



# Universidad Austral de Chile

---

Facultad de Ciencias de la Ingeniería  
Escuela Ingeniería Civil en Obras Civiles

## “VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL EN ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO DE MÉTODO DE ESCALAMIENTO”

Tesis para optar al Título de:  
Ingeniero Civil en Obras Civiles.

Profesor Guía:  
Sr. Ricardo Larsen Hoetz.  
Ingeniero Civil.

GABRIELA PILAR RÍOS ROJAS.

VALDIVIA - CHILE

2005

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

Resumen.....	1
Abstract.....	2
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN.	
1.1 Presentación del problema.....	4
1.2 Objetivos.....	7
1.3 Metodología.....	7
CAPÍTULO II: PROPUESTA PARA MÉTODO DE ESCALAMIENTO.	
2.1 Enfoque propuesto para el estudio de modelos.....	9
2.1.1 Análisis dimensional.....	10
2.1.2 Modelos.....	11
2.1.2.1 Escala de modelación.....	12
2.1.2.2 Similitud parcial y distorsión de modelación.....	13
2.2 Método propuesto para el estudio de resistencias últimas y admisibles.....	15
2.3 Método propuesto para el estudio de flexibilidad de modelos.....	15
2.4 Método de estimación de distorsión de modelación para estudio de flexibilidades.....	18
CAPÍTULO III: ANÁLISIS TEÓRICO Y VERIFICACIÓN DE MÉTODO DE ESCALAMIENTO.	
3.1 Aplicaciones en vigas.....	23
3.1.1 Análisis teórico vigas.....	23
3.1.2 Verificación de método de escalamiento en vigas para flexibilidades.....	27
3.2 Aplicaciones en pilares.....	29
3.2.1 Análisis teórico de pilar corto.....	29
3.2.2 Verificación de método de escalamiento en pilar corto para flexibilidades.....	32
3.3 Aplicaciones en estructuras.....	33
3.3.1 Análisis teórico de estructuras.....	33
3.3.2 Verificación de método de escalamiento en estructuras para flexibilidades.....	37
3.4 Análisis de resultados.....	39

## CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES.

4.1 Vigas.....	40
4.1.1 Serie experimental 1: Viga esbelta a carga puntual (V1).....	41
4.1.2 Serie experimental 2: Viga intermedia a carga puntual (V2).....	46
4.1.3 Serie experimental 3: Viga corta a carga puntual (V3).....	51
4.2 Pilares.....	57
4.2.1 Serie experimental 4: Pilar corto sometido a compresión (P).....	57
4.3 Estructuras.....	62
4.3.1 Serie experimental 5: Estructura con carga concentrada en el centro (E1).....	62
4.3.2 Serie experimental 6: Estructura con carga concentrada en los dos tercios (E2).....	68

## CAPÍTULO V: ANÁLISIS ESTADÍSTICO.

5.1 Prueba de hipótesis N° 1.....	76
5.1.1 Prueba de hipótesis vigas.....	77
5.1.2 Prueba de hipótesis pilar. ....	83
5.1.3 Prueba de hipótesis estructuras.....	85
5.2 Prueba de hipótesis N° 2. ....	89
5.2.1 Prueba de hipótesis vigas.....	89
5.2.2 Prueba de hipótesis pilar. ....	96
5.2.3 Prueba de hipótesis estructuras.....	98
5.3 Resultados de las pruebas de hipótesis.....	102
Conclusiones.....	104
Bibliografía.....	106
ANEXO A.....	107
ANEXO B.....	113
ANEXO C.....	116

## RESUMEN

En este trabajo de investigación se estudió el comportamiento de estructuras de hormigón armado a escala reducida.

Para esto se construyeron distintos tipos de estructuras, las que fueron ensayadas en el Laboratorio de Ensayo de Materiales de Construcción (L.E.M.C.O).

Cada serie experimental constó de un prototipo y tres modelos. Los materiales utilizados en su construcción fueron:

Acero de refuerzo A44-28H

Alambre galvanizado

Hormigón H37

Con los resultados obtenidos de los ensayos realizados, se analizó el comportamiento de las estructuras y se verificó a través de pruebas de hipótesis, si el modelo propuesto en este estudio predice satisfactoriamente los resultados obtenidos en el prototipo.

A partir de las pruebas de hipótesis realizadas, no se observó concordancia entre los resultados, por lo tanto, no se pudo corroborar la validez del modelo propuesto.

## **ABSTRACT**

In this work of investigation the behavior of reinforced concrete structures studied on reduced scale.

For this different types from structures were constructed, those that were tried in the Research Laboratory of Materials of Construction (L.E.M.C.O).

Each experimental series consisted of a prototype and three models. The materials used in their construction were:

Steel of reinforcement A44-28H

Galvanized wire

Concrete H37

With the obtained results of the made tests, the behavior of the structures was analyzed and it was verified through hypothesis tests, if the model proposed in this study satisfactorily predicts the results obtained in the prototype.

From the tests of made hypotheses, agreement between the results was not observed, therefore, the validity of the proposed model could not be corroborated.

## **CAPITULO I:**

### **INTRODUCCIÓN**

#### **1.1. Presentación del problema.**

El desarrollo a nivel internacional y en Chile de modelos estructurales a escala es aún incipiente. Los esfuerzos más representativos en nuestro país se dan desde el año 1988 motivados por el terremoto del 3 de Marzo de 1985, a través de un proyecto de investigación desarrollado en la Universidad Técnica Federico Santa María (UTFSM) de Valparaíso, con el fin de evaluar la capacidad resistente y el daño asociado a diversos sistemas estructurales.

Una de las etapas desarrolladas durante este proyecto consistió en la utilización de esta técnica considerando la construcción y ensayo de diversos modelos de microhormigón armado. En una primera etapa se buscó simular las propiedades mecánicas de los materiales, para luego realizar experimentos simples de elementos a tamaño natural y a escala 1/10 sometidos a flexión y corte. Al obtener resultados satisfactorios, se construyeron luego modelos de muros aislados y acoplados, partes componentes del edificio Villa Real de la ciudad de Viña del Mar. Finalmente se construyó un modelo completo de su estructura sismorresistente para compararla con el deterioro observado durante el citado sismo.

La experiencia anterior dio pie para que en el último tiempo se haya comenzado a trabajar en el estudio del comportamiento dinámico de modelos de estructuras de hormigón armado y para verificar hasta que punto los métodos utilizados anteriormente en la fabricación de los modelos estáticos pueden ser usados en ensayos que consideren la alta velocidad de la sollicitación sísmica, sin que hasta el momento las experiencias realizadas permitan obtener conclusiones satisfactorias.

Cabe mencionar que la información disponible a la fecha sobre la modelación del comportamiento dinámico es muy escasa y muchas veces poco consistente. Esto debido a que generalmente los investigadores estudian la problemática desde distintos puntos de vista.

Si bien la economía que implica la reducción de la cantidad de materiales involucrados en la fabricación de los modelos es un factor importante que se debe considerar al decidir trabajar con estos elementos, no es la única razón por la cual es conveniente usar un modelo a escala cuando se quiera obtener datos sobre el comportamiento mecánico de alguna determinada estructura. En efecto, existen también otras ventajas comparativas en relación con ensayos de elementos realizados a tamaño natural, y que son muy importantes al momento de tomar la decisión de un programa de investigación. Las principales son las siguientes:

- ✓ Se disminuye la capacidad de los equipos de laboratorio.
- ✓ El montaje de los experimentos es más rápido y generalmente no es necesario utilizar maquinaria pesada para realizar las experiencias.
- ✓ Mayor facilidad y rapidez de ensayos.
- ✓ Los modelos ensayados son de fácil almacenamiento, pudiendo realizárseles exámenes posteriores.
- ✓ Gracias al menor costo que implica la economía de materiales y maquinarias involucrados en la realización de estos ensayos, se pueden fabricar más modelos, probar diferentes alternativas de diseño y examinar los métodos de escalamiento más adecuados, permitiendo una mejor base experimental.

Sin embargo, así como existen ciertas ventajas en la utilización de este método, también se deben tener en cuenta algunas consideraciones por las cuales no sería conveniente trabajar con modelos a escala de estructuras de hormigón armado, debido principalmente a que su uso puede introducir distorsiones importantes en las respuestas que presenten los modelos con respecto al ensayo del mismo elemento a tamaño natural. Generalmente estas distorsiones apuntan hacia aspectos geométricos y del comportamiento mecánico del material utilizado para simular el hormigón real. Tal es el caso del micro-hormigón, pues con frecuencia presenta alteraciones importantes que deben ser corregidas para lograr simular de la mejor manera posible las mismas características que encontramos en el hormigón real. Es así como por ejemplo muchas veces se dice del micro-hormigón que:

- ✓ Presenta una resistencia excesiva a tracción.
- ✓ En compresión su deformación de rotura es muy alta.
- ✓ Su rotura es menos frágil que la del hormigón normal.
- ✓ Al reducirse la escala se afecta el mecanismo de adherencia entre el hormigón y el acero.

- ✓ El gradiente de deformaciones en el modelo es mayor que en la estructura real.

A modo de conclusiones generales de esta experiencia se puede decir:

1. Que el estudio con modelos de micro-hormigón armado constituye una buena herramienta de investigación por la similitud en la fisuración y modos de falla experimentados por las estructuras reales modeladas. Sin embargo, para que los modelos sean capaces de reproducir el comportamiento de un prototipo o de elementos estructurales de tamaño natural, se debe tener especial cuidado en la etapa de construcción de cada uno de los elementos.
2. Que si bien en ensayos simples de elementos de hormigón armado la fisuración puede ser similar, se ha podido apreciar que generalmente en los ensayos de modelos de micro-hormigón armado el mecanismo de agrietamiento es diferente al desarrollado en el prototipo, siendo común en estos modelos observar una menor cantidad de grietas, más separadas y de aparición más tardía que en los correspondientes elementos a tamaño natural. Al ser esta una simulación imprecisa del patrón de agrietamiento, afecta el mecanismo de resistencia al corte de estos elementos. Por este motivo, las fallas por corte de estructuras de hormigón armado son muy difíciles de reproducir en los modelos.
3. Que a pesar de que en nuestro país la aplicación de esta técnica en el caso de la ingeniería estructural es relativamente nueva y quizás no ha sido lo suficientemente difundida, en el último tiempo ha surgido un interés creciente por el estudio de los modelos a escala. Así este análisis experimental, gracias a las investigaciones realizadas, constituye una herramienta importante en el estudio de estructuras de hormigón armado con el fin de observar el comportamiento y evaluar sus respuestas.
4. Que es necesario mencionar la falta de evaluación de la utilización de otros materiales y formas de generar el escalamiento de modelos. Si bien los avances realizados en relación con los métodos y técnicas utilizadas en la preparación del micro-hormigón han sido notables, aún no ha sido posible reproducir el comportamiento del hormigón real en toda su dimensión.



La modelación a escala reducida es una técnica utilizada en diferentes áreas de la ingeniería, para obtener a través de modelos pequeños, resultados que se asemejen a la estructura original o prototipo. Cuando esta técnica cumple con los objetivos propuestos es muy útil, ya que se podrían realizar ensayos con estructuras más pequeñas, con su consiguiente ahorro de materiales y facilidad para realizar el ensayo.

En el campo de la ingeniería estructural el uso de modelos a escala esta aún en desarrollo, el estudio de estos se ha basado principalmente en el análisis de esfuerzos y deformaciones. A lo que también se podría agregar el estudio de grietas y de resistencia ante sollicitaciones cíclicas o dinámicas de distinta naturaleza.

Cuando se necesita que el modelo represente el comportamiento experimentado por una estructura, es usual que el material elegido para el modelo sea el mismo que el de la estructura real, con el fin que las relaciones esfuerzo-deformación del material del modelo sean las mismas que las del material del prototipo. De este modo cuando se logra que los esfuerzos y deformaciones en el modelo sean las mismas que en la estructura real se dice que el modelo es una réplica.

En el presente estudio ocuparemos materiales comunes, sin ningún tipo de tratamiento. El material usado en los modelos es distinto al del prototipo, por esta razón la semejanza entre el prototipo y el modelo no será perfecta. Motivo por el cual se aplicará una metodología que nos permita escalar las variables del modelo de tal manera que se logre estimar los esfuerzos y deformaciones en la estructura real.

## 1.2. Objetivos:

Para la presente tesis se plantea como objetivo general:

- Plantear una metodología de escalamiento y verificar su aplicabilidad a estructuras simples hormigón armado.

Como objetivos específicos se plantea:

- Verificar método de escalamiento, basado en el análisis de flexibilidad estructural.
- Comparar criterios de modelación propuestos con resultados experimentales.

## 1.3. Metodología.

Se revisará el método teórico de escalamiento propuesto por P. Salgado para luego comparar sus resultados con los obtenidos de ensayos experimentales. Las estructuras ensayadas se pueden agrupar de la siguiente forma:

Serie experimental 1: Viga esbelta a carga puntual (V1).

Serie experimental 2: Viga intermedia a carga puntual (V2).

Serie experimental 3: Viga corta a carga puntual (V3).

Serie experimental 4: Pilar corto sometido a compresión (P).

Serie experimental 5: Estructura con carga concentrada en el centro (E1).

Serie experimental 6: Estructura con carga concentrada en los dos tercios (E2).

Cada serie experimental consta de un prototipo y tres modelos, de los cuales se hicieron tres muestras.

La construcción y los ensayos de las estructuras fueron realizados en el Laboratorio de Ensayo de Materiales de Construcción (L.E.M.C.O).

A los resultados obtenidos de las estructuras sometidas a ensayos, se le aplicarán dos pruebas de hipótesis:

**Prueba de hipótesis N° 1:** consiste en verificar si la escala usada en la construcción de los modelos es la que predice el prototipo.

**Prueba de hipótesis N° 2:** consiste en verificar si la escala obtenida del modelo teórico es la que predice el prototipo.

## **CAPÍTULO II:**

### **PROPUESTA PARA MÉTODO DE ESCALAMIENTO**

#### **2.1 Enfoque propuesto para el estudio de modelos.**

En los problemas de ingeniería estructural es conveniente que se pueda dar a los medios de cálculo un apoyo importante a través de la experimentación. A pesar de los avances recientes incorporados en el diseño, existen situaciones en las cuales no se logra tener una idea clara del comportamiento real que experimentan algunas estructuras ni de los fenómenos que condicionan su respuesta.

La incorporación del estudio de estructuras de hormigón armado a escala reducida, permite analizar el comportamiento que tienen las macro estructuras al reducir su tamaño y utilizar materiales que no tiene las mismas propiedades mecánicas que el prototipo o estructura real.

En el presente capítulo se buscará desarrollar una teoría que sustente el uso de modelos en el estudio de estructuras y elementos estructurales de hormigón armado, con el fin de obtener un método de modelación que entregue resultados coherentes y válidos para predecir la respuesta que pueda experimentar un sistema real, tomando las precauciones necesarias para minimizar estos inconvenientes.

Es conveniente antes de entrar a desarrollar la teoría de modelos propuesta, entender primero el concepto de análisis dimensional, incluyendo algunas definiciones básicas y los principios en que está basado, para luego introducirnos en los modelos físicos destacando algunas ideas principales como la semejanza que debe existir entre el prototipo y el modelo.

### 2.1.1 Análisis dimensional.

Cuando es necesario establecer relaciones entre las variables de interés que intervienen en un fenómeno físico cualquiera se emplea la técnica del análisis dimensional. Esta se basa en el concepto de homogeneidad dimensional y responde al principio de que cualquier relación cuantificable que se establezca entre los parámetros que intervienen en dicho fenómeno debe ser dimensionalmente homogénea. A partir de este análisis se puede expresar cualquier relación agrupando adecuadamente sus términos como una combinación de parámetros adimensionales. Esta es la idea básica del análisis dimensional, con lo que es posible reducir el número de variables y hacer que este resultado compacto sea aplicable a otras situaciones similares. Si bien esta idea parece simple, para una correcta aplicación se requiere saber claramente que es lo que se entiende por parámetro, variable, medida, magnitud, unidad y dimensión.

Si nos referimos a estudiar un fenómeno físico cualquiera podemos observar que existen distintos aspectos que intervienen en él y que cada uno de ellos puede ser evaluado mediante el valor que adquieran los *parámetros* que los representan. Estos parámetros determinan las distintas características presentes en el fenómeno y que pueden ser propias de los elementos, del medio, del movimiento, etc.

Para poder evaluar cuantitativamente cada uno de los parámetros, se utiliza una *medida*, que corresponde a una expresión comparativa de las cantidades. Esta medida a su vez está representada por una *magnitud*, que se indica por un número real y que corresponde al tamaño de una *variable*, y una *unidad*, que consiste en una medida de referencia conocida, que es arbitraria y que está establecida por convención.

Las unidades permiten realizar una comparación objetiva entre las medidas de una misma variable y los sistemas de unidades son los encargados de indicar las combinaciones adecuadas de *dimensiones* para medir cualquier variable en dicho sistema. De esta manera, para que un sistema sea coherente, cualquier variable debe poder ser medida en unidades que se deriven de él mediante relaciones monomias, o sea expresiones de un solo término formadas por combinaciones de las unidades básicas.

### **2.1.2 Modelos.**

La idea fundamental planteada por el análisis dimensional consiste en que cualquier relación que represente el comportamiento de una variable en un fenómeno físico puede ser expresada mediante la agrupación conveniente de las variables originales en términos de parámetros sin dimensiones. Estos términos, conocidos como parámetros adimensionales, y que son menos en cantidad que los parámetros dimensionales que gobiernan el fenómeno, tienen un valor numérico que no va a depender de las unidades utilizadas para medir cada una de las variables dimensionales y por lo tanto la relación es independiente del tamaño del fenómeno si ambas situaciones son semejantes, o sea si el fenómeno es el mismo para ambos casos. Este hecho es el que permite estudiar el comportamiento de muchos fenómenos reales en ingeniería con la ayuda de un modelo a una escala diferente, en el cual se observa y mide un fenómeno semejante.

Llamaremos prototipo a una estructura que se encuentra a escala real o natural. El modelo por su parte, corresponderá a una representación a escala reducida del prototipo, en la cual se pretende lograr que los fenómenos producidos en el modelo sean semejantes a los experimentados en el prototipo.

Es importante entender en este momento el concepto de similitud física que debe existir entre ambos fenómenos. Se dice que un fenómeno físico es similar si solo existe diferencia entre los valores numéricos que tomen los parámetros dimensionales que lo caracterizan, pero a su vez los valores de los parámetros adimensionales deben ser idénticos, es decir, deben tener igual valor en el prototipo y el modelo para que el fenómeno estudiado sea similar en ambas situaciones.

Como hemos visto, el análisis dimensional nos permite determinar las características principales que interesan estudiar en un modelo, con el fin de lograr una semejanza entre el modelo y el prototipo. Para esto se debe conocer la escala de cada variable, escala que depende de las condiciones de similitud, y que una vez conocida permite transformar las medidas de esa variable entre el prototipo y el modelo o viceversa.

### 2.1.2.1 Escala de modelación.

Para trasladar las medidas de las variables entre el prototipo y el modelo, se requiere conocer la escala a la cual se encuentran las variables. Entenderemos entonces por escala de una variable a la razón entre el valor de ella en el modelo y su valor en el prototipo en condiciones semejantes.

El factor de escala de modelación ha sido definido como:

$$f = \frac{1}{r} = \frac{V_m}{V_p}$$

Con:

$r$ : Número real entero.

$V_m$ : Variable asociada al modelo.

$V_p$ : Variable asociada al prototipo.

Definiremos distintos tipos de factores de escalas, dependiendo de las variables analizadas:

#### **Factor de escala geométrico:**

$$\frac{\text{Longitud modelo}}{\text{Longitud prototipo}} = \frac{1}{l} = \frac{1}{r} = f_{eg}$$

Del factor de escala geométrico podemos obtener factores de escala derivados de este:

$$\frac{\text{Área modelo}}{\text{Área prototipo}} = \frac{1}{l^2} = \frac{1}{r^2} = f_{eg}^2$$

$$\frac{\text{Momento estático modelo}}{\text{Momento estático prototipo}} = \frac{1}{l^3} = \frac{1}{r^3} = f_{eg}^3$$

$$\frac{\text{Inercia modelo}}{\text{Inercia prototipo}} = \frac{1}{l^4} = \frac{1}{r^4} = f_{eg}^4$$

**Factor de escala de fuerza:**

$$\frac{\text{Fuerza modelo}}{\text{Fuerza prototipo}} = \frac{\sigma_m \cdot A_m}{\sigma_p \cdot A_p} = \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \cdot \frac{1}{l^2} = \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \cdot f_{eg}^2$$

El experimento se realizó usando tanto en el prototipo como en los modelos el mismo hormigón, por lo tanto el factor de escala de fuerza utilizado es:

$$\frac{\text{Fuerza modelo}}{\text{Fuerza prototipo}} = \frac{1}{l^2} = \frac{1}{r^2} = f_{eg}^2$$

Además podemos combinar factores de escala:

$$\frac{\text{Flexibilidad modelo}}{\text{Flexibilidad prototipo}} = \frac{(\delta_m / P_m)}{(\delta_p / P_p)} = r = \frac{1}{f_{eg}}$$

**2.1.2.2 Similitud parcial y distorsión de modelación.**

Existen casos en que la similitud no es total entre el prototipo y el modelo, es decir, los números adimensionales no serán iguales y por lo tanto sólo existirá una similitud parcial entre ambos elementos.

En el caso en que no se puedan igualar todos los parámetros adimensionales entre modelo y prototipo, se debe prestar atención para no provocar distorsiones importantes. Estas se producen debido a que las escalas seleccionadas no mantienen necesariamente la igualdad de todos los parámetros adimensionales que participan en el fenómeno, por lo que pueden adquirir importancia en el modelo aspectos que no la tienen realmente en el prototipo o viceversa. Este hecho generará distorsiones en la modelación que deben ser analizadas, pues la semejanza mecánica no será perfecta.

Por esta razón estas distorsiones deben ser mantenidas dentro de un rango definido con el fin de obtener modelos con errores de predicción adecuados. Para ello, definiremos a continuación dos conceptos importantes en esta etapa que son el “*Error de predicción del modelo*” y la “*Discrepancia de modelación*”.



### **Error de predicción del modelo.**

Se define como el error entre la predicción y la variable real para una cierta variable.

$$\text{Se define como: } \varepsilon = \left| \frac{\text{Variable Predicha por el Modelo}}{\text{Variable Real en el Prototipo}} - 1 \right|$$

Pero dado que:  $\text{Variable Predicha por el Modelo} = \text{Variable Modelo} / f$

$$\varepsilon = \left| \frac{\text{Variable Modelo}}{f \cdot \text{Variable Real en el Prototipo}} - 1 \right|$$

$$\text{o bien: } -\varepsilon \leq \left( \frac{\text{Variable Modelo}}{f \cdot \text{Variable real en el Prototipo}} - 1 \right) \leq \varepsilon$$

### **Discrepancia de modelación.**

Se define como la diferencia relativa entre los parámetros adimensionales del modelo y del prototipo.

Esta discrepancia no es deseable, pues genera error en la predicción del modelo, pero como no podemos evitarla para la experiencia en cuestión es posible eventualmente acotarla dentro de ciertos rangos.

$$\text{Discrepancia de Parámetro } N = \Delta_N = \frac{N_m}{N_p} - 1$$

Con:

$N_m$  : Parámetro usado para el modelo.

$N_p$  : Parámetro usado para el prototipo.

## 2.2 Método propuesto para el estudio de resistencias últimas y admisibles.

Se pueden usar dos métodos:

- Usar directamente los factores establecidos en la sección 2.1.2.1 que considera solamente el factor de escala geométrico.
- Determinar el factor de escala a partir de los valores teóricos de  $P_m/P_p$  y  $\delta_m/\delta_p$  que considera todas las variables experimentales relevantes.

## 2.3 Método propuesto para el estudio de flexibilidad de modelos.

Para el estudio de modelos se desarrollará un método basado en el análisis dimensional, el cual se explicará a continuación.

Para el desarrollo del método se utilizó una estructura modelo, que tenga incorporados los efectos producidos por flexión, corte y axial; a partir de esta estructura se desarrollaron las expresiones de las deformaciones, y con la ayuda del análisis dimensional se obtuvieron los parámetros adimensionales que determinarán las condiciones de similitud entre el prototipo y el modelo.

El desarrollo de las expresiones de las deformaciones se encuentra en el Anexo B.

Estructura de pilar y viga en volado con carga puntual en el extremo de la viga.

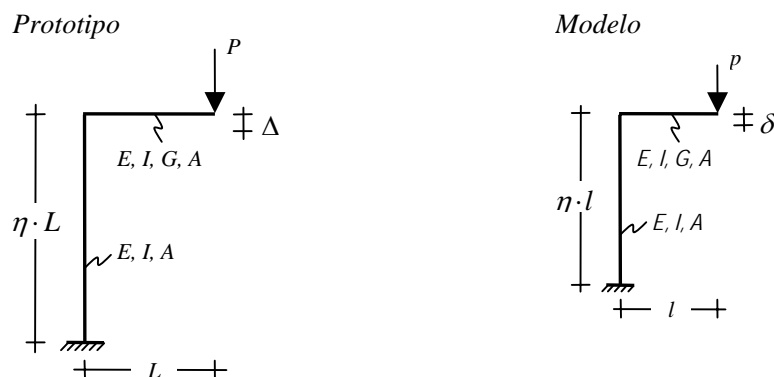


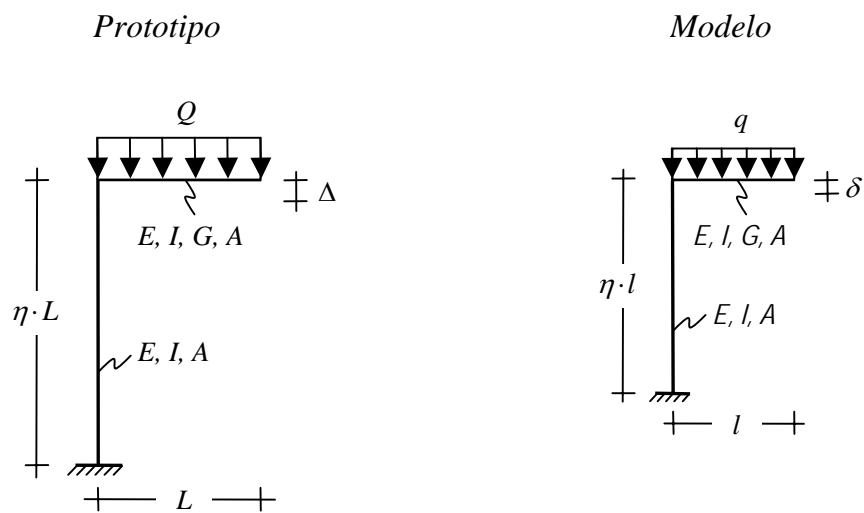
Figura 2.1 Prototipo y modelo de estructura de pilar y viga en volado con carga puntual en el extremo de la viga.

El método se desarrolla a partir de la relación entre la flexibilidad del modelo y del prototipo.

$$\frac{\delta/p}{\Delta/P} = \left(\frac{l}{L}\right)^3 \cdot \left(\frac{E}{E}\right) \cdot \left(\frac{I}{I}\right) \cdot \left[ \frac{1+3 \cdot \eta \cdot (1+\mathcal{F}\mathcal{A}_m)+3 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_m}{1+3 \cdot \eta \cdot (1+\mathcal{F}\mathcal{A}_p)+3 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_p} \right] \quad (1)$$

$\eta = \text{Largo Columna} / \text{Largo Viga}$

**Estructura de pilar y viga en volado con carga distribuida sobre la viga.**



**Figura 2.2 Prototipo y modelo de estructura de pilar y viga en volado con carga distribuida sobre la viga .**

$$\frac{\delta/q}{\Delta/Q} = \left(\frac{l}{L}\right)^4 \cdot \left(\frac{E}{E}\right) \cdot \left(\frac{I}{I}\right) \cdot \left[ \frac{1+4 \cdot \eta \cdot (1+2 \cdot \mathcal{F}\mathcal{A}_m)+4 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_m}{1+4 \cdot \eta \cdot (1+2 \cdot \mathcal{F}\mathcal{A}_p)+4 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_p} \right] \quad (2)$$

A partir del análisis de estas expresiones se pueden extraer los siguientes resultados:

- ✓  $\mathcal{F}\mathcal{A}$  y  $\mathcal{F}C$  son los parámetros adimensionales obtenidos del análisis dimensional y se conocerán como el *Número Flexo-Axial* y el *Número Flexo-Cortante* respectivamente. Los subíndices determinan si corresponden al prototipo o al modelo en cada caso.

- ✓ Existe un factor para carga puntual y para carga distribuida dado por :

$$f_p = \left(\frac{l}{L}\right)^3 \cdot \left(\frac{E}{E}\right) \cdot \left(\frac{I}{I}\right) \quad (\text{Factor para carga puntual})$$

$$f_Q = \left(\frac{l}{L}\right)^4 \cdot \left(\frac{E}{E}\right) \cdot \left(\frac{I}{I}\right) \quad (\text{Factor para carga distribuida})$$

- ✓ Las ecuación (1) se puede expresar como:

$$\frac{\text{Flexibilidad Modelo}}{\text{Flexibilidad Prototipo}} = \frac{F_m}{F_p} = \frac{\delta/p}{\Delta/P} = f_p \cdot \left[ \frac{1 + \frac{\alpha \cdot \eta}{\beta} + \alpha \cdot \eta \cdot \mathcal{F}A_m + \frac{\alpha \cdot k}{\beta} \cdot \mathcal{F}C_m}{1 + \frac{\alpha \cdot \eta}{\beta} + \alpha \cdot \eta \cdot \mathcal{F}A_p + \frac{\alpha \cdot k}{\beta} \cdot \mathcal{F}C_p} \right] \quad (*)$$

- ✓ Las ecuación (2) se puede expresar como:

$$\frac{\text{Flexibilidad Modelo}}{\text{Flexibilidad Prototipo}} = \frac{F_m}{F_p} = \frac{\delta/p}{\Delta/P} = f_Q \cdot \left[ \frac{1 + \frac{\alpha \cdot \eta}{\beta} + \alpha \cdot \eta \cdot \mathcal{F}A_m + \frac{\alpha \cdot k}{\beta} \cdot \mathcal{F}C_m}{1 + \frac{\alpha \cdot \eta}{\beta} + \alpha \cdot \eta \cdot \mathcal{F}A_p + \frac{\alpha \cdot k}{\beta} \cdot \mathcal{F}C_p} \right]$$

Con:

$\alpha$ : Factor de la forma de deformación por flexión, que depende de las condiciones de apoyo y de la aplicación de la carga. Está dado por la expresión  $\Delta = \frac{P \cdot L^3}{\alpha \cdot E \cdot I}$

$\beta$ : Factor de tipo de carga (dependiendo si la carga es puntual o distribuida).

