPEN:    0
 Cantidad de lineas caracteristicas:      0
************************************
Forma de calculo:  N(9)=    0 o sea:
 Teoria de II. Orden, Elastico
 ************************************
Forma de Calculo N(7)=  2   o sea:
 Estabilidad, pandeo torsional
```

```
 ************************************
 PUN-            Coordenadas                  Giros       deform.lineal
 to       X          Y         Z      IFW  IFX  IFY  IFZ  IWX  IWY  IWZ
   1      .000       .000      .000     1    0    2    3    0    0    0
   2      .500       .000      .000     4    5    6    7    8    9   10
   3     1.000       .000      .000    11   12   13   14   15   16   17
   4     1.500       .000      .000    18   19   20   21   22   23   24
   5     2.000       .000      .000    25   26   27   28   29   30   31
   6     2.500       .000      .000    32   33   34   35   36   37   38
   7     3.000       .000      .000    39   40   41   42   43   44   45
   8     3.500       .000      .000    46   47   48   49   50   51   52
   9     4.000       .000      .000    53   54   55   56   57   58   59
  10     4.500       .000      .000    60   61   62   63   64   65   66
  11     5.000       .000      .000    67   68   69   70   71   72   73
  12     5.500       .000      .000    74   75   76   77   78   79   80
  13     6.000       .000      .000    81    0   82   83    0    0    0
 ------------------------------------------------------------------------------
   Cantidad de incognitas =       83
 ------------------------------------------------------------------------------

 Definicion de perfiles :
 ------------------------
 Perfiltipo :  1

      F(CM2)   ID(CM4)   IY(CM4)   IZ(CM4)
 ------------------------------------------------------------------------------
      89.80     43.78  43039.13   1870.00

      E(KN/CM2)   G(KN/CM2)
 ------------------------------------------------------------------------------
   21000.00   8100.00

      YM(CM)   ZM(CM)   CM(CM6)
 ------------------------------------------------------------------------------
        .00       .00  888699.

 Descripcion de las barras:
============================
 ST.NR  M   N   LM  LN QTYP ITYP KTYP Largo     GAMMA
 ----------------------------------------
    1   1   2   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    2   2   3   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    3   3   4   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    4   4   5   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    5   5   6   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    6   6   7   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    7   7   8   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    8   8   9   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    9   9  10   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   10  10  11   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   11  11  12   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   12  12  13   1   1   1   0   0     .5000     .0000
 ------------------------------------------------------------------------------
 Descripcion de la carga:
 ------------------------
 NUDO      MX         MY         MZ         VX         VY         VZ   STEIG   XP     YP
ZP
 ------------------------------------------------------------------------------
--------
   7      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000    10.0000    1    .000
.000  -.225
   7     1.0000      .0000      .0000      .0000     2.0000      .0000   -2    .000
.000  -.225
------------------------------------------------------------------------------
```

```
 Factor inicial de carga...=  1.000000
 Aumento del    Factor de carga..=   .000000
 Exactitud exigida.....=   .100000
 Factor de carga menor que   .000000
 Cantidad maxima de iteraciones:   50
 Ancho calculado de la matriz =  14
 ANFANG MATRIX
 ANFANG KIPP
 IN LASTVE-LASTVEKTOR
    40      1.4500000
    44      2.0000000

FAKTOREN H,T UND G     .999953    1.000003     .999978
KIPPWERT=   18.068680  FAKTOR=     .999978
```

El valor de la carga crítica de pandeo se obtiene multiplicando el factor kippwert por la carga ingresada en la entrada de datos, en este caso 10, por lo tanto,

P_{cr} = kippwert*10 = 180.68 KN.

8.4.1.2 Caso 1.2

Carga aplicada en el eje centroidal.

Fig. 8.4 *Carga aplicada en el eje centroidal*

La entrada de datos para este caso como para el siguiente es igual al caso anterior, donde sólo cambia la posición de la carga, que es lo que se mostrará

```
VIGA SIMPLE CON CARGA PUNTUAL Y PANDEO TORSIONAL carga eje centroidal

    7   1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000    10.000
     0.000     0.000     0.000
    7   -2
     1.000     0.000     0.000     0.000      2.000     0.000
     0.000     0.000     0.000
     1.000     0.000     0.100     0.000
```

El resultado que entrega el programa es el siguiente:

```
FAKTOREN H,T UND G    1.000000    1.000000    1.000000
KIPPWERT=   27.921489  FAKTOR=    1.000000
```

El valor de la carga crítica de pandeo se obtiene multiplicando el factor kippwert por la carga ingresada en la entrada de datos, en este caso 10, por lo tanto,

P_{cr} = kippwert*10 = 279.21 KN.

8.4.1.3 Caso 1.3

Carga aplicada en el patín inferior.

Fig. 8.5 *Carga aplicada en el patín inferior*

```
VIGA SIMPLE CON CARGA PUNTUAL Y PANDEO TORSIONAL carga patin inferior

    7    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000    10.000
     0.000     0.000     0.225
    7   -2
     1.000     0.000     0.000     0.000      2.000     0.000
     0.000     0.000     0.225
     1.000     0.000     0.100     0.000
```

El resultado que entrega el programa es el siguiente:

```
FAKTOREN H,T UND G    1.057439    1.004403    1.030852
KIPPWERT=   43.352249  FAKTOR=    1.030580
```

El valor de la carga crítica de pandeo se obtiene multiplicando el factor kippwert por la carga ingresada en la entrada de datos, en este caso 10, por lo tanto,

P_{cr} = kippwert*10 = 433.52 KN.

8.4.2 Caso 2

Viga Simplemente apoyada con carga distribuida.

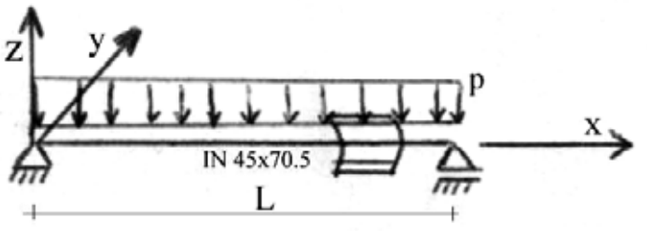


Fig. 8.6 *Viga simplemente apoyada con carga distribuida*

8.4.2.1 Caso 2.1

Carga aplicada en el patín superior.

Fig. 8.3 *Carga aplicada en el patín superior*

Para el caso de la carga distribuida, el ingreso de la carga se realiza discretizando la viga y aplicando cargas puntuales en los puntos medios de los tramos en los que se ha dividido. En esta ocasión, se aplicaron cargas de 1 KN cada 0.5m, por lo tanto el resultado que arroja el programa es el de una carga puntual actuando en esa longitud.

```
VIGA SIMPLE CON CARGA DISTRIBUIDA Y PANDEO TORSIONAL carga patin superior
   12   13    1   14    0    2 0  0    2
     0.       0.        0.    0100111
     0.5      0.        0.    0000000
     1.0      0.        0.    0000000
     1.5      0.        0.    0000000
     2.0      0.        0.    0000000
     2.5      0.        0.    0000000
     3.0      0.        0.    0000000
     3.5      0.        0.    0000000
     4.0      0.        0.    0000000
     4.5      0.        0.    0000000
     5.       0.        0.    0000000
     5.5      0.        0.    0000000
     6.       0.        0.    0100111
    89.8     43.78  43039.13  1870.       21000.
   8100.      0.      0.      888698.8
  1  211 1 0 0
  2  311 1 0 0
  3  411 1 0 0
  4  511 1 0 0
  5  611 1 0 0
  6  711 1 0 0
  7  811 1 0 0
  8  911 1 0 0
  9 1011 1 0 0
 10 1111 1 0 0
 11 1211 1 0 0
 12 1311 1 0 0
```

```
    1    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
    2    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
    3    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
    4    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
    5    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
    6    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
    7    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
    8    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
    9    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
   10    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
   11    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
   12    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
   13    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000     1.000
     0.000     0.000    -0.225
    7   -2
     1.000     0.000     0.000     0.000      2.000     0.000
     0.000     0.000     0.000
     1.000     0.000     0.100     0.000
  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
```

El resultado que entrega el programa es el siguiente:

```
 ************************************
 PROGRAMA STAHL CON ALABEO DE LA SECCION
 ************************************

 VIGA SIMPLE CON CARGA DISTRIBUIDA Y PANDEO TORSIONAL carga patin super

 Cantidad de nudos:               13
 Cantidad de barras:              12
 Cantidad de tipos:                1
 Cantidad de cargas sobre nudos:   14
 ANZAHL DER SCHLUPFTYPEN:    0
 Cantidad de lineas caracteristicas:      0
************************************
Forma de calculo:  N(9)=    0 o sea:
 Teoria de II. Orden, Elastico
 ************************************
```

Forma de Calculo N(7)= 2 o sea:
Estabilidad, pandeo torsional
****

PUN-to	Coordenadas X	Y	Z	Giros IFW	IFX	IFY	IFZ	deform.lineal IWX	IWY	IWZ
1	.000	.000	.000	1	0	2	3	0	0	0
2	.500	.000	.000	4	5	6	7	8	9	10
3	1.000	.000	.000	11	12	13	14	15	16	17
4	1.500	.000	.000	18	19	20	21	22	23	24
5	2.000	.000	.000	25	26	27	28	29	30	31
6	2.500	.000	.000	32	33	34	35	36	37	38
7	3.000	.000	.000	39	40	41	42	43	44	45
8	3.500	.000	.000	46	47	48	49	50	51	52
9	4.000	.000	.000	53	54	55	56	57	58	59
10	4.500	.000	.000	60	61	62	63	64	65	66
11	5.000	.000	.000	67	68	69	70	71	72	73
12	5.500	.000	.000	74	75	76	77	78	79	80
13	6.000	.000	.000	81	0	82	83	0	0	0

Cantidad de incognitas = 83

Definicion de perfiles :

Perfiltipo : 1

F(CM2)	ID(CM4)	IY(CM4)	IZ(CM4)
89.80	43.78	43039.13	1870.00

E(KN/CM2)	G(KN/CM2)
21000.00	8100.00

YM(CM)	ZM(CM)	CM(CM6)
.00	.00	888699.

Descripcion de las barras:

ST.NR	M	N	LM	LN	QTYP	ITYP	KTYP	Largo	GAMMA
1	1	2	1	1	1	0	0	.5000	.0000
2	2	3	1	1	1	0	0	.5000	.0000
3	3	4	1	1	1	0	0	.5000	.0000
4	4	5	1	1	1	0	0	.5000	.0000
5	5	6	1	1	1	0	0	.5000	.0000
6	6	7	1	1	1	0	0	.5000	.0000
7	7	8	1	1	1	0	0	.5000	.0000
8	8	9	1	1	1	0	0	.5000	.0000
9	9	10	1	1	1	0	0	.5000	.0000
10	10	11	1	1	1	0	0	.5000	.0000
11	11	12	1	1	1	0	0	.5000	.0000
12	12	13	1	1	1	0	0	.5000	.0000

```
 Descripcion de la carga:
 -----------------------
 NUDO      MX         MY         MZ         VX         VY         VZ   STEIG   XP     YP
ZP
 ------------------------------------------------------------------------------------
   1      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
   2      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
   3      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
   4      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
   5      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
   6      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
   7      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
   8      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
   9      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
  10      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
  11      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
  12      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
  13      .0000      .0000      .0000      .0000      .0000     1.0000    1    .000
.000  -.225
   7    1.0000     .0000     .0000     .0000    2.0000     .0000  -2
 ------------------------------------------------------------------------------------
--------
 Factor inicial de carga...=  1.000000
 Aumento del    Factor de carga..=   .000000
 Exactitud exigida.....=   .100000
 Factor de carga menor que   .000000
 Cantidad maxima de iteraciones:   50
 Ancho calculado de la matriz =  14
 ANFANG MATRIX
 ANFANG KIPP
 IN LASTVE-LASTVEKTOR
    40      1.0000000
    44      2.0000000

FAKTOREN H,T UND G     .999985    1.000001     .999993
KIPPWERT=   27.098392  FAKTOR=     .999993
```

El valor de la carga crítica de pandeo se obtiene multiplicando el factor kippwert por la carga ingresada en la entrada de datos, en este caso 1, por lo tanto,

P_{cr} = kippwert*1 = 27.09 KN.

Para conocer el valor de la carga distribuida crítica, basta dividir el valor de la carga por la longitud del segmento, es decir:

q_{cr} = 27.9/500 = 0.0558 KN/cm

8.4.2.2 Caso 2.2

Carga aplicada en el eje centroidal.

Fig. 8.4 *Carga aplicada en el eje centroidal*

Al igual que en el caso 1.2 y 1.3, la entrada de datos es igual al anterior, variando sólo la posición de la carga, por lo cual no se mostrará nuevamente.

Resultado:

```
FAKTOREN H,T UND G    1.000000    1.000000    1.000000
KIPPWERT=   38.841176  FAKTOR=    1.000000
```

El valor de la carga crítica de pandeo se obtiene multiplicando el factor kippwert por la carga ingresada en la entrada de datos, en este caso 1, por lo tanto,

P_{cr} = kippwert*1 = 38.84 KN.

Para conocer el valor de la carga distribuida crítica, basta dividir el valor de la carga por la longitud del segmento, es decir:

q_{cr} = 38.84/500 = 0.0776 KN/cm

8.4.2.3 Caso 2.3

Carga aplicada en el patín inferior.

Fig. 8.5 *Carga aplicada en el patín inferior*

Resultado:

```
FAKTOREN H,T UND G    1.004772    1.000422    1.002591
KIPPWERT=   55.711228  FAKTOR=    1.002595
```

El valor de la carga crítica de pandeo se obtiene multiplicando el factor kippwert por la carga ingresada en la entrada de datos, en este caso 1, por lo tanto,

P_{cr} = kippwert*1 = 55.71 KN.

Para conocer el valor de la carga distribuida crítica, basta dividir el valor de la carga por la longitud del segmento, es decir:

q_{cr} = 55.71/500 = 0.111 KN/cm

8.4.3 Caso 3

Viga en voladizo con carga P en el extremo.

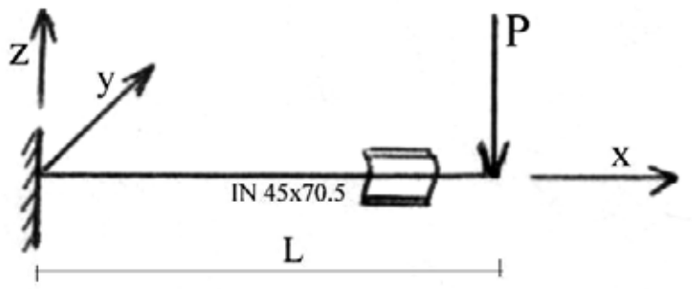


Fig. 8.7 *Viga en voladizo con carga P en el extremo*

```
VIGA CANTELIVER CON CARGA PUNTUAL Y PANDEO TORSIONAL
   12   13    1    2    0    2 0  0    2
     0.       0.        0.    1111111
     0.5      0.        0.    0000000
     1.0      0.        0.    0000000
     1.5      0.        0.    0000000
     2.0      0.        0.    0000000
     2.5      0.        0.    0000000
     3.0      0.        0.    0000000
     3.5      0.        0.    0000000
     4.0      0.        0.    0000000
     4.5      0.        0.    0000000
     5.       0.        0.    0000000
     5.5      0.        0.    0000000
     6.       0.        0.    0000000
    89.8     43.78  43039.13  1870.       21000.
   8100.      0.      0.      888698.8
  1  211 1 0 0
  2  311 1 0 0
  3  411 1 0 0
  4  511 1 0 0
  5  611 1 0 0
  6  711 1 0 0
  7  811 1 0 0
  8  911 1 0 0
  9 1011 1 0 0
 10 1111 1 0 0
 11 1211 1 0 0
 12 1311 1 0 0
   13    1
     0.000     0.000     0.000     0.000      0.000    10.000
     0.000     0.000     0.000
    7   -2
     1.000     0.000     0.000     0.000      2.000     0.000
     0.000     0.000     0.000
     1.000     0.000     0.100     0.000
  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
```

El resultado que entrega el programa es el siguiente:

```
 ************************************
 PROGRAMA STAHL CON ALABEO DE LA SECCION
 ************************************

 VIGA CANTELIVER CON CARGA PUNTUAL Y PANDEO TORSIONAL

 Cantidad de nudos:                13
 Cantidad de barras:               12
 Cantidad de tipos:                 1
 Cantidad de cargas sobre nudos:    2
 ANZAHL DER SCHLUPFTYPEN:    0
 Cantidad de lineas caracteristicas:      0
************************************
Forma de calculo:  N(9)=    0 o sea:
 Teoria de II. Orden, Elastico
 ************************************
Forma de Calculo N(7)=  2   o sea:
 Estabilidad, pandeo torsional
 ************************************
 PUN-            Coordenadas                  Giros       deform.lineal
 to       X         Y         Z      IFW  IFX  IFY  IFZ  IWX  IWY  IWZ
   1      .000      .000      .000    0    0    0    0    0    0    0
   2      .500      .000      .000    1    2    3    4    5    6    7
   3     1.000      .000      .000    8    9   10   11   12   13   14
   4     1.500      .000      .000   15   16   17   18   19   20   21
   5     2.000      .000      .000   22   23   24   25   26   27   28
   6     2.500      .000      .000   29   30   31   32   33   34   35
   7     3.000      .000      .000   36   37   38   39   40   41   42
   8     3.500      .000      .000   43   44   45   46   47   48   49
   9     4.000      .000      .000   50   51   52   53   54   55   56
  10     4.500      .000      .000   57   58   59   60   61   62   63
  11     5.000      .000      .000   64   65   66   67   68   69   70
  12     5.500      .000      .000   71   72   73   74   75   76   77
  13     6.000      .000      .000   78   79   80   81   82   83   84
 ------------------------------------------------------------------------------
   Cantidad de incognitas =       84
 ------------------------------------------------------------------------------

 Definicion de perfiles :
 ------------------------
 Perfiltipo :  1

      F(CM2)   ID(CM4)   IY(CM4)   IZ(CM4)
 ------------------------------------------------------------------------------
      89.80     43.78  43039.13   1870.00

      E(KN/CM2)   G(KN/CM2)
 ------------------------------------------------------------------------------
   21000.00   8100.00

      YM(CM)   ZM(CM)   CM(CM6)
 ------------------------------------------------------------------------------
        .00       .00  888699.
```

```
 Descripcion de las barras:
==========================
 ST.NR  M   N   LM  LN QTYP ITYP KTYP Largo     GAMMA
 ----------------------------------------
    1   1   2   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    2   2   3   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    3   3   4   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    4   4   5   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    5   5   6   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    6   6   7   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    7   7   8   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    8   8   9   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    9   9  10   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   10  10  11   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   11  11  12   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   12  12  13   1   1   1   0   0     .5000     .0000
 ------------------------------------------------------------------------------
 Descripcion de la carga:
 ------------------------
 NUDO      MX         MY         MZ         VX         VY         VZ   STEIG   XP     YP
ZP
 ------------------------------------------------------------------------------------
--------
  13     .0000     .0000     .0000     .0000     .0000   10.0000   1
   7    1.0000     .0000     .0000     .0000    2.0000     .0000  -2
 ------------------------------------------------------------------------------------
--------
 Factor inicial de carga...=  1.000000
 Aumento del    Factor de carga..=   .000000
 Exactitud exigida.....=   .100000
 Factor de carga menor que   .000000
 Cantidad maxima de iteraciones:   50
 Ancho calculado de la matriz =  14
 ANFANG MATRIX
 ANFANG KIPP
 IN LASTVE-LASTVEKTOR
    37      1.0000000
    41      2.0000000

FAKTOREN H,T UND G    1.000000    1.000007    1.000004
KIPPWERT=    8.730598  FAKTOR=    1.000004
```

El valor de la carga crítica de pandeo se obtiene multiplicando el factor kippwert por la carga ingresada en la entrada de datos, en este caso 10, por lo tanto,

P_{cr} = kippwert*10 = 87.305 KN

8.4.4 Caso 4

Viga simplemente apoyada con momentos M en los apoyos.

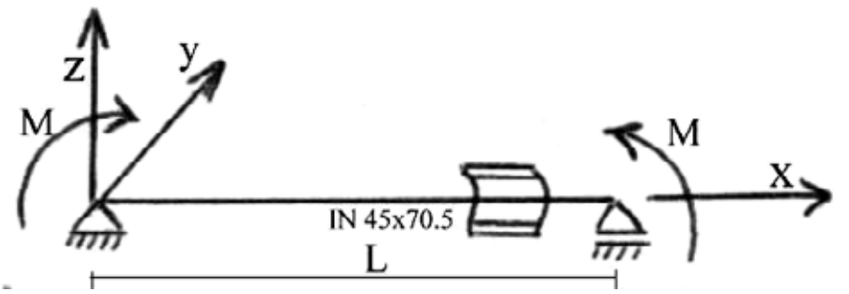


Fig. 8.8 *Viga simplemente apoyada con momentos M en los apoyos*

```
VIGA SIMPLE CON MOMENTOS EN LOS APOYOS Y PANDEO TORSIONAL
   12   13    1    3    0    2 0  0    2
     0.       0.        0.    0100111
     0.5      0.        0.    0000000
     1.0      0.        0.    0000000
     1.5      0.        0.    0000000
     2.0      0.        0.    0000000
     2.5      0.        0.    0000000
     3.0      0.        0.    0000000
     3.5      0.        0.    0000000
     4.0      0.        0.    0000000
     4.5      0.        0.    0000000
     5.       0.        0.    0000000
     5.5      0.        0.    0000000
     6.       0.        0.    0100111
    89.8     43.78  43039.13  1870.       21000.
   8100.      0.      0.      888698.8
  1  211 1 0 0
  2  311 1 0 0
  3  411 1 0 0
  4  511 1 0 0
  5  611 1 0 0
  6  711 1 0 0
  7  811 1 0 0
  8  911 1 0 0
  9 1011 1 0 0
 10 1111 1 0 0
 11 1211 1 0 0
 12 1311 1 0 0
    1    1
     0.000    -1.000     0.000     0.000      0.000     0.000
     0.000     0.000     0.000
   13    1
     0.000     1.000     0.000     0.000      0.000     0.000
     0.000     0.000     0.000
    7   -2
     1.000     0.000     0.000     0.000      2.000     0.000
     0.000     0.000     0.000
     1.000     0.000     0.100     0.000
  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
```

El resultado que entrega el programa es el siguiente:

```
 ************************************
 PROGRAMA STAHL CON ALABEO DE LA SECCION
 ************************************

 VIGA SIMPLE CON MOMENTOS EN LOS APOYOS Y PANDEO TORSIONAL

 Cantidad de nudos:                13
 Cantidad de barras:               12
 Cantidad de tipos:                 1
 Cantidad de cargas sobre nudos:    3
 ANZAHL DER SCHLUPFTYPEN:    0
 Cantidad de lineas caracteristicas:      0
************************************
Forma de calculo:  N(9)=    0 o sea:
 Teoria de II. Orden, Elastico
 ************************************
Forma de Calculo N(7)=  2   o sea:
 Estabilidad, pandeo torsional
 ************************************
 PUN-            Coordenadas                  Giros       deform.lineal
 to       X         Y         Z      IFW  IFX  IFY  IFZ  IWX  IWY  IWZ
   1      .000      .000      .000    1    0    2    3    0    0    0
   2      .500      .000      .000    4    5    6    7    8    9   10
   3     1.000      .000      .000   11   12   13   14   15   16   17
   4     1.500      .000      .000   18   19   20   21   22   23   24
   5     2.000      .000      .000   25   26   27   28   29   30   31
   6     2.500      .000      .000   32   33   34   35   36   37   38
   7     3.000      .000      .000   39   40   41   42   43   44   45
   8     3.500      .000      .000   46   47   48   49   50   51   52
   9     4.000      .000      .000   53   54   55   56   57   58   59
  10     4.500      .000      .000   60   61   62   63   64   65   66
  11     5.000      .000      .000   67   68   69   70   71   72   73
  12     5.500      .000      .000   74   75   76   77   78   79   80
  13     6.000      .000      .000   81    0   82   83    0    0    0
 ------------------------------------------------------------------------------
   Cantidad de incognitas =       83
 ------------------------------------------------------------------------------

 Definicion de perfiles :
 ------------------------
 Perfiltipo :  1

      F(CM2)   ID(CM4)   IY(CM4)   IZ(CM4)
 ------------------------------------------------------------------------------
      89.80     43.78  43039.13   1870.00

      E(KN/CM2)   G(KN/CM2)
 ------------------------------------------------------------------------------
   21000.00   8100.00

      YM(CM)   ZM(CM)   CM(CM6)
 ------------------------------------------------------------------------------
        .00       .00  888699.
```

```
Descripcion de las barras:
==========================
 ST.NR  M   N   LM  LN QTYP ITYP KTYP Largo     GAMMA
 ----------------------------------------
    1   1   2   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    2   2   3   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    3   3   4   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    4   4   5   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    5   5   6   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    6   6   7   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    7   7   8   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    8   8   9   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    9   9  10   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   10  10  11   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   11  11  12   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   12  12  13   1   1   1   0   0     .5000     .0000
 ------------------------------------------------------------------------------
 Descripcion de la carga:
 ------------------------
 NUDO      MX         MY         MZ         VX         VY         VZ   STEIG   XP     YP
ZP
 ------------------------------------------------------------------------------------
--------
   1     .0000   -1.0000     .0000     .0000     .0000     .0000    1
  13     .0000    1.0000     .0000     .0000     .0000     .0000    1
   7    1.0000     .0000     .0000     .0000    2.0000     .0000   -2
 ------------------------------------------------------------------------------------
--------
 Factor inicial de carga...=  1.000000
 Aumento del    Factor de carga..=   .000000
 Exactitud exigida.....=   .100000
 Factor de carga menor que   .000000
 Cantidad maxima de iteraciones:   50
 Ancho calculado de la matriz =  14
 ANFANG MATRIX
 ANFANG KIPP
 IN LASTVE-LASTVEKTOR
    40      1.0000000
    44      2.0000000

FAKTOREN H,T UND G    1.000000    1.000000    1.000000
KIPPWERT=  307.956399  FAKTOR=    1.000000
```

El valor del momento crítico de pandeo se obtiene multiplicando el factor kippwert por la carga ingresada en la entrada de datos, en este caso 1, por lo tanto,

P_{cr} = kippwert*1 = 307.956 KN m

8.4.5 Caso 5

Viga simplemente apoyada con momento M en uno de sus apoyos.

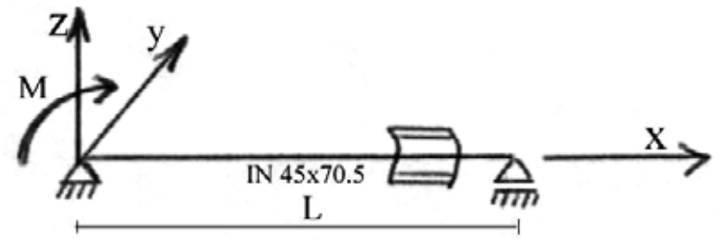


Fig. 8.9 *Viga simplemente apoyada con momento M en uno de sus apoyos*

```
VIGA SIMPLE CON MOMENTO EN UN EXTREMO Y PANDEO TORSIONAL
   12   13    1    2    0    2 0  0    2
     0.       0.        0.    0100111
     0.5      0.        0.    0000000
     1.0      0.        0.    0000000
     1.5      0.        0.    0000000
     2.0      0.        0.    0000000
     2.5      0.        0.    0000000
     3.0      0.        0.    0000000
     3.5      0.        0.    0000000
     4.0      0.        0.    0000000
     4.5      0.        0.    0000000
     5.       0.        0.    0000000
     5.5      0.        0.    0000000
     6.       0.        0.    0100111
    89.8     43.78  43039.13  1870.       21000.
   8100.      0.      0.      888698.8
  1  211 1 0 0
  2  311 1 0 0
  3  411 1 0 0
  4  511 1 0 0
  5  611 1 0 0
  6  711 1 0 0
  7  811 1 0 0
  8  911 1 0 0
  9 1011 1 0 0
 10 1111 1 0 0
 11 1211 1 0 0
 12 1311 1 0 0
    1    1
     0.000     1.000     0.000     0.000      0.000     0.000
     0.000     0.000     0.000
    7   -2
     1.000     0.000     0.000     0.000      2.000     0.000
     0.000     0.000     0.000
     1.000     0.000     0.100     0.000
  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
```

El resultado que entrega el programa es el siguiente:

```
 ************************************
 PROGRAMA STAHL CON ALABEO DE LA SECCION
 ************************************

 VIGA SIMPLE CON MOMENTO EN UN EXTREMO Y PANDEO TORSIONAL

 Cantidad de nudos:                13
 Cantidad de barras:               12
 Cantidad de tipos:                 1
 Cantidad de cargas sobre nudos:    2
 ANZAHL DER SCHLUPFTYPEN:    0
 Cantidad de lineas caracteristicas:      0
************************************
Forma de calculo:  N(9)=    0 o sea:
 Teoria de II. Orden, Elastico
 ************************************
Forma de Calculo N(7)=  2   o sea:
 Estabilidad, pandeo torsional
 ************************************
 PUN-            Coordenadas                  Giros       deform.lineal
 to       X         Y         Z      IFW  IFX  IFY  IFZ  IWX  IWY  IWZ
   1      .000      .000      .000    1    0    2    3    0    0    0
   2      .500      .000      .000    4    5    6    7    8    9   10
   3     1.000      .000      .000   11   12   13   14   15   16   17
   4     1.500      .000      .000   18   19   20   21   22   23   24
   5     2.000      .000      .000   25   26   27   28   29   30   31
   6     2.500      .000      .000   32   33   34   35   36   37   38
   7     3.000      .000      .000   39   40   41   42   43   44   45
   8     3.500      .000      .000   46   47   48   49   50   51   52
   9     4.000      .000      .000   53   54   55   56   57   58   59
  10     4.500      .000      .000   60   61   62   63   64   65   66
  11     5.000      .000      .000   67   68   69   70   71   72   73
  12     5.500      .000      .000   74   75   76   77   78   79   80
  13     6.000      .000      .000   81    0   82   83    0    0    0
 ------------------------------------------------------------------------------
   Cantidad de incognitas =       83
 ------------------------------------------------------------------------------
 Definicion de perfiles :
 ------------------------
 Perfiltipo :  1

      F(CM2)   ID(CM4)   IY(CM4)   IZ(CM4)
 ------------------------------------------------------------------------------
      89.80     43.78  43039.13   1870.00

      E(KN/CM2)   G(KN/CM2)
 ------------------------------------------------------------------------------
   21000.00   8100.00

      YM(CM)   ZM(CM)   CM(CM6)
 ------------------------------------------------------------------------------
        .00       .00  888699.
```

```
 Descripcion de las barras:
==========================
 ST.NR  M   N   LM  LN QTYP ITYP KTYP Largo     GAMMA
 ----------------------------------------
    1   1   2   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    2   2   3   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    3   3   4   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    4   4   5   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    5   5   6   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    6   6   7   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    7   7   8   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    8   8   9   1   1   1   0   0     .5000     .0000
    9   9  10   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   10  10  11   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   11  11  12   1   1   1   0   0     .5000     .0000
   12  12  13   1   1   1   0   0     .5000     .0000
 ------------------------------------------------------------------------------
 Descripcion de la carga:
 ------------------------
 NUDO      MX         MY         MZ         VX         VY         VZ   STEIG   XP     YP
ZP
 ------------------------------------------------------------------------------------
--------
   1     .0000    1.0000     .0000     .0000     .0000     .0000    1
   7    1.0000     .0000     .0000     .0000    2.0000     .0000   -2
 ------------------------------------------------------------------------------------
--------
 Factor inicial de carga...=  1.000000
 Aumento del    Factor de carga..=   .000000
 Exactitud exigida.....=   .100000
 Factor de carga menor que   .000000
 Cantidad maxima de iteraciones:   50
 Ancho calculado de la matriz =  14
 ANFANG MATRIX
 ANFANG KIPP
 IN LASTVE-LASTVEKTOR
    40      1.0000000
    44      2.0000000