$k$ : Se conoce como factor de forma de la sección.

$\eta$ : Corresponde a las medidas relativas entre pilares y vigas, y ha sido definida como la razón entre el largo de la columna y el largo de la viga en una estructura.

## 2.4 Método de estimación de distorsión de modelación para estudio de flexibilidades.

Para (\*):

$$\varepsilon = \left| \frac{\delta/p}{\Delta/P} - 1 \right| = \left| f_p \cdot \frac{\left[ 1 + \frac{\alpha \cdot \eta}{\beta} + \alpha \cdot \eta \cdot \mathcal{FA}_m + \frac{\alpha \cdot k}{\beta} \cdot \mathcal{FC}_m \right]}{\left[ 1 + \frac{\alpha \cdot \eta}{\beta} + \alpha \cdot \eta \cdot \mathcal{FA}_p + \frac{\alpha \cdot k}{\beta} \cdot \mathcal{FC}_p \right]} - 1 \right|$$

En el caso de aplicar carga distribuida se debe reemplazar  $f_p$  por  $f_Q$ .

*Discrepancia Flexo - Axial:*  $\Delta_{\mathcal{FA}} = \frac{\mathcal{FA}_m}{\mathcal{FA}_p} - 1 \Rightarrow \mathcal{FA}_m = \mathcal{FA}_p + \Delta_{\mathcal{FA}} \cdot \mathcal{FA}_p$

*Discrepancia Flexo - Cortante:*  $\Delta_{\mathcal{FC}} = \frac{\mathcal{FC}_m}{\mathcal{FC}_p} - 1 \Rightarrow \mathcal{FC}_m = \mathcal{FC}_p + \Delta_{\mathcal{FC}} \cdot \mathcal{FC}_p$

Reemplazando  $\mathcal{FA}_m$  y  $\mathcal{FC}_m$  en la expresión anterior para el error se obtiene:

$$\varepsilon = \left| (f_p - 1) + f_p \cdot \frac{\left[ \alpha \cdot \eta \cdot \Delta_{\mathcal{FA}} \cdot \mathcal{FA}_p + \frac{\alpha \cdot k}{\beta} \cdot \Delta_{\mathcal{FC}} \cdot \mathcal{FC}_p \right]}{\left\{ 1 + \frac{\alpha \cdot \eta}{\beta} + \alpha \cdot \eta \cdot \mathcal{FA}_p + \frac{\alpha \cdot k}{\beta} \cdot \mathcal{FC}_p \right\}} \right|$$

Entonces la expresión final para el error queda acotada por:

$$\varepsilon = \left| (A \cdot \Delta_{\mathcal{FA}} + B \cdot \Delta_{\mathcal{FC}}) \cdot f_p + (f_p - 1) \right|$$

O bien:

$$-\varepsilon \leq (A \cdot \Delta_{\mathcal{FA}} + B \cdot \Delta_{\mathcal{FC}}) \cdot f_p + (f_p - 1) \leq \varepsilon$$

$$\frac{-\varepsilon + (1 - f_p)}{f_p} \leq A \cdot \Delta_{\mathcal{FA}} + B \cdot \Delta_{\mathcal{FC}} \leq \frac{\varepsilon + (1 - f_p)}{f_p}$$

Con:

$$A = a \cdot \mathcal{FA}_p; \text{ Donde } a = \frac{\alpha \cdot \eta}{\left\{ 1 + \frac{\alpha \cdot \eta}{\beta} + \alpha \cdot \eta \cdot \mathcal{FA}_p + \frac{\alpha \cdot k}{\beta} \cdot \mathcal{FC}_p \right\}}$$

$$B = b \cdot \mathcal{FC}_p; \text{ Donde } b = \frac{\frac{\alpha \cdot k}{\beta}}{\left\{ 1 + \frac{\alpha \cdot \eta}{\beta} + \alpha \cdot \eta \cdot \mathcal{FA}_p + \frac{\alpha \cdot k}{\beta} \cdot \mathcal{FC}_p \right\}}$$

El error de predicción  $\varepsilon$  para el modelo se puede expresar como un porcentaje (%) y su gráfica en general tiene la forma que se muestra en la figura 2.3.

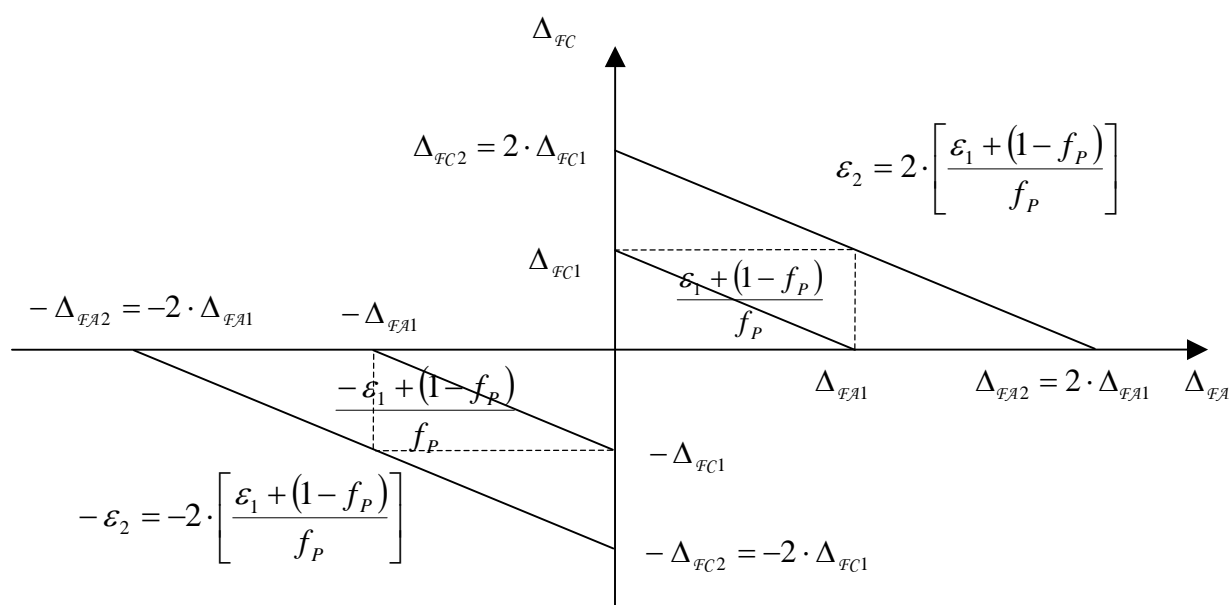


Figura 2.3. Forma general para gráfica del error.

Dada la relación lineal entre el error y la discrepancia experimental de los parámetros considerados, podemos decir que:

$$\text{Error de Predicción} = \varepsilon \geq \text{el menor de } \begin{cases} -(2 \cdot A \cdot \Delta_{FA}) \cdot f_P + (f_P - 1) \\ -(2 \cdot B \cdot \Delta_{FC}) \cdot f_P + (f_P - 1) \end{cases}$$

$$\text{Error de Predicción} = \varepsilon \leq \text{el mayor de} \begin{cases} (2 \cdot A \cdot \Delta_{FA}) \cdot f_P + (f_P - 1) \\ (2 \cdot B \cdot \Delta_{FC}) \cdot f_P + (f_P - 1) \end{cases}$$

Lo que nos permite independizar ambas discrepancias de parámetros entre si.

Los términos  $A$  y  $B$  los simplificaremos de acuerdo a lo siguiente:

1.- Como se puede apreciar, las expresiones  $\mathcal{FA} = E \cdot I / A \cdot E \cdot L^2$  y  $\mathcal{FC} = E \cdot I / A \cdot G \cdot L^2$  dependen principalmente de la altura de la sección  $h$  y del largo del elemento  $L$ , entonces podemos definir los rangos entre los que varían estas expresiones para determinados valores de  $h$  y  $L$ .

Cuando  $L$  es mucho mayor que  $h$  entonces  $\mathcal{FA}$  y  $\mathcal{FC}$  tienden a valores cercanos a cero.

Por otro lado cuando  $h$  es mayor que  $L$  entonces  $\mathcal{FA}$  y  $\mathcal{FC}$  tienden a infinito.

De esta manera,  $\mathcal{FA}$  y  $\mathcal{FC}$  varían de 0 a  $\infty$ .

2.- Por consideraciones prácticas los valores para las constantes  $a$  y  $b$  están acotadas puesto que dependen de la geometría, condiciones de la estructura y del tipo de carga aplicada. Los parámetros de los cuales dependen se encuentran comprendidos de la siguiente forma:

$\eta$ : Para efectos prácticos varía entre 0,5 y 2,0.

$k$ : Varía entre 1,0 y 1,2 para sección doble T y sección cuadrada respectivamente.

$\beta$ : Vale 1,0 si la carga aplicada es puntual y 2,0 si es distribuida.

$\alpha$ : En la figura 2.4 se muestran ejemplos de algunos elementos estructurales con sus respectivos factores de deformación de los que se concluye que:

para carga puntual  $3 < \alpha < 192$

para carga distribuida  $8 < \alpha < 384$

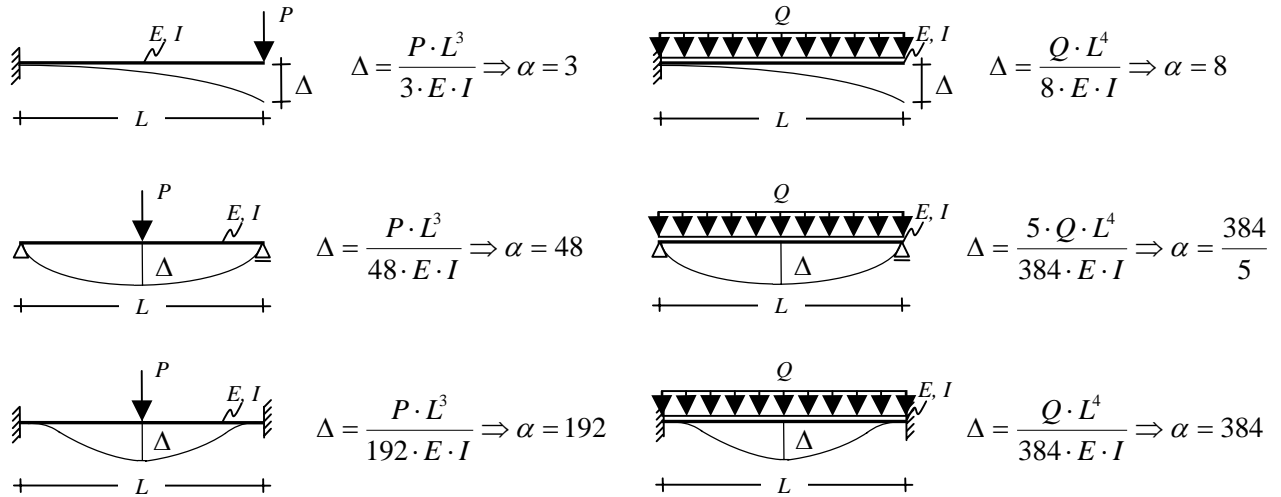


Figura 2.4 Elementos estructurales y factores de deformación por flexión.

Con el acotado de los valores de  $F_A$ ,  $F_C$  y de las constantes que dependen de las condiciones de la estructura, veremos ahora como varían los valores de  $a$  y  $b$ .

Para  $a$ , con  $F_A \approx 0$ :

Con:  $\beta = 1$

$\alpha \backslash \eta$	0.5	2.0
3	0.6	0.86
192	0.990	0.997

Con:  $\beta = 2$

$\alpha \backslash \eta$	0.5	2.0
8	1.33	1.78
384	1.98	1.99

Para  $b$ , con  $F_A \approx 0$ :

Con:  $\beta = 1$  y  $\alpha = 3$

$k \backslash \eta$	0.5	2.0
1	1.2	0.43
1.2	1.44	0.51

Con:  $\beta = 1$  y  $\alpha = 192$

$k \backslash \eta$	0.5	2.0
1	1.98	0.5
1.2	2.38	0.6

Con:  $\beta = 2$  y  $\alpha = 8$

Con:  $\beta = 2$  y  $\alpha = 384$



$k \backslash n$	0.5	2.0
1	1.33	0.44
1.2	1.6	0.53

$k \backslash n$	0.5	2.0
1	1.98	0.5
1.2	2.38	0.6

Ahora para valores de  $\mathcal{FA}$  y  $\mathcal{FC}$  mucho mayores que cero, las expresiones de  $a$  y  $b$  tienden a cero. De esta manera tenemos acotados  $a$  y  $b$  de la siguiente manera:

$a$  varía entre 0 y 2.0

$b$  varía entre 0 y 2.38

Luego:

Error máximo de predicción en deficiencia:

$$\mathcal{E}_{m\acute{a}x. def.} \geq \text{el menor de} \begin{cases} -(2 \cdot a_{m\acute{a}x} \cdot \mathcal{FA}_p \cdot \Delta_{\mathcal{FA}}) \cdot f_p + (f_p - 1) \\ -(2 \cdot b_{m\acute{a}x} \cdot \mathcal{FC}_p \cdot \Delta_{\mathcal{FC}}) \cdot f_p + (f_p - 1) \end{cases}$$

$$\mathcal{E}_{m\acute{a}x. def.} \geq \text{el menor de} \begin{cases} -(4 \cdot \mathcal{FA}_p \cdot \Delta_{\mathcal{FA}}) \cdot f_p + (f_p - 1) \\ -(4.76 \cdot \mathcal{FC}_p \cdot \Delta_{\mathcal{FC}}) \cdot f_p + (f_p - 1) \end{cases}$$

Error máximo de predicción en exceso:

$$\mathcal{E}_{m\acute{a}x. ex.} \leq \text{el mayor de} \begin{cases} (2 \cdot a_{m\acute{a}x} \cdot \mathcal{FA}_p \cdot \Delta_{\mathcal{FA}}) \cdot f_p + (f_p - 1) \\ (2 \cdot b_{m\acute{a}x} \cdot \mathcal{FC}_p \cdot \Delta_{\mathcal{FC}}) \cdot f_p + (f_p - 1) \end{cases}$$

$$\mathcal{E}_{m\acute{a}x. ex.} \leq \text{el mayor de} \begin{cases} (4 \cdot \mathcal{FA}_p \cdot \Delta_{\mathcal{FA}}) \cdot f_p + (f_p - 1) \\ (4.76 \cdot \mathcal{FC}_p \cdot \Delta_{\mathcal{FC}}) \cdot f_p + (f_p - 1) \end{cases}$$

## CAPÍTULO III:

### ANÁLISIS TEÓRICO Y VERIFICACIÓN DE MÉTODO DE ESCALAMIENTO

Para verificar la validez del método de escalamiento propuesto en el capítulo anterior, se hizo el cálculo de las estructuras construidas.

#### 3.1 Aplicaciones en vigas.

##### 3.1.1 Análisis teórico vigas.

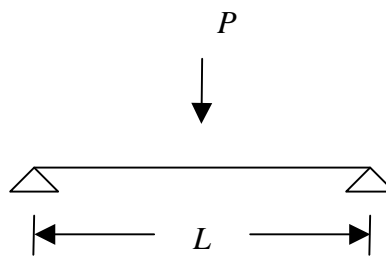


Fig. 3.1 Viga simplemente apoyada con carga concentrada en el centro.

Se estudiarán tres tipos de vigas:

Viga 1: Viga esbelta a carga puntual de sección rectangular.

Viga 2: Viga intermedia a carga puntual de sección rectangular.

Viga 3: Viga corta a carga puntual de sección rectangular.

Estas vigas tienen la misma sección, lo único que varía es el largo de la viga.

Los datos de las vigas se mostrarán en la siguiente tabla:

Vigas	Prototipo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
$1/r$	1 / 1	1 / 2	1 / 1.5	1 / 2.5
$b$ (cm)	10	5	6.7	4
$h$ (cm)	20	10	13.3	8
$d$ (cm)	18.5	9.25	12.3	7.4
$d'$ (cm)	1.5	0.75	1	0.6
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	1.57	0.42	0.57	0.28
$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )	1.01	0.28	0.42	0.18
$f'_c$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	370	370	370	370
$f_y$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2800	3650	2800	3650
$f'_y$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2800	3650	3650	3650
$E_c$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	284287	284287	284287	284287
$E_s$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2100000	2100000	2100000	2100000
$E'_s$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2100000	2100000	2100000	2100000

**Tabla 3.1.1 Datos de las vigas estudiadas.**

El largo de cada viga es:

$L$ (cm)	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Prototipo	210	100	50
Modelo 1	105	50	25
Modelo 2	140	66.7	33.3
Modelo 3	84	40	20

**Tabla 3.1.2 Largo de las vigas.**

De las expresiones del Anexo A obtenemos:

Comportamiento	Vigas	Prototipo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Comportamiento elástico	$n$	7.39	7.39	7.39	7.39
	$A$ (cm <sup>2</sup> )	69.36	17.96	27.77	11.68
	$\bar{y}$ (cm)	5.13	2.62	3.12	2.12
	$I$ (cm <sup>4</sup> )	2608.80	171.94	431.86	72.17
	$W$ (cm <sup>3</sup> )	508.19	65.59	138.30	34.04
Comportamiento último	$c$ (cm)	1.61	0.95	0.98	0.77
	$a$ (cm)	1.26	0.74	0.77	0.60

**Tabla 3.1.3 Datos de las vigas en comportamiento elástico y último.**

Calculamos el momento admisible y el momento último teórico para el prototipo y sus modelos:

Vigas	$M_{adm} (Kg \cdot cm)$	$M_{últ} (Kg \cdot cm)$
Prototipo	36990.50	72819.30
Modelo 1	6408.55	12676.97
Modelo 2	8918.44	17397.72
Modelo 3	3377.39	6680.77

**Tabla 3.1.4 Momento admisible y momento último de vigas estudiadas.**

Teniendo los momentos podemos calcular las cargas que resistirían teóricamente las vigas, estas son:

Vigas	Viga 1		Viga 2		Viga 3	
	$P_{adm} (Kg)$	$P_{últ} (Kg)$	$P_{adm} (Kg)$	$P_{últ} (Kg)$	$P_{adm} (Kg)$	$P_{últ} (Kg)$
Prototipo	704.58	1387.03	1479.62	2913.84	2959.24	5827.68
Modelo 1	244.14	482.93	512.68	1014.47	1025.37	2028.94
Modelo 2	254.81	497.08	534.84	1043.78	1071.28	2090.69
Modelo 3	160.83	318.13	337.74	668.28	675.48	1336.56

**Tabla 3.1.5 Carga admisible y última para cada viga.**

Calculamos la deformación teórica para cada viga, la que incluye deformación por flexión y corte:

$\delta_{adm} (cm)$	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Prototipo	0.188	0.047	0.016
Modelo 1	0.124	0.031	0.010
Modelo 2	0.122	0.030	0.010
Modelo 3	0.100	0.025	0.008

**Tabla 3.1.6 Deformación de cada viga.**

De acuerdo al punto 2.2 y con los valores de  $P_{adm}$ ,  $\delta_{adm}$ ,  $P_{últ}$ , obtenidos de las tablas 3.1.5 y 3.1.6, calculamos el factor de escala para cada modelo:

Recordemos que: 
$$f = \frac{1}{r} = \frac{V_m}{V_p}$$

Entonces:

$$\text{Factor de escala de fuerza: } f = \frac{1}{r^2}$$

$$\text{Factor de escala de deformaciones: } f' = \frac{1}{r}$$

Considerando:

$f$  = factor de escala geométrico utilizado en la construcción de los modelos.

$f'$  = factor de escala calculado teóricamente a partir de sus resistencias.

Vigas	Modelo 1				Modelo 2				Modelo 3			
	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$
$P_{adm}$	0.25	0,346	2	1,70	0.44	0,362	1.5	1,66	0.16	0,228	2.5	2,09
$\delta_{adm}$	0.5	0,658	2	1,52	0.67	0,646	1.5	1,55	0.4	0,528	2.5	1,89
$P_{\acute{u}lt}$	0.25	0,348	2	1,69	0.44	0,358	1.5	1,67	0.16	0,229	2.5	2,09

**Tabla 3.1.7 Factor de escala para cada modelo.**

Por último calculamos la diferencia porcentual obtenida entre ambos métodos de escalamiento:

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
$P_{adm}$	38.6%	-18.6%	42.7%
$\delta_{adm}$	31.5%	-3.1%	32.1%
$P_{\acute{u}lt}$	39.3%	-19.4%	43.4%

**Tabla 3.1.8 Diferencia porcentual entre modelos y prototipo.**

Observamos que las diferencias porcentuales obtenidas en el modelo 1 y modelo 3 son similares, a diferencia de las obtenidas en el modelo 2. Esta diferencia se produce debido a que el acero en tracción ocupado en los modelos 1 y 3 es distinto al acero en tracción del modelo 2.

### 3.1.2 Verificación de método de escalamiento en vigas para flexibilidades.

Para la verificación del método de escalamiento de la sección 2.3, determinaremos las diferencias de considerar sólo el factor de escala geométrico versus un modelo que considere todos los factores relevantes involucrados.

Con los valores de las tablas 3.1.5 y 3.1.6, calculamos la flexibilidad:

$\delta_{adm} / P_{adm}$ (cm/Kg)	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Prototipo	0.000267	0.000032	0.000005
Modelo 1	0.000508	0.000060	0.000010
Modelo 2	0.000479	0.000056	0.000009
Modelo 3	0.000622	0.000074	0.000012

**Tabla 3.1.9 Flexibilidad de cada viga.**

Cálculo del factor de escala de flexibilidad:

$\delta_{adm} / P_{adm}$	Viga 1				Viga 2				Viga 3			
	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$
Modelo 1	2	1.90	0.5	0.525	2	1.90	0.5	0.525	2	1.80	0.5	0.554
Modelo 2	1.5	1.79	0.67	0.557	1.5	1.77	0.67	0.566	1.5	1.73	1.67	0.579
Modelo 3	2.5	2.33	0.4	0.429	2.5	2.33	0.4	0.429	2.5	2.19	0.4	0.457

**Tabla 3.1.10 Factor de escala de flexibilidad de las vigas.**

Calculamos la diferencia porcentual de flexibilidad entre los modelos y el prototipo para el método exacto:

	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Modelo 1	5.07%	5.07%	10.88%
Modelo 2	-16.41%	-15.05%	-13.12%
Modelo 3	7.28%	7.28%	14.13%

**Tabla 3.1.11 Diferencia porcentual de flexibilidad de las vigas.**

**Método de estimación de distorsión de modelación para estudio de flexibilidades en función de la discrepancia.**

Con la ecuación del error obtenida en el capítulo II, según el método de escalamiento, calculamos el error máximo de predicción en exceso:

$$\mathcal{E}_{m\acute{a}x. ex.} \leq \text{el mayor de } \begin{cases} (4 \cdot FA_p \cdot \Delta_{FA}) \cdot f_p + (f_p - 1) \\ (4.76 \cdot FC_p \cdot \Delta_{FC}) \cdot f_p + (f_p - 1) \end{cases}$$

Para obtener el error debemos calcular el número flexo – cortante, la discrepancia flexo - cortante y el factor para carga puntual.

Cálculo del número adimensional flexo – cortante:

$FC$	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Prototipo	0.00196	0.00865	0.03460
Modelo 1	0.00200	0.00881	0.03523
Modelo 2	0.00182	0.00804	0.03226
Modelo 3	0.00201	0.00888	0.03554

**Tabla 3.1.12 Número flexo – cortante.**

Cálculo de la discrepancia flexo – cortante:

$\Delta_{FC}$	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Modelo 1	0.0204	0.0185	0.0182
Modelo 2	-0.0714	-0.0705	-0.0676
Modelo 3	0.0255	0.0266	0.0272

**Tabla 3.1.13 Discrepancia flexo – cortante.**

Calculamos el factor para carga puntual:  $f_p = \left(\frac{l}{L}\right)^3 \cdot \left(\frac{E}{E}\right) \cdot \left(\frac{I}{I}\right)$

Vigas	$f_p$		
	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Modelo 1	0.948	0.948	0.948
Modelo 2	1.193	1.193	1.193
Modelo 3	0.925	0.925	0.925

**Tabla 3.1.14 Factor para carga puntual.**

El error predicho dadas las discrepancias existentes entre modelos y prototipo es:

$\varepsilon$	Viga 1	Viga 2	Viga 3
Modelo 1	-5.2%	-5.1%	-4.9%
Modelo 2	19.2%	19.0%	18.0%
Modelo 3	-7.4%	-7.4%	-7.1%

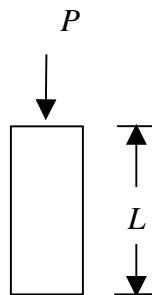
**Tabla 3.1.15 Error obtenido por método.**

El resultado de comparar la tabla 3.1.11 y 3.1.15 muestra que la predicción es satisfactoria, pero será necesario revisar el hecho que los errores son similares en la viga 1 y en la viga 2, pero no en la viga 3.

### 3.2 Aplicaciones en pilares.

#### 3.2.1 Análisis teórico de pilar corto.

Se estudiará un pilar corto de sección cuadrada.



**Fig. 3.2 Pilar sometido a compresión**



Los datos del pilar se mostrarán en la siguiente tabla:

Pilar	Prototipo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
$1/r$	1 / 1	1 / 2	1 / 1.5	1 / 2.5
$b$ (cm)	10	5	6.7	4
$h$ (cm)	10	5	6.7	4
$L$ (cm)	30	15	20	12
$d$ (cm)	8.5	4.25	5.7	3.4
$d'$ (cm)	1.5	0.75	1	0.6
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	1.01	0.28	0.42	0.18
$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )	1.01	0.28	0.42	0.18
$f'_c$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	370	370	370	370
$f_y$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2800	3650	3650	3650
$f'_y$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2800	3650	3650	3650
$E_c$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	284287	284287	284287	284287
$E_s$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2100000	2100000	2100000	2100000
$E'_s$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2100000	2100000	2100000	2100000

**Tabla 3.2.1 Datos del pilar estudiado.**

De las expresiones del Anexo A obtenemos:

Comportamiento	Pilar	Prototipo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Comportamiento elástico	$n$	7.39	7.39	7.39	7.39
	$A$ (cm <sup>2</sup> )	40.58	10.69	17.42	6.95
	$\bar{y}$ (cm)	2.67	1.38	1.74	1.11
	$I$ (cm <sup>4</sup> )	324.64	21.86	60.86	9.16

**Tabla 3.2.2 Datos del pilar en comportamiento elástico.**

Calculamos la carga admisible y la carga última para el prototipo y sus modelos:

Pilar	$P_{adm}$ (Kg)	$P_{últ}$ (Kg)
Prototipo	6792.12	36447.41
Modelo 1	2421.31	9702.17
Modelo 2	3691.88	16907.95
Modelo 3	1592.79	6243.35

**Tabla 3.2.3 Carga admisible y última para el pilar.**

Calculamos la deformación axial del pilar:

Pilar	$\delta_{adm}$ (cm)
Prototipo	0.018
Modelo 1	0.012
Modelo 2	0.015
Modelo 3	0.010

**Tabla 3.2.4 Deformación para el pilar.**

Análogamente al caso de las vigas, con los valores de  $P_{adm}$ ,  $\delta_{adm}$ ,  $P_{\acute{u}lt}$ , obtenidos de las tablas 3.2.3 y 3.2.4, calculamos el factor de escala para cada modelo:

Pilar	Modelo 1				Modelo 2				Modelo 3			
	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$
$P_{adm}$	0.25	0.426	2	1.67	0.44	0.223	1.5	1.36	0.16	0.466	2.5	2.07
$\delta_{adm}$	0.5	0.354	2	1.48	0.67	0.266	1.5	1.18	0.4	0.369	2.5	1.83
$P_{\acute{u}lt}$	0.25	0.065	2	1.94	0.44	0.044	1.5	1.47	0.16	0.071	2.5	2.42

**Tabla 3.2.5 Factor de escala para cada modelo del pilar.**

Por último calculamos la diferencia porcentual obtenida entre ambos métodos de escalamiento:

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
$P_{adm}$	42.6%	22.3%	46.6%
$\delta_{adm}$	35.4%	26.6%	36.9%
$P_{\acute{u}lt}$	6.5%	4.4%	7.1%

**Tabla 3.2.6 Diferencia porcentual entre modelos y prototipo.**

Al igual que en las vigas se observa que las diferencias porcentuales obtenidas en el modelo 1 y modelo 3 son similares, a diferencia de las obtenidas en el modelo 2.

### 3.2.2 Verificación de método de escalamiento en pilar corto para flexibilidades.

Análogamente al punto 3.1.2 y con los valores de las tablas 3.2.3 y 3.2.4, calculamos la flexibilidad:

$\delta_{adm} / P_{adm}$ (cm/ Kg)	Pilar
Prototipo	0.000003
Modelo 1	0.000005
Modelo 2	0.000004
Modelo 3	0.000006

Tabla 3.2.7 Flexibilidad del pilar.

Cálculo del factor de escala de flexibilidad:

$\delta_{adm} / P_{adm}$	$r$	$r'$	$f$	$f'$
Modelo 1	2	1.87	0.5	0.535
Modelo 2	1.5	1.53	0.67	0.652
Modelo 3	2.5	2.37	0.4	0.422

Tabla 3.2.8 Factor de escala de flexibilidad del pilar.

Calculamos la diferencia porcentual de flexibilidad entre los modelos y el prototipo para el método exacto:

	Pilar
Modelo 1	6.95%
Modelo 2	-2.16%
Modelo 3	5.53%

Tabla 3.2.9 Diferencia porcentual de flexibilidad.

**Método de estimación de distorsión de modelación para estudio de flexibilidades en función de la discrepancia.**

Cálculo del número adimensional flexo – axial:

Pilar	$FA$
Prototipo	0.00889
Modelo 1	0.00909
Modelo 2	0.00873
Modelo 3	0.00915

Tabla 3.2.10 Número flexo – axial.

Cálculo de la discrepancia flexo – axial:

Pilar	$\Delta_{FA}$
Modelo 1	0.0225
Modelo 2	-0.0180
Modelo 3	0.0292

**Tabla 3.2.11 Discrepancia flexo – axial.**

Calculamos el factor para carga puntual:

Pilar	$f_p$
Modelo 1	0.928
Modelo 2	1.054
Modelo 3	0.907

**Tabla 3.2.12 Factor para carga puntual.**

El error predicho dada las discrepancias existentes entre modelos y prototipo es:

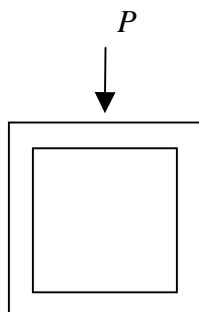
Pilar	$\varepsilon$
Modelo 1	-7.1%
Modelo 2	5.3%
Modelo 3	-9.2%

**Tabla 3.2.13 Error obtenido por método.**

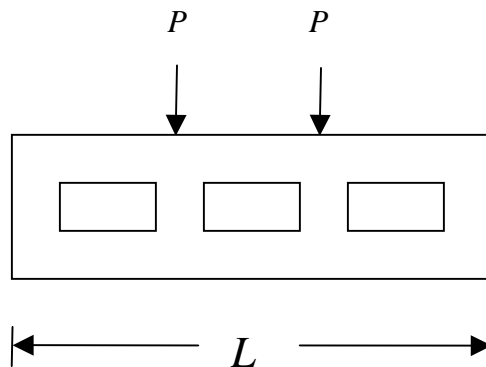
Al comparar las tablas 3.2.9 y 3.2.13 observamos que los resultados son similares, por lo que el método de estimación de distorsión de modelación es satisfactorio.

### 3.3 Aplicaciones en estructuras.

#### 3.3.1 Análisis teórico de estructuras.



**Fig. 3.3 Estructura 1.**



**Fig. 3.4 Estructura 2.**

Se estudiarán dos tipos de estructuras:

Estructura 1: Estructura de forma y sección cuadrada con carga puntual en el centro.

Estructura 2: Estructura de sección cuadrada con carga concentrada en los dos tercios.

Estas estructuras tienen la misma sección, lo único que varía es la forma.

Los datos de las estructuras se mostrarán en la siguiente tabla:

Estructuras	Prototipo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
$l/r$	1 / 1	1 / 2	1 / 1.5	1 / 2.5
$b$ (cm)	10	5	6.7	4
$h$ (cm)	10	5	6.7	4
$d$ (cm)	8.5	4.25	5.7	3.4
$d'$ (cm)	1.5	0.75	1	0.6
$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	1.01	0.28	0.42	0.18
$A'_s$ (cm <sup>2</sup> )	1.01	0.28	0.42	0.18
$f'_c$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	370	370	370	370
$f_y$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2800	3650	3650	3650
$f'_y$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2800	3650	3650	3650
$E_c$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	284287	284287	284287	284287
$E_s$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2100000	2100000	2100000	2100000
$E'_s$ (Kg / cm <sup>2</sup> )	2100000	2100000	2100000	2100000

**Tabla 3.3.1 Datos de las estructuras estudiadas.**

El largo de cada estructura es:

$L$ (cm)	Estructura 1	Estructura 2
Prototipo	60	100
Modelo 1	30	50
Modelo 2	40	66.7
Modelo 3	24	40

**Tabla 3.3.2 Largo de las estructuras.**

De las expresiones del Anexo A obtenemos:

Comportamiento	Estructuras	Prototipo	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
Comportamiento elástico	$n$	7.39	7.39	7.39	7.39
	$A \text{ (cm}^2\text{)}$	40.58	10.69	17.81	6.95
	$\bar{y} \text{ (cm)}$	2.67	1.38	1.80	1.11
	$I \text{ (cm}^4\text{)}$	324.64	21.86	69.23	9.16
	$W \text{ (cm}^3\text{)}$	121.43	15.87	38.48	8.23
Comportamiento último	$c \text{ (cm)}$	1.37	0.77	0.97	0.62
	$a \text{ (cm)}$	1.08	0.61	0.76	0.49

**Tabla 3.3.3 Datos de las estructuras en comportamiento elástico y último.**

Calculamos el momento admisible y el momento último teórico para el prototipo y sus modelos:

Estructuras	$M_{adm} \text{ (Kg} \cdot \text{cm)}$	$M_{últ} \text{ (Kg} \cdot \text{cm)}$
Prototipo	10559.79	20751.39
Modelo 1	1880.17	3645.71
Modelo 2	4071.67	7969.35
Modelo 3	989.15	1914.86

**Tabla 3.3.4 Momento admisible y momento último de estructuras estudiadas.**

Teniendo los momentos podemos calcular las cargas que resistirían teóricamente las estructuras, estas son:

Estructuras	Estructura 1		Estructura 2	
	$P_{adm} \text{ (Kg)}$	$P_{últ} \text{ (Kg)}$	$P_{adm} \text{ (Kg)}$	$P_{últ} \text{ (Kg)}$
Prototipo	1187.98	2334.53	2005.93	3941.92
Modelo 1	441.21	855.53	686.87	1331.87
Modelo 2	676.92	1324.90	1096.33	2145.81
Modelo 3	291.39	564.08	477.30	923.99

**Tabla 3.3.5 Carga admisible y última para cada estructura.**

Calculamos la deformación para cada estructura, la que incluye deformación por flexión, corte y axial:

$\delta_{adm}$ (cm)	Estructura 1	Estructura 2
Prototipo	0.011	0.012
Modelo 1	0.008	0.009
Modelo 2	0.010	0.011
Modelo 3	0.006	0.007

**Tabla 3.3.6 Deformación de cada estructura.**

Análogamente al caso de vigas y pilares, y con los valores de  $P_{adm}$ ,  $\delta_{adm}$ ,  $P_{\acute{u}lt}$ , obtenidos de las tablas 3.3.5 y 3.3.6, calculamos el factor de escala para cada modelo:

Estructura 1	Modelo 1				Modelo 2				Modelo 3			
	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$
$P_{adm}$	0.25	0.371	2	1.64	0.44	0.570	1.5	1.32	0.16	0.245	2.5	2.02
$\delta_{adm}$	0.5	0.690	2	1.45	0.67	0.893	1.5	1.12	0.4	0.567	2.5	1.76
$P_{\acute{u}lt}$	0.25	0.366	2	1.65	0.44	0.568	1.5	1.33	0.16	0.242	2.5	2.03

**Tabla 3.3.7 Factor de escala para cada modelo.**

Estructura 2	Modelo 1				Modelo 2				Modelo 3			
	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$
$P_{adm}$	0.25	0.342	2	1.71	0.44	0.547	1.5	1.35	0.16	0.238	2.5	2.05
$\delta_{adm}$	0.5	0.771	2	1.30	0.67	0.913	1.5	1.09	0.4	0.586	2.5	1.71
$P_{\acute{u}lt}$	0.25	0.338	2	1.72	0.44	0.544	1.5	1.36	0.16	0.234	2.5	2.07

**Tabla 3.3.8 Factor de escala para cada modelo.**

Por último calculamos la diferencia porcentual obtenida entre ambos métodos de escalamiento:

$\varepsilon$	Estructura 1			Estructura 2		
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
$P_{adm}$	48.6%	28.2%	53.3%	37%	23%	48.7%
$\delta_{adm}$	38.1%	34%	41.7%	54.2%	37%	46.6%
$P_{\acute{u}lt}$	46.6%	27.7%	51%	35.1%	22.5%	46.5%

**Tabla 3.3.9 Diferencia porcentual entre modelos y prototipo.**

### 3.3.2 Verificación de método de escalamiento en estructuras para flexibilidades.

Análogamente al punto 3.1.2 y con los valores de las tablas 3.3.5 y 3.3.6, calculamos la flexibilidad:

$\delta_{adm} / P_{adm} (cm / Kg)$	Estructura 1	Estructura 2
Prototipo	0.000009	0.000006
Modelo 1	0.000018	0.000013
Modelo 2	0.000015	0.000010
Modelo 3	0.000021	0.000015

**Tabla 3.3.10 Flexibilidad de cada estructura.**

Cálculo del factor de escala de flexibilidad:

$\delta_{adm} / P_{adm}$	Estructura 1				Estructura 2			
	$r$	$r'$	$f$	$f'$	$r$	$r'$	$f$	$f'$
Modelo 1	2	1.96	0.5	0.511	2	2.19	0.5	0.457
Modelo 2	1.5	1.60	0.67	0.627	1.5	1.68	0.67	0.596
Modelo 3	2.5	2.22	0.4	0.450	2.5	2.45	0.4	0.408

**Tabla 3.3.11 Factor de escala de flexibilidad.**

Calculamos la diferencia porcentual entre los modelos y el prototipo para el método exacto:

	Estructura 1	Estructura 2
Modelo 1	2.13%	-8.69%
Modelo 2	-5.98%	-10.57%
Modelo 3	12.42%	1.98%

**Tabla 3.3.12 Diferencia porcentual de flexibilidad.**



**Método de estimación de distorsión de modelación para estudio de flexibilidades en función de la discrepancia.**

Cálculo del número adimensional flexo – cortante y flexo - axial:

Estructuras	$FC$		$FA$	
	Estructura 1	Estructura 2	Estructura 1	Estructura 2
Prototipo	0.00511	0.00184	0.00222	0.00080
Modelo 1	0.00523	0.00188	0.00227	0.00082
Modelo 2	0.00559	0.00201	0.00243	0.00087
Modelo 3	0.00526	0.00189	0.00229	0.00082

**Tabla 3.3.13 Número flexo – cortante y flexo - axial.**

Cálculo de la discrepancia flexo –cortante y flexo – axial:

Estructuras	$\Delta_{FC}$		$\Delta_{FA}$	
	Estructura 1	Estructura 2	Estructura 1	Estructura 2
Modelo 1	0.0235	0.0217	0.0225	0.0250
Modelo 2	0.0939	0.0924	0.0946	0.0875
Modelo 3	0.0294	0.0272	0.0315	0.0250

**Tabla 3.3.14 Discrepancia flexo – cortante y flexo - axial.**

Calculamos el factor para carga puntual:

$f_p$	Estructura 1	Estructura 2
Modelo 1	0.928	0.928
Modelo 2	0.926	0.926
Modelo 3	0.907	0.907

**Tabla 3.3.15 Factor para carga puntual.**

El error predicho dadas las discrepancias existentes entre modelos y prototipo es:

$\varepsilon$	$FC$		$FA$	
	Estructura 1	Estructura 2	Estructura 1	Estructura 2
Modelo 1	-7.1%	-7.2%	-7.2%	-7.2%
Modelo 2	-7.2%	-7.3%	-7.3%	-7.3%
Modelo 3	-9.2%	-9.2%	-9.2%	-9.3%

**Tabla 3.3.16 Error obtenido por método.**

### **3.4 Análisis de resultados.**

- En muchos casos considerar sólo el factor de escala geométrico como factor de escala de las variables a estimar, genera errores considerables pues existen diferencias indeseadas en otras variables influyentes. El error producido por esta razón será entre un 40% y un 50%.
- El error aproximado de estimación de errores de modelación debido a discrepancias en variables es satisfactorio, aún cuando es necesario revisar la razón de porque no acota todos los valores en forma conservadora.
- El error obtenido de las flexibilidades es menor que el de las resistencias, varía entre un 5% y un 15%.

## CAPÍTULO IV:

### ANÁLISIS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para el estudio de modelos a escala se construyeron distintos tipos de estructuras, cada una de estas consta de:

Estructura	Nº de muestras	Factor de escala
Prototipo	3	1 / 1
Modelo 1	3	1 / 2
Modelo 2	3	1 / 1.5
Modelo 3	3	1 / 2.5

Tabla 4.1 Número de muestras y factor de escala.

A continuación se describirán las estructuras construidas y se mostrarán los resultados producto del ensayo realizado.

#### 4.1 Vigas.

Se construyeron tres tipos de vigas:

Serie experimental 1: **Viga esbelta a carga puntual (V1).**

Serie experimental 2: **Viga intermedia a carga puntual (V2).**

Serie experimental 3: **Viga corta a carga puntual (V3).**

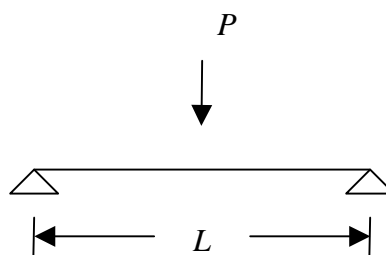


Fig.4.1 Viga simplemente apoyada con carga concentrada en el centro.

Para estos tres tipos de vigas se utiliza la misma sección, y el acero ocupado es el siguiente:

Viga	$A_s$	Material $A_s$	$A'_s$	Material $A'_s$	$A_v$	Material $A_v$
Prototipo	$2\phi 10$	A28-42H	$2\phi 8$	A28-42H	$\phi 3.4$	Al. Galv.
Modelo 1	$2\phi 5.16$	Al. Galv.	$2\phi 4.19$	Al. Galv.	$\phi 2.11$	Al. Galv.
Modelo 2	$2\phi 6$	A28-42H	$2\phi 5.16$	Al. Galv.	$\phi 2.11$	Al. Galv.
Modelo 3	$2\phi 4.19$	Al. Galv.	$2\phi 3.4$	Al. Galv.	$\phi 1.24$	Al. Galv.

Tabla 4.1.1 Material y diámetro de barras de refuerzo ocupadas en las vigas.

Armadura longitudinal en tracción:  $A_s$

Armadura longitudinal en compresión:  $A'_s$

Armadura de corte:  $A_v$

Acero de Refuerzo: A28-42H

Alambre galvanizado: Al. Galv.

#### 4.1.1 Serie experimental 1: Viga esbelta a carga puntual (V1).

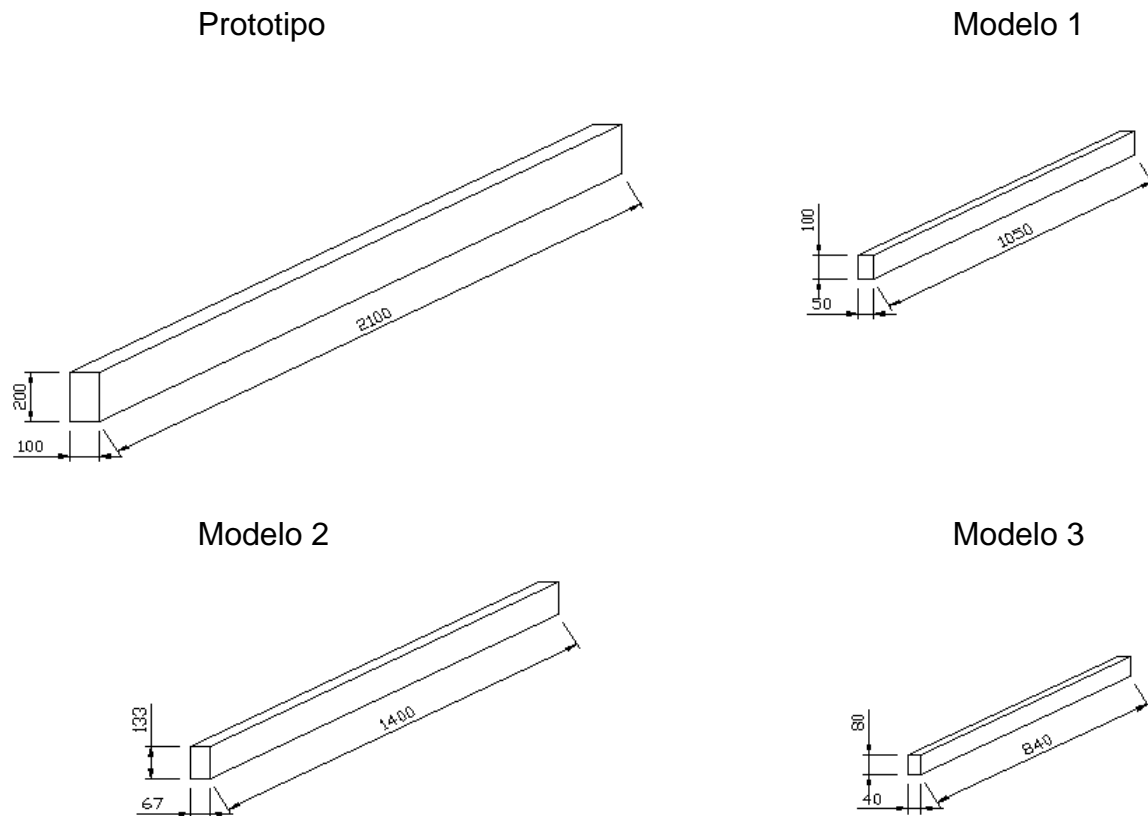


Fig. 4.2 Forma y dimensiones de la viga esbelta.

En las siguientes fotos observamos la viga esbelta después de haber sido sometida a carga, además de las grietas debido al ensayo.



**Foto 4.1 1 Prototipo y modelos viga 1**



**Foto 4.1 2 Grietas viga 1 prototipo**

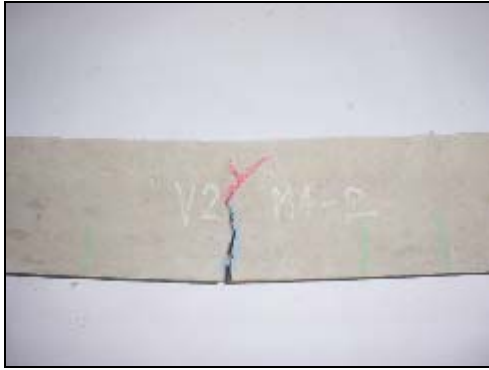


Foto 4.1 3 Grietas viga 1 modelo 1



Foto 4.1 4 Grietas viga 1 modelo 2



Foto 4.1 5 Grietas viga 1 modelo 3

En la siguiente tabla se muestra el intervalo de carga promedio (Kg) que se representan de acuerdo a los colores mostrados:

Viga 1	Azul	Verde	Rojo
Prototipo	590 – 1000	1000 – 1100	1100 – 1392
Modelo 1	260 – 300	300 – 400	400 – 440
Modelo 2	310 – 450	450 – 550	550 – 627
Modelo 3	170 – 200	200 – 250	250 – 280

Tabla 4.1.2 Intervalo de carga promedio viga 1.

A continuación se presentan las gráficas carga - deformación para los ensayos. Los valores correspondientes obtenidos se encuentran en el Anexo C.

Gráfico Carga - Deformación Viga 1

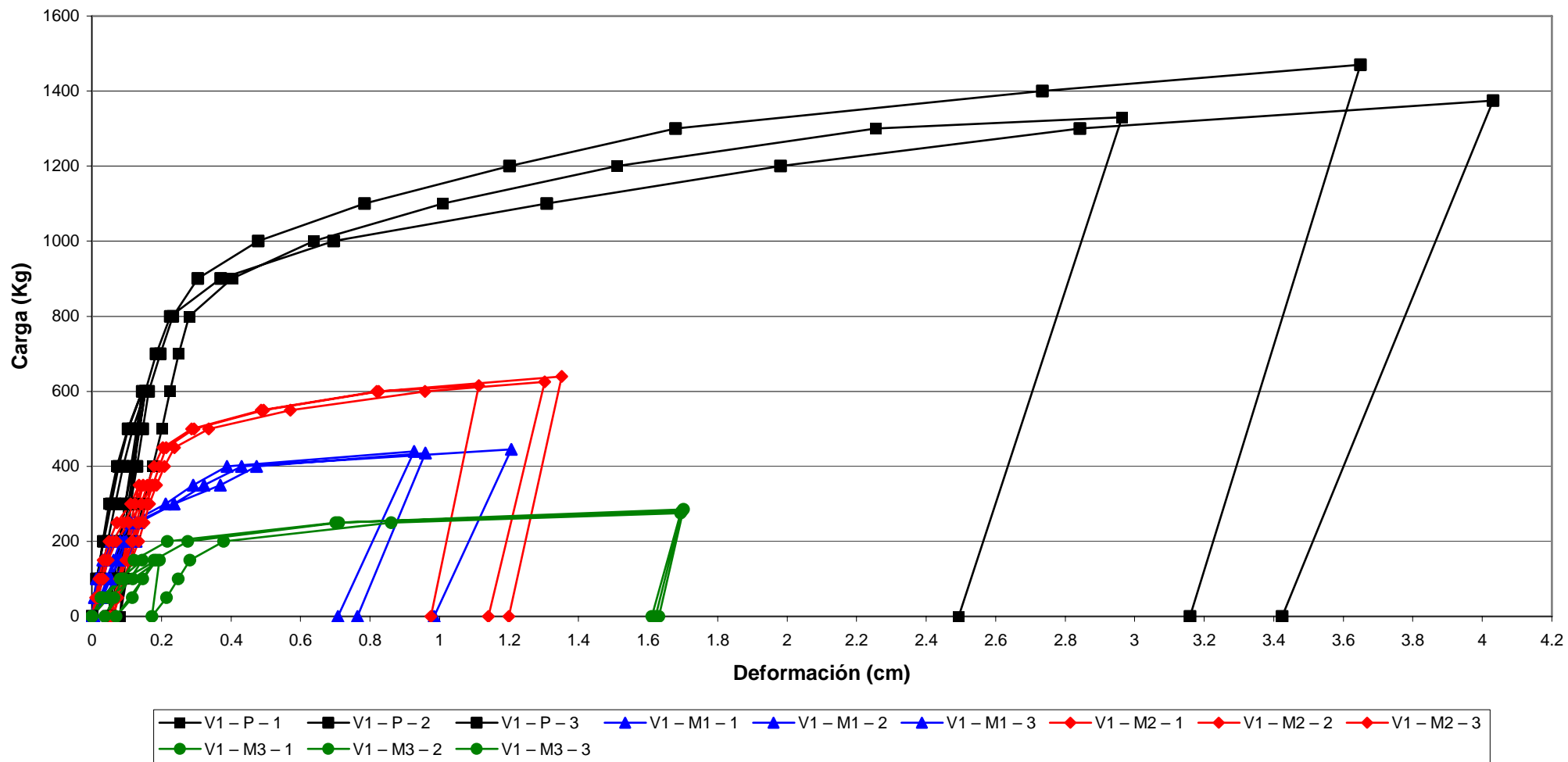


Gráfico 4.1 1 Gráfico Carga - Deformación Viga 1

## Resultados experimentales.

A partir de la forma del gráfico 4.1 1, podemos estimar los valores para  $P_{adm}$ ,  $\delta_{adm}$ ,  $P_{\acute{u}lt}$ ,  $\delta_{\acute{u}lt}$ , para la viga analizada.

El valor de  $P_{adm}$  se determinó tomando la siguiente consideración:

$$P_{adm} = 0.6 \cdot P_{\acute{u}lt}$$

En las siguientes tablas observamos los valores para cada muestra, además de la media y la desviación estándar.

Prototipo	P – 1	P – 2	P – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	800	825	880	835	41
$\delta_{adm}$ (cm)	0.280	0.261	0.291	0.277	0.02
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	1330	1375	1470	1392	71
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	2.963	4.031	3.649	3.548	0.54

Modelo 1	M1 – 1	M1 – 2	M1 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	265	260	265	263	3
$\delta_{adm}$ (cm)	0.142	0.154	0.158	0.151	0.01
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	440	435	445	440	5
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.927	0.960	1.206	1.031	0.15

Modelo 2	M2 – 1	M2 – 2	M2 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	385	370	375	377	8
$\delta_{adm}$ (cm)	0.188	0.167	0.198	0.184	0.02
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	640	615	625	627	13
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	1.352	1.113	1.302	1.256	0.13

Modelo 3	M3 – 1	M3 – 2	M3 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	165	170	170	168	3
$\delta_{adm}$ (cm)	0.311	0.159	0.218	0.229	0.08
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	275	280	285	280	5
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	1.694	1.697	1.702	1.698	0.004

Tabla 4.1.3 Media y desviación estándar de prototipo y modelos.



Con las medias obtenidas calculamos el factor de escala experimental para cada modelo:

Viga 1	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$
$P_{adm}$ (Kg)	0.315	1.78	0.451	1.49	0.202	2.23
$\delta_{adm}$ (cm)	0.546	1.83	0.665	1.50	0.827	1.21
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	0.316	1.78	0.450	1.49	0.201	2.23
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.291	3.44	0.354	2.83	0.479	2.09

Tabla 4.1.4 Factor de escala viga 1.

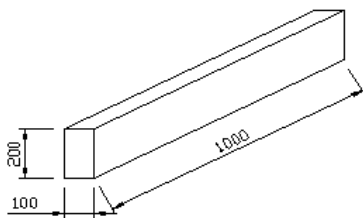
Calcularemos el error entre el factor de escala obtenido del experimento y el factor de escala teórico, que considera todas las variables estructurales relevantes:

Viga 1	Error M1	Error M2	Error M3
$P_{adm}$ (Kg)	9.6%	-19.4%	13.8%
$\delta_{adm}$ (cm)	20.4%	-3.2%	-36.0%
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	10.9%	-20.4%	13.8%

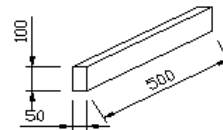
Tabla 4.1.5 Error entre factores de escala.

#### 4.1.2 Serie experimental 2: Viga intermedia a carga puntual (V2).

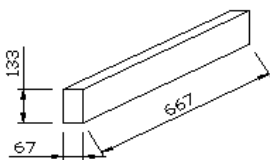
Prototipo



Modelo 1



Modelo 2



Modelo 3

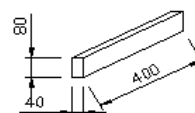


Fig. 4.3 Forma y dimensiones de la viga intermedia.

En las siguientes fotos observamos la viga intermedia después de haber sido sometida a carga, además de las grietas debido al ensayo.



Foto 4.1 6 Prototipo y modelos viga 2

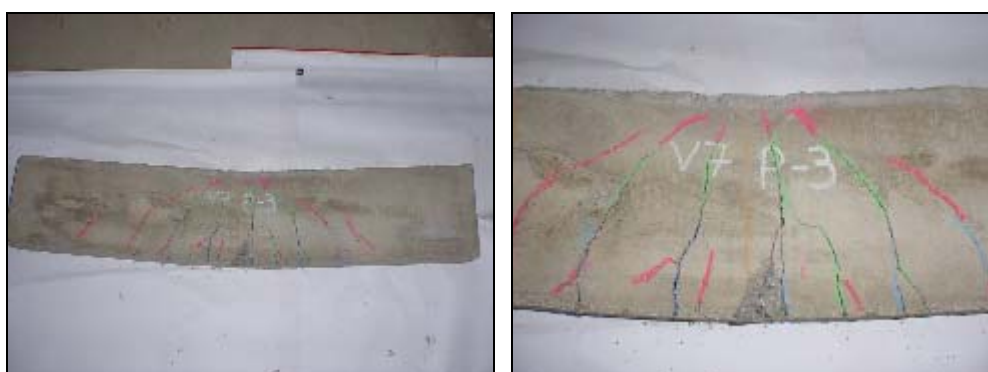


Foto 4.1 7 Grietas viga 2 prototipo



Foto 4.1 8 Grietas viga 2 modelo 1



Foto 4.1 9 Grietas viga 2 modelo 2



Foto 4.1 10 Grietas viga 2 modelo 3

En la siguiente tabla se muestra el intervalo de carga promedio (Kg) que se representan de acuerdo a los colores mostrados:

Viga 2	Azul	Verde	Rojo
Prototipo	2117 – 2400	2400 – 2800	2800 – 3328
Modelo 1	650 – 850	850 – 950	950 – 1063
Modelo 2	870 – 1000	1000 – 1350	1350 – 1598
Modelo 3	320 – 450	450 – 650	650 – 697

Tabla 4.1.6 Intervalo de carga promedio viga 2.

A continuación se presentan las gráficas carga - deformación para los ensayos. Los valores correspondientes obtenidos se encuentran en el anexo C.