FAKTOREN H,T UND G   -1.000000   -1.000000   -1.000000
KIPPWERT=  582.931704  FAKTOR=    1.000000
```

El valor del momento crítico de pandeo se obtiene multiplicando el factor kippwert por la carga ingresada en la entrada de datos, en este caso 1, por lo tanto,

P_{cr} = kippwert*1 = 582.932 KN m

8.5 Análisis Según Norma AISC

Clasificación de la sección:

Según tabla en la sección A.3.2 del Anexo 3 se tiene lo siguiente:

Vigas no compactas:

E.N.A.: Ala comprimida.

$c/e \leq 25.19/\sqrt{F_f}$ = 16.3, para acero A37-24ES

c/e = 10/1.4 = 7.15 <16.3.

E.A.: Alma.

$$b/e \leq \frac{984.3}{\sqrt{F_f\,(F_f + 1.16)}} = 337, \text{ para acero A37-24ES}$$

b/e = 45/0.8 = 56.25 < 337 $\Rightarrow$ Viga no compacta.

Cálculo de L_c:

$$L_{c1} = = \frac{637 * 20}{\sqrt{2400}} = 260.05cm$$

$$L_{c2} = = \frac{1.4 * 10^6}{\left(\frac{45}{1.4 * 20}\right) * 2400} = 362.96cm$$

Por lo tanto el valor de L_c = 260.05 cm. < L = 600 cm.

Cálculo de C_b:

Para todos los casos analizados en esta tesis, el valor del coeficiente C_b = 1, ya que en sus diagramas de momentos, el valor del momento máximo se haya entre los momentos extremos, como se muestra a continuación en la figura 8.10:

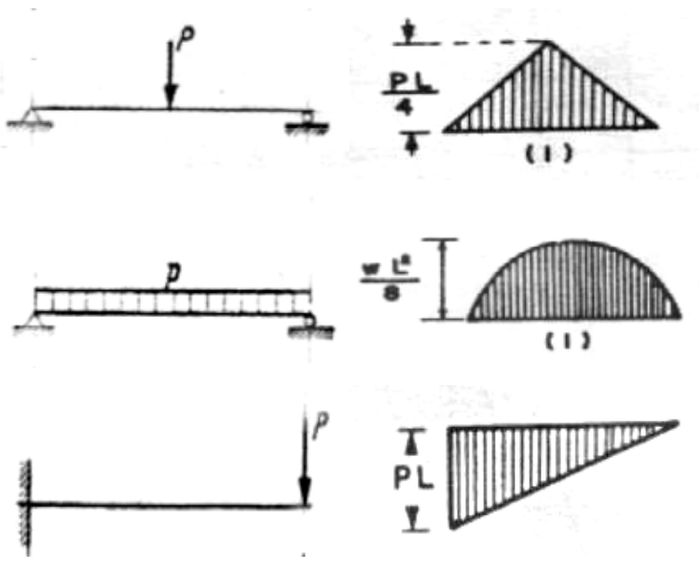


Fig.8.10 *Diagramas de momentos para los distintos tipos de carga analizados.*

Cálculo de σ_{adm}:

σ_{adm1}:

$A_a = B*e = 45*1.4 = 28\ cm^2$

$$\sigma_{adm1} = \left\{ 84500\frac{C_b}{LH/A_a} = 84500*\frac{1}{600*45/28} = 876.296\left(kg./cm^2\right) \le 0.6\sigma_y = 1440 \right\}$$

σ_{adm2}:

I_{ac} = momento de inercia respecto al eje "y" de las áreas A_a y $A_{wc}/3$. (Fig. 7.1)

$= 933.63 cm^4$

$A_{wc} = H_c t = 21.1*0.8 = 16.88\ cm^2$

$$r_t = \sqrt{\frac{I_{ac}}{A_a + \left(\frac{A_{wc}}{3}\right)}} = \sqrt{\frac{933.63}{28 + \left(\frac{16.88}{3}\right)}} = 5.27cm$$

$\lambda_t = L/r_t = 600/5.27 = 113.87$

$$2680\sqrt{\frac{C_b}{\sigma_y}} = 2680\sqrt{\frac{1}{2400}} = 54.71 < \lambda_t$$

$$5990\sqrt{\frac{C_b}{\sigma_y}} = 5990\sqrt{\frac{1}{2400}} = 122.27 > \lambda_t$$, por lo tanto, el valor de σ_{adm2} se calcula con la siguiente expresión:

$$\sigma_{adm2} = \left[\frac{2}{3} - 93\frac{\lambda_t^2\sigma_y}{10^{10}C_b}\right]\sigma_y = \left[\frac{2}{3} - 93\frac{113.87^2*2400}{10^{10}*1}\right]*2400 = 883.022 Kg/cm^2$$

Como para perfiles doble T se usa el valor mayor entre σ_{adm1} y σ_{adm2}, el valor de σ_{adm} = 883.022 Kg. /cm^2

Con el valor de σ_{adm} podemos obtener el valor del momento crítico, esto es:

$$Mcr = \frac{\sigma_{adm} W}{C_b} = \frac{883.022 * 1410}{1} = 1245062.4 kg * cm = 12209.89 KN * cm$$

Con este valor, podemos conocer las cargas críticas de pandeo para los distintos casos.

8.5.1 Caso 1

Viga Simplemente apoyada con carga P en el centro

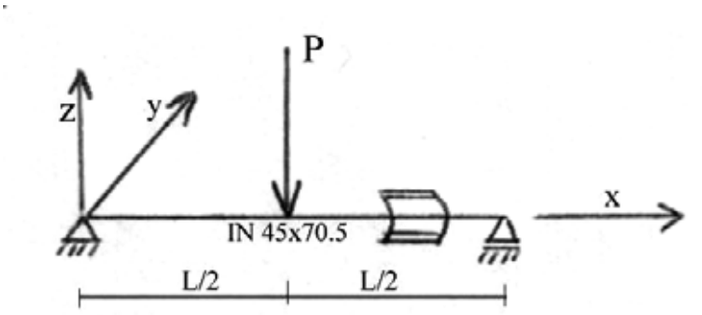


Fig. 8.2 *Viga simplemente apoyada con carga P en el centro de la luz*

$$P_{cr} = \frac{4M_{cr}}{L} = \frac{4 * 12209.89}{600} = 83.46 KN$$

8.5.2 Caso2

Viga Simplemente apoyada con carga distribuida.

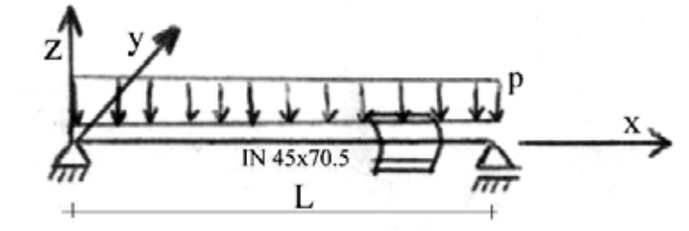


Fig. 8.6 *Viga simplemente apoyada con carga distribuida*

$$P_{cr} = \frac{8M_{cr}}{L^2} = \frac{8 * 12209.89}{600^2} = 0.271 KN / cm$$

Para una sección de la viga de 0.5m, el valor de Pcr = 13.911KN

8.5.3 Caso 3

Viga en voladizo con carga P en el extremo.

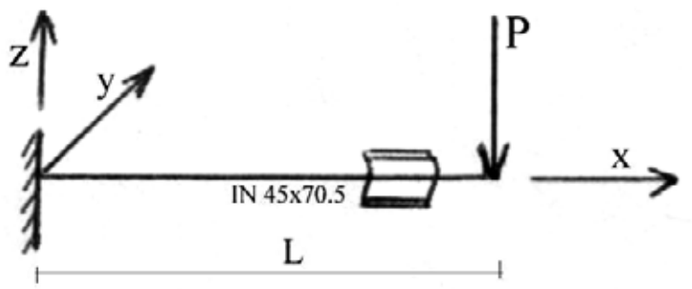


Fig. 8.9 *Viga en voladizo con carga P en el extremo*

$$P_{cr} = \frac{M_{cr}}{L} = \frac{12209.89}{600} = 20.866 KN$$

8.6 Resultados

El análisis de los casos anteriores se realizó para distintos largos de viga, desde 5 mt hasta 15 mt, en intervalos de 1 mt. En este capítulo no se detallará el análisis de estos casos, solamente se darán a conocer los resultados obtenidos. Para los métodos energético, aproximado, y computacional, los resultados que se muestran se han multiplicado por un factor de seguridad de 0.6 para llevarlos a cargas admisibles, y así poder comparar éstos resultados con lo que entrega la norma. Los resultados son los que se muestran a continuación.

8.6.1 Caso 1

Viga Simplemente apoyada con carga P en el centro

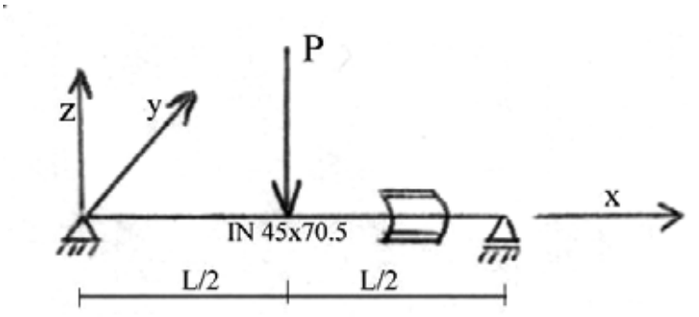


Fig. 8.2 *Viga simplemente apoyada con carga P en el centro de la luz*

En este caso, la norma AISC no hace distinción en el lugar de aplicación de la carga, es decir, carga aplicada en el patín superior, en el eje centroidal o en el patín inferior, por lo que los valores mostrados en los tres casos siguientes son los mismos para esta norma.

8.6.1.1 Caso 1.1

Carga aplicada en el patín superior.

Fig. 8.3 *Carga aplicada en el patín superior*

Tabla 8.1 *Resultados obtenidos en caso 1.1*

Caso 1.1				
L (cm)	**P_{adm} Stüssi (KN)**	**P_{adm} Stahl (KN)**	**P_{adm} M.Energéticos (KN)**	**P_{adm} AISC (KN)**
500	179.84	170.78	161.23	123.63
600	113.75	108.41	99.52	83.46
700	78.45	75.04	69.46	59.34
800	57.54	55.22	50.38	45.44
900	44.16	42.49	38.70	35.9
1000	35.08	33.82	30.90	29.08
1100	28.62	27.64	25.17	24.03
1200	23.84	23.07	21.15	20.19
1300	20.21	19.58	17.91	17.21
1400	17.38	16.86	15.45	14.84
1500	15.13	14.68	13.34	12.92

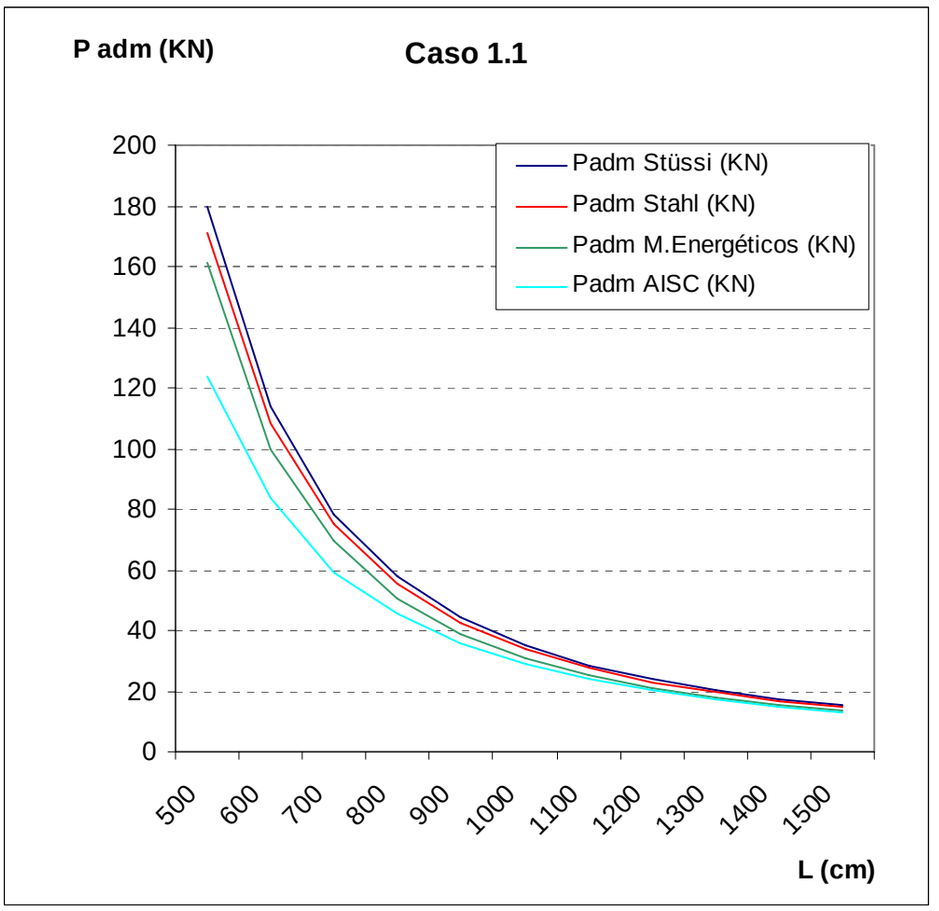


Gráfico 8.1 *P v/s L para caso 1.1.*

8.6.1.2 Caso 1.2

Carga aplicada en el eje centroidal.

Fig. 8.4 *Carga aplicada en el eje centroidal*

Tabla 8.2 *Resultados obtenidos en caso 1.2*

Caso 1.2				
L (cm)	**P_{adm} Stüssi (KN)**	**P_{adm} Stahl (KN)**	**P_{adm} M.Energéticos (KN)**	**P_{adm} AISC (KN)**
500	313.01	271.59	211.39	123.63
600	190.81	167.53	136.84	83.46
700	126.98	112.81	91.40	59.34
800	90.05	80.89	68.58	45.44
900	67.00	60.77	54.18	35.9
1000	51.72	47.32	43.89	29.08
1100	41.12	37.90	36.27	24.03
1200	33.48	31.06	30.48	20.19
1300	27.79	25.93	25.97	17.21
1400	23.45	21.98	22.39	14.84
1500	20.06	18.88	19.51	12.92

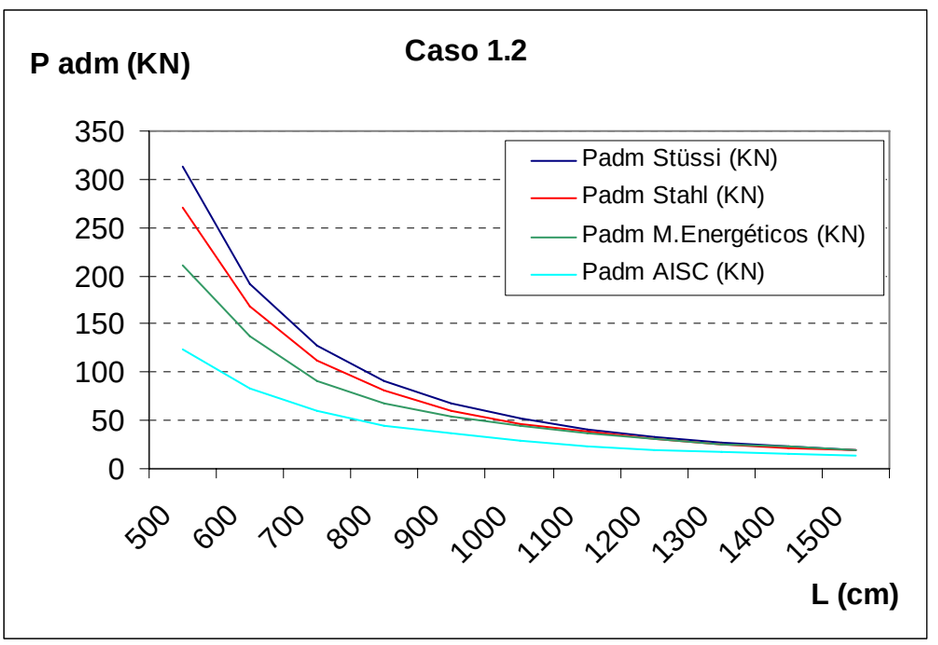


Gráfico 8.2 *P v/s L para caso 1.2.*

8.6.1.3 Caso 1.3

Carga aplicada en el patín inferior.