Gráfico Carga - Deformación Viga 2

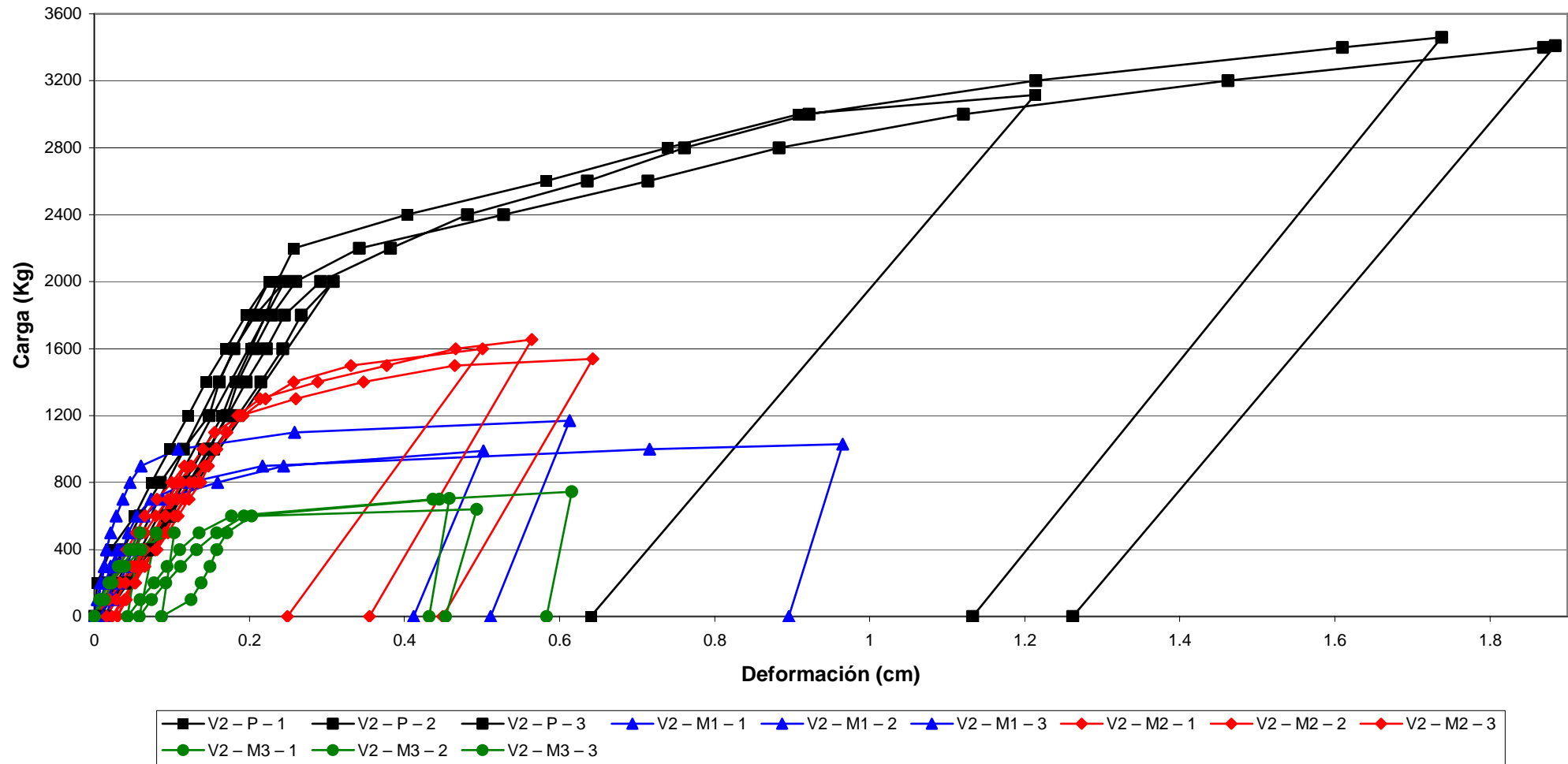


Gráfico 4.1 2 Gráfico Carga – Deformación Viga 2

## Resultados experimentales.

A partir de la forma del gráfico 4.1 2, podemos estimar los valores para  $P_{adm}$ ,  $\delta_{adm}$ ,  $P_{últ}$ ,  $\delta_{últ}$ , para la viga analizada.

El valor de  $P_{adm}$  se determinó tomando la siguiente consideración:

$$P_{adm} = 0.6 \cdot P_{últ}$$

En las siguientes tablas observamos los valores para cada muestra, además de la media y la desviación estándar.

Prototipo	P – 1	P – 2	P – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	1870	2045	2075	1997	111
$\delta_{adm}$ (cm)	0.226	0.278	0.326	0.277	0.05
$P_{últ}$ (Kg)	3115	3410	3460	3328	186
$\delta_{últ}$ (cm)	1.213	1.884	1.738	1.612	0.35

Modelo 1	M1 – 1	M1 – 2	M1 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	620	700	595	638	55
$\delta_{adm}$ (cm)	0.059	0.037	0.064	0.053	0.01
$P_{últ}$ (Kg)	1030	1170	990	1063	95
$\delta_{últ}$ (cm)	0.965	0.613	0.502	0.693	0.24

Modelo 2	M2 – 1	M2 – 2	M2 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	995	925	960	960	35
$\delta_{adm}$ (cm)	0.157	0.129	0.150	0.145	0.015
$P_{últ}$ (Kg)	1655	1540	1600	1598	58
$\delta_{últ}$ (cm)	0.564	0.643	0.501	0.569	0.07

Modelo 3	M3 – 1	M3 – 2	M3 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	425	445	385	418	31
$\delta_{adm}$ (cm)	0.139	0.121	0.157	0.139	0.02
$P_{últ}$ (Kg)	705	745	640	697	53
$\delta_{últ}$ (cm)	0.458	0.616	0.493	0.522	0.08

Tabla 4.1.7 Media y desviación estándar de prototipo y modelos.

Con las medias obtenidas calculamos el factor de escala experimental para cada modelo:

Viga 2	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$
$P_{adm} (Kg)$	0.320	1.77	0.481	1.44	0.210	2.18
$\delta_{adm} (cm)$	0.193	5.19	0.525	1.90	0.502	1.99
$P_{\acute{u}lt} (Kg)$	0.319	1.77	0.480	1.44	0.209	2.19
$\delta_{\acute{u}lt} (cm)$	0.430	2.32	0.353	2.83	0.324	3.09

Tabla 4.1.8 Factor de escala viga 2.

Calcularemos el error entre el factor de escala obtenido del experimento y el factor de escala teórico, que considera todas las variables estructurales relevantes:

Viga 2	Error M1	Error M2	Error M3
$P_{adm} (Kg)$	8.4%	-24.7%	8.8%
$\delta_{adm} (cm)$	241.4%	22.6%	5.3%
$P_{\acute{u}lt} (Kg)$	9.7%	-25.6%	9.8%

Tabla 4.1.9 Error entre factores de escala.

#### 4.1.3 Serie experimental 3: Viga corta a carga puntual (V3).

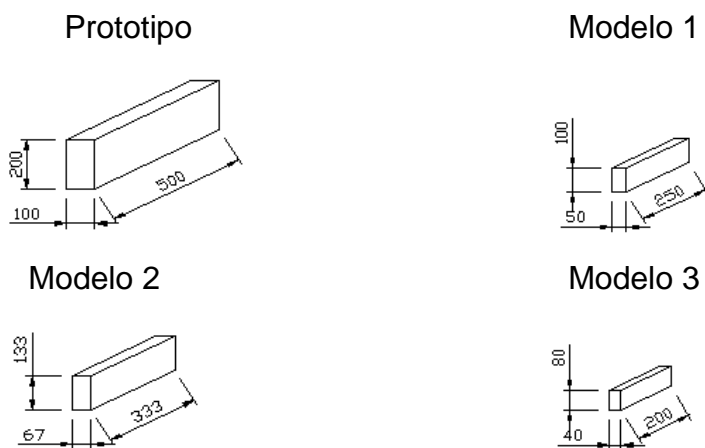


Fig. 4.4 Forma y dimensiones de la viga corta.

En las siguientes fotos observamos la viga corta después de haber sido sometida a carga, además de las grietas debido al ensayo.



Foto 4.1 11 Prototipo y modelos viga 3



Foto 4.1 12 Grietas viga 3 prototipo



Foto 4.1 13 Grietas viga 3 modelo 1

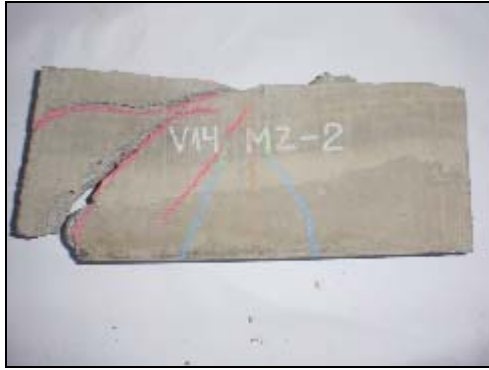


Foto 4.1 14 Grietas viga 3 modelo 2

Foto 4.1 15 Grietas viga 3 modelo 3

En la siguiente tabla se muestra el intervalo de carga promedio (Kg) que se representan de acuerdo a los colores mostrados:

Viga 3	Azul	Verde	Rojo
Prototipo	2820 – 4100	4100 – 4800	4800 – 4948
Modelo 1	925 – 1100	1100 – 1400	1400 – 1847
Modelo 2	1565 – 1800	1800 – 2150	2150 – 2280
Modelo 3	1010 – 1050	1050 – 1100	1100 – 1113

Tabla 4.1.10 Intervalo de carga promedio viga 3.

A continuación se presentan las gráficas carga - deformación para los ensayos. Los valores correspondientes obtenidos se encuentran en el anexo C.



Gráfico Carga - Deformación Viga 3

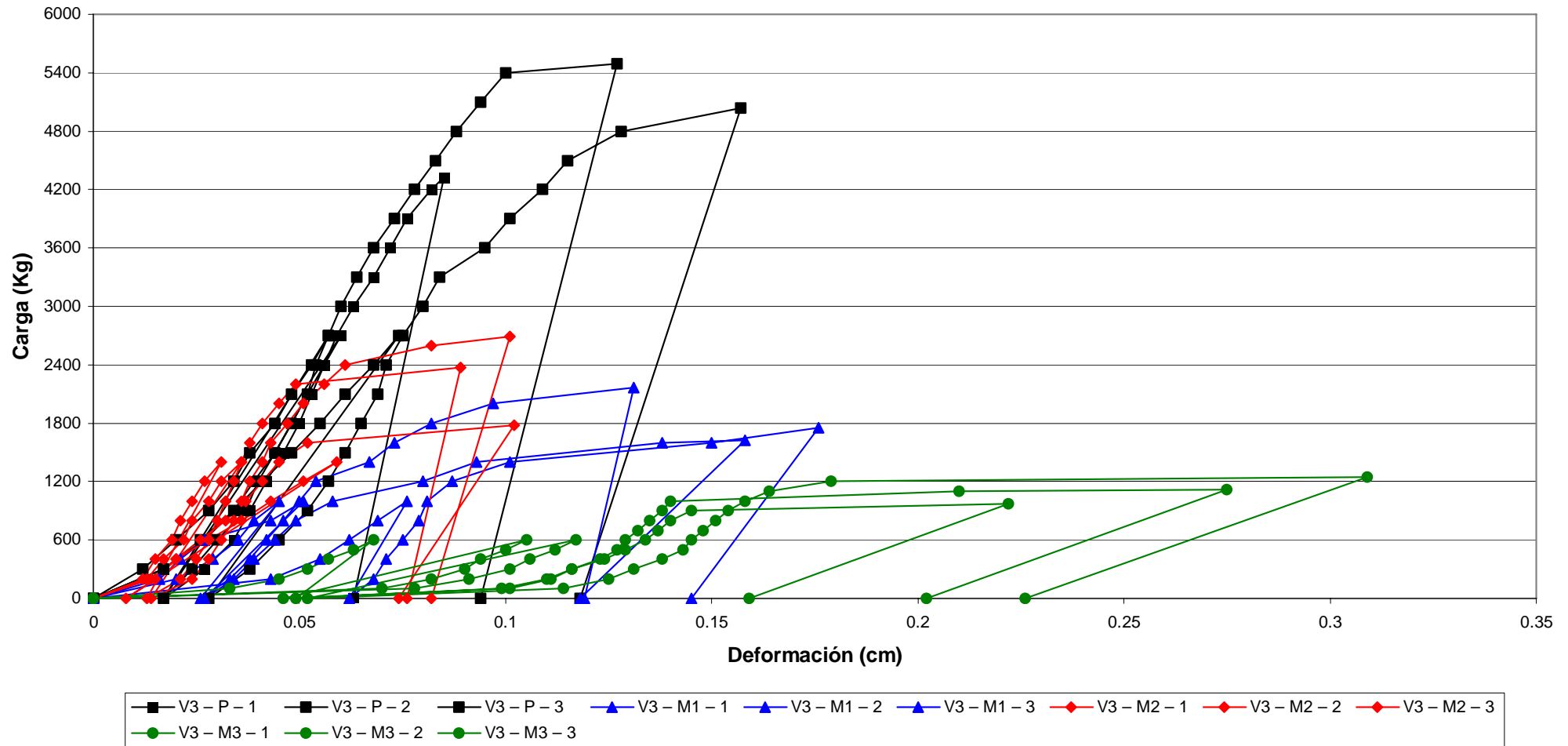


Gráfico 4.1 3 Gráfico Carga – Deformación Viga 3

## Resultados experimentales.

A partir de la forma del gráfico 4.1 3, podemos estimar los valores para  $P_{adm}$ ,  $\delta_{adm}$ ,  $P_{\acute{u}lt}$ ,  $\delta_{\acute{u}lt}$ , para la viga analizada.

El valor de  $P_{adm}$  se determinó tomando la siguiente consideración:

$$P_{adm} = 0.6 \cdot P_{\acute{u}lt}$$

En las siguientes tablas observamos los valores para cada muestra, además de la media y la desviación estándar.

Prototipo	P – 1	P – 2	P – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	2590	3295	3020	2968	355
$\delta_{adm}$ (cm)	0,058	0,064	0,06	0,061	0,003
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	4320	5490	5035	4948	590
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0,085	0,127	0,157	0,123	0,036

Modelo 1	M1 – 1	M1 – 2	M1 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	1050	1300	975	1108	170
$\delta_{adm}$ (cm)	0,083	0,062	0,057	0,067	0,014
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	1750	2165	1625	1847	283
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0,176	0,131	0,158	0,155	0,023

Modelo 2	M2 – 1	M2 – 2	M2 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	1070	1615	1420	1368	276
$\delta_{adm}$ (cm)	0,038	0,043	0,036	0,039	0,004
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	1780	2690	2370	2280	462
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0,102	0,101	0,089	0,097	0,007

Modelo 3	M3 – 1	M3 – 2	M3 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	750	580	670	667	85
$\delta_{adm}$ (cm)	0,15	0,133	0,131	0,138	0,010
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	1250	970	1120	1113	140
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0,309	0,222	0,275	0,269	0,044

Tabla 4.1.11 Media y desviación estándar de prototipo y modelos.

Con las medias obtenidas calculamos el factor de escala experimental para cada modelo:

Viga 3	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$
$P_{adm} (Kg)$	0,373	1,64	0,461	1,47	0,225	2,11
$\delta_{adm} (cm)$	1,110	0,90	0,643	1,56	2,275	0,44
$P_{\acute{u}lt} (Kg)$	0,373	1,64	0,461	1,47	0,225	2,11
$\delta_{\acute{u}lt} (cm)$	1,260	0,79	0,791	1,26	2,184	0,46

**Tabla 4.1.12 Factor de escala viga 3.**

Calcularemos el error entre el factor de escala obtenido del experimento y el factor de escala teórico, que considera todas las variables estructurales relevantes:

Viga 3	Error M1	Error M2	Error M3
$P_{adm} (Kg)$	-6.9%	-21.6%	1.9%
$\delta_{adm} (cm)$	-40.8%	0.6%	-76.7%
$P_{\acute{u}lt} (Kg)$	-5.8%	-22.5%	1.9%

**Tabla 4.1.13 Error entre factores de escala.**

## 4.2 Pilares.

### 4.2.1 Serie experimental 4: Pilar corto sometido a compresión (P).

Para el estudio se construyó un pilar corto de sección cuadrada.

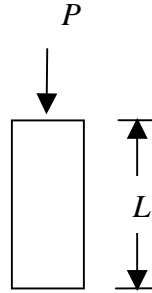


Fig. 4.5 Pilar sometido a compresión.

Pilar	$A_s$	Material $A_s$	$A_v$	Material $A_v$
Prototipo	4 $\phi$ 8	A28-42H	$\phi$ 2.77	Al. Galv.
Modelo 1	4 $\phi$ 4.19	Al. Galv.	$\phi$ 1.24	Al. Galv.
Modelo 2	4 $\phi$ 5.16	Al. Galv.	$\phi$ 2.11	Al. Galv.
Modelo 3	4 $\phi$ 3.4	Al. Galv.	$\phi$ 1.24	Al. Galv.

Tabla 4.2.1 Material y diámetro de barras de refuerzo ocupadas en el pilar.

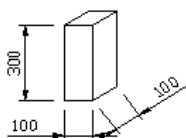
Armadura longitudinal en tracción:  $A_s$

Armadura de corte:  $A_v$

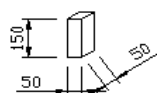
Acero de Refuerzo: A28-42H

Alambre galvanizado: Al. Galv.

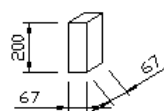
Prototipo



Modelo 1



Modelo 2



Modelo 3



Fig. 4.6 Forma y dimensiones del pilar corto.

En las siguientes fotos observamos el pilar corto después de haber sido sometida a carga, además de las grietas debido al ensayo.



Foto 4.2 1 Prototipo y modelos pilar



Foto 4.2 2 Prototipo y modelos pilar



Foto 4.2 3 Grietas pilar prototipo



Foto 4.2 4 Grietas pilar modelo 1



Foto 4.2 5 Grietas pilar modelo 2



Foto 4.2 6 Grietas pilar modelo 3

A continuación se presentan las gráficas carga - deformación para los ensayos. Los valores correspondientes obtenidos se encuentran en el anexo C.

Gráfico Carga - Deformación Pilar

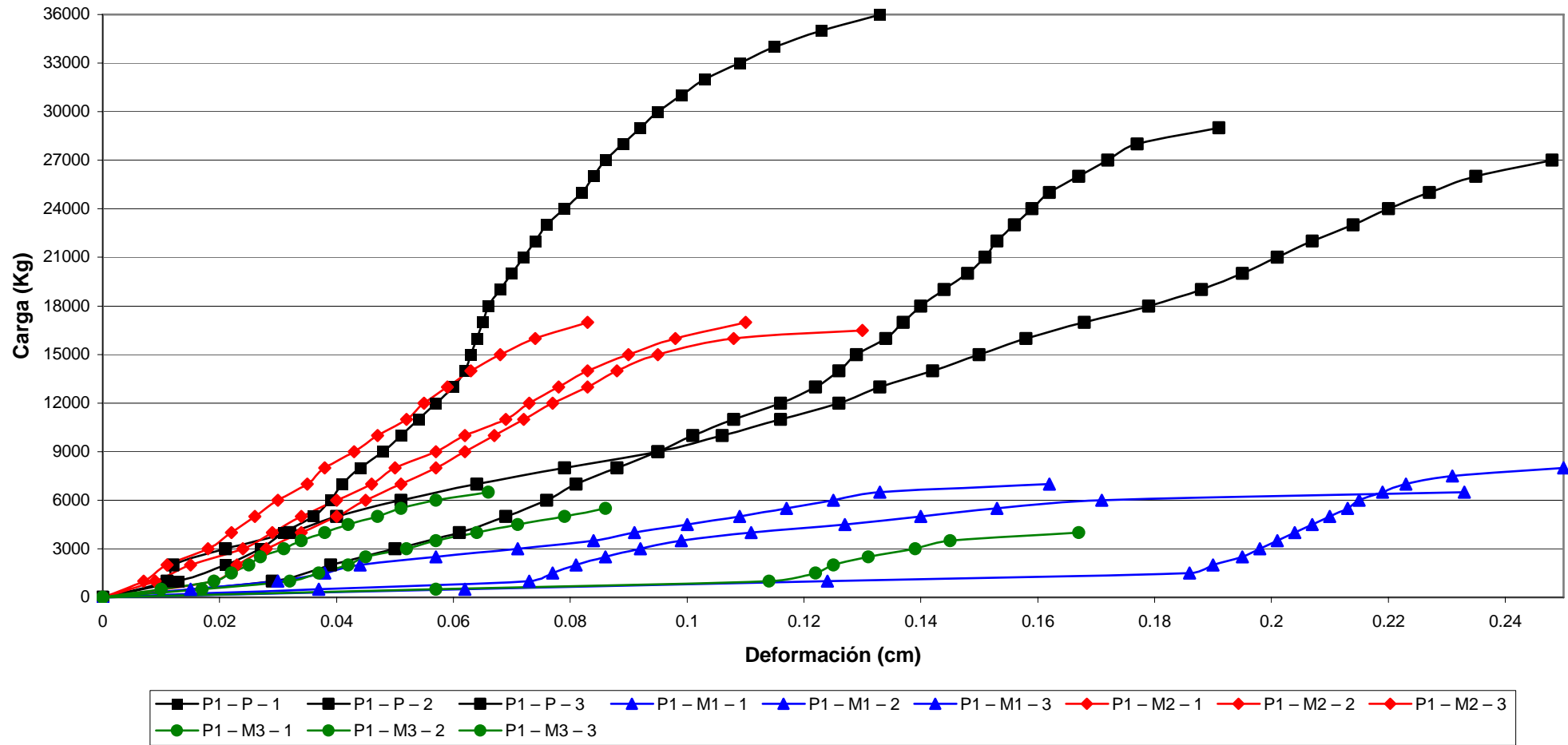


Gráfico 4.2.1 Gráfico Carga – Deformación Pilar.

## Resultados experimentales.

A partir de la forma del gráfico 4.2.1, podemos estimar los valores para  $P_{adm}$ ,  $\delta_{adm}$ ,  $P_{\acute{u}lt}$ ,  $\delta_{\acute{u}lt}$ , para el pilar analizado.

En las siguientes tablas observamos los valores para cada muestra, además de la media y la desviación estándar.

Prototipo	P – 1	P – 2	P – 3	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	14000	9000	10000	11000	2646
$\delta_{adm}$ (cm)	0,062	0,095	0,101	0,086	0,02
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	36000	27000	29000	30667	4726
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0,133	0,248	0,191	0,191	0,06

Modelo 1	M1 – 1	M1 – 2	M1 – 3	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	3500	3500	2500	3167	577
$\delta_{adm}$ (cm)	0,099	0,084	0,195	0,126	0,06
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	6500	7000	8000	7167	764
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0,233	0,162	0,250	0,215	0,05

Modelo 2	M2 – 1	M2 – 2	M2 – 3	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	8000	9000	7000	8000	1000
$\delta_{adm}$ (cm)	0,057	0,043	0,046	0,049	0,01
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	16500	17000	17000	16833	288,68
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0,13	0,083	0,110	0,108	0,02

Modelo 3	M3 – 1	M3 – 2	M3 – 3	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	2500	1500	2000	2000	500
$\delta_{adm}$ (cm)	0,027	0,122	0,042	0,064	0,05
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	6500	4000	5500	5333	1258
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0,066	0,167	0,086	0,106	0,05

Tabla 4.2.2 Media y desviación estándar de prototipo y modelos.



Con las medias obtenidas calculamos el factor de escala experimental para cada modelo:

Pilar	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$
$P_{adm} (Kg)$	0,288	1,86	0,727	1,17	0,182	2,35
$\delta_{adm} (cm)$	1,465	0,68	0,566	1,77	0,740	1,35
$P_{\acute{u}lt} (Kg)$	0,234	2,07	0,549	1,35	0,174	2,40
$\delta_{\acute{u}lt} (cm)$	1,128	0,89	0,565	1,77	0,558	1,79

**Tabla 4.2.3 Factor de escala pilar.**

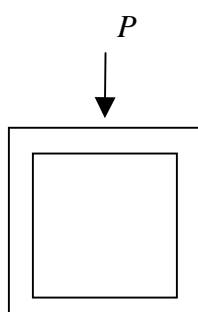
Calcularemos el error entre el factor de escala obtenido del experimento y el factor de escala teórico, que considera todas las variables estructurales relevantes:

Pilar	Error M1	Error M2	Error M3
$P_{adm} (Kg)$	24.0%	-26.0%	28.9%
$\delta_{adm} (cm)$	-54.1%	50.0%	-26.2%
$P_{\acute{u}lt} (Kg)$	13.9%	-15.7%	-1.6%

**Tabla 4.2.4 Error entre factores de escala.**

### 4.3 Estructuras.

#### 4.3.1 Serie experimental 5: Estructura con carga concentrada en el centro (E1).



**Fig. 4.7 Estructura con carga concentrada en el centro.**

E1	$A_s$	Material	$A_v$	Material
Prototipo	4 $\phi$ 8	A28-42H	$\phi$ 2.77	Al. Galv.
Modelo 1	4 $\phi$ 4.19	Al. Galv.	$\phi$ 1.24	Al. Galv.
Modelo 2	4 $\phi$ 5.16	Al. Galv.	$\phi$ 2.11	Al. Galv.
Modelo 3	4 $\phi$ 3.4	Al. Galv.	$\phi$ 1.24	Al. Galv.

Tabla 4.3.1 Material y diámetro de barras de refuerzo ocupadas en la estructura 1.

Armadura longitudinal en tracción:  $A_s$

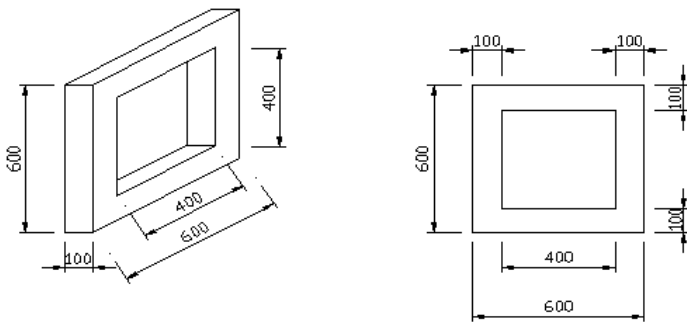
Armadura longitudinal en compresión:  $A_s'$

Armadura de corte:  $A_v$

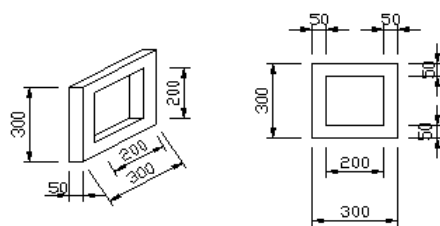
Acero de Refuerzo: A28-42H

Alambre galvanizado: Al. Galv.

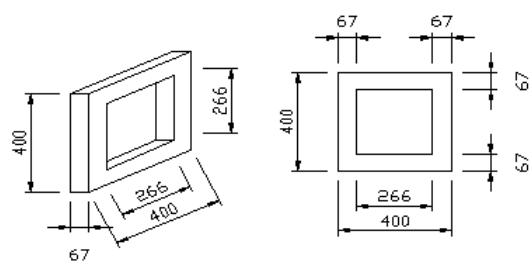
Prototipo



Modelo 1



Modelo 2



Modelo 3

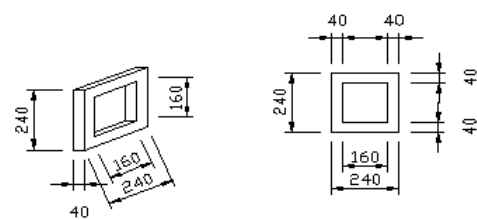


Fig.4.8 Forma y dimensiones estructura 1.

En las siguientes fotos observamos la estructura 1 después de haber sido sometida a carga, además de las grietas debido al ensayo.

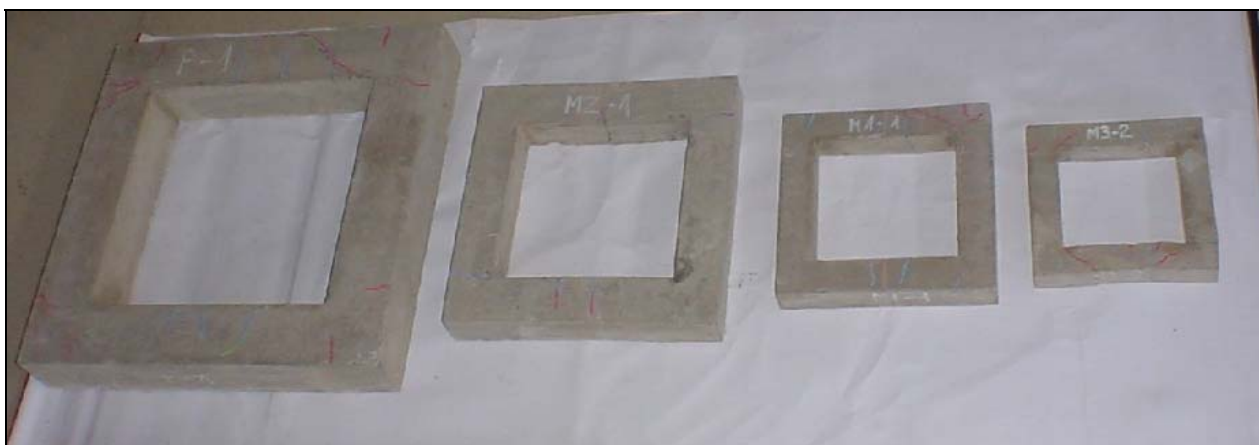


Foto 4.3 1 Prototipo y modelos estructura 1



Foto 4.3 2 Grietas estructura 1 prototipo



Foto 4.3 3 Grietas estructura 1 modelo 1



Foto 4.3 4 Grietas estructura 1 modelo 2



Foto 4.3 5 Grietas estructura 1 modelo 3

En la siguiente tabla se muestra el intervalo de carga promedio (Kg) que se representan de acuerdo a los colores mostrados:

E1	Azul	Verde	Rojo
Prototipo	1000 – 1800	1800 – 2550	2550 – 2670
Modelo 1	450 – 600	600 – 800	800 – 860
Modelo 2	760 – 1250	1250 – 1550	1550 – 1670
Modelo 3	460 – 650	650 – 800	800 – 863

**Tabla 4.3.2 Intervalo de carga promedio estructura 1.**

A continuación se presentan las gráficas carga - deformación para los ensayos. Los valores correspondientes obtenidos se encuentran en el anexo C.

Gráfico Carga - Deformación E1

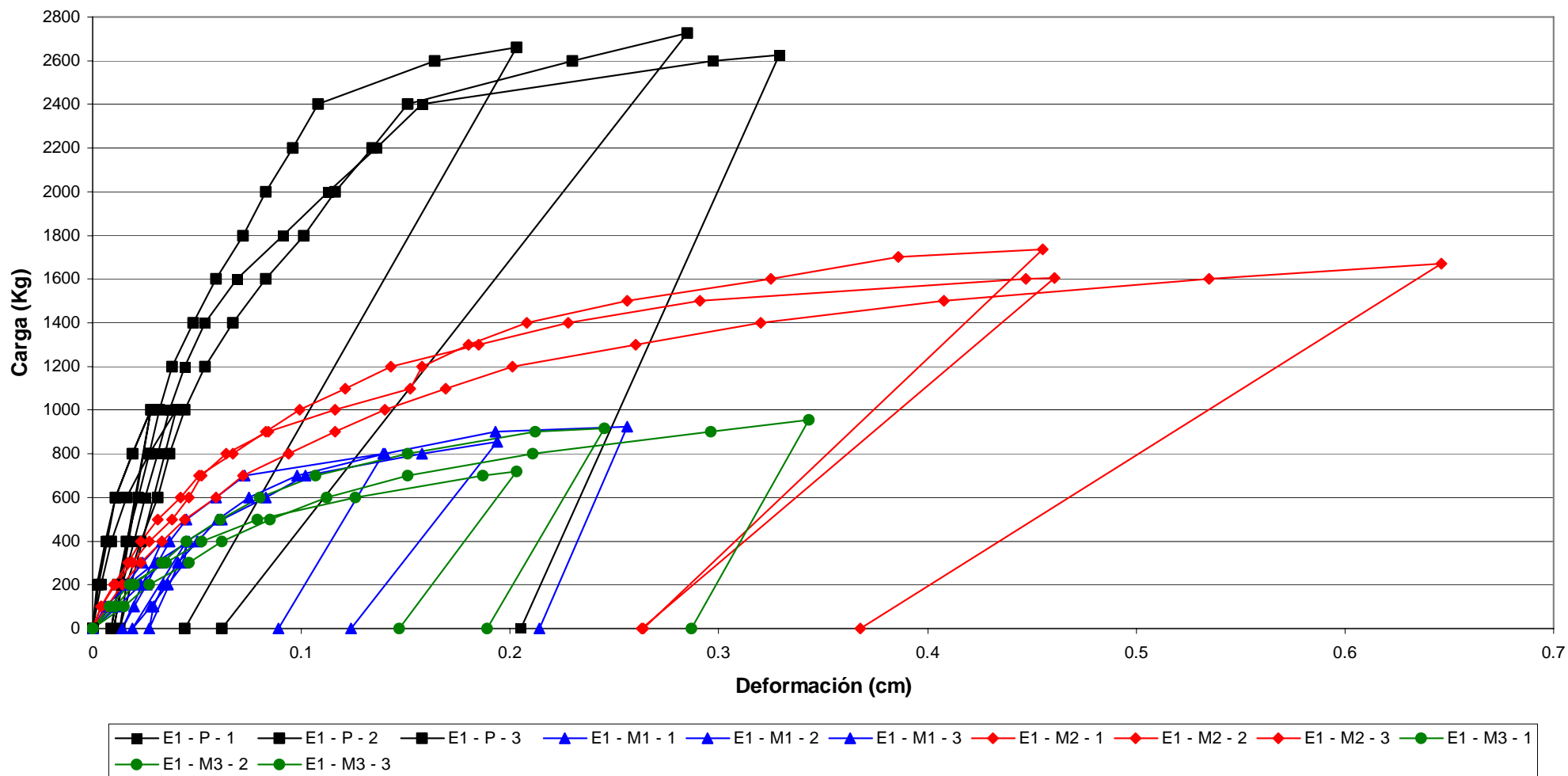


Gráfico 4.3.1 Gráfico Carga – Deformación Estructura 1.

## Resultados experimentales.

A partir de la forma del gráfico 4.3.1, podemos estimar los valores para  $P_{adm}$ ,  $\delta_{adm}$ ,  $P_{últ}$ ,  $\delta_{últ}$ , para la estructura analizada.

El valor de  $P_{adm}$  se determinó tomando la siguiente consideración:

$$P_{adm} = 0.6 \cdot P_{últ}$$

En las siguientes tablas observamos los valores para cada muestra, además de la media y la desviación estándar.

Prototipo	P – 1	P – 2	P – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	1575	1595	1635	1602	31
$\delta_{adm}$ (cm)	0,067	0,059	0,086	0,071	0,01
$P_{últ}$ (Kg)	2625	2660	2725	2670	51
$\delta_{últ}$ (cm)	0,329	0,203	0,285	0,272	0,06

Modelo 1	M1 – 1	M1 – 2	M1 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	555	480	515	517	38
$\delta_{adm}$ (cm)	0,068	0,043	0,065	0,059	0,01
$P_{últ}$ (Kg)	925	800	855	860	63
$\delta_{últ}$ (cm)	0,256	0,139	0,194	0,196	0,06

Modelo 2	M2 – 1	M2 – 2	M2 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	1040	965	1000	1002	38
$\delta_{adm}$ (cm)	0,130	0,093	0,140	0,121	0,02
$P_{últ}$ (Kg)	1735	1605	1670	1670	65
$\delta_{últ}$ (cm)	0,455	0,461	0,646	0,521	0,11

Modelo 3	M3 – 1	M3 – 2	M3 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	430	550	575	518	78
$\delta_{adm}$ (cm)	0,060	0,071	0,105	0,079	0,02
$P_{últ}$ (Kg)	720	915	955	863	126
$\delta_{últ}$ (cm)	0,203	0,245	0,343	0,264	0,07

Tabla 4.3.3 Media y desviación estándar de prototipo y modelos.

Con las medias obtenidas calculamos el factor de escala estructural para cada modelo:

Estructura 1	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$
$P_{adm} (Kg)$	0,323	1,76	0,625	1,26	0,324	1,76
$\delta_{adm} (cm)$	0,830	1,20	1,712	0,58	1,113	0,90
$P_{\acute{u}lt} (Kg)$	0,322	1,76	0,625	1,26	0,323	1,76
$\delta_{\acute{u}lt} (cm)$	0,721	1,39	1,912	0,52	0,968	1,03

Tabla 4.3.4 Factor de escala estructura 1.

Calcularemos el error entre el factor de escala obtenido del experimento y el factor de escala teórico, que considera todas las variables estructurales relevantes:

Estructura 1	Error M1	Error M2	Error M3
$P_{adm} (Kg)$	15.2%	-8.9%	-24.1%
$\delta_{adm} (cm)$	-17.2%	-48.2%	-48.9%
$P_{\acute{u}lt} (Kg)$	13.8%	-10.2%	-24.8%

Tabla 4.3.5 Error entre factores de escala.

#### 4.3.2 Serie experimental 6: Estructura con carga concentrada en los dos tercios (E2).

Se construyó una estructura de forma rectangular con vanos simétricos entre si.

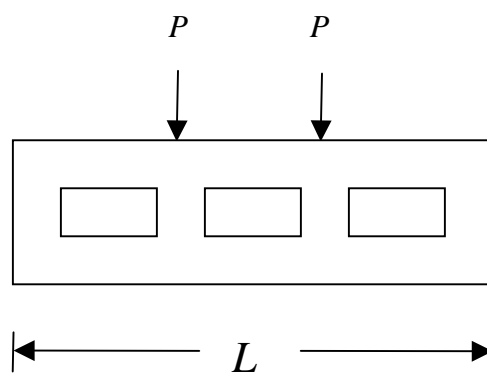


Fig. 4.9 Estructura con carga concentrada en los dos tercios.

E2	$A_s$	Material $A_s$	$A_v$	Material $A_v$
Prototipo	4 $\phi$ 8	A28-42H	$\phi$ 2.77	Al. Galv.
Modelo 1	4 $\phi$ 4.19	Al. Galv.	$\phi$ 1.24	Al. Galv.
Modelo 2	4 $\phi$ 5.16	Al. Galv.	$\phi$ 2.11	Al. Galv.
Modelo 3	4 $\phi$ 3.4	Al. Galv.	$\phi$ 1.24	Al. Galv.

Tabla 4.3.6 Material y diámetro de barras de refuerzo ocupadas en la estructura 2.

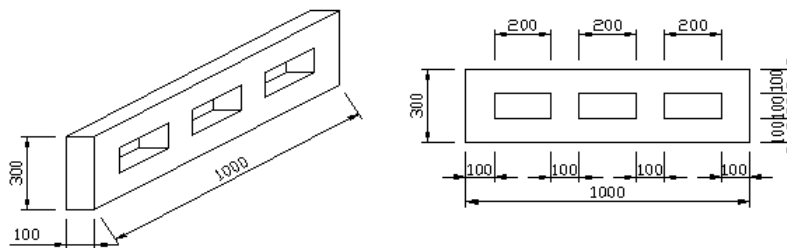
Armadura longitudinal en tracción:  $A_s$

Armadura de corte:  $A_v$

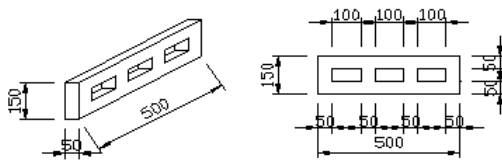
Acero de Refuerzo: A28-42H

Alambre galvanizado: Al. Galv.

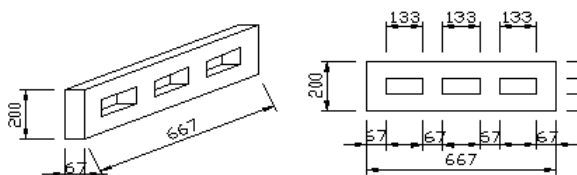
Prototipo



Modelo 1



Modelo 2



Modelo 3

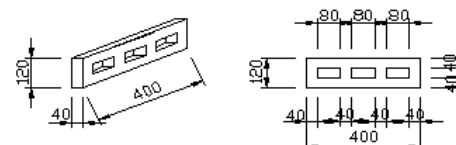


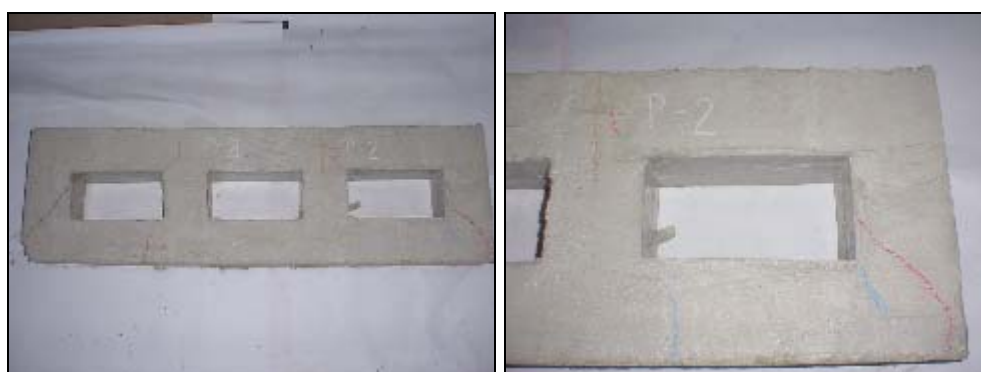
Fig.4.10 Forma y dimensiones estructura 2.



En las siguientes fotos observamos la estructura 2 después de haber sido sometida a carga, además de las grietas debido al ensayo.



**Foto 4.3 6 Prototipo y modelos estructura 2**



**Foto 4.3 7 Grietas estructura 2 prototipo**

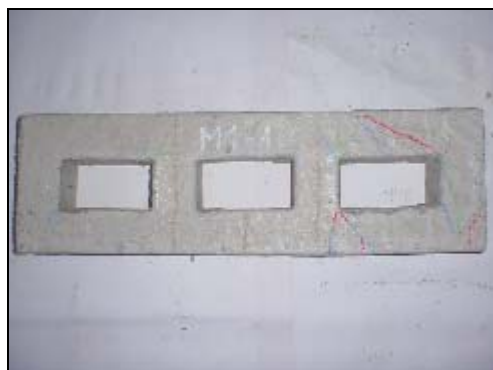


Foto 4.3 8 Grietas estructura 2 modelo 1



Foto 4.3 9 Grietas estructura 2 modelo 2



Foto 4.3 10 Grietas estructura 2 modelo 3

En la siguiente tabla se muestra el intervalo de carga promedio (Kg) que se representan de acuerdo a los colores mostrados:

E2	Azul	Verde	Rojo
Prototipo	1320 – 2800	2800 – 4050	4050 – 4683
Modelo 1	880 – 1300	1300 – 1650	1650 – 1770
Modelo 2	1215 – 1650	1650 – 2100	2100 – 2252
Modelo 3	625 – 850	850 – 950	950 – 1050

Tabla 4.3.7 Intervalo de carga promedio estructura 2.

A continuación se presentan las gráficas carga - deformación para los ensayos. Los valores correspondientes obtenidos se encuentran en el anexo C.

Gráfico Carga - Deformación E2

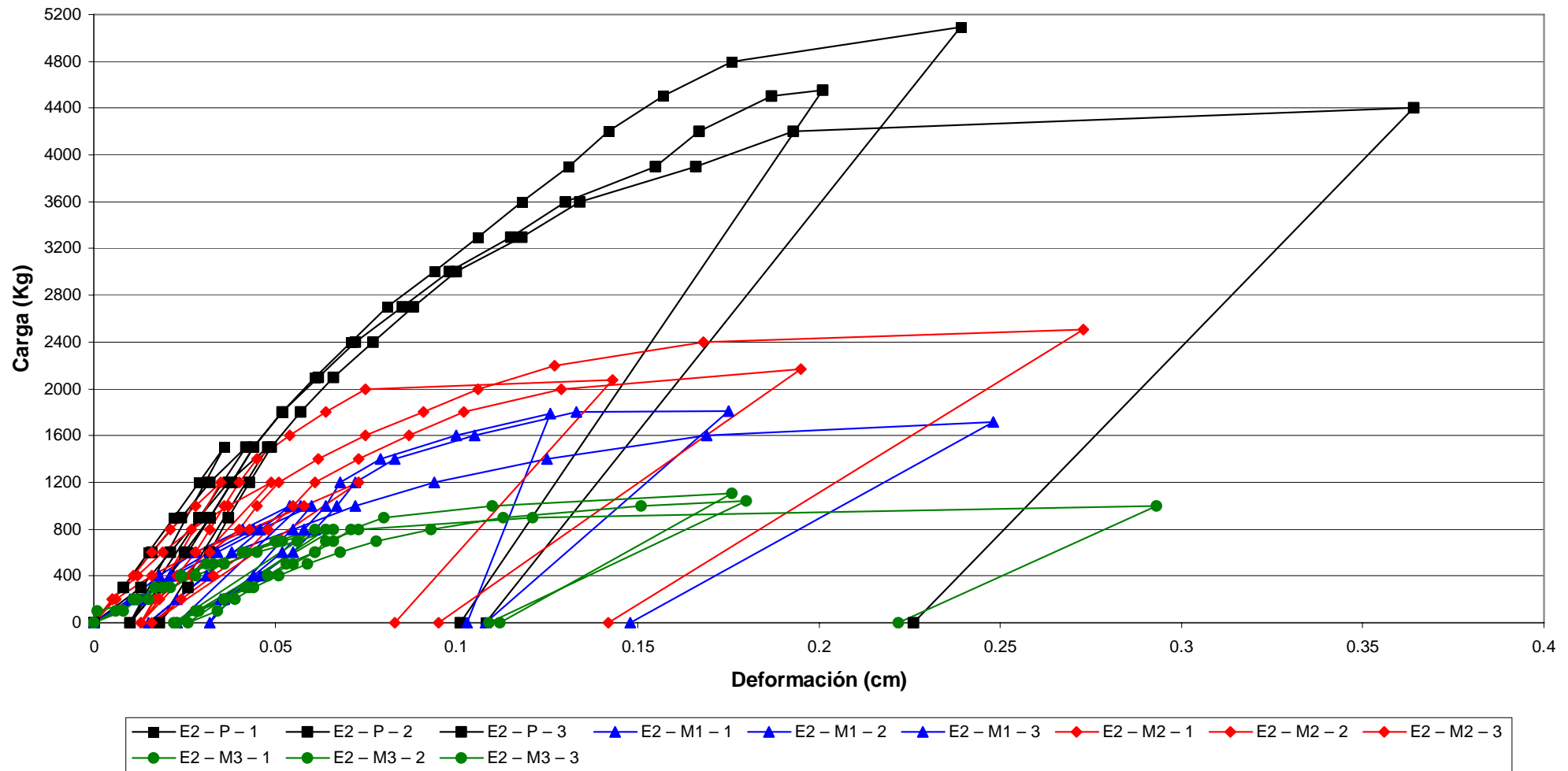


Gráfico 4.3.2 Gráfico Carga – Deformación Estructura 2.

## Resultados experimentales.

A partir de la forma del gráfico 4.3.2, podemos estimar los valores para  $P_{adm}$ ,  $\delta_{adm}$ ,  $P_{últ}$ ,  $\delta_{últ}$ , para la estructura analizada.

El valor de  $P_{adm}$  se determinó tomando la siguiente consideración:

$$P_{adm} = 0.6 \cdot P_{últ}$$

En las siguientes tablas observamos los valores para cada muestra, además de la media y la desviación estándar.

Prototipo	P – 1	P – 2	P – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	3055	2645	2735	2812	215
$\delta_{adm}$ (cm)	0,096	0,086	0,087	0,090	0,01
$P_{últ}$ (Kg)	5090	4405	4555	4683	360
$\delta_{últ}$ (cm)	0,239	0,364	0,201	0,268	0,09

Modelo 1	M1 – 1	M1 – 2	M1 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	1085	1030	1070	1062	28
$\delta_{adm}$ (cm)	0,069	0,075	0,065	0,070	0,01
$P_{últ}$ (Kg)	1810	1715	1785	1770	49
$\delta_{últ}$ (cm)	0,175	0,248	0,126	0,183	0,06

Modelo 2	M2 – 1	M2 – 2	M2 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	1245	1505	1300	1350	137
$\delta_{adm}$ (cm)	0,041	0,069	0,067	0,059	0,02
$P_{últ}$ (Kg)	2075	2510	2170	2252	229
$\delta_{últ}$ (cm)	0,143	0,273	0,195	0,204	0,07

Modelo 3	M3 – 1	M3 – 2	M3 – 3	$\bar{x}$	s
$P_{adm}$ (Kg)	600	625	665	630	33
$\delta_{adm}$ (cm)	0,061	0,071	0,064	0,065	0,01
$P_{últ}$ (Kg)	1000	1045	1105	1050	53
$\delta_{últ}$ (cm)	0,293	0,180	0,176	0,216	0,07

Tabla 4.3.8 Media y desviación estándar de prototipo y modelos.

Con las medias obtenidas calculamos el factor de escala experimental para cada modelo:

Estructura 2	Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$	$f'$	$r'$
$P_{adm} (Kg)$	0.378	1.63	0.480	1.44	0.224	2.11
$\delta_{adm} (cm)$	0.777	1.29	0.658	1.52	0.729	1.37
$P_{\acute{u}lt} (Kg)$	0.378	1.63	0.481	1.44	0.224	2.11
$\delta_{\acute{u}lt} (cm)$	0.683	1.46	0.760	1.32	0.807	1.24

**Tabla 4.3.9 Factor de escala estructura 2.**

Calcularemos el error entre el factor de escala obtenido del experimento y el factor de escala teórico, que considera todas las variables estructurales relevantes:

Estructura 2	Error M1	Error M2	Error M3
$P_{adm} (Kg)$	-9.1%	13.8%	5.9%
$\delta_{adm} (cm)$	-0.8%	39.4%	-19.9%
$P_{\acute{u}lt} (Kg)$	-10.2%	12.1%	3.9%

**Tabla 4.3.10 Error entre factores de escala.**

## CAPÍTULO V:

### ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Con los datos obtenidos en laboratorio, realizaremos un análisis de estos, mediante la aplicación de pruebas de hipótesis.

Las pruebas o ensayos de hipótesis constituyen un procedimiento estadístico sólido y riguroso para poder emitir juicios probables acerca de una población y al mismo tiempo conocer la magnitud y probabilidad de los errores en los que se puede incurrir al expresar esos juicios.

Para el análisis de los datos, realizaremos pruebas concernientes a diferencias entre medias, en que:

Cuando  $n_1$  y  $n_2$  son pequeños y  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son desconocidas, se realiza la prueba basada en:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \delta}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde:

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1) \cdot S_1^2 + (n_2 - 1) \cdot S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$\bar{x}$  = Medias de las muestras.

$s_p^2$  = Varianza ponderada.

$n$  = Tamaño de las muestras.

$t$  = Distribución t de Student.

$\delta$  = Constante.

La región crítica de tamaño  $\alpha$  para probar la hipótesis nula,  $\mu_1 - \mu_2 = \delta$  contra las alternativas,  $\mu_1 - \mu_2 \neq \delta$ ,  $\mu_1 - \mu_2 > \delta$ ,  $\mu_1 - \mu_2 < \delta$  son, respectivamente,

$$|t| \geq t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}, \quad t \geq t_{\alpha, n_1+n_2-2}, \quad t \leq -t_{\alpha, n_1+n_2-2}$$

Para nuestro caso particular, se desea demostrar la hipótesis nula  $\mu_1 - \mu_2 = 0$ , contra las hipótesis alternativas  $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ ,  $\mu_1 - \mu_2 > 0$ ,  $\mu_1 - \mu_2 < 0$ .

La región crítica de tamaño  $\alpha$  utilizada es 0.05 (95% de confianza).

Entonces:

$$|t| \geq t_{0.025,4}, \quad t \geq t_{0.05,4}, \quad t \leq -t_{0.05,4}$$

cuyos valores obtenidos de la distribución t de Student son:

$$t_{0.025,4} = 2.77645$$

$$t_{0.05,4} = 2.13185$$

### 5.1 Prueba de hipótesis N° 1.

En este caso se prueba si la escala utilizada en la construcción de los modelos (escala geométrica), es la que predice los resultados obtenidos para el prototipo.

De este modo las escalas utilizadas para realizar la prueba de hipótesis son las siguientes:

Estructura	Modelo1	Modelo2	Modelo3
$P$	$1/2^2$	$1/1.5^2$	$1/2.5^2$
$\delta$	$1/2$	$1/1.5$	$1/2.5$

Tabla 5.1.1 Escala de los modelos.

### 5.1.1 Prueba de hipótesis vigas.

#### Viga 1.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Viga 1	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	835	41	263	3	377	8	168	3
$\delta_{adm}$ (cm)	0,277	0,02	0,151	0,01	0,184	0,02	0,229	0,08
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	1392	71	440	5	627	13	280	5
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	3,548	0,54	1,031	0,15	1,256	0,13	1,698	0,004

**Tabla 5.1.2 Media y desviación estándar de prototipo y modelos viga 1.**

Luego se escalan los modelos de la tabla 5.1.2 según tabla 5.1.1:

Viga 1	Escalado según hipótesis N° 1							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	835	41	1053	12	848	17	1052	18
$\delta_{adm}$ (cm)	0,277	0,02	0,303	0,02	0,277	0,02	0,573	0,19
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	1392	71	1760	20	1410	28	1750	31
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	3,548	0,54	2,062	0,30	1,884	0,19	4,244	0,01

**Tabla 5.1.3 Modelos escalados viga 1.**

Calculamos la desviación estándar ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Viga 1	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	30	-8,89	rechazado	31	-0,49	aprobado	32	-8,41	rechazado
$\delta_{adm}$ (cm)	0,02	-1,95	aprobado	0,02	0,05	aprobado	0,14	-2,67	rechazado
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	52	-8,60	rechazado	54	-0,41	aprobado	55	-7,96	rechazado
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0,44	4,14	rechazado	0,41	5,03	rechazado	0,38	-2,23	rechazado

**Tabla 5.1.4 Desviación estándar ponderada y distribución t de Student viga 1.**



Gráfico Carga - Deformación Viga 1

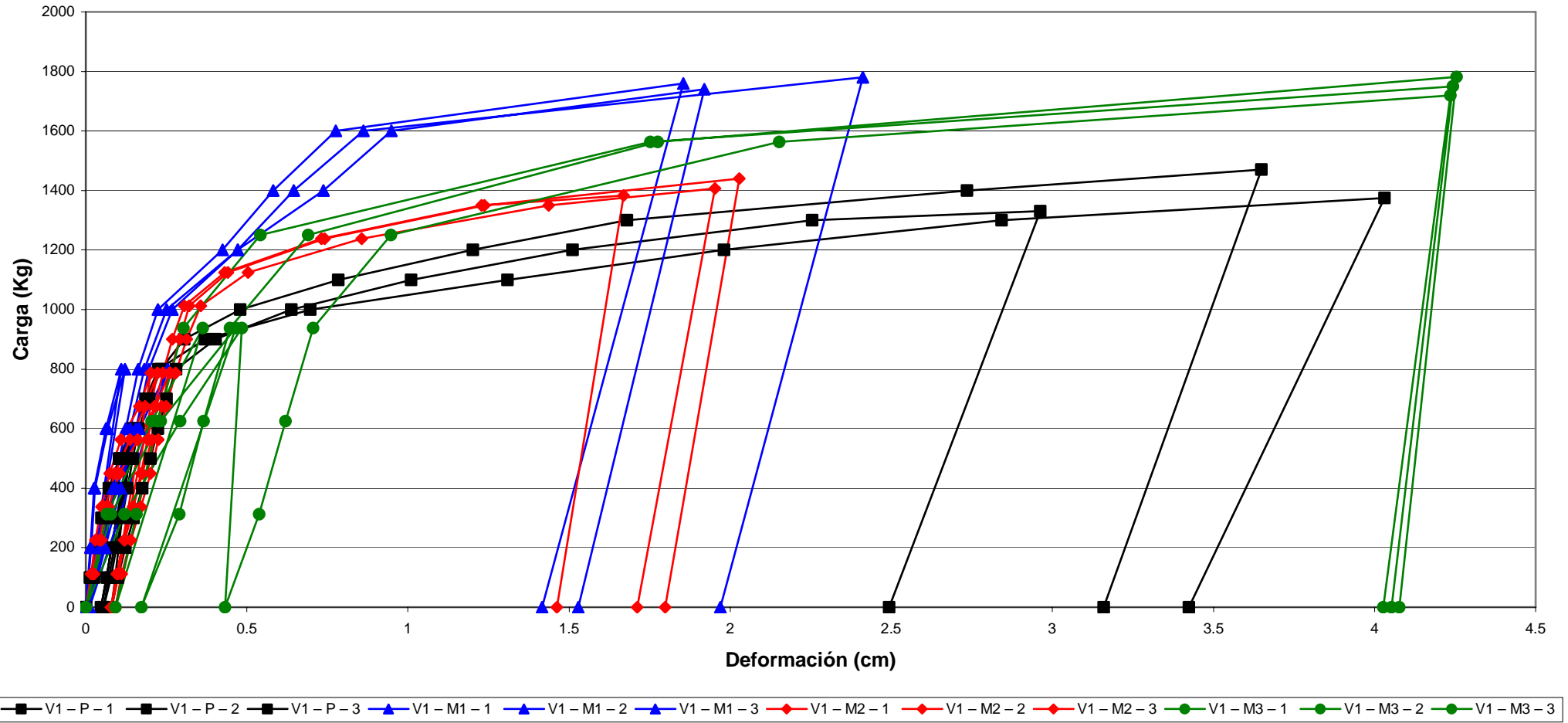


Gráfico 5.1.1 Gráfico carga – deformación viga 1 escalado según hipótesis N° 1.