Fig. 8.5 *Carga aplicada en el patín inferior*

Tabla 8.3 *Resultados obtenidos en caso 1.3*

Caso 1.3				
L (cm)	**P_{adm} Stüssi (KN)**	**P_{adm} Stahl (KN)**	**P_{adm} M.Energéticos (KN)**	**P_{adm} AISC (KN)**
500	446.18	433.90	394.11	123.63
600	267.88	260.11	243.83	83.46
700	175.52	169.45	160.86	59.34
800	122.57	118.05	111.97	45.44
900	89.83	86.51	82.94	35.9
1000	68.37	65.89	62.70	29.08
1100	53.63	51.74	51.82	24.03
1200	43.11	41.64	42.30	20.19
1300	35.37	34.19	36.04	17.21
1400	29.52	28.56	30.16	14.84
1500	24.99	24.20	26.27	12.92

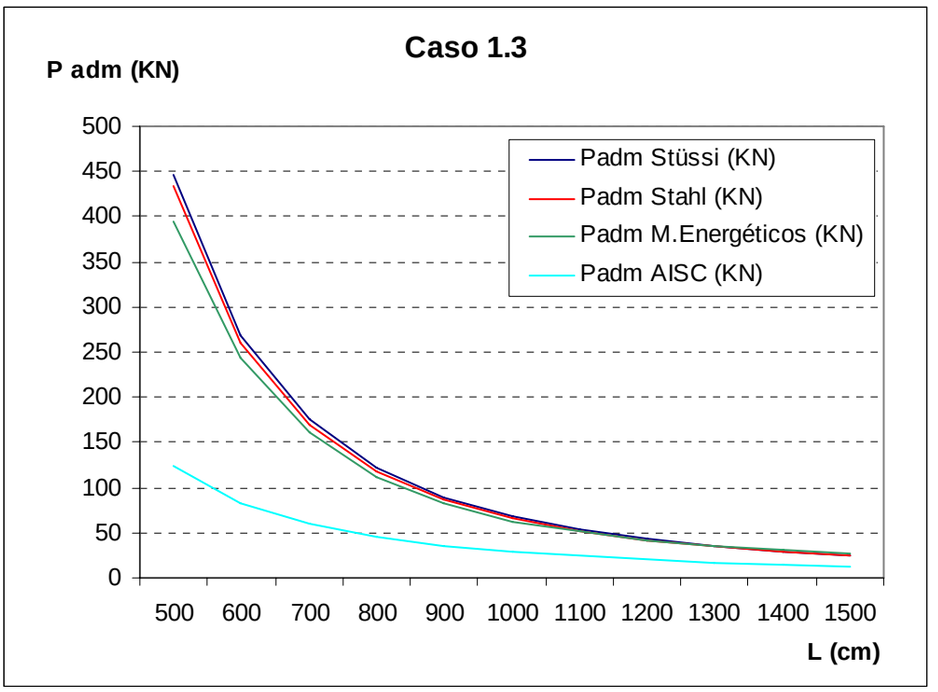


Gráfico 8.3 *P v/s L para caso 1.3*

8.6.2 Caso 2

Viga Simplemente apoyada con carga distribuida.

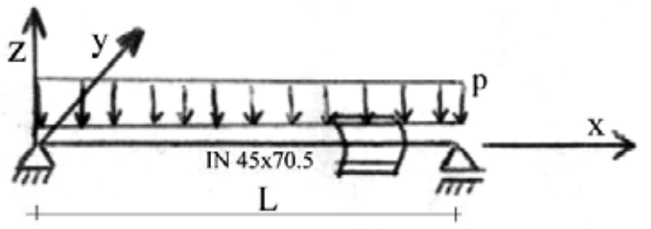


Fig. 8.6 *Viga simplemente apoyada con carga distribuida*

En este caso, al igual que el anterior, la norma AISC no hace distinción en el lugar de aplicación de la carga, por lo que los valores mostrados en los tres casos siguientes también son los mismos para esta norma.

8.6.2.1 Caso 2.1

Carga aplicada en el patín superior.

Fig. 8.3 *Carga aplicada en el patín superior*

Tabla 8.4 *Resultados obtenidos en caso 2.1*

Caso 2.1				
L (cm)	**P_{adm} Stüssi (KN)**	**P_{adm} Stahl (KN)**	**P_{adm} M.Energéticos (KN)**	**P_{adm} AISC (KN)**
500	32.44	30.89	32.96	24.73
600	17.04	16.26	16.59	13.91
700	10.04	9.60	9.92	8.48
800	6.42	6.16	6.30	5.68
900	4.37	4.20	4.42	3.99
1000	3.11	3.00	3.05	2.91
1100	2.30	2.22	2.29	2.19
1200	1.75	1.69	1.76	1.68
1300	1.37	1.32	1.39	1.32
1400	1.09	1.05	1.08	1.06
1500	0.88	0.86	0.88	0.86

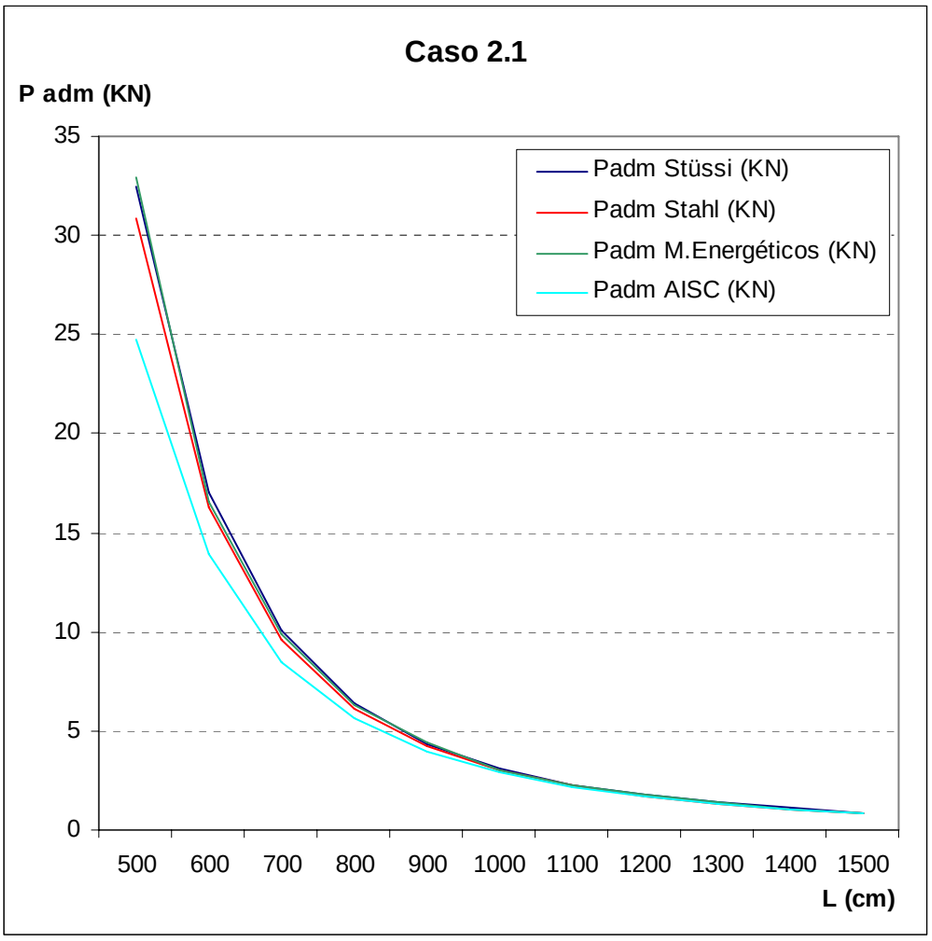


Gráfico 8.4 *P v/s L para caso 2.1*

8.6.2.2 Caso 2.2

Carga aplicada en el eje centroidal.

Fig. 8.4 *Carga aplicada en el eje centroidal*

Tabla 8.5 *Resultados obtenidos en caso 2.2*

Caso 2.2				
L (cm)	**P_{adm} Stüssi (KN)**	**P_{adm} Stahl (KN)**	**P_{adm} M.Energéticos (KN)**	**P_{adm} AISC (KN)**
500	50.39	45.44	42.99	24.73
600	25.70	23.30	22.81	13.91
700	14.72	13.43	13.06	8.48
800	9.16	8.42	8.40	5.68
900	6.08	5.62	5.41	3.99
1000	4.23	3.94	3.85	2.91
1100	3.07	2.87	2.76	2.19
1200	2.29	2.15	2.13	1.68
1300	1.76	1.66	1.63	1.32
1400	1.38	1.31	1.31	1.06
1500	1.11	1.05	1.06	0.86

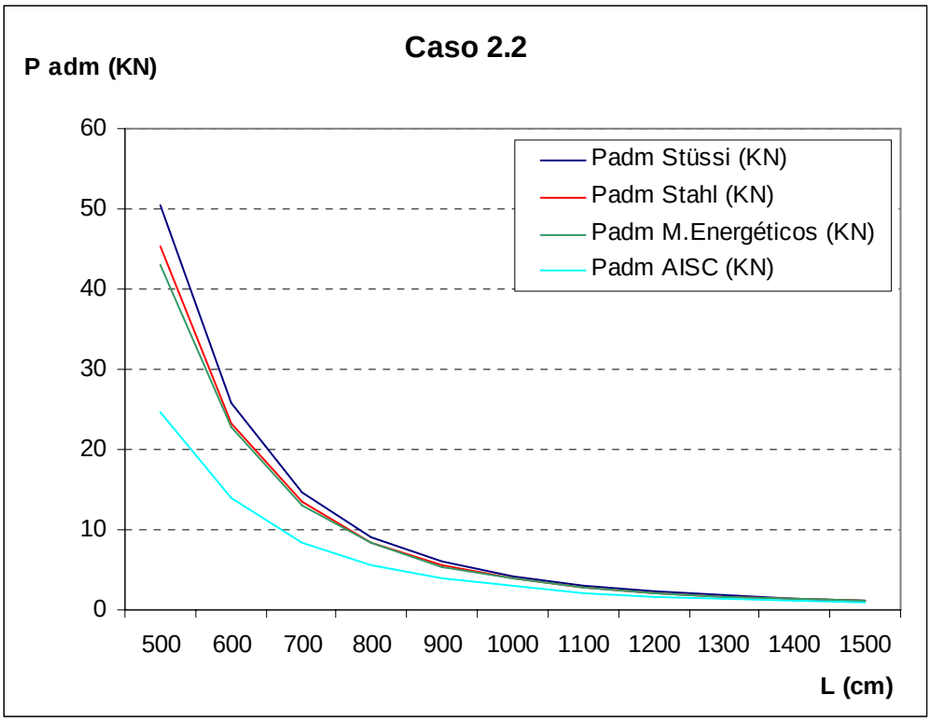


Gráfico 8.5 *P v/s L para caso 2.2*

8.6.2.3 Caso 2.3

Carga aplicada en el patín inferior.

Fig. 8.5 *Carga aplicada en el patín inferior*

Tabla 8.6 *Resultados obtenidos en caso 2.3*

Caso 2.3				
L (cm)	**P_{adm} Stüssi (KN)**	**P_{adm} Stahl (KN)**	**P_{adm} M.Energéticos (KN)**	**P_{adm} AISC (KN)**
500	68.35	66.99	61.62	24.73
600	34.36	33.43	31.52	13.91
700	19.39	18.79	17.76	8.48
800	11.90	11.52	10.80	5.68
900	7.79	7.53	7.37	3.99
1000	5.36	5.18	5.11	2.91
1100	3.83	3.71	3.77	2.19
1200	2.84	2.74	2.90	1.68
1300	2.15	2.08	2.16	1.32
1400	1.67	1.62	1.73	1.06
1500	1.33	1.28	1.41	0.86

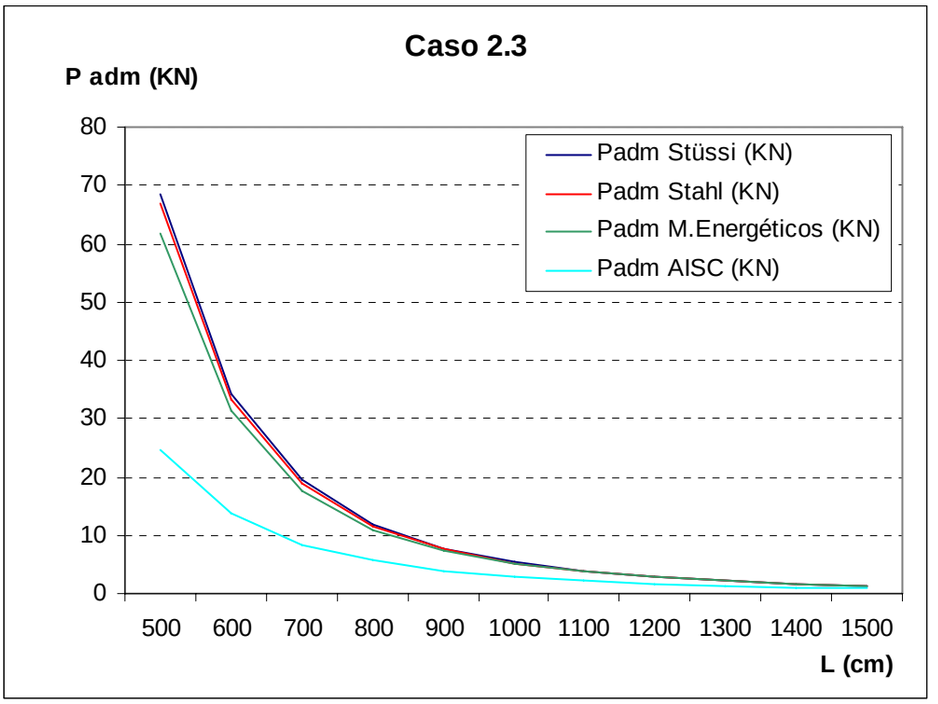


Gráfico 8.6 *P v/s L para caso 2.3*

8.6.3 Caso 3

Viga en voladizo con carga P en el extremo.

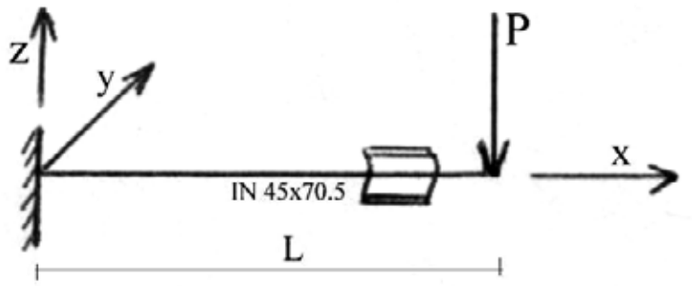


Fig. 8.7 *Viga en voladizo con carga P en el extremo*

Tabla 8.7 *Resultados obtenidos en caso 3*

Caso 3				
L (cm)	**P_{adm} Stüssi (KN)**	**P_{adm} Stahl (KN)**	**P_{adm} M.Energéticos (KN)**	**P_{adm} AISC (KN)**
500	86.73	83.50	62.70	30.91
600	54.21	52.38	38.57	20.87
700	36.70	35.51	26.96	14.84
800	26.31	25.45	20.29	11.63
900	19.70	19.04	14.65	8.98
1000	15.26	14.72	11.42	7.27
1100	12.14	11.69	9.25	6.01
1200	9.88	9.49	7.78	5.05
1300	8.18	7.85	6.63	4.30
1400	6.88	6.59	5.71	3.71
1500	5.86	5.61	4.98	3.23

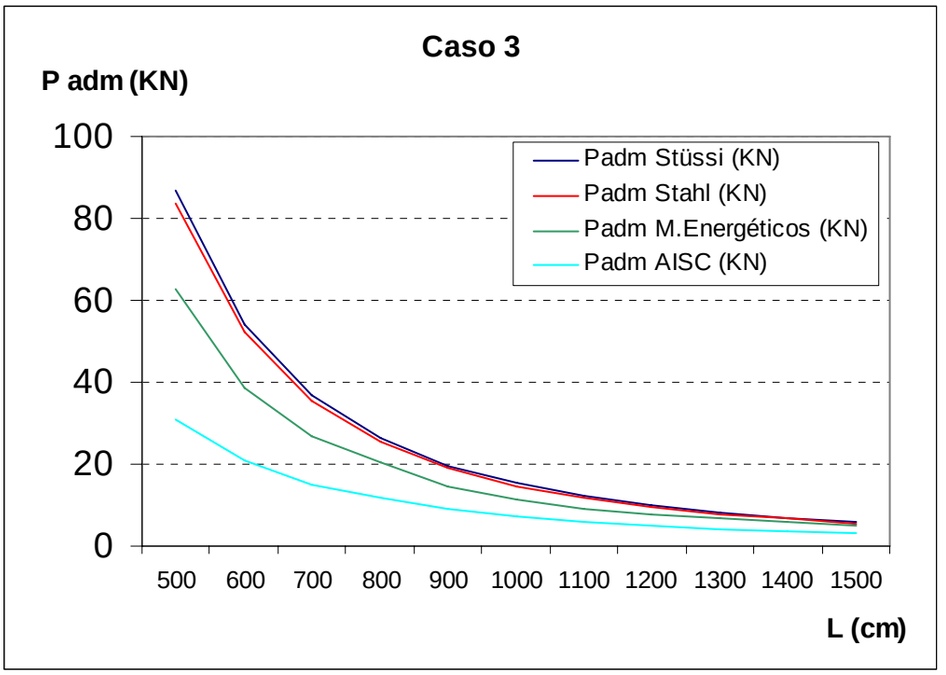


Gráfico 8.7 *P v/s L para caso 3*

8.6.4 Caso 4

Viga simplemente apoyada con momentos M en los apoyos.

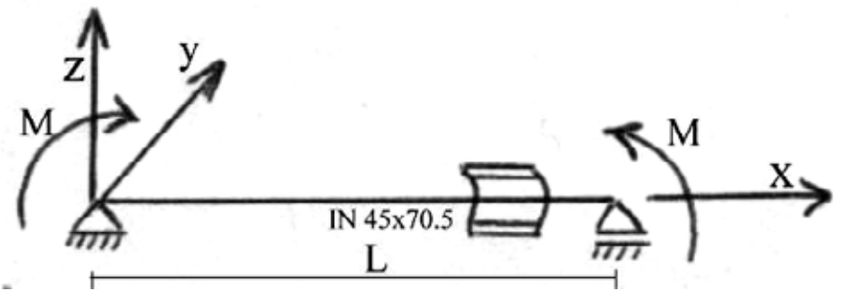


Fig. 8.8 *Viga simplemente apoyada con momentos M en los apoyos*

Tabla 8.8 *Resultados obtenidos en caso 4*

Caso 4				
L (m)	**M_{adm} Stüssi (KN m)**	**M_{adm} Stahl (KN m)**	**M_{adm} M.Energéticos (KN m)**	**M_{adm} AISC (KN m)**
5	259.78	249.81	237.36	154.54
6	192.37	184.77	179.14	125.20
7	151.06	145.12	134.36	103.85
8	123.70	118.90	114.76	90.87
9	104.47	100.50	99.52	80.77
10	90.33	86.97	87.33	72.70
11	79.54	76.64	77.36	66.09
12	71.06	68.53	70.91	60.58
13	64.24	61.99	63.73	55.92
14	58.63	56.61	59.18	51.92
15	53.94	52.11	53.74	48.46

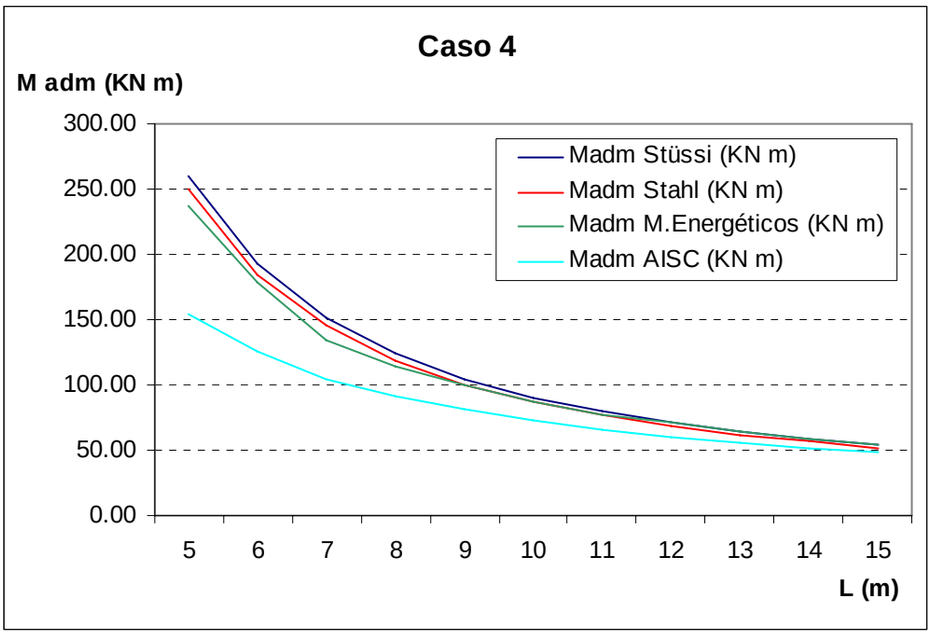


Gráfico 8.8 *P v/s L para caso 4*

8.6.5 Caso 5

Viga simplemente apoyada con momento M en uno de sus apoyos.

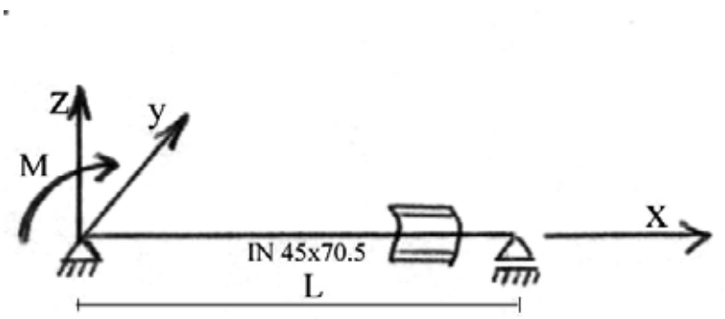


Fig. 8.9 *Viga simplemente apoyada con momento M en uno de sus apoyos*

Tabla 8.9 *Resultados obtenidos en caso 5*

Caso 5				
L (m)	**M_{adm} Stüssi (KN m)**	**M_{adm} Stahl (KN m)**	**M_{adm} M.Energéticos (KN m)**	**M_{adm} AISC (KN m)**
5	802.234	790.331	746.422	154.54
6	590.943	582.931	547.376	125.20
7	461.819	456.623	426.526	103.85
8	376.536	373.198	363.880	90.87
9	316.813	314.666	311.009	80.77
10	273.036	271.639	261.247	72.70
11	239.755	238.822	234.105	66.09
12	213.688	213.033	214.596	60.58
13	192.765	192.264	195.218	55.92
14	175.621	175.192	181.273	51.92
15	161.326	160.908	161.724	48.46

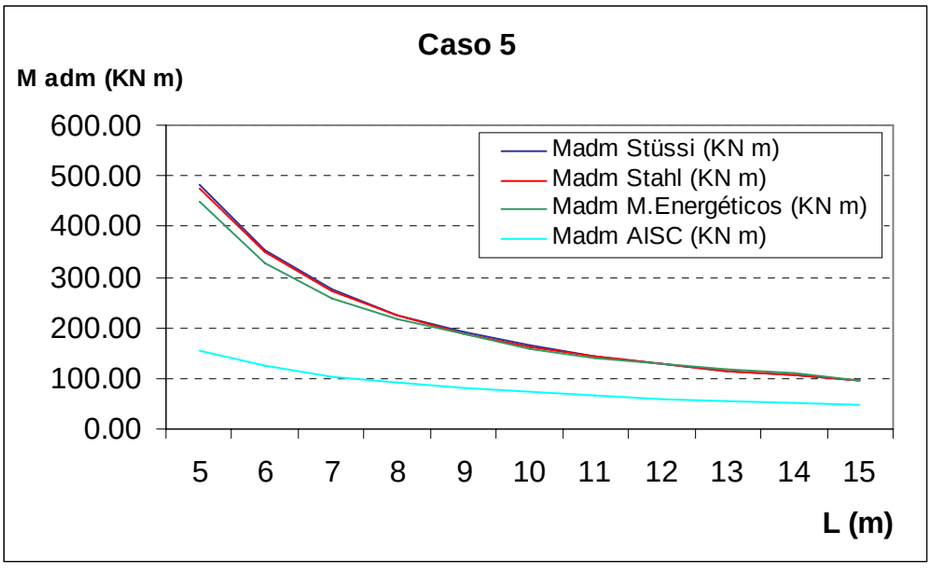


Gráfico 8.9 *P v/s L para caso 5*

Capítulo 9: Conclusiones

Después de realizar el análisis para los distintos casos antes expuestos, y revisado los resultados obtenidos, se mostraran las conclusiones obtenidas caso a caso.

9.1 Caso 1

Viga simplemente apoyada con carga P en el centro de la luz

Como se dijo en el capítulo anterior, la norma AISC no hace distinción en el lugar de aplicación de la carga, por lo que para los tres casos siguientes se considera el valor que ésta entrega, siendo éstos valores iguales para los tres casos.

Comparando los resultados obtenidos para este caso según las distintas modalidades obtenidas anteriormente, tenemos:

9.1.1 Caso 1.1

Carga aplicada en el patín superior