## Viga 2.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Viga 2	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	1997	111	638	55	960	35	418	31
$\delta_{adm}$ (cm)	0.277	0.05	0.053	0.01	0.145	0.01	0.139	0.02
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	3328	186	1063	95	1598	57.52	697	53
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	1.612	0.35	0.693	0.24	0.569	0.07	0.522	0.08

**Tabla 5.1.5 Media y desviación estándar de prototipo y modelos viga 2.**

Luego se escalan los modelos de la tabla 5.1.5 según tabla 5.1.1:

Viga 2	Escalado según hipótesis N° 1							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	1997	111	2553	219	2160	79	2615	191
$\delta_{adm}$ (cm)	0.277	0.05	0.107	0.03	0.218	0.02	0.348	0.05
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	3328	186	4253	378	3596	129	4354	331
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	1.612	0.35	1.387	0.48	0.854	0.11	1.306	0.21

**Tabla 5.1.6 Modelos escalados viga 2.**

Calculamos la desviación estándar ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Viga 2	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	174	-3.92	rechazado	96	-2.08	aprobado	156	-4.85	rechazado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.04	5.11	rechazado	0.04	1.86	aprobado	0.05	-1.82	aprobado
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	298	-3.80	rechazado	160	-2.04	aprobado	269	-4.67	rechazado
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.42	0.65	aprobado	0.26	3.56	rechazado	0.29	1.29	aprobado

**Tabla 5.1.7 Desviación estándar ponderada y distribución t de Student viga 2.**

Gráfico Carga - Deformación Viga 2

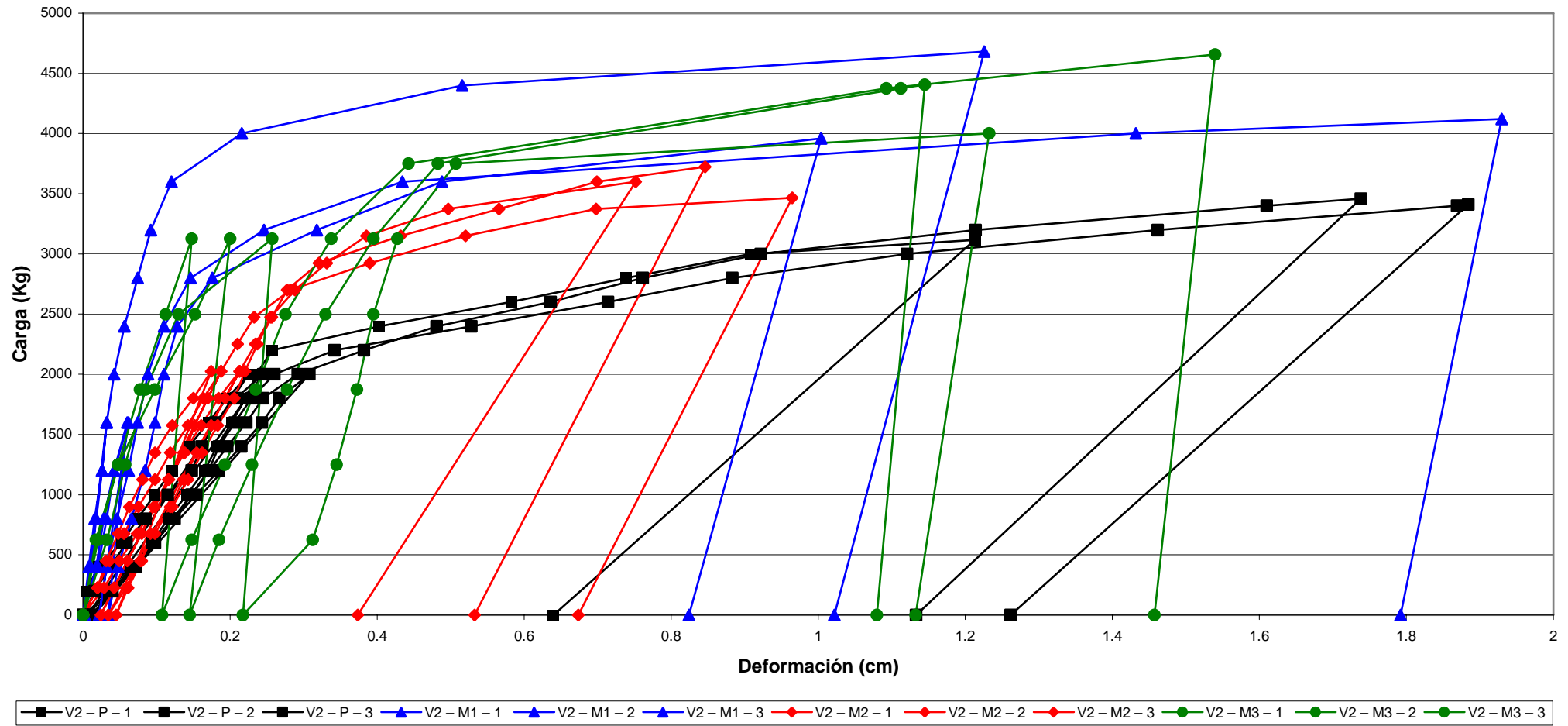


Gráfico 5.1.2 Gráfico carga – deformación viga 2 escalado según hipótesis N° 1.

### Viga 3.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Viga 3	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	2968	355	1108	170	1368	276	667	85
$\delta_{adm}$ (cm)	0.061	0.003	0.067	0.01	0.039	0.004	0.138	0.01
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	4948	590	1847	283	2280	462	1113	140
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.123	0.04	0.155	0.02	0.097	0.01	0.269	0.04

**Tabla 5.1.8 Media y desviación estándar de prototipo y modelos viga 3.**

Luego se escalan los modelos de la tabla 5.1.8 según tabla 5.1.1:

Viga 3	Escalado según hipótesis N° 1							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	2968	355	4433	681	3079	621	4167	532
$\delta_{adm}$ (cm)	0.061	0.00	0.135	0.03	0.059	0.01	0.345	0.03
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	4948	590	7387	1131	5130	1039	6958	876
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.123	0.04	0.310	0.05	0.146	0.01	0.672	0.11

**Tabla 5.1.9 Modelos escalados viga 3.**

Calculamos la desviación estándar ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Viga 3	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	543	-3.30	rechazado	506	-0.27	aprobado	452	-3.25	rechazado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.02	-4.62	rechazado	0.00	0.60	aprobado	0.02	-18.74	rechazado
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	902	-3.31	rechazado	845	-0.26	aprobado	747	-3.30	rechazado
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.04	-5.59	rechazado	0.03	-1.06	aprobado	0.08	-8.23	rechazado

**Tabla 5.1.10 Desviación estándar ponderada y distribución t de Student viga 3.**

Gráfico Carga - Deformación Viga 3

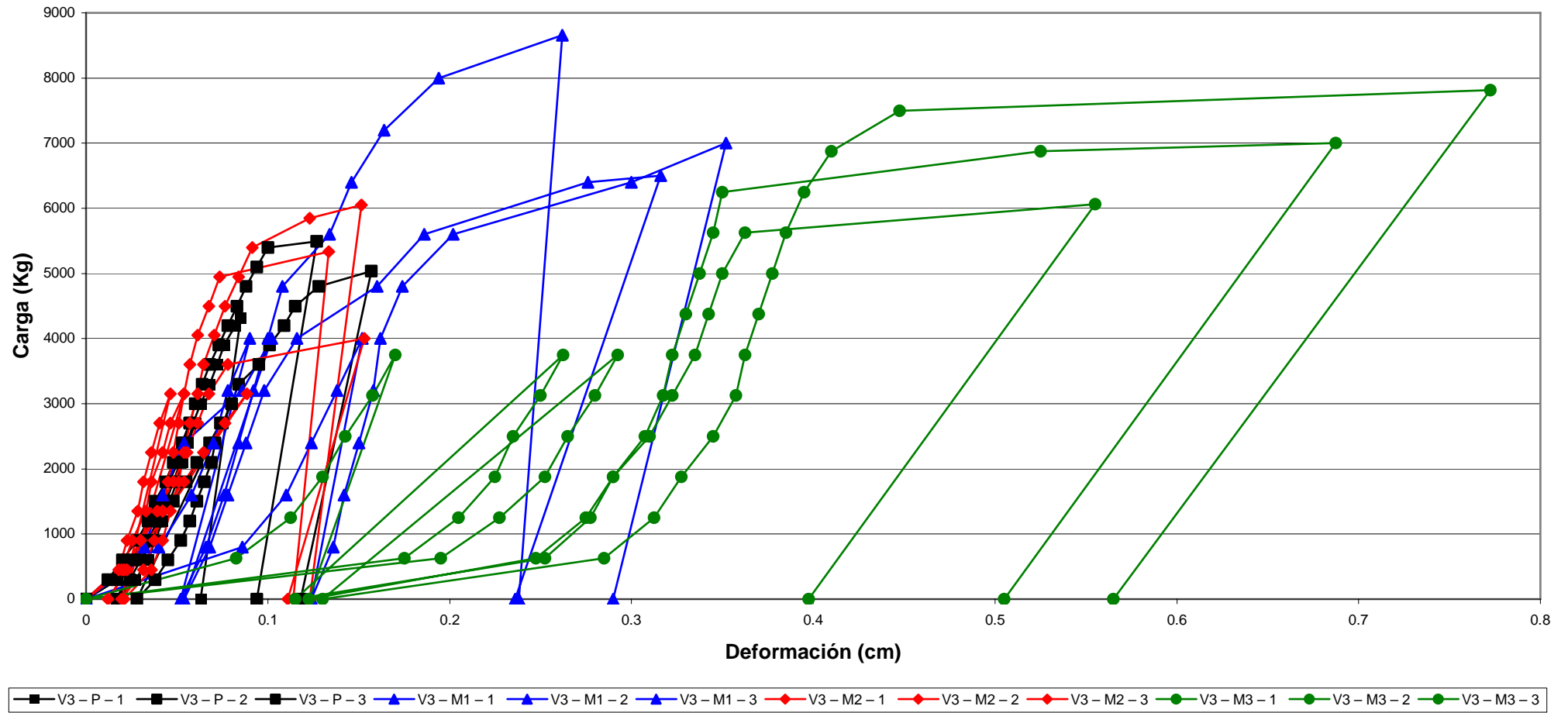


Gráfico 5.1.3 Gráfico carga – deformación viga 3 escalado según hipótesis N° 1.

### 5.1.2 Prueba de hipótesis pilar.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Pilar	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	11000	2646	3167	577	8000	1000	2000	500
$\delta_{adm}$ (cm)	0.086	0.02	0.126	0.06	0.049	0.01	0.064	0.05
$P_{últ}$ (Kg)	30667	4726	7167	764	16833	289	5333	1258
$\delta_{últ}$ (cm)	0.191	0.06	0.215	0.05	0.108	0.02	0.106	0.05

**Tabla 5.1.11 Media y desviación estándar de prototipo y modelos pilar.**

Luego se escalan los modelos de la tabla 5.1.11 según tabla 5.1.1:

Pilar	Escalado según hipótesis N° 1							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	11000	2646	12667	2309	18000	2250	12500	3125
$\delta_{adm}$ (cm)	0.086	0.02	0.252	0.12	0.073	0.01	0.159	0.13
$P_{últ}$ (Kg)	30667	4726	28667	3055	37875	650	33333	7864
$\delta_{últ}$ (cm)	0.191	0.06	0.430	0.09	0.162	0.04	0.266	0.13

**Tabla 5.1.12 Modelos escalados pilar.**

Calculamos la desviación estándar ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Pilar	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	2483	-0.82	aprobado	2456	-3.49	rechazado	2895	-0.63	aprobado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.09	-2.35	rechazado	0.02	0.95	aprobado	0.09	-0.98	aprobado
$P_{últ}$ (Kg)	3979	0.62	aprobado	3373	-2.62	rechazado	6488	-0.50	aprobado
$\delta_{últ}$ (cm)	0.08	-3.78	rechazado	0.05	0.75	aprobado	0.10	-0.89	aprobado

**Tabla 5.1.13 Desviación estándar ponderada y distribución t de Student pilar.**

Gráfico Carga - Deformación Pilar

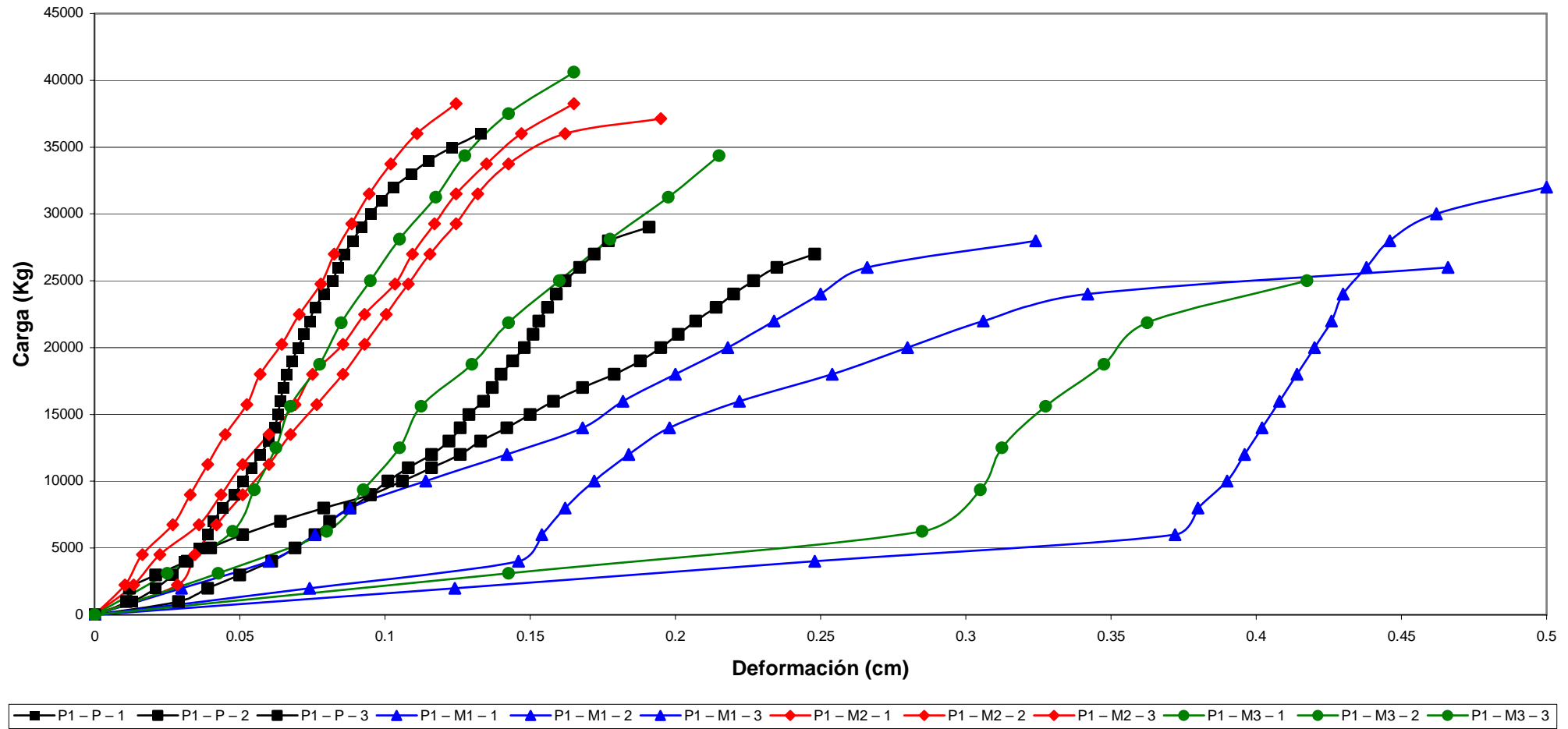


Gráfico 5.1.4 Gráfico carga – deformación pilar escalado según hipótesis Nº 1.

### 5.1.3 Prueba de hipótesis estructuras.

#### Estructura 1.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Estructura 1	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	1602	31	517	38	1002	38	518	78
$\delta_{adm}$ (cm)	0.071	0.01	0.059	0.01	0.121	0.02	0.079	0.02
$P_{ult}$ (Kg)	2670	51	860	63	1670	65	863	126
$\delta_{ult}$ (cm)	0.272	0.06	0.196	0.06	0.521	0.11	0.264	0.07

**Tabla 5.1.14 Media y desviación estándar de prototipo y modelos estructura 1.**

Luego se escalan los modelos de la tabla 5.1.14 según tabla 5.1.1:

Estructura 1	Escalado según hipótesis N° 1							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	1602	31	2067	150	2254	84	3240	484
$\delta_{adm}$ (cm)	0.071	0.01	0.117	0.03	0.182	0.04	0.197	0.06
$P_{ult}$ (Kg)	2670	51	3440	251	3758	146	5396	786
$\delta_{ult}$ (cm)	0.272	0.06	0.393	0.12	0.781	0.16	0.659	0.18

**Tabla 5.1.15 Modelos escalados estructura 1.**

Calculamos la varianza ponderada y la distribución t de student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Estructura 1	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	108	-5.26	rechazado	63	-12.58	rechazado	343	-5.84	rechazado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.02	-2.64	rechazado	0.03	-4.84	rechazado	0.04	-3.62	rechazado
$P_{ult}$ (Kg)	181	-5.22	rechazado	109	-12.17	rechazado	557	-6.00	rechazado
$\delta_{ult}$ (cm)	0.09	-1.56	aprobado	0.12	-5.04	rechazado	0.13	-3.51	rechazado

**Tabla 5.1.16 Varianza ponderada y distribución t de Student estructura 1.**



Gráfico Carga - Deformación E1

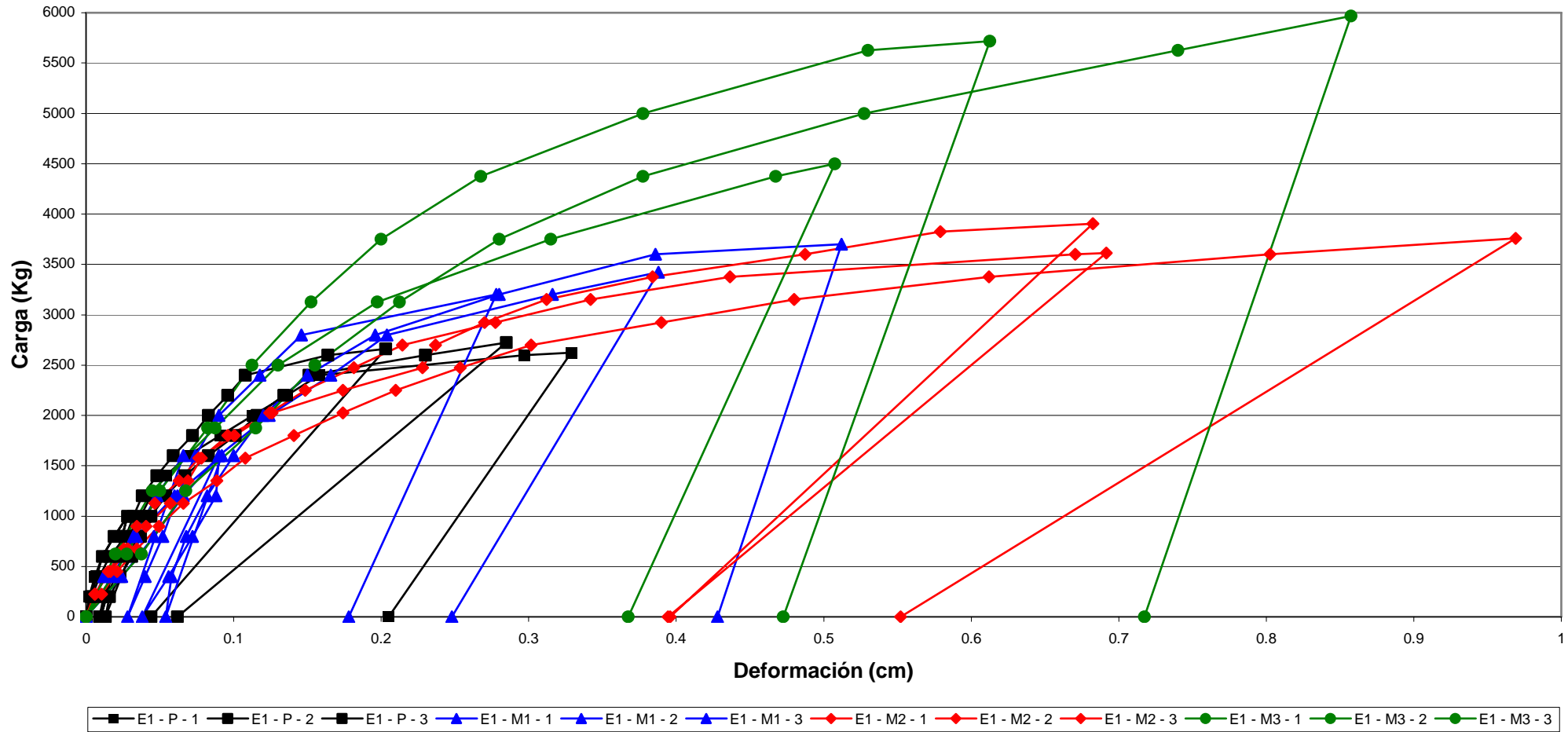


Gráfico 5.1.5 Gráfico carga – deformación estructura 1 escalado según hipótesis Nº 1

## Estructura 2.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Estructura 2	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	2812	215	1062	28	1350	137	630	33
$\delta_{adm}$ (cm)	0.090	0.01	0.070	0.01	0.059	0.02	0.065	0.01
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	4683	360	1770	49	2252	229	1050	53
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.268	0.09	0.183	0.06	0.204	0.07	0.216	0.07

**Tabla 5.1.17 Media y desviación estándar de prototipo y modelos estructura 2.**

Luego se escalan los modelos de la tabla 5.1.17 según tabla 5.1.1:

Estructura 2	Escalado según hipótesis N° 1							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	2812	215	4247	114	3038	308	3938	205
$\delta_{adm}$ (cm)	0.090	0.01	0.139	0.01	0.089	0.02	0.163	0.01
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	4683	360	7080	197	5066	515	6563	329
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.268	0.09	0.366	0.12	0.306	0.10	0.541	0.17

**Tabla 5.1.18 Modelos escalados estructura 2.**

Calculamos la desviación estándar ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Estructura 2	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	172	-10.20	rechazado	266	-1.04	aprobado	210	-6.56	rechazado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.01	-7.50	rechazado	0.02	0.08	aprobado	0.01	-9.14	rechazado
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	290	-10.11	rechazado	444	-1.06	aprobado	345	-6.67	rechazado
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.11	-1.14	aprobado	0.09	-0.50	aprobado	0.13	-2.53	rechazado

**Tabla 5.1.19 Desviación estándar ponderada y distribución t de Student estructura 2.**

Gráfico Carga - Deformación E2

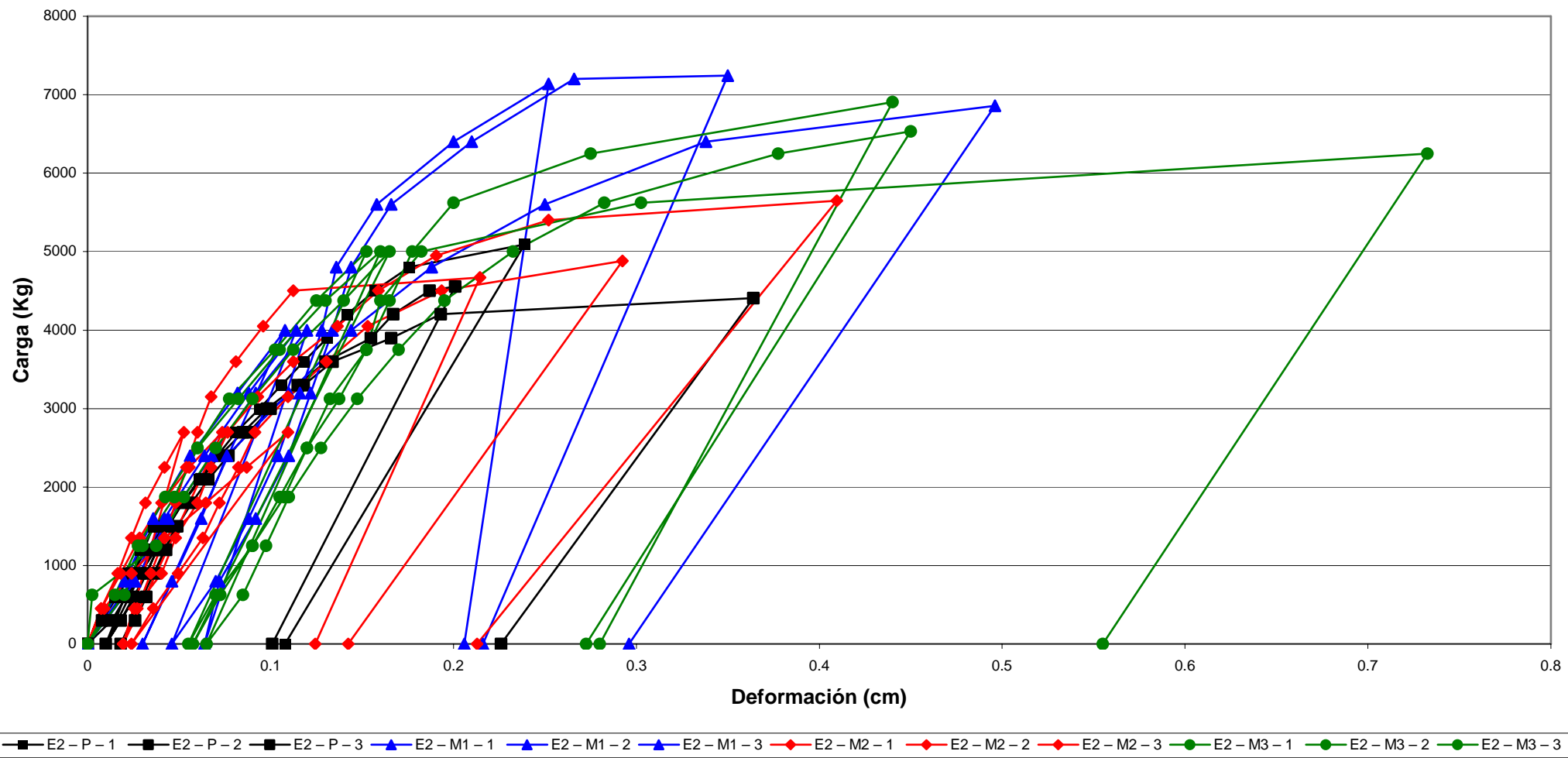


Gráfico 5.1.6 Gráfico carga – deformación estructura 2 escalado según hipótesis Nº 1.

## 5.2 Prueba de hipótesis N° 2.

Para este caso se prueba si la escala calculada teóricamente, considerando todas las variables estructurales relevantes, es válida para la predicción de los resultados en el prototipo.

### 5.2.1 Prueba de hipótesis vigas.

Así las escalas utilizadas para realizar la prueba de hipótesis son las siguientes:

Estructura	Modelo1	Modelo2	Modelo3
$P$	$1/1.70^2$	$1/1.67^2$	$1/2.09^2$
$\delta$	$1/1.52$	$1/1.55$	$1/1.89$

Tabla 5.2.1 Escala de los modelos.

### Viga 1.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Viga 1	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	835	41	263	3	377	8	168	3
$\delta_{adm}$ (cm)	0.277	0.02	0.151	0.01	0.184	0.02	0.229	0.08
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	1392	71	440	5	627	13	280	5
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	3.548	0.54	1.031	0.15	1.256	0.13	1.698	0.004

Tabla 5.2.2 Media y desviación estándar de prototipo y modelos viga 1.

Se escalan los modelos de la tabla 5.2.2 según tabla 5.2.1:

Viga 1	Escalado según hipótesis N° 2							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	835	41	761	8.34	1050	21	735	12.61
$\delta_{adm}$ (cm)	0.277	0.02	0.230	0.01	0.286	0.02	0.433	0.14
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	1392	71	1272	14	1748	35	1223	22
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	3.548	0.54	1.567	0.23	1.946	0.20	3.209	0.01

**Tabla 5.2.3 Modelos escalados viga 1.**

Calculamos la desviación estándar ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Viga 1	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	30	3.07	rechazado	33	-8.09	rechazado	30	4.03	rechazado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.01	4.15	rechazado	0.02	-0.50	aprobado	0.10	-1.86	aprobado
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	52	2.85	rechazado	56	-7.75	rechazado	53	3.91	rechazado
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.42	5.83	rechazado	0.41	4.82	rechazado	0.38	1.09	aprobado

**Tabla 5.2.4 Desviación estándar ponderada y distribución t de Student viga 1.**

Gráfico Carga - Deformación Viga 1

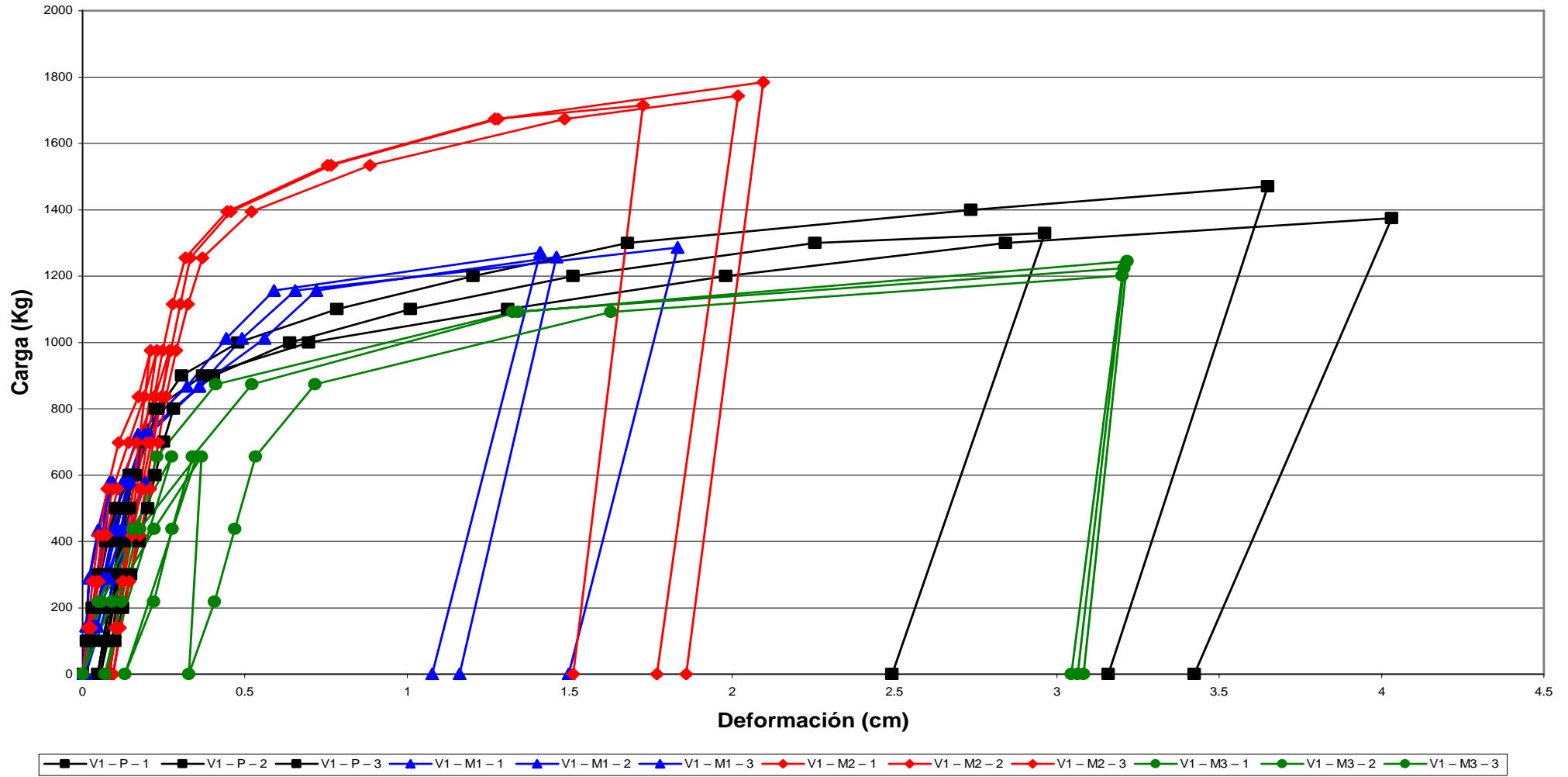


Gráfico 5.2.1 Gráfico carga – deformación viga 1 escalado según hipótesis N° 2.