En este caso, se observa que a mayor longitud de las vigas, todos los métodos tienden a un único valor para la carga crítica de pandeo, mientras que para secciones de menor longitud, los resultados muestran diferencias no muy significativas entre un método y otro. Esto se puede apreciar claramente en el siguiente gráfico:

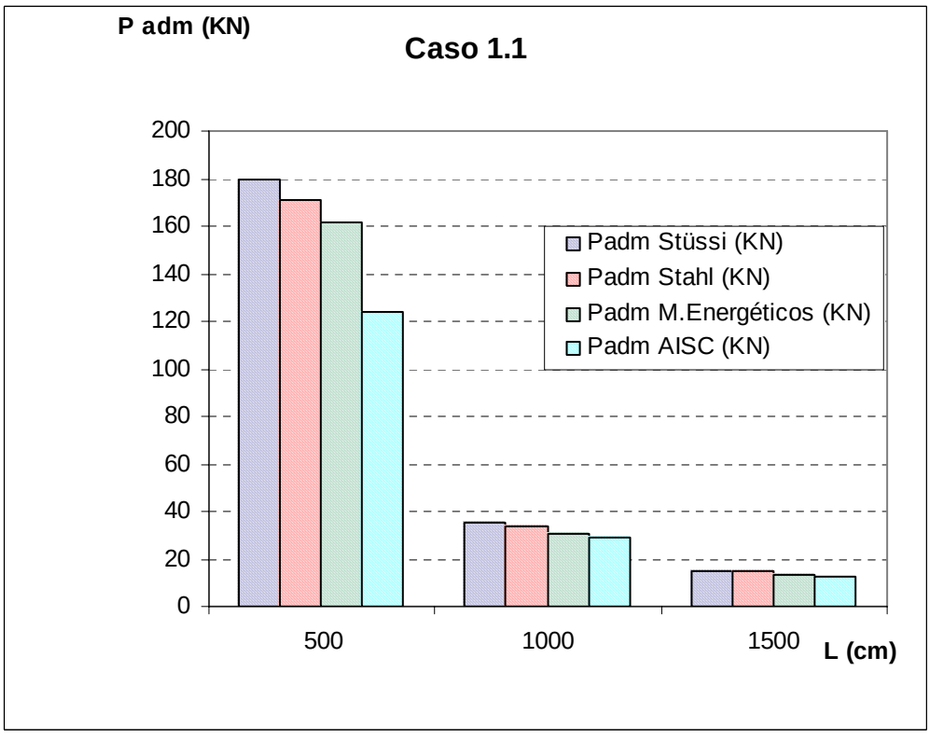


Gráfico 9.1 *P v/s L, en L = 500, 1000, 1500 cm., para caso 1.1.*

9.1.2 Caso 1.2

Carga aplicada en el eje centroidal

Aquí, podemos observar que mientras menor sea el largo, los valores arrojados por los distintos métodos son muy distintos entre sí, mientras que para mayores longitudes de la viga, estos valores de carga son muy similares entre los tres métodos. Además, en este caso utilizando las especificaciones AISC, nos entrega valores de carga conservadores, muy por debajo de los valores entregados por los otros métodos.

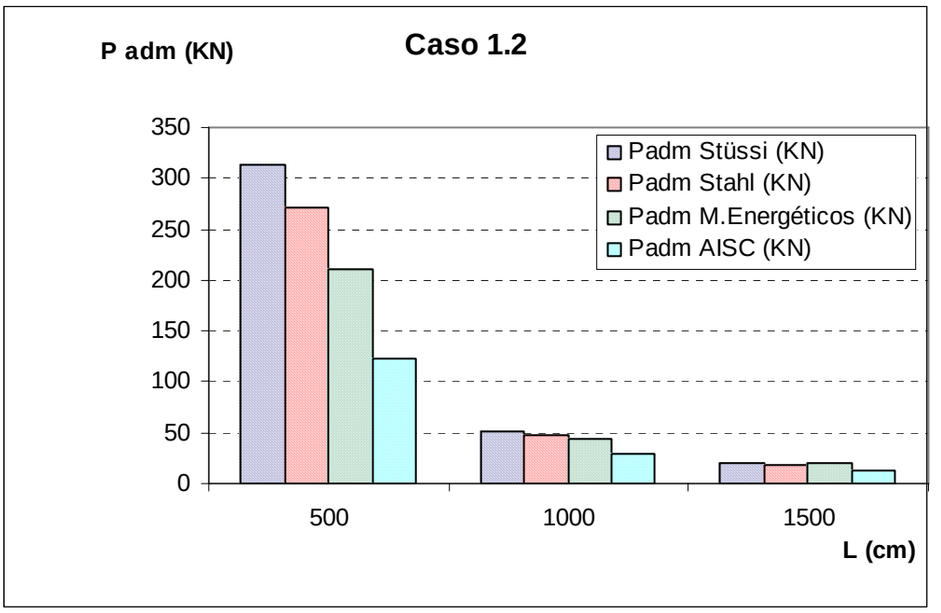


Gráfico 9.2 *P v/s L, en L = 500, 1000, 1500 cm., para caso 1.2.*

9.1.3 Caso 1.3

Carga aplicada en el patín inferior

Se observa claramente que este caso sigue los mismos patrones de los anteriores, aunque acá la diferencia entre los métodos Stahl y Stüssi, para vigas pequeñas, es pequeña, mientras que el resultado obtenido por los métodos energéticos es menor que el resultado obtenido por los otros dos métodos. Para vigas de mayor largo, los resultados obtenidos por los tres métodos es prácticamente el mismo. La norma, obviamente entrega valores muy por debajo de los otros métodos.

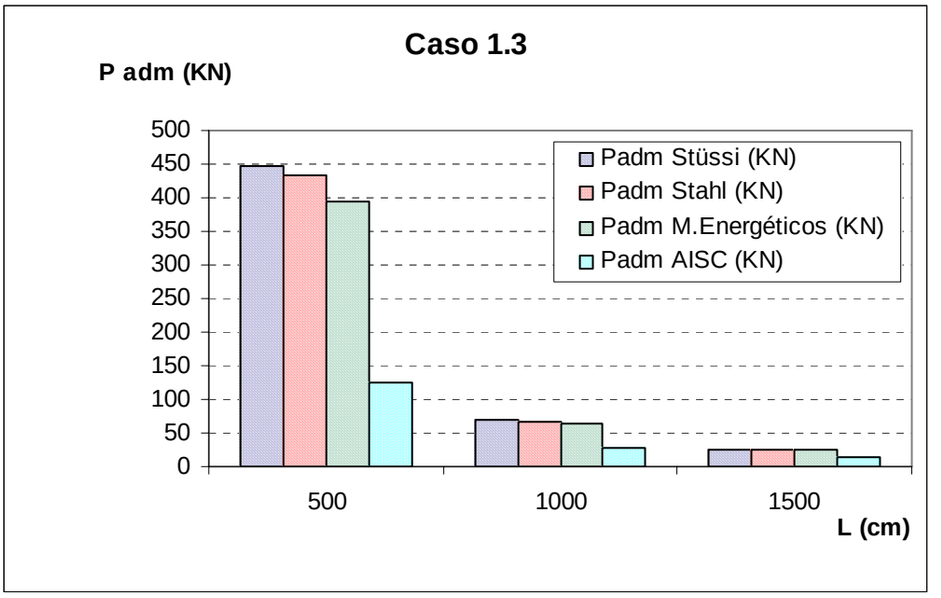


Gráfico 9.3 *P v/s L, en L = 500, 1000, 1500 cm., para caso 1.3.*

9.2 Caso 2

Viga simplemente apoyada con carga distribuida

Al igual que el caso anterior, para este caso la norma no realiza la distinción del lugar de aplicación de la carga, por lo cual el valor entregado se repite para los tres casos siguientes.

9.2.1 Caso 2.1

Carga aplicada en el patín superior

En general en este caso, la diferencia entre un método y otro no es apreciable. Los valores obtenidos para la carga crítica son similares entre sí para los distintos largos de viga considerados.

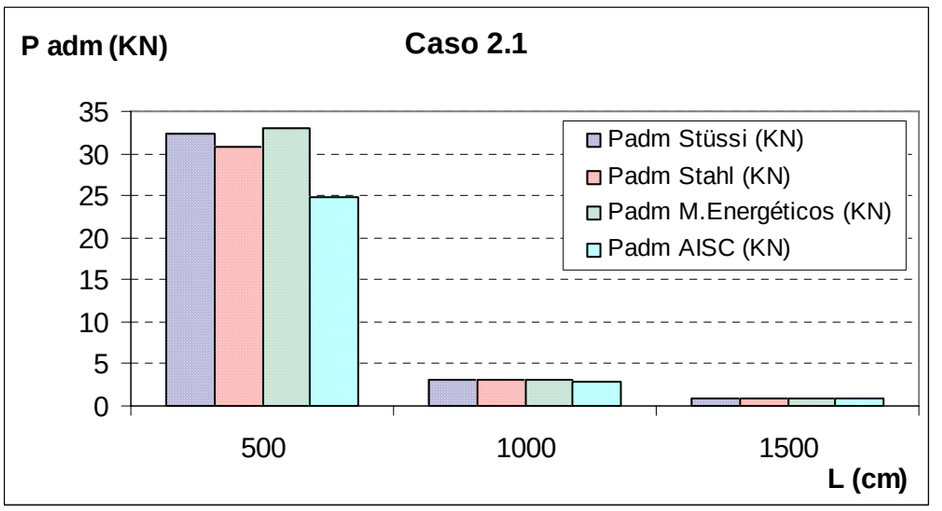


Gráfico 9.4 *P v/s L, en L = 500, 1000, 1500 cm., para caso 2.1.*

9.2.2 Caso 2.2

Carga aplicada en el eje centroidal

Aquí podemos observar que el método Stüssi nos entrega valores mayores que los otros dos métodos en todos los largos de viga, siendo los valores de los otros métodos muy similares entre sí. La norma entrega valores por debajo de los otros resultados para vigas de menor longitud, en cambio para vigas de mayor longitud, entrega valores bastante similares.

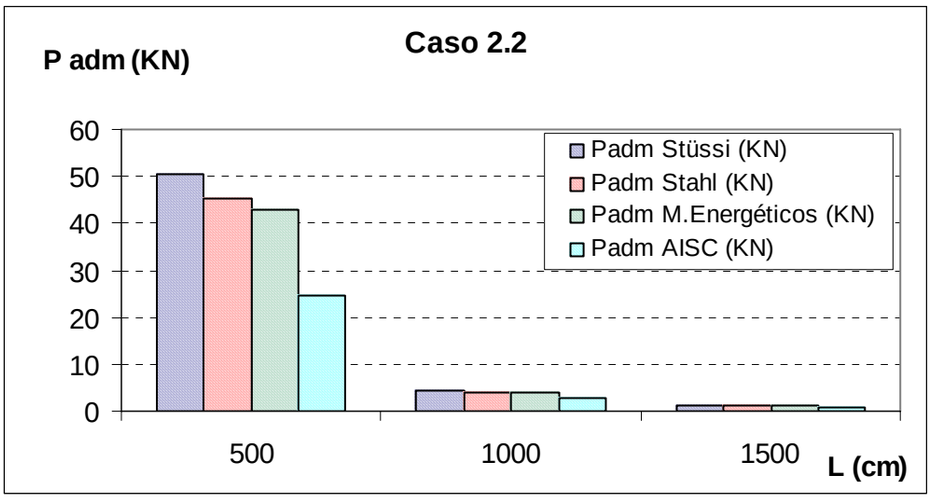


Gráfico 9.5 *P v/s L, en L = 500, 1000, 1500 cm., para caso 2.2.*

9.2.3 Caso 2.3

Carga aplicada en el patín inferior

Ocurre lo mismo expuesto en el caso 2.1, no existiendo mayores diferencias entre los métodos. Esto nos muestra lo bien que se comportan los tres métodos en vigas con estas características. La norma nuevamente entrega valores muy conservadores.

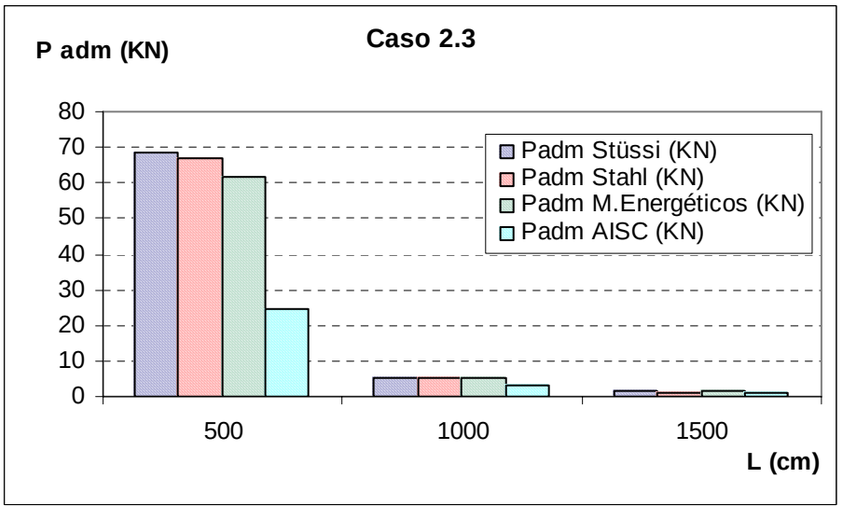


Gráfico 9.6 *P v/s L, en L = 500, 1000, 1500 cm., para caso 2.3.*

9.3 Caso 3

Viga en voladizo con carga P en el extremo

En este caso en particular, el método energético, que trabaja con métodos gráficos, nos entrega valores bastante menores que los otros dos métodos, siendo los valores de las cargas críticas de pandeo entregadas por éstos muy similares entre sí. Nuevamente en este caso, la normativa nos entrega valores muy conservadores, siendo esto más notorio en vigas de menor longitud.

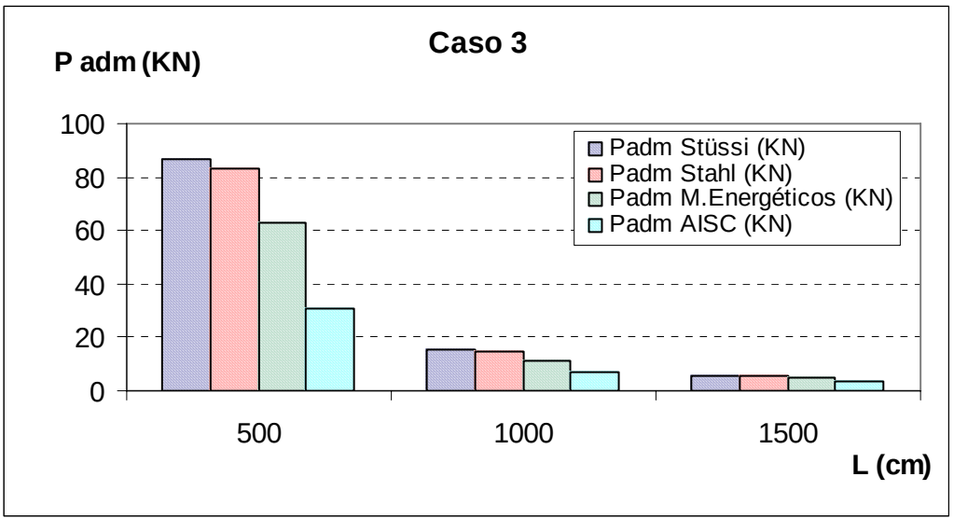


Gráfico 9.7 *P v/s L, en L = 500, 1000, 1500 cm., para caso 3.*

9.4 Caso 4

Viga simplemente apoyada con momentos M en los apoyos

Este caso se comporta de forma bastante similar entre los distintos métodos, con diferencias pequeñas entre ellos, las que se mantienen en todos los largos de viga analizados, a diferencia de las normativa, que establece valores más pequeños del momento crítico.

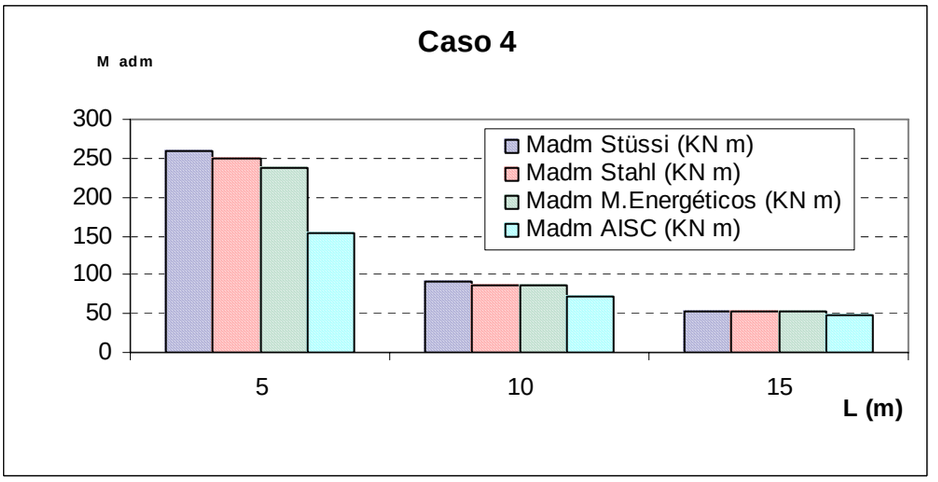


Gráfico 9.8 *M v/s L, en L = 500, 1000, 1500 cm., para caso 4.*

9.5 Caso 5

Viga simplemente apoyada con momento M en uno de sus apoyos

Nuevamente podemos apreciar que los valores entregados por el método energético son menores que los de los otros métodos, pero para valores pequeños de longitud de viga, ya que para valores grandes, esto se invierte, aunque no en forma significativa, llegando al largo de 15 m con valores muy cercanos entre los tres métodos para el valor del momento crítico.

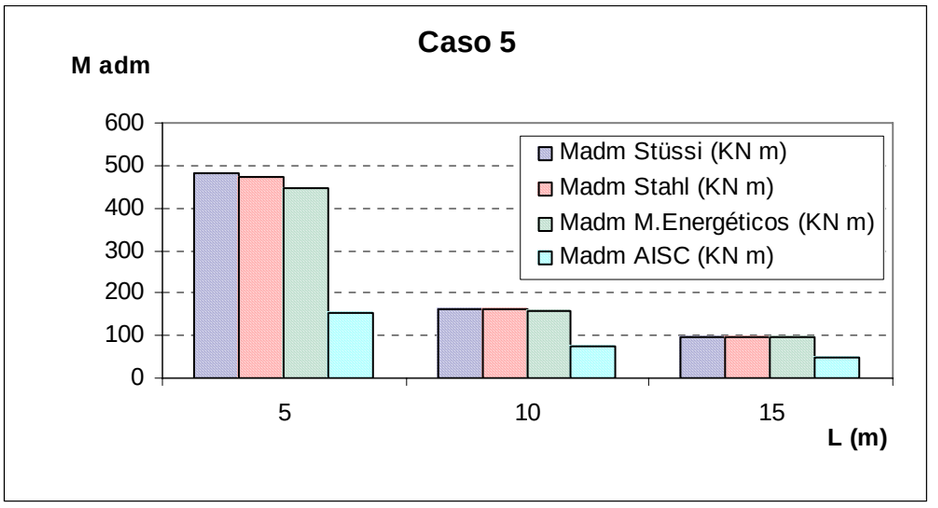


Gráfico 9.9 *M v/s L, en L = 500, 1000, 1500 cm., para caso 5.*

9.6 Conclusiones Generales

- Al analizar los distintos casos, mediante los diferentes métodos propuestos, se puede apreciar que en general, el programa computacional Stahl funciona de manera adecuada para las solicitaciones antes descritas, entregando valores de carga crítica muy similares a los valores del método de Stüssi. Los métodos energéticos, en cambio, nos entregan valores no tan similares a los otros métodos, esto debido a que se utilizan gráficos en su desarrollo, lo cual varía los valores de los coeficientes que este método utiliza, dependiendo de la persona que los esté utilizando y de las aproximaciones que ésta haga.

- Se pudo constatar además, la importancia de la posición de aplicación de la carga en las vigas, para un mismo caso, es decir, si la carga se aplica en el patín superior, en el eje centroidal, o en el patín inferior, ya que el valor de la carga crítica varía considerablemente de acuerdo a estas condiciones, siendo este valor mayor para una carga aplicada en el patín inferior, y menor para una carga aplicada en el patín superior, consideración que la normativa AISC no incorpora.

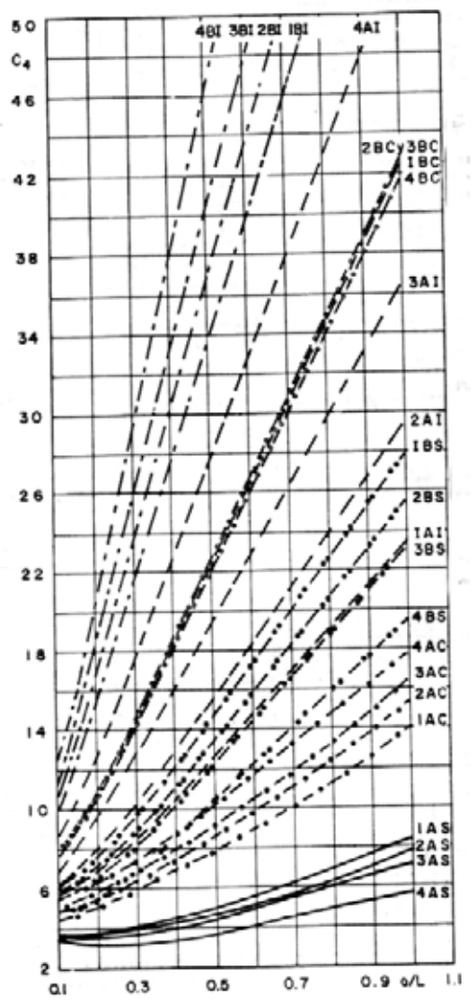
- Se pudo apreciar, al transformar las cargas críticas entregadas por los distintos métodos a cargas admisibles, multiplicando éstas por un factor de seguridad de 0.6, y comparando estos valores admisibles con lo entregado por la Norma AISC, que el factor de seguridad no es constante para todos los largos de viga, debiendo ser mayor a éste para el tramo inicial, al igual que el factor de seguridad utilizado en pandeo de columnas, por compresión.

- Se logró el objetivo principal de esta tesis, el cual era realizar un estudio detallado de inestabilidad de vigas, mediante varios métodos, para luego comparar los resultados obtenidos entre éstos, y se pudo establecer cómo funciona cada método propuesto.

- En esta tesis no se realizó un estudio para secciones que se plastificaran, así mismo como tampoco se realizó el cálculo para vigas sometidas a carga axial, por lo que queda abierta la posibilidad de desarrollar éstos temas en una posible nueva investigación.

Anexo 1
Gráficos Determinación Factor c_4
Métodos Energéticos

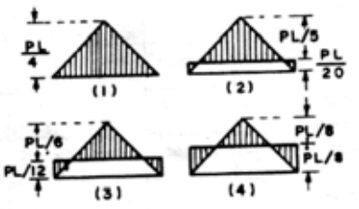
Gráfico A1.1 *Valores del coeficiente c_4 para vigas I con una carga concentrada en el centro del claro y diversas condiciones de apoyo.*



Nomenclatura

Cada curva está designada con un número seguido de dos letras.

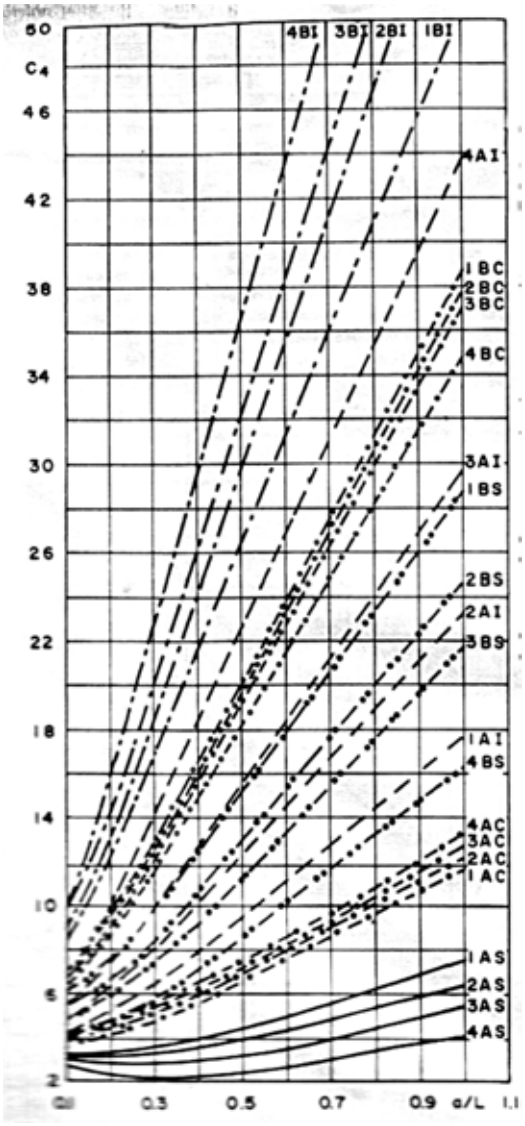
El número se refiere a la restricción existente en los extremos de la viga respecto a giros alrededor del eje horizontal x; se han considerado los cuatro casos siguientes:



La primera letra indica las condiciones de apoyo de la viga relativas a giros alrededor del eje vertical “y”:
A, los extremos pueden girar libremente
B, los extremos están fijos

La segunda letra corresponde a la posición de la carga respecto al eje centroidal de la viga:
S, carga aplicada en el patín superior
C, carga aplicada en el eje centroidal
I, carga aplicada en el patín inferior.

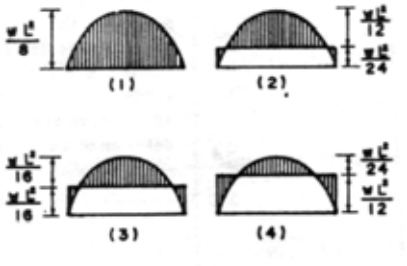
Gráfico A1.2 *Valores del coeficiente c_4 para vigas I con carga uniformemente repartida y diversas condiciones de apoyo.*



Nomenclatura

Cada curva está designada con un número seguido de dos letras.

El número se refiere a la restricción existente en los extremos de la viga respecto a giros alrededor del eje horizontal x; se han considerado los cuatro casos siguientes:



La primera letra indica las condiciones de apoyo de la viga relativas a giros alrededor del eje vertical “y”:

A, los extremos pueden girar libremente

B, los extremos están fijos

La segunda letra corresponde a la posición de la carga respecto al eje centroidal de la viga:

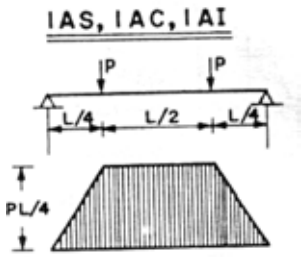
S, carga aplicada en el patín superior

C, carga aplicada en el eje centroidal

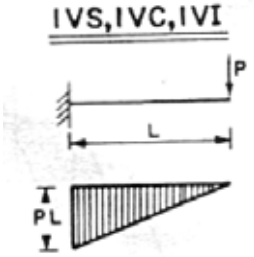
I, carga aplicada en el patín inferior.

GráficoA1.3 *Valores del coeficiente c_4 para vigas I con varias condiciones de apoyo y carga.*

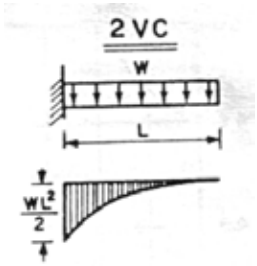
Las curvas de esta figura corresponden a los casos siguientes:



Los extremos de la viga pueden girar libremente alrededor de los dos ejes principales, “x” e “y”. las cargas están aplicadas en el patín superior, en el eje centroidal y en el patín inferior, respectivamente



Viga en voladizo, carga aplicada en el patín superior, en el eje centroidal y en el patín inferior, respectivamente



Viga en voladizo, carga aplicada en el eje centroidal

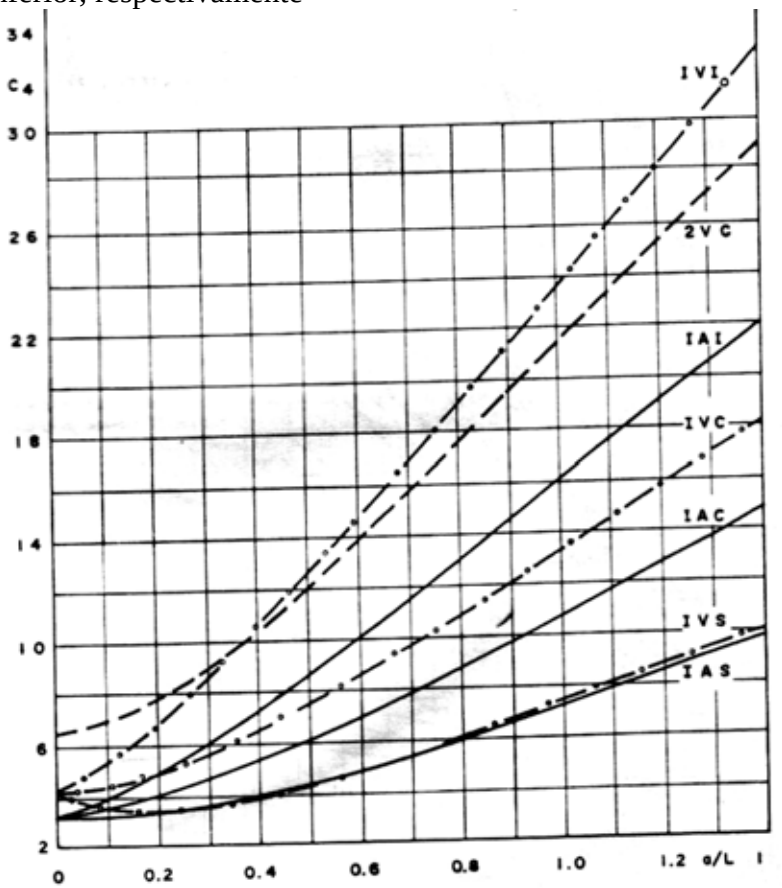
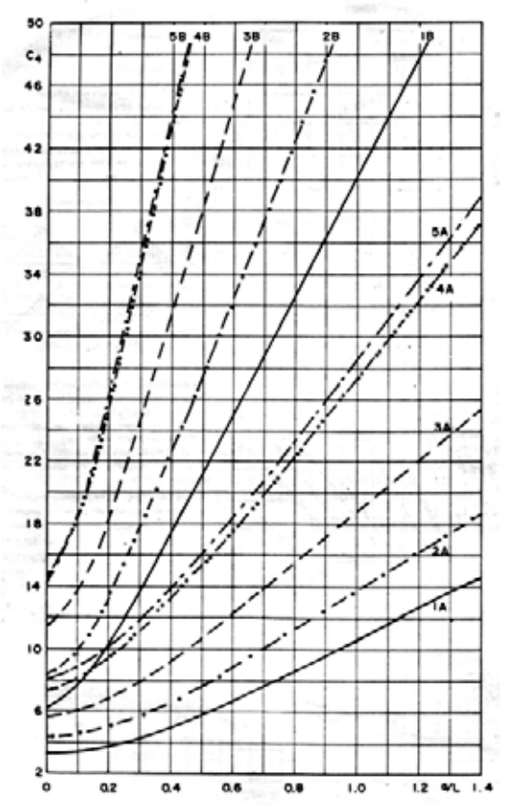


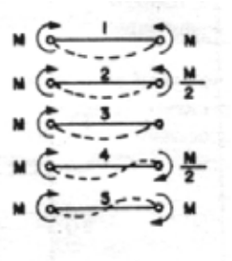
Gráfico A1.4 *Valores del coeficiente c_4 para vigas I flexionadas por momentos aplicados en sus extremos.*



Nomenclatura

Cada curva está designada con un número y una letra.

El número indica la condición de carga; se han considerado los cinco casos siguientes:



La primera letra se refiere a las condiciones de apoyo de la viga relativas a giros alrededor del eje vertical “y”:

A, los extremos pueden girar libremente

B, los extremos están fijos

Anexo 2
Descripción De Los Formatos De Entrada De Datos

El programa Stahl no posee un programa de generación de datos, en el cual éstos se vayan pidiendo, sino que deben ser ingresados por pantalla según los siguientes formatos:

A2.1 Línea aclaratoria sobre el sistema (Texto)

TEXT FORMAT (A70)

A2.2 Constantes del sistema (1 línea)

NS, NP, NT, N6, N9, IEIN, N88, N8, N7 FORMAT (6I5, I2, I3, I5)

NS		: Nº de barras
NP		: Nº de nudos
NT		: Nº de tipos de perfiles
N6		: No de cargas sobre nudos
N9	=0	: Teoría de 2° orden, cálculo elástico
	=1	: Teoría de 2° orden, cálculo elasto-plástico
	=10	: Teoría de 3er orden, cálculo elástico (grandes deformaciones)
	=11	: Teoría de 3er orden, cálculo elasto-plástico (grandes deformaciones)
IEIN	=0	: Descripción de la sección de acuerdo a 2.3.4.1
	=1	: Descripción de la sección de acuerdo a 2.3.4.2
	=2	: Descripción de la sección de acuerdo a 2.3.4.3
N88		: No de determinadas propiedades de deslizamiento
N8		: No de líneas características
N7	=0	: Cálculo de carga límite, control por deformación
	=1	: Estabilidad, pandeo
	=2	: Estabilidad, pandeo torsional de los miembros
	=22	: Estabilidad, pandeo torsional de los bordes del marco
	=3	: Control por deformación, sin límite
	=4	: Control por carga, con historia de carga
	=5	: Control por deformación, con historia de carga
	=6	: Cálculo de frecuencias naturales
	=10	: Análisis dinámico (método de Newmark)

A2.3 Descripción de nudos (1 línea por cada nudo)

X, Y, Z, φ_w, φ_x, φ_y, φ_z, u, v, w FORMAT (3F10.3, 7I11)

X : Coordenada X del nudo [m]

Y : Coordenada Y del nudo [m]

Z : Coordenada Z del nudo [m]

φ_w : Alabeo (O = libre, 1 = restringido)

φ_x : Rotación respecto al eje x (O ó 1)

φ_y : Rotación respecto al eje y (O ó 1)

φ_z : Rotación respecto al eje z (O ó 1)

u : Desplazamiento en dirección x (O ó 1)

v : Desplazamiento en dirección y (O ó 1)

w : Desplazamiento en dirección z (O ó 1)