## Viga 2.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Viga 2	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	1997	111	638	55	960	35	418	31
$\delta_{adm}$ (cm)	0.277	0.05	0.053	0.01	0.145	0.01	0.139	0.02
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	3328	186	1063	95	1598	57.52	697	53
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	1.612	0.35	0.693	0.24	0.569	0.07	0.522	0.08

**Tabla 5.2.5 Media y desviación estándar de prototipo y modelos viga 2.**

Se escalan los modelos de la tabla 5.2.5 según tabla 5.2.1:

Viga 2	Escalado según hipótesis N° 2							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	1997	111	1845	158.51	2677	98	1827	133.45
$\delta_{adm}$ (cm)	0.277	0.05	0.081	0.02	0.225	0.02	0.263	0.03
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	3328	186	3073	273	4458	160	3043	231
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	1.612	0.35	1.054	0.37	0.882	0.11	0.987	0.16

**Tabla 5.2.6 Modelos escalados viga 2.**

Calculamos la desviación estándar ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Viga 2	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	137	1.36	aprobado	104	-7.99	rechazado	123	1.69	aprobado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.04	6.21	rechazado	0.04	1.62	aprobado	0.04	0.40	aprobado
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	234	1.34	aprobado	174	-7.95	rechazado	210	1.66	aprobado
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.36	1.90	aprobado	0.26	3.42	rechazado	0.27	2.80	rechazado

**Tabla 5.2.7 Desviación estándar y distribución t de Student viga 2.**

Gráfico Carga - Deformación Viga 2

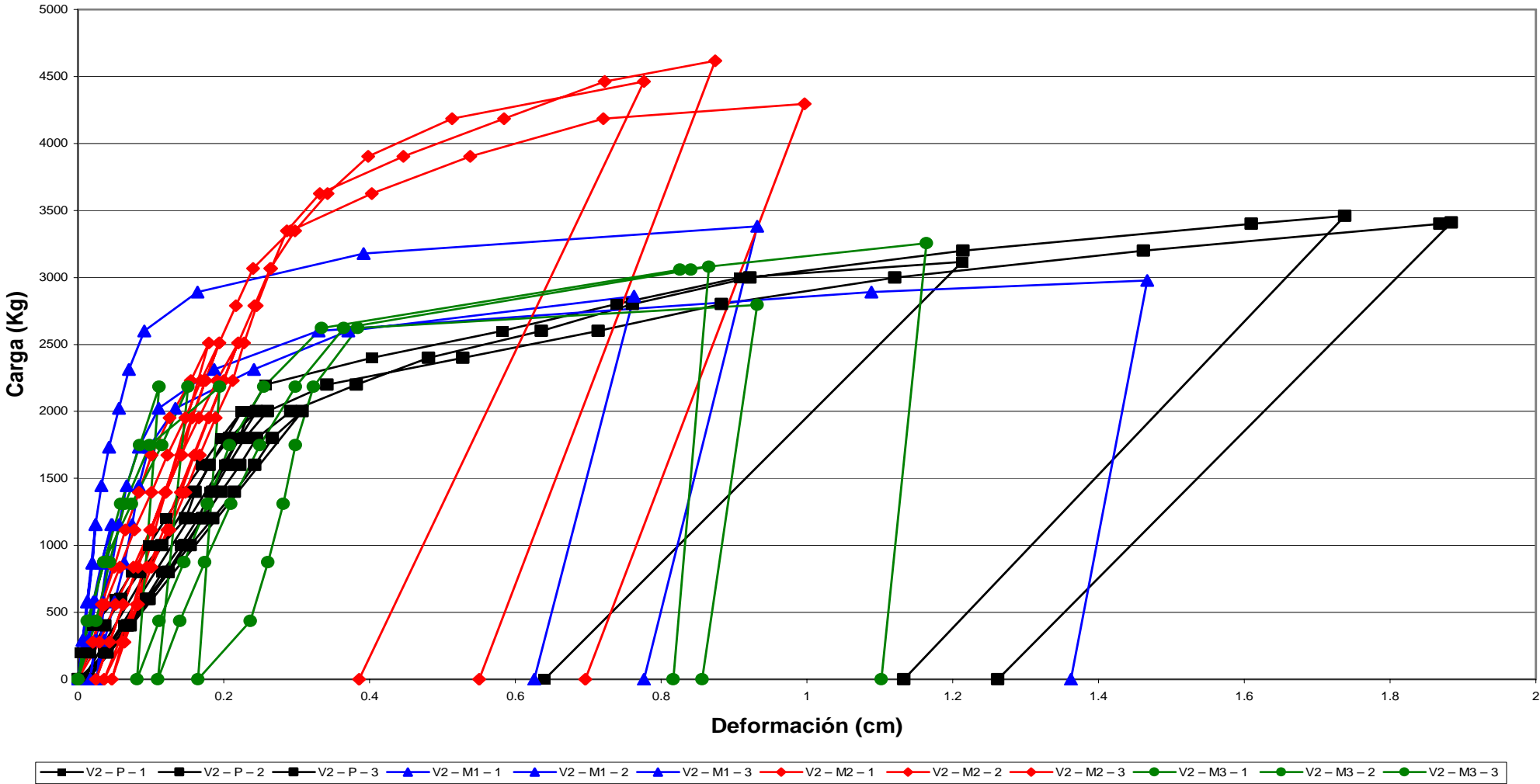


Gráfico 5.2.2 Gráfico carga – deformación viga 2 escalado según hipótesis Nº 2.



### Viga 3.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Viga 3	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	2968	355	1108	170	1368	276	667	85
$\delta_{adm}$ (cm)	0.061	0.003	0.067	0.01	0.039	0.004	0.138	0.01
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	4948	590	1847	283	2280	462	1113	140
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.123	0.04	0.155	0.02	0.097	0.01	0.269	0.04

**Tabla 5.2.8 Media y desviación estándar de prototipo y modelos viga 3.**

Se escalan los modelos de la tabla 5.2.8 según tabla 5.2.1:

Viga 3	Escalado según hipótesis N° 2							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	2968	355	3203	491.80	3816	770	2912	371.50
$\delta_{adm}$ (cm)	0.061	0.00	0.102	0.02	0.060	0.01	0.261	0.02
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	4948	590	5337	817	6359	1287	4863	612
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.123	0.04	0.236	0.03	0.151	0.01	0.508	0.08

**Tabla 5.2.9 Modelos escalados viga 3.**

Calculamos la varianza ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Viga 3	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	429	-0.67	aprobado	600	-1.73	aprobado	364	0.19	aprobado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.01	-3.41	rechazado	0.00	0.06	aprobado	0.01	17.36	rechazado
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	712	-0.67	aprobado	1001	-1.73	aprobado	601	0.17	aprobado
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.04	-3.91	rechazado	0.03	-1.27	aprobado	0.06	-7.37	rechazado

**Tabla 5.2.10 Varianza ponderada y distribución t de Student viga 3.**

Gráfico Carga - Deformación Viga 3

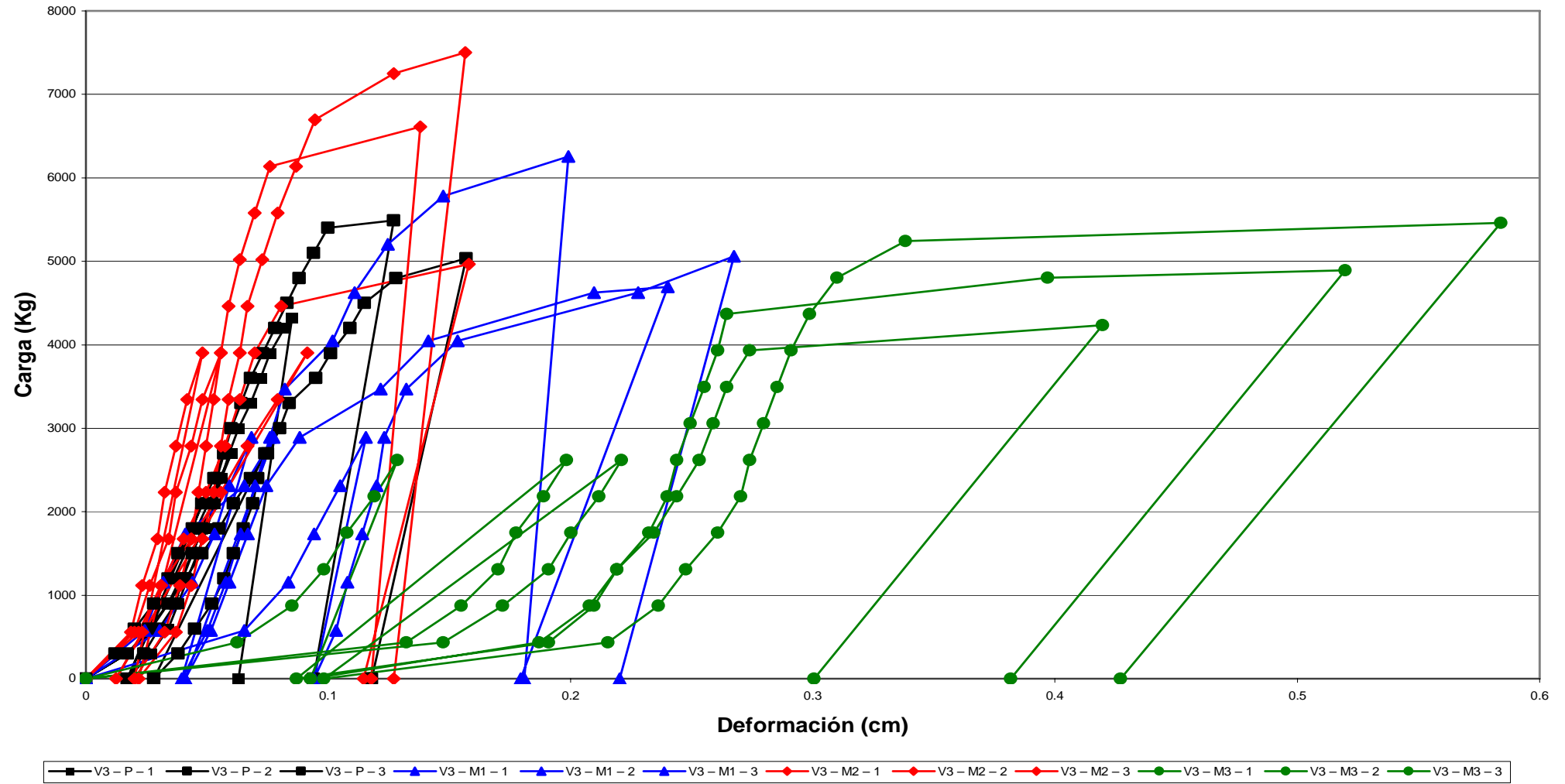


Gráfico 5.2.3 Gráfico carga – deformación viga 3 escalado según hipótesis N° 2.

## 5.2.2 Prueba de hipótesis pilar.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Pilar	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	11000	2646	3167	577	8000	1000	2000	500
$\delta_{adm}$ (cm)	0.086	0.02	0.126	0.06	0.049	0.01	0.064	0.05
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	30667	4726	7167	764	16833	289	5333	1258
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.191	0.06	0.215	0.05	0.108	0.02	0.106	0.05

**Tabla 5.2.11 Media y desviación estándar de prototipo y modelos pilar.**

Se escalan los modelos de la tabla 5.2.11 según tabla 5.2.1:

Pilar	Escalado según hipótesis N° 2							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	11000	2646	10374	1891.46	16131	2016	10125	2531.25
$\delta_{adm}$ (cm)	0.086	0.02	0.186	0.09	0.057	0.01	0.117	0.09
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	30667	4726	23479	2502	33943	582	27000	6370
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.191	0.06	0.318	0.07	0.127	0.03	0.195	0.10

**Tabla 5.2.12 Modelos escalados pilar.**

Calculamos la desviación estándar ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Pilar	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	2300	0.33	aprobado	2352	-2.67	rechazado	2589	0.41	aprobado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.06	-1.90	aprobado	0.02	2.18	rechazado	0.07	-0.55	aprobado
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	3781	2.33	rechazado	3367	-1.19	aprobado	5609	0.80	aprobado
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.06	-2.46	rechazado	0.05	1.72	aprobado	0.08	-0.06	aprobado

**Tabla 5.2.13 Desviación estándar ponderada y distribución t de Student pilar.**

Gráfico Carga - Deformación Pilar

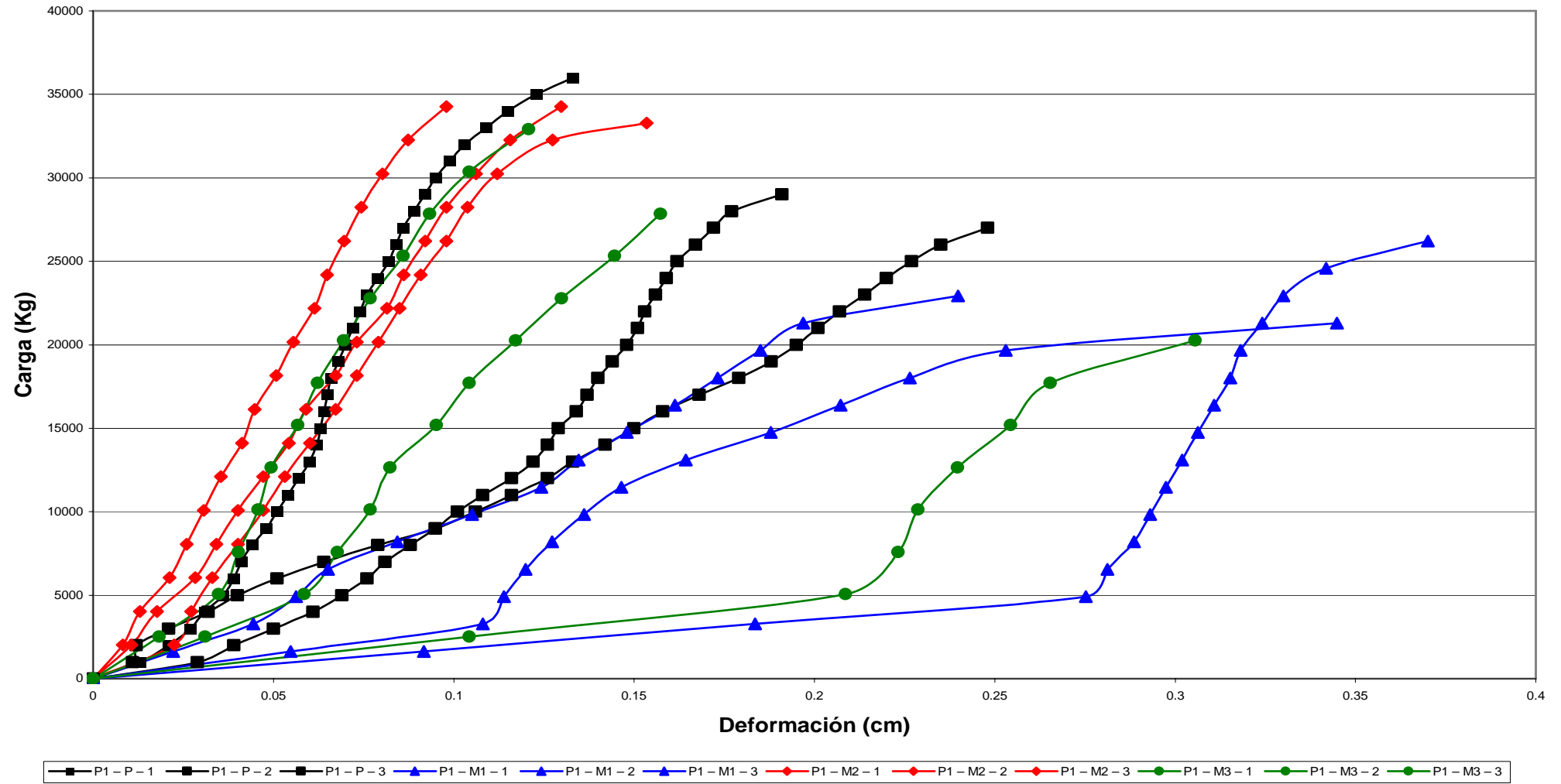


Gráfico 5.2.4 Gráfico carga – deformación pilar escalado según hipótesis Nº 2.

### 5.2.3 Prueba de hipótesis estructuras.

#### Estructura 1.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Estructura 1	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	1602	31	517	38	1002	38	518	78
$\delta_{adm}$ (cm)	0.071	0.01	0.059	0.01	0.121	0.02	0.079	0.02
$P_{ult}$ (Kg)	2670	51	860	63	1670	65	863	126
$\delta_{ult}$ (cm)	0.272	0.06	0.196	0.06	0.521	0.11	0.264	0.07

**Tabla 5.2.14 Media y desviación estándar de prototipo y modelos estructura 1.**

Se escalan los modelos de la tabla 5.2.14 según tabla 5.2.1:

Estructura 1	Escalado según hipótesis N° 2							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	1602	31	1407	102.17	1772	66	2136	319.43
$\delta_{adm}$ (cm)	0.071	0.01	0.085	0.02	0.136	0.03	0.138	0.04
$P_{ult}$ (Kg)	2670	51	2341	171	2954	115	3558	518
$\delta_{ult}$ (cm)	0.272	0.06	0.285	0.08	0.583	0.12	0.464	0.13

**Tabla 5.2.15 Modelos escalados estructura 1.**

Calculamos la desviación estándar ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Estructura 1	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	75	3.17	rechazado	52	-4.03	rechazado	227	-2.88	rechazado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.02	-1.03	aprobado	0.02	-3.62	rechazado	0.03	-2.70	rechazado
$P_{ult}$ (Kg)	126	3.20	rechazado	89	-3.91	rechazado	368	-2.95	rechazado
$\delta_{ult}$ (cm)	0.08	-0.20	aprobado	0.10	-3.92	rechazado	0.10	-2.34	rechazado

**Tabla 5.2.16 Desviación estándar ponderada y distribución t de Student estructura 1.**

Gráfico Carga - Deformación E1

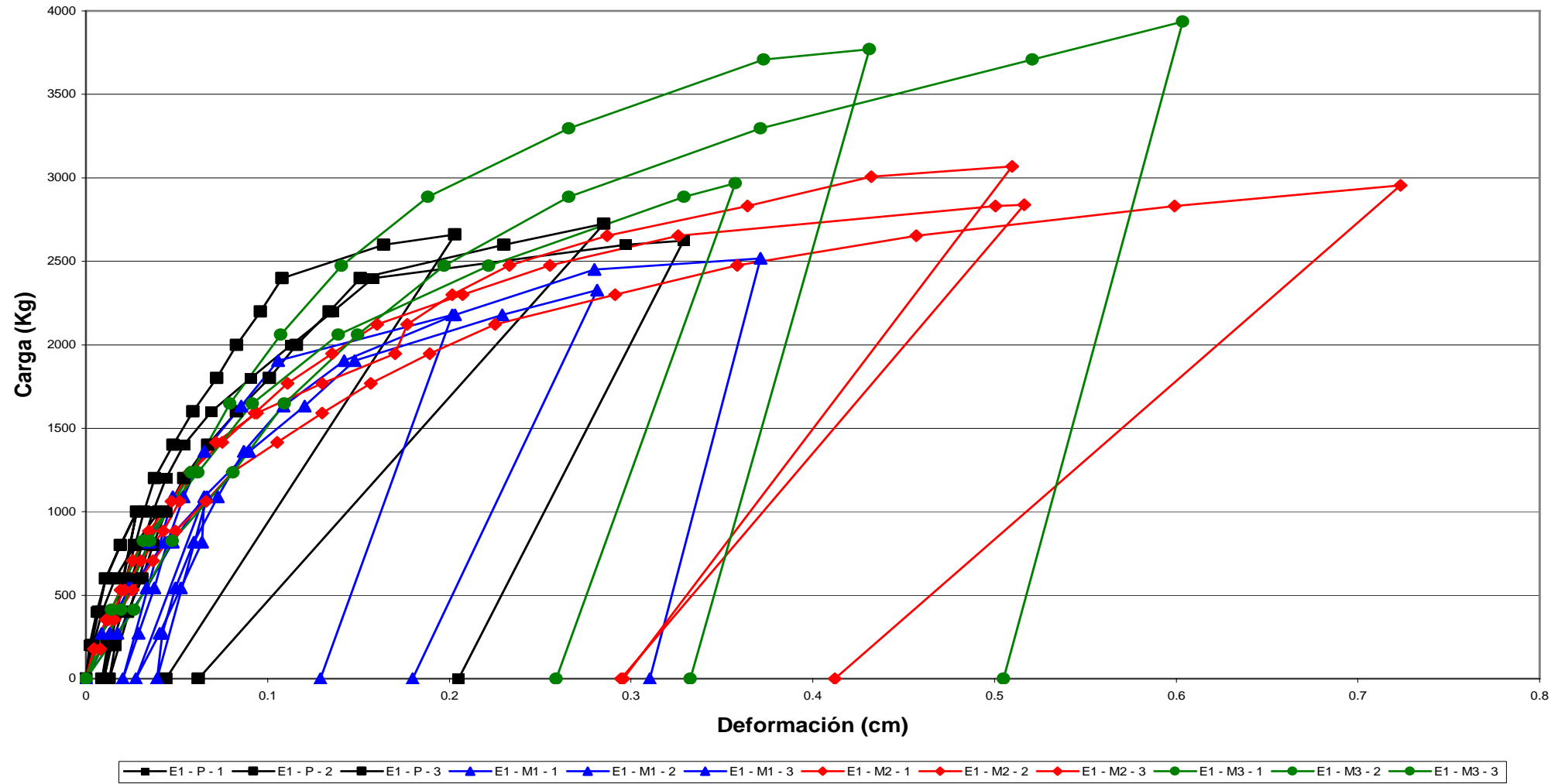


Gráfico 5.2.5 Gráfico carga – deformación estructura 1 escalado según hipótesis Nº 2.

## Estructura 2.

Media y desviación estándar obtenida del experimento:

Estructura 2	Datos experimentales							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	2812	215	1062	28	1350	137	630	33
$\delta_{adm}$ (cm)	0.090	0.01	0.070	0.01	0.059	0.02	0.065	0.01
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	4683	360	1770	49	2252	229	1050	53
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.268	0.09	0.183	0.06	0.204	0.07	0.216	0.07

**Tabla 5.2.17 Media y desviación estándar de prototipo y modelos estructura 2.**

Se escalan los modelos de la tabla 5.2.17 según tabla 5.2.1:

Estructura 2	Escalado según hipótesis N° 2							
	Prototipo		Modelo 1		Modelo 2		Modelo 3	
	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$	$\bar{x}$	$s$
$P_{adm}$ (Kg)	2812	215	3141	84.11	2497	253	2699	140.49
$\delta_{adm}$ (cm)	0.090	0.01	0.091	0.01	0.064	0.02	0.112	0.01
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	4683	360	5236	146	4165	423	4499	226
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.268	0.09	0.238	0.08	0.222	0.07	0.370	0.11

**Tabla 5.2.18 Modelos escalados estructura 2.**

Calculamos la desviación estándar ponderada y la distribución t de Student, con esto aprobamos o rechazamos la hipótesis nula.

Estructura 2	Modelo 1			Modelo 2			Modelo 3		
	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula	$S_p$	$t$	Hipótesis nula
$P_{adm}$ (Kg)	164	-2.46	rechazado	235	1.64	aprobado	182	0.76	aprobado
$\delta_{adm}$ (cm)	0.01	-0.18	aprobado	0.01	2.45	rechazado	0.01	-3.69	rechazado
$P_{\acute{u}lt}$ (Kg)	275	-2.47	rechazado	393	1.62	aprobado	301	0.75	aprobado
$\delta_{\acute{u}lt}$ (cm)	0.08	0.45	aprobado	0.08	0.72	aprobado	0.10	-1.24	aprobado

**Tabla 5.2.19 Desviación estándar ponderada y distribución t de Student estructura 2.**

Gráfico Carga - Deformación E2

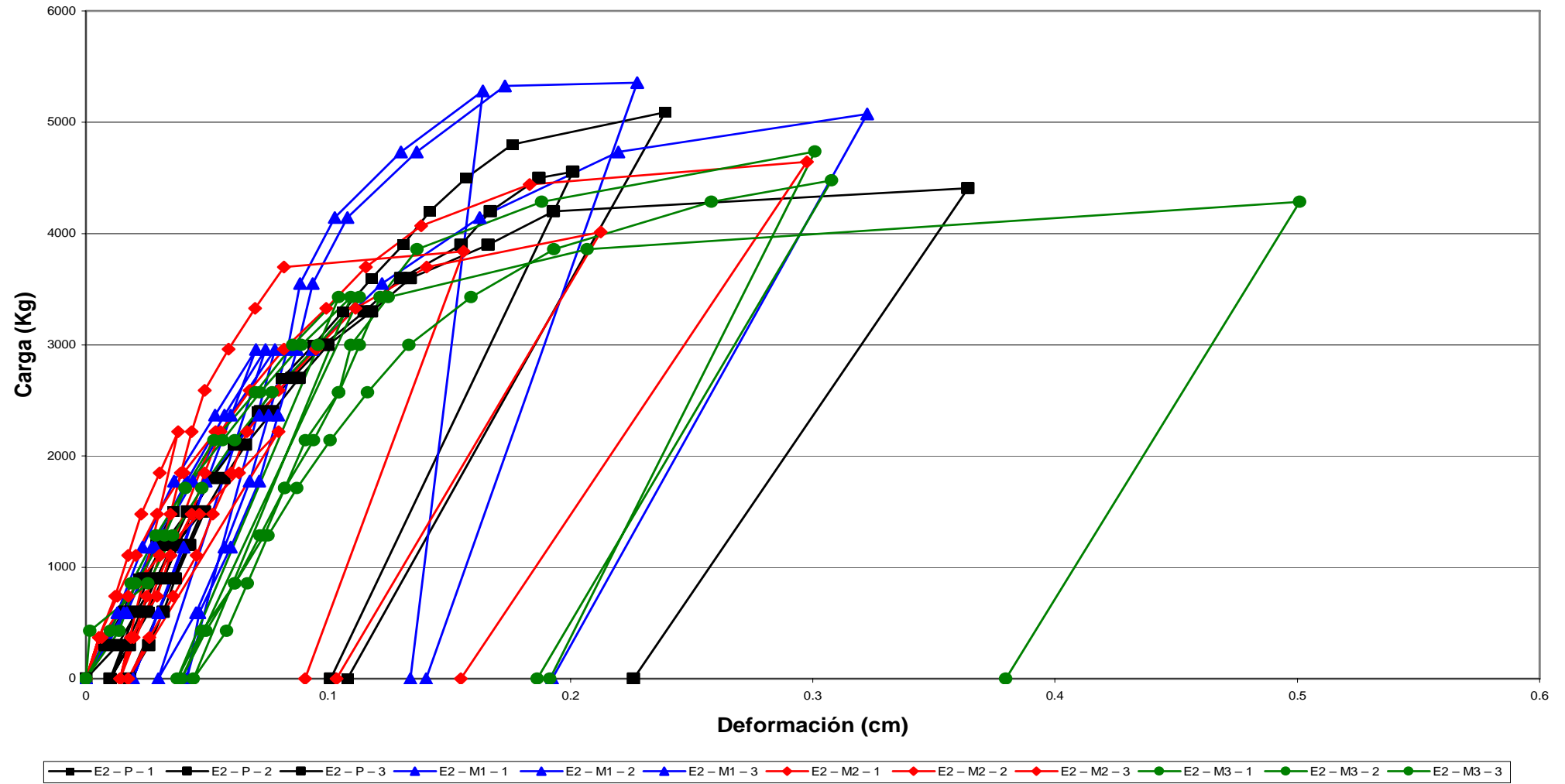


Gráfico 5.2.6 Gráfico carga – deformación estructura 2 escalado según hipótesis Nº 2.



### **5.3 Análisis de resultados de las pruebas de hipótesis.**

A continuación se analizarán los resultados de las pruebas de hipótesis realizadas:

#### **5.3.1 Prueba de hipótesis N° 1.**

1. Si observamos los resultados de las pruebas de hipótesis obtenidas para las vigas, se aprueba la hipótesis para el modelo 2, por lo que sólo para este caso el error experimental explica las diferencias entre predicción y prototipo.
2. En los gráficos de las vigas observamos que:
  - La altura de las curvas son similares, sin embargo la que más se asemeja a la curva del prototipo es la curva del modelo 2.
  - Las deformaciones en el modelo 3 son semejantes entre si, y son mayores que las observadas en el prototipo.
3. Los resultados obtenidos de las pruebas de hipótesis del pilar, nos muestran que se aprueba la hipótesis para el modelo 3, por lo que sólo para este caso el error experimental explica las diferencias entre predicción y prototipo, en cambio en los modelos 1 y 2 los resultados no concuerdan.
4. En el gráfico del pilar observamos que:
  - La altura de las curvas son similares al prototipo en el modelo 1 y en el modelo 3.
  - Las deformaciones son similares al prototipo en el modelo 2 y modelo 3.
5. Los resultados obtenidos de las pruebas de hipótesis de las estructuras, nos muestran que en general se rechaza la hipótesis, por lo que el error experimental no explica las diferencias entre predicción y prototipo, a pesar de que si observamos los gráficos, las curvas del prototipo y modelo se asemejan en su forma.