A2.4 Descripción de los perfiles

A2.4.1 IEIN = 0 (2 líneas por cada tipo de perfil)

A, J, I_Y, I_Z, E FORMAT (5F16.10)

G, y_M, z_M, C_M FORMAT (5F16.10)

A : Area de la sección [m^2]

J : Constante torsional [m^4]

I_Y : Momento de inercia con respecto al eje local y [m^4]

I_Z : Momento de inercia con respecto al eje local z [m^4]

E : Módulo de elasticidad [KN/m^2]

G : Módulo de corte [KN/m^2]

y_M : Distancia entre el centro de gravedad y el centro de corte en la dirección local y [m]

z_M : Distancia entre el centro de gravedad y el centro de corte en la dirección local z [m]

C_M : Constante de alabeo [cm^6]

A2.4.2 IEIN = 1 (1 línea de constantes + 1 línea por cada tira)

E, G, SFL, y_m, z_m, A_d	FORMAT (6F10.3)
t, y_i, z_i, w_i, y_k, z_k, w_k, δ_{ei}, δ_{ek}	FORMAT (F6.1, 2F9.2, F10.2, 2F9.2, F10.2, 2F8.3)

E : Módulo de elasticidad [KN/m^2]

G : Módulo de corte [KN/m^2]

SFL : Tensión de fluencia [KN/cm^2]

y_m : Distancia entre el centro de gravedad y el centro de corte en la dirección local y[m]

z_m : Distancia entre el centro de gravedad y el centro de corte en la dirección local z[m]

A_d : Área interna para barras tipo cajón [cm^2]

t : Espesor de la tira [cm.]

y_i : Coordenada local y del extremo i de la tira [cm.]

z_i : Coordenada local z del extremo i de la tira [cm.]

w_i : Ordenada del alabeo del extremo i de las tiras [cm^2]

y_k : Coordenada local y del extremo k de la tira [cm.]

z_k : Coordenada local z del extremo k de la tira [cm.]

w_k : Ordenada del alabeo del extremo k de las tiras [cm^2]

δ_{ei} : Tensión residual en el extremo i de las tiras [KN/cm^2]

δ_{ek} : Tensión residual en el extremo k de las tiras [KN/cm2]

A2.4.3IEIN = 2 (2 líneas por cada tipo de perfil)

A, J, I_Y, I_Z, E	FORMAT (5F12.3)
G, y_M, z_M, C_M	FORMAT (5F12.3)

A : Area de la sección [cm^2]

J : Constante torsional [cm^4]

I_Y : Momento de inercia con respecto al eje local y [cm^4]

I_Z : Momento de inercia con respecto al eje local z [cm^4]

E : Módulo de elasticidad [KN/ cm^2]

G : Módulo de corte [KN/ cm^2]

y_m : Distancia entre el centro de gravedad y el centro de corte en la dirección local y [cm.]

z_m : Distancia entre el centro de gravedad y el centro de corte en la dirección local z [cm.]

C_m : Constante de alabeo [cm^6]

A2.5 Descripción de las barras (1 línea por cada barra)

M, N, LM, LN, QTYP, (ITYP, GAMMA) FORMAT(2I3,2I1,3I2,F10.0)

M : Nº del nudo inicial de la barra
N : Nº del nudo final de la barra
LM : Condición de conexión del punto inicial (0 = articulado, 1 = fijo)
LN : Condición de conexión del punto final (0 ó 1)
QTYP : Nº de perfil
ITYP =0 : Determinación de las fuerzas internas por integración de esfuerzos
=1 : Determinación de fuerzas internas con deslizamiento
=2 : Determinación de la fuerza axial con línea característica
KTYP : Nº de líneas características (para ITYP =1,2)
GAMMA : Ángulo de rotación respecto al eje local x [grados]

A2.6 Descripción de las cargas (3 líneas por cada grupo de carga)

NR,LSTF FORMAT(215)
M_x, M_y, M_z, V_x, V_y, V_z FORMAT(6F10.2)
X_p, Y_p, Z_p FORMAT(3F10.2)

NR : Nº del nudo cargado
LSTF : Factor de incremento de carga
= 1 : Las cargas son multiplicadas por el factor de carga
= 0 : Las cargas permanecen constante durante todo el análisis
= -1 : Análisis de carga última (N7 = 0), o para el control por carga o deformación (N7 = 3, 4, 6)
= -2 : se utiliza como fuerza desestabilizadora (N7 = 1, 2, 22, 6)
M_x : Momento respecto al eje global x [KN m]
M_y : Momento respecto al eje global y [KN m]
M_z : Momento respecto al eje global z [KN m]
V_x : Fuerza como un vector en la dirección global x [KN]
V_y : Fuerza como un vector en la dirección global y [KN]
V_z : Fuerza como un vector en la dirección global z [KN]
X_p : Excentricidad en la dirección global x [m]
Y_p : Excentricidad en la dirección global y [m]
Z_p : Excentricidad en la dirección global z [m]

A2.7 Constantes directas para el análisis (1 línea)

CN(1), CN(2), CN(3), CN(4), ITMAX FORMAT (4F10.3, I5)

CN (1) : Factor inicial de carga

CN (2) : Aumento del factor de carga

CN (3) : Exactitud exigida

CN (4) : Máximo valor para el factor de carga

ITMAX : No máximo de iteraciones para el estado de equilibrio (valor por defecto = 50)

A2.8 Parámetros de control para el output (2 líneas)

IZ (1,K);K= 1,10 FORMAT (10I3)

IZ (2,K); K=1,10 FORMAT (10I3)

IZ (1, K) : No de nodos cuyas deformaciones son escritas para cada estado de equilibrio. Si el primer número es -99, las deformaciones de todos los nodos son escritas en el archivo de salida.

IZ (2, K) : No de nodos cuyas fuerzas finales son escritas para cada estado de equilibrio. Si el primer número es -99, las fuerzas finales de todos los nodos son escritas en el archivo de salida.

A2.9 Declaración para el cálculo dinámico (N7 = 6, 10; 1 línea por cada masa)

K, M, C1, C2 FORMAT (I5,3F10.6)

K : Nº del nodo con masa

M : masa del nodo [ton]

C1 : Coeficiente del amortiguamiento de Rayleigh, dependiente de la masa

C2 : Coeficiente del amortiguamiento de Rayleigh, dependiente de la rigidez.

Para el cálculo dinámico debe existir un archivo aparte, en el cual aparecen los datos del sismo (aceleraciones). Este consiste en una línea de constantes del acelerograma, y luego una lista de 1 línea por cada incremento de tiempo.

FAKT, B1, DELT	FORMAT(3F10.6)
T1, BE	FORMAT (3F10.6)

FAKT : Factor para la amplitud de los valores de aceleración, divididos por 10.

B1 : Nº de deltas de tiempo

DELT : Duración de un delta de tiempo [seg.]

T1 : Tiempo [seg.]

BE : Aceleración global [m/seg^2]

Anexo 3
Formulas de Diseño

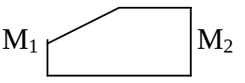
A.3.1 Flexión. Teoría elástica

Esfuerzos admisibles de flexión en vigas de acero según condiciones de inestabilidad global y local

Definiciones:
A_c = Area del ala comprimida
A_t = Area del ala traccionada
A'_c = Area del ala comprimida más 1/3 de la parte superior del alma
$I'_c = I_y$ del ala comprimida más 1/3 de la parte superior del alma
$r_c = \sqrt{I'_c / A'_c}$ radio de giro para volcamiento por flexión de las alas (i_a)
$r' = A_c / H$ radio de giro para volcamiento por torsión (i_t)
L' = Longitud entre apoyos laterales del ala comprimida
$\lambda_c = L'/r_c$ esbeltez de volcamiento por flexión de las alas
$\lambda' = L'/r'$ esbeltez de volcamiento por torsión
C = coeficiente de momentos según diagramas ≤ 2.3

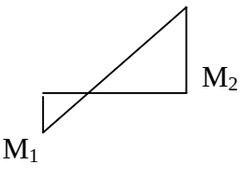
C=1:

$$C=1.75-1.05\left(\frac{M_1}{M_2}\right)+0.3\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \le 2.3$$



$$C=1.75+1.05\left(\frac{M_1}{M_2}\right)+0.3\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 \le 2.3$$

$$|M_1| \le |M_2|$$

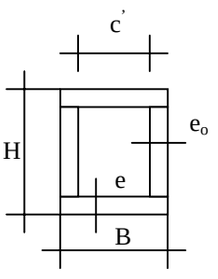


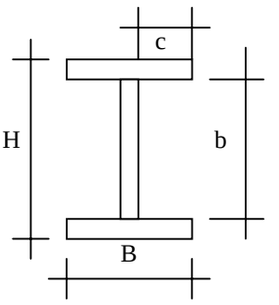
A.3.2 Vigas no compactas:

Relaciones ancho/espesor

Elemento	Formula	A37-24ES	A42-27ES	A52-34ES
E.N.A. Ala comprimida	$c/e \le 25.19/\sqrt{F_f}$	16.3	15.3	13.7
E.A. Ala de sección cajón	$c'/e \le 63.11/\sqrt{F_f}$	40.7	38.4	34.2
Ala de otras secciones	$c'/e \le 67.08/\sqrt{F_f}$	43.3	40.8	36.4
Almas	$b/e \le \frac{984.3}{\sqrt{F_f(F_f+1.16)}}$	337	305	250

E.N.A. Elemento no atiesado
E.A. Elemento atiesado
F_f Tensión de fluencia en t/cm^2





Esfuerzo:

Tracción $F_t = 0.6\ F_f$ t/cm^2

- Volcamiento, flexión de las alas: $\lambda_c \le 84.7\sqrt{\frac{C}{F_f}}$ $F_c = 0.6F_f$

$84.7\sqrt{\frac{C}{F_f}} < \lambda_c \le 189\sqrt{\frac{C}{F_f}}$ $F_c = (\frac{2}{3} - \frac{F_f}{C}(\frac{\lambda_c}{328})^2)F_f$

$\lambda_c > 189\sqrt{\frac{C}{F_f}}$ $F_c = \frac{C}{(\lambda_c/109)^2}$

- Volcamiento torsión: $\lambda' \le \frac{1406C}{F_f}$ $F_c = 0.6F_f$ $\lambda' > \frac{1406C}{F_f}$ $F_c = \frac{844}{\lambda'}C$

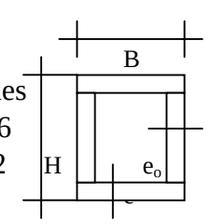
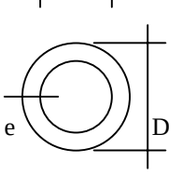
A.3.3 Secciones compactas y semicompactas:

Relaciones ancho/espesor

ELEMENTO	FORMULA	A37-24ES	A42-27ES	A52-34ES
E.N.A. Ala comprimida				
Compactas	$c/e \le 17.24/\sqrt{F_f}$	11.1	10.5	9.4
Semicompactas	$17.24/\sqrt{F_f} < c/e \le 25.19/\sqrt{F_f}$	11.1 a 16.3	10.5 a 15.3	9.4 a 13.7
E.A., Compactas y semicompactas				
Alas	$c'/e \le 50.38/\sqrt{F_f}$	32.5	30.7	27.3
Almas	$b/e \le \frac{169.7}{\sqrt{F_f}}$ (*Nota*)	110	103	92

Nota: Para flexión compuesta ver A.3.4

Longitud de volcamiento

ELEMENTO	FORMULA	A37-24ES	A42-27ES	A52-34ES
Perfiles en general	$L'/B \le 20.15/\sqrt{F_f}$	13.0	12.3	10.9
	$\lambda' \le 1406/F_f$	586	521	414
Cajones H/B≤6 e/e$_o$≤2 	$L'/B \le (137.1 + 84.4(\frac{M_1}{M_2}))/F_f$ Si $L'/B < 84.4/F_f$ usar $84.4/F_f$ $M_1 \le M_2$ con signo + para momentos de igual signo y – de distinto signo.	35.2	31.3	24.8
	$D/e \le 232.0/F_f$	96.7	85.9	68.2

Esfuerzo:

Flexión en torno al eje fuerte: Secciones H I U cajón □ y circular O
Sólidas rectangulares, □ redondas O

Compactas	$F_t = F_c = 0.66F_f$
Semicompactas	$F_t = F_c = (0.79\text{-}0.00754\frac{c}{e}\sqrt{F_f})F_f$

Flexión en torno al eje debil: Secciones H e I, sólidas ▭ e O

Compactas	$F_t = F_c = 0.75F_f$
Semicompactas	$F_C = (1.075\text{-}0.01886\frac{c}{e}\sqrt{F_f})F_f$
Sección cajón ▭ y circular ○	$F_t = F_c = 0.66F_f$

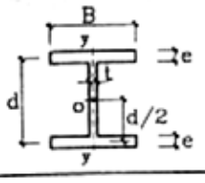
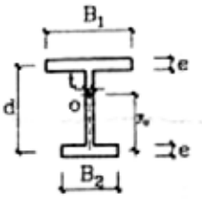
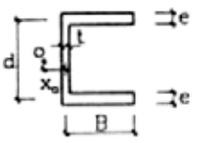
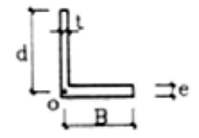
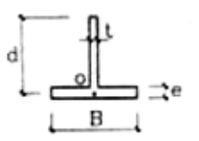
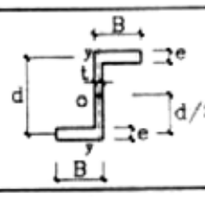
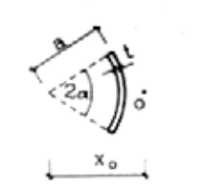
A.3.4 Relación ancho espesor del alma.

Si $\frac{f_a}{F_f} \le 0.16$ $\quad \frac{b}{e} \le \frac{169.7}{\sqrt{F_f}}\left(1 - 3.74\frac{f_a}{F_f}\right)$

Si $\frac{f_a}{F_f} > 0.16$ $\quad \frac{b}{e} \le \frac{68.14}{\sqrt{F_f}}$

Anexo 4
Propiedades de Secciones para el Pandeo Lateral Torsional

Tabla A 4.1 *Propiedades de secciones para el pandeo lateral-torsional.*

	$J = (2Be^3 + dt^3)/3$ $C_w = \frac{d^2}{4} I_y = \frac{ed^2B^3}{24}$	Si $t = e$ $J = t^3(2B + d)/3$
	$y_o = \frac{hB_1^3}{B_1^3 + B_2^3}$ $J = \left[(B_1 + B_2)e^3 + dt^3\right]/3$ $C_w = \frac{ed^2B_1^3B_2^3}{12(B_1^3 + B_2^3)}$	Si $t = e$ $J = t^3(B_1 + B_2 + d)/3$
	$x_o = 3B^2e/(6Be + dt)$ $J = (2Be^3 + dt^3)/3$ $C_w = \frac{d^2B^3e}{12} \frac{(3eB + 2td)}{(6eB + td)}$	Si $t = e$ $x_o = 3B^2/(6B + d)$ $J = t^3(2B + d)/3$ $C_w = \frac{d^2B^3t}{12} \frac{(3B + 2d)}{(6B + d)}$
	$J = (dt^3 + Be^3)/3$ $C_w = \frac{(dt)^3 + (Be)^3}{36}$	Si $t = e$ $J = t^3(d + B)/3$ $C_w = \frac{t^3}{36}(d^3 + B^3)$
	$J = (dt^3 + Be^3)/3$ $C_w = \frac{(Be)^3}{144} + \frac{(dt)^3}{36}$	Si $t = e$ $J = t^3(d + B)/3$ $C_w = \frac{t^3}{144}(B^3 + 4d^3)$
	$J = (2Be^3 + dt^3)/3$ $C_w = d^2 I_y/4$	Si $t = e$ $J = t^3(2B + d)/3$
	$x_o = \frac{2a(\text{sen}\,\alpha - \alpha\cos\alpha)}{\alpha - \text{sen}\,\alpha\cos\alpha}$ $J = \frac{2a\alpha t^3}{3}$ $C_w = \frac{2ta^5}{3}\left[\alpha^3 - \frac{6(\text{sen}\,\alpha - \alpha\cos\alpha)^2}{\alpha - \text{sen}\,\alpha\cos\alpha}\right]$	Si $2\alpha = \pi$ $x_o = \frac{4a}{\pi}$ $J = \frac{\pi a t^3}{3}$ $C_w = \frac{2ta^5}{3}\left(\frac{\pi^3}{8} - \frac{12}{\pi}\right) = 0.0374ta^5$

Referencias y Bibliografía

1. *"Diseño estructural"*, R. RIDEL – P. HIDALGO.
   Capítulo 3 "Elementos en flexión".
   Pág. 175-219

2. *"Estructuras de acero. Comportamiento y diseño"*, OSCAR DE BUEN.
   Capítulo 5 "Pandeo lateral de vigas".
   Pág. 161-219

3. "*Entwurf und berechnung von stahlbauten"*, FRITZ STÜSSI.
   Capítulo VI "Stabilitätsprobleme".
   Pág. 323-343

4. "*Steel structures design and behavior"*, J. JOHNSON – C. SALMON

5. *Norma Chilena NCH 427*. INN

6. *"Guía para el diseño en acero"*, ELIAS ARZE

7. *"Manual de diseño para estructuras de acero"*. ARZE, RECINE Y ASOCIADOS

8. *"Manual de diseño CINTAC"*

9. Tesis *"Estudio del comportamiento no lineal en estructuras de acero"*. Andrés Schürch, Escuela de Obras Civiles, UACH.