#### **5.3.2 Prueba de hipótesis N° 2.**

1. Los resultados obtenidos en las vigas no son uniformes pues en algunos casos se aprueba la hipótesis nula y en otros se rechaza. De este modo no se puede establecer un patrón consistente.

2. En los gráficos de las vigas observamos que:
  - La altura de las curvas del modelo 1 y modelo 3 son similares a la altura de la curva del prototipo.
  - Las deformaciones en el modelo 3 son semejantes entre si.
3. En el pilar observamos que la hipótesis se aprueba para el modelo 1 y modelo 3, por lo que para este caso el error experimental explica las diferencias entre predicción y prototipo.
4. En el gráfico del pilar observamos que la forma de las curvas del modelo 2 y modelo 3 son similares a la curva del prototipo.
5. Los resultados obtenidos de las pruebas de hipótesis de las estructuras, nos muestran que en general se rechaza la hipótesis, por lo que en este caso el error experimental no explica las diferencias entre predicción y prototipo, a pesar de que si observamos los gráficos, las curvas del prototipo y modelo se asemejan en su forma.

## CONCLUSIONES

- El método aproximado de estimación de distorsión de modelación es satisfactorio desde el punto de vista teórico, pues simplifica en gran medida las expresiones utilizadas.
- Debido a que existen diferencias variables entre los resultados teóricos y los obtenidos del experimento, no se podría aplicar la metodología propuesta para una exigencia del 5% de error experimental. Probablemente frente a una exigencia menor se logre un nivel de aceptación razonable para aplicar la metodología propuesta.
- Los resultados obtenidos experimentalmente en los modelos son muy dispersos y discordantes entre si. Al realizar las pruebas de hipótesis no hay una concordancia absoluta en los resultados, por lo tanto, no podemos afirmar si el modelo puede predecir el prototipo al aplicar las pruebas de hipótesis propuestas.
- De los gráficos se concluye que en general las curvas carga – deformación presentan geometrías similares, aún cuando en algunos casos la plastificación se presenta en forma ligeramente diferente y las deformaciones últimas son distintas.
- Para la confección de modelos es necesario establecer criterios uniformes y controlados para la elección de materiales a utilizar, de modo de disminuir la discrepancia.
- Se sistematizó un método y se establecieron números adimensionales relevantes, sin embargo su aplicabilidad aún no es del todo clara después de la presente investigación.

Estos números son:  $FA, FC, P_m/P_p, \delta_m/\delta_p, (\delta_m/P_m)/(\delta_p/P_p)$ .

- Al escalar utilizando sólo la escala geométrica, los resultados son relativamente estables por cuanto normalmente el modelo 2 se aprueba y los otros se rechazan, lo que coincidentemente corresponde a probetas confeccionadas con otro tipo de acero de refuerzo.

En cambio al utilizar un criterio de escalamiento con los números  $P_m / P_p$ ,  $\delta_m / \delta_p$ , se obtiene aceptación y rechazo en forma irregular, lo que muestra una mejoría para los modelos 1 y 3, en relación al método anterior.

- La falta de concordancia de los resultados se pueden deber a problemas de calibración de los instrumentos utilizados en la medición o a errores en la fabricación de las estructuras.
- Una mayor cantidad de muestras por tipo de estructura habría permitido obtener un mayor número de resultados, lo que hubiese posibilitado realizar un análisis más acabado. El número de muestras consideradas por estructura no afirma la aplicabilidad del método.

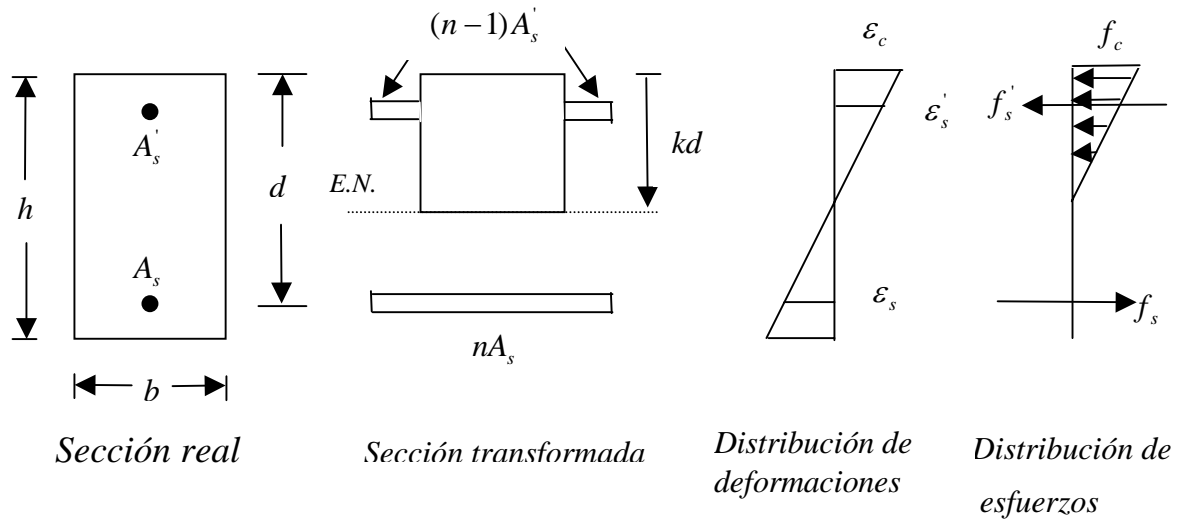
## BIBLIOGRAFÍA

1. Caprioli Z., Marco. 1990. Modelación a Escala Reducida de las Propiedades Mecánicas del Hormigón. Memoria de Título para optar al título de Ingeniero Civil. Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso.
2. Cabrejos M., Marianela. 1991. Procedimientos de Construcción de Modelos de Micro-Hormigón Armado. Memoria de Título para optar al título de Constructor Civil. Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso.
3. Salgado, P. 2003. Modelación a escala de elementos de Hormigón Armado. Trabajo no publicado. Instituto de Obras Civiles. Universidad Austral de Chile, Valdivia.
4. Cámara Chilena de la Construcción; Instituto del Cemento y del Hormigón de Chile. Corporación de desarrollo tecnológico, 2000. Código de Diseño de Hormigón Armado basado en el ACI 318-99. Santiago.
5. Velasco, G.; P. Wisniewski. 2001; Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. México, Thomson Learning.
6. Tema III. Análisis dimensional y teoría de modelos. Disponible en: [http://perso.wanadoo.es/eseoane/tema3.htm#\\_Toc498596390](http://perso.wanadoo.es/eseoane/tema3.htm#_Toc498596390)  
Consultado el: 27 de agosto 2004.

**ANEXO A:**

**PROPIEDADES MECÁNICAS DE SECCIONES ESTUDIADAS**

**Comportamiento Elástico Sección Agrietada**



**Datos de la sección:**

*Relación de módulos:*

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad n' = \frac{E_s'}{E_c}$$

*Área sección transformada:*

$$A = b \cdot kd + n \cdot A_s + (n'-1) \cdot A_s'$$

*Localización Eje Neutro (tomando momento respecto a E.N.):*

$$b \cdot kd \cdot \frac{kd}{2} + (n'-1) \cdot A_s' \cdot (kd - d') = n \cdot A_s \cdot (d - kd)$$

$$\frac{b}{2} \cdot (kd)^2 + [(n'-1) \cdot A_s' + n \cdot A_s] \cdot kd - [(n'-1) \cdot A_s' \cdot d' + n \cdot A_s \cdot d] = 0$$

$$kd = \sqrt{\left[ \left( \frac{(n'-1) \cdot A_s' + n \cdot A_s}{b} \right)^2 + 2 \cdot \left( \frac{(n'-1) \cdot A_s' \cdot d' + n \cdot A_s \cdot d}{b} \right) \right]} - \left( \frac{(n'-1) \cdot A_s' + n \cdot A_s}{b} \right)$$

*Momento de Inercia de la sección:*

$$I = \frac{b \cdot kd^3}{12} + b \cdot kd \cdot \left(\frac{kd}{2}\right)^2 + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n'-1) \cdot A'_s \cdot (kd - d')^2$$

$$I = \frac{b \cdot kd^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n'-1) \cdot A'_s \cdot (kd - d')^2$$

*Módulo Elástico de la sección para  $y_1 = kd$  :*

$$W_1 = \frac{I}{y_1} = \frac{\left\{ \frac{b \cdot kd^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n'-1) \cdot A'_s \cdot (kd - d')^2 \right\}}{kd}$$

*Módulo Elástico de la sección para  $y_2 = d - kd$  :*

$$W_2 = \frac{I}{y_2} = \frac{\left\{ \frac{b \cdot kd^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n'-1) \cdot A'_s \cdot (kd - d')^2 \right\}}{(d - kd)}$$

*Módulo Elástico de la sección para  $y_3 = kd - d'$  :*

$$W_3 = \frac{I}{y_3} = \frac{\left\{ \frac{b \cdot kd^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n'-1) \cdot A'_s \cdot (kd - d')^2 \right\}}{(kd - d')}$$

## Propiedades mecánicas:

### Rigidez a Compresión Pura:

$$\frac{P}{\Delta} = E_c \cdot A \Rightarrow \frac{P}{\Delta} = E_c \cdot \{b \cdot kd + n \cdot A_s + (n'-1) \cdot A'_s\}$$

### Carga Axial:

$$P = \frac{1}{2} \cdot f_c^{m\acute{a}x} \cdot b \cdot kd + A'_s \cdot f'_s - A_s \cdot f_s$$

$$\frac{n \cdot f_c^{m\acute{a}x}}{kd} = \frac{f_s}{d - kd} = \frac{f'_s}{kd - d'}$$

$$f_c^{m\acute{a}x} \leq \sigma_{c,adm}$$

$$f_s \leq \sigma_{s,adm}$$

$$f'_s \leq \sigma'_{s,adm}$$

### Rigidez a Cortante Puro:

$$\frac{V}{\gamma} = G_c \cdot A' = G_c \cdot \left[ \frac{b \cdot \left\{ \frac{b \cdot kd^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n'-1) \cdot A'_s \cdot (kd - d')^2 \right\}}{\left\{ b \cdot \frac{kd^2}{2} + (n'-1) \cdot A'_s \cdot (kd - d') \right\}} \right]$$

### Carga Admisible a Cortante Puro:

$$V_{adm} = \tau_c \cdot A' = \tau_c \cdot \left[ \frac{b \cdot \left\{ \frac{b \cdot kd^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n'-1) \cdot A'_s \cdot (kd - d')^2 \right\}}{\left\{ b \cdot \frac{kd^2}{2} + (n'-1) \cdot A'_s \cdot (kd - d') \right\}} \right]$$

### Rigidez a Flexión Pura:

$$\frac{M}{\phi'} = E_c \cdot I = E_c \cdot \left\{ \frac{b \cdot kd^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n'-1) \cdot A'_s \cdot (kd - d')^2 \right\}$$



*Momento Admisible por Compresión a Flexión Pura para el hormigón:*

$$M_{adm}^{Cc} = f_c \cdot W_1 = f_c \cdot \left[ \frac{\left\{ \frac{b \cdot kd^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n' - 1) \cdot A_s' \cdot (kd - d')^2 \right\}}{kd} \right]$$

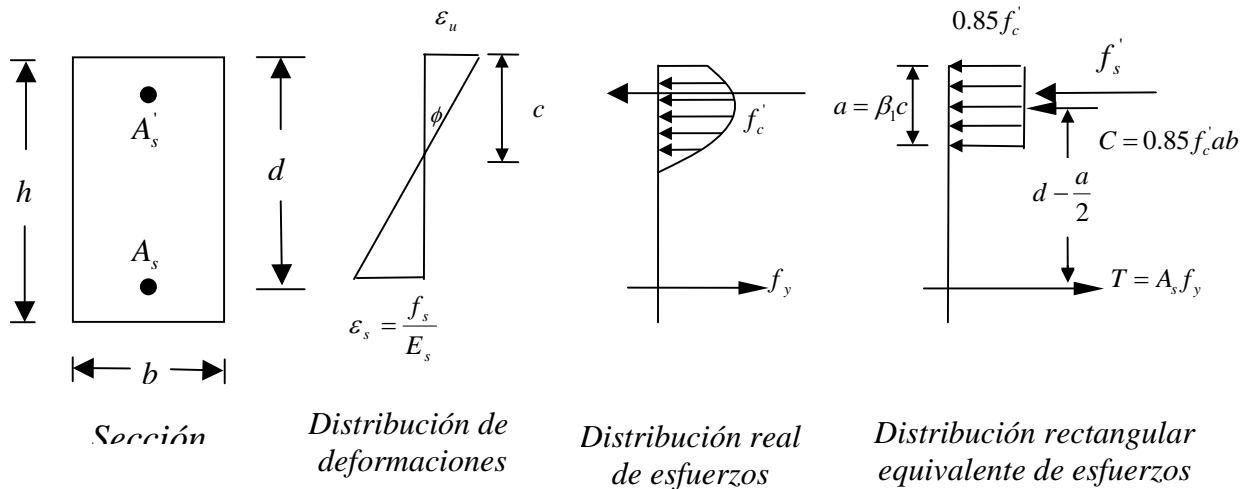
*Momento Admisible por Tracción a Flexión Pura para el acero:*

$$M_{adm}^{Ts} = \frac{f_s}{n} \cdot W_2 = \frac{f_s}{n} \cdot \left[ \frac{\left\{ \frac{b \cdot kd^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n' - 1) \cdot A_s' \cdot (kd - d')^2 \right\}}{(d - kd)} \right]$$

*Momento Admisible por Compresión a Flexión Pura para el acero:*

$$M_{adm}^{Cs} = \frac{f_s'}{n} \cdot W_3 = \frac{f_s'}{n} \cdot \left[ \frac{\left\{ \frac{b \cdot kd^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - kd)^2 + (n' - 1) \cdot A_s' \cdot (kd - d')^2 \right\}}{(kd - d')} \right]$$

## Comportamiento Último Sección Agrietada



**Datos de la sección:**

**Propiedades mecánicas:**

*Rigidez a Compresión Pura:*

$$K_s = \frac{P_n}{\Delta} \Rightarrow \frac{P_n}{\Delta} = \frac{0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot h + (n-1) \cdot A_s \cdot f_y}{\epsilon_u \cdot l}$$

*Alargamiento*  $\Delta = \epsilon_u \cdot l = 0.003 \cdot l$

*Carga Axial*  $P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot A_g + f_y \cdot A_s = 0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot h + f_y \cdot A_s$

*Carga a Compresión Pura:*

$$P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot A_g + f_y \cdot A_s \Rightarrow P_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot h + f_y \cdot A_s$$

*Carga a Cortante Puro:*

$$V_n = 0.53 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d$$

*Rigidez a Flexión Pura:*

$$K = \frac{M_n}{\phi} = \frac{\left\{ 0.85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) + A'_s \cdot (f'_s - 0.85 \cdot f'_c) \cdot (d - d') \right\}}{\beta_1 \cdot \epsilon_u / a}$$

$$M_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) + A'_s \cdot (f'_s - 0.85 \cdot f'_c) \cdot (d - d')$$

$$\phi = \beta_1 \cdot \epsilon_u / a$$

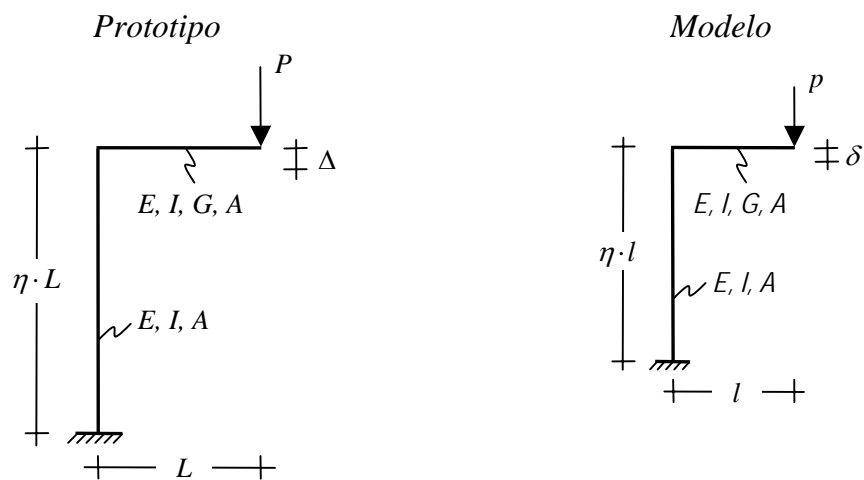
*Momento Último:*

$$M_n = 0.85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) + A'_s \cdot (f'_s - 0.85 \cdot f'_c) \cdot (d - d')$$

**ANEXO B:**

**DEFORMACIÓN DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES PARA ESTUDIO DE FLEXIBILIDAD**

- Estructura de pilar y viga en volado con carga puntual en el extremo de la viga.



**Deformación incorporando efecto de flexión, corte y axial:**

Deformación en el Prototipo:

$$\Delta = \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} \cdot (1 + 3 \cdot \eta) + \eta \cdot \frac{P \cdot L}{A \cdot E} + k \cdot \frac{P \cdot L}{G \cdot A}$$

$$\Delta = \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \left( 1 + 3 \cdot \eta + 3 \cdot \eta \cdot \frac{E \cdot I}{L^2 \cdot A \cdot E} + 3 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I}{L^2 \cdot G \cdot A} \right)$$

$$\Delta = \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \left[ 1 + 3 \cdot \eta \cdot (1 + \mathcal{F}A_p) + 3 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_p \right]$$

Deformación en el Modelo:

$$\delta = \frac{p \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \cdot (1 + 3 \cdot \eta) + \eta \cdot \frac{p \cdot l}{A \cdot E} + k \cdot \frac{p \cdot l}{G \cdot A}$$

$$\delta = \frac{p \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \left( 1 + 3 \cdot \eta + 3 \cdot \eta \cdot \frac{E \cdot I}{l^2 \cdot A \cdot E} + 3 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I}{l^2 \cdot G \cdot A} \right)$$

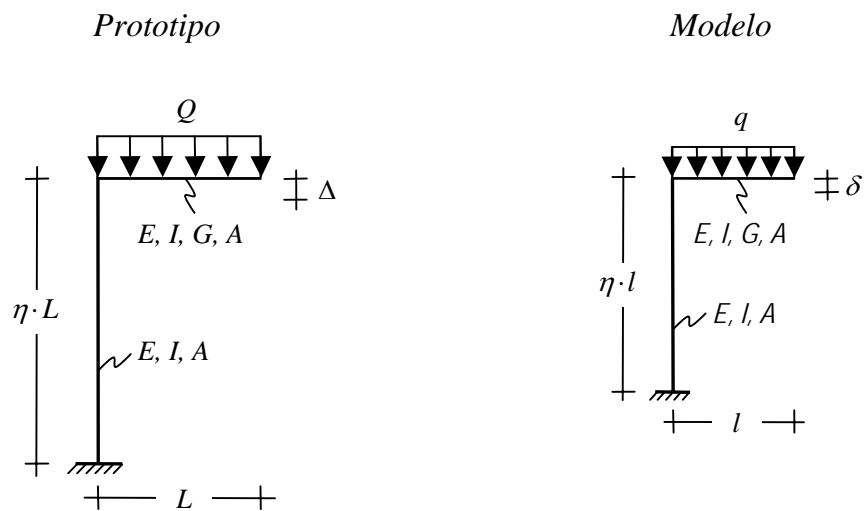
$$\delta = \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \cdot [1 + 3 \cdot \eta \cdot (1 + \mathcal{F}\mathcal{A}_m) + 3 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_m]$$

Comparación de deformaciones:

$$\frac{\delta}{\Delta} = \left(\frac{P}{P}\right) \cdot \left(\frac{l}{L}\right)^3 \cdot \left(\frac{E}{E}\right) \cdot \left(\frac{I}{I}\right) \cdot \left[ \frac{1 + 3 \cdot \eta \cdot (1 + \mathcal{F}\mathcal{A}_m) + 3 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_m}{1 + 3 \cdot \eta \cdot (1 + \mathcal{F}\mathcal{A}_p) + 3 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_p} \right]$$

$$\frac{\delta/P}{\Delta/P} = \left(\frac{l}{L}\right)^3 \cdot \left(\frac{E}{E}\right) \cdot \left(\frac{I}{I}\right) \cdot \left[ \frac{1 + 3 \cdot \eta \cdot (1 + \mathcal{F}\mathcal{A}_m) + 3 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_m}{1 + 3 \cdot \eta \cdot (1 + \mathcal{F}\mathcal{A}_p) + 3 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_p} \right]$$

- Estructura de pilar y viga en volado con carga distribuida sobre la viga.



**Deformación incorporando efecto de flexión, corte y axial:**

Deformación en el Prototipo:

$$\Delta = \frac{Q \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot I} \cdot (1 + 4 \cdot \eta) + \eta \cdot \frac{Q \cdot L^2}{A \cdot E} + k \cdot \frac{Q \cdot L^2}{2 \cdot G \cdot A}$$

$$\Delta = \frac{Q \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot I} \cdot \left( 1 + 4 \cdot \eta + 8 \cdot \eta \cdot \frac{E \cdot I}{L^2 \cdot A \cdot E} + 4 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I}{L^2 \cdot G \cdot A} \right)$$

$$\Delta = \frac{Q \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot I} \cdot [1 + 4 \cdot \eta \cdot (1 + 2 \cdot \mathcal{F}\mathcal{A}_p) + 4 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_p]$$

*Deformación en el Modelo:*

$$\delta = \frac{q \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot I} \cdot (1 + 4 \cdot \eta) + \eta \cdot \frac{q \cdot l^2}{A \cdot E} + k \cdot \frac{q \cdot l^2}{2 \cdot G \cdot A}$$

$$\delta = \frac{q \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot I} \cdot \left( 1 + 4 \cdot \eta + 8 \cdot \eta \cdot \frac{E \cdot I}{l^2 \cdot A \cdot E} + 4 \cdot k \cdot \frac{E \cdot I}{l^2 \cdot G \cdot A} \right)$$

$$\delta = \frac{q \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot I} \cdot [1 + 4 \cdot \eta \cdot (1 + 2 \cdot \mathcal{F}\mathcal{A}_m) + 4 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_m]$$

*Comparación de deformaciones:*

$$\frac{\delta}{\Delta} = \left( \frac{q}{Q} \right) \cdot \left( \frac{l}{L} \right)^4 \cdot \left( \frac{E}{E} \right) \cdot \left( \frac{I}{I} \right) \cdot \left[ \frac{1 + 4 \cdot \eta \cdot (1 + 2 \cdot \mathcal{F}\mathcal{A}_m) + 4 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_m}{1 + 4 \cdot \eta \cdot (1 + 2 \cdot \mathcal{F}\mathcal{A}_p) + 4 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_p} \right]$$

$$\frac{\delta/q}{\Delta/Q} = \left( \frac{l}{L} \right)^4 \cdot \left( \frac{E}{E} \right) \cdot \left( \frac{I}{I} \right) \cdot \left[ \frac{1 + 4 \cdot \eta \cdot (1 + 2 \cdot \mathcal{F}\mathcal{A}_m) + 4 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_m}{1 + 4 \cdot \eta \cdot (1 + 2 \cdot \mathcal{F}\mathcal{A}_p) + 4 \cdot k \cdot \mathcal{F}C_p} \right]$$

## ANEXO C:

En este anexo se muestran los valores obtenidos en cada ensayo.

### Viga 1.

V1 – P – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.016
200	0.031
300	0.049
400	0.072
500	0.103
600	0.144
0	0.08
100	0.1
200	0.123
300	0.148
400	0.175
500	0.201
600	0.224
700	0.25
800	0.28
900	0.403
1000	0.638
1100	1.01
1200	1.511
1300	2.255
1330	2.963
0	2.493

V1 – P – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.013
200	0.033
300	0.055
400	0.077
500	0.104
600	0.145
0	0.047
100	0.065
200	0.079
300	0.096
400	0.116
500	0.137
600	0.154
700	0.185
800	0.225
900	0.37
1000	0.696
1100	1.309
1200	1.981
1300	2.842
1375	4.031
0	3.424

V1 – P – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.025
200	0.045
300	0.067
400	0.09
500	0.117
600	0.154
0	0.055
100	0.078
200	0.095
300	0.112
400	0.129
500	0.146
600	0.163
700	0.197
800	0.233
900	0.305
1000	0.479
1100	0.784
1200	1.202
1300	1.679
1400	2.735
1470	3.649
0	3.159

V1 – M1 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
50	0.007
100	0.013
150	0.031
200	0.055
0	0.002
50	0.026
100	0.042
150	0.062
200	0.081
250	0.112
300	0.212
350	0.291

V1 – M1 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
50	0.022
100	0.047
150	0.083
200	0.127
0	0.006
50	0.03
100	0.054
150	0.078
200	0.098
250	0.134
300	0.236
350	0.369

V1 – M1 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
50	0.008
100	0.014
150	0.034
200	0.061
0	0.002
50	0.029
100	0.046
150	0.069
200	0.091
250	0.125
300	0.236
350	0.323

400	0.388
440	0.927
0	0.708

400	0.474
435	0.96
0	0.764

400	0.431
445	1.206
0	0.985

V1 – M2 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
50	0.011
100	0.02
150	0.032
200	0.049
250	0.072
300	0.111
350	0.135
0	0.054
50	0.067
100	0.081
150	0.098
200	0.117
250	0.136
300	0.157
350	0.175
400	0.194
450	0.214
500	0.294
550	0.494
600	0.825
640	1.352
0	1.199

V1 – M2 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
50	0.014
100	0.028
150	0.04
200	0.06
250	0.091
300	0.123
350	0.148
0	0.052
50	0.064
100	0.079
150	0.098
200	0.114
250	0.128
300	0.142
350	0.159
400	0.179
450	0.204
500	0.287
550	0.487
600	0.819
615	1.113
0	0.975

V1 – M2 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
50	0.017
100	0.032
150	0.047
200	0.07
250	0.107
300	0.144
350	0.173
0	0.061
50	0.074
100	0.093
150	0.114
200	0.134
250	0.15
300	0.166
350	0.186
400	0.209
450	0.238
500	0.336
550	0.571
600	0.958
625	1.302
0	1.141

V1 – M3 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
50	0.048
100	0.117
150	0.194
0	0.173
50	0.215
100	0.248
150	0.282
200	0.379
250	0.861
275	1.694
0	1.611

V1 – M3 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
50	0.026
100	0.082
150	0.145
0	0.037
50	0.063
100	0.089
150	0.121
200	0.217
250	0.701
280	1.697
0	1.621

V1 – M3 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
50	0.031
100	0.093
150	0.186
0	0.069
50	0.116
100	0.146
150	0.179
200	0.276
250	0.71
285	1.702
0	1.631



**Viga 2.**

V2 - P - 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.004
400	0.021
600	0.052
800	0.074
1000	0.097
1200	0.121
1400	0.144
1600	0.17
1800	0.196
2000	0.225
0	0.007
200	0.035
400	0.064
600	0.093
800	0.116
1000	0.141
1200	0.165
1400	0.182
1600	0.202
1800	0.221
2000	0.236
2200	0.257
2400	0.403
2600	0.582
2800	0.739
3000	0.908
3115	1.213
0	0.64

V2 - P - 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.016
400	0.037
600	0.059
800	0.085
1000	0.115
1200	0.148
1400	0.161
1600	0.18
1800	0.208
2000	0.245
0	0.013
200	0.039
400	0.068
600	0.095
800	0.122
1000	0.147
1200	0.171
1400	0.185
1600	0.206
1800	0.229
2000	0.260
2200	0.342
2400	0.528
2600	0.714
2800	0.883
3000	1.121
3200	1.462
3400	1.869
3410	1.884
0	1.262

V2 - P - 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.039
400	0.072
600	0.098
800	0.124
1000	0.154
1200	0.185
1400	0.215
1600	0.243
1800	0.267
2000	0.308
0	0.014
200	0.04
400	0.068
600	0.097
800	0.124
1000	0.148
1200	0.172
1400	0.196
1600	0.222
1800	0.245
2000	0.292
2200	0.382
2400	0.481
2600	0.636
2800	0.761
3000	0.922
3200	1.214
3400	1.61
3460	1.738
0	1.133

V2 - M1 - 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.009
200	0.014
300	0.021
400	0.031
0	0.011
100	0.016
200	0.023
300	0.031
400	0.037
500	0.044
600	0.055

V2 - M1 - 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.004
200	0.008
300	0.013
400	0.016
0	0.001
100	0.005
200	0.009
300	0.013
400	0.016
500	0.021
600	0.028

V2 - M1 - 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.01
200	0.016
300	0.021
400	0.03
0	0.017
100	0.024
200	0.033
300	0.042
400	0.049
500	0.055
600	0.064

700	0.073
800	0.123
900	0.217
1000	0.716
1030	0.965
0	0.896

700	0.037
800	0.046
900	0.060
1000	0.108
1100	0.258
1170	0.613
0	0.511

700	0.088
800	0.159
900	0.244
990	0.502
0	0.412

V2 – M2 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.013
200	0.021
300	0.032
400	0.042
500	0.054
600	0.065
700	0.081
800	0.100
900	0.116
0	0.030
100	0.041
200	0.053
300	0.061
400	0.081
500	0.095
600	0.108
700	0.122
800	0.137
900	0.147
1000	0.158
1100	0.171
1200	0.185
1300	0.214
1400	0.288
1500	0.377
1600	0.466
1655	0.564
0	0.355

V2 – M2 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.013
200	0.024
300	0.037
400	0.05
500	0.065
600	0.079
700	0.095
800	0.109
900	0.125
0	0.016
100	0.028
200	0.040
300	0.053
400	0.065
500	0.077
600	0.092
700	0.101
800	0.113
900	0.125
1000	0.140
1100	0.155
1200	0.188
1300	0.260
1400	0.347
1500	0.465
1540	0.643
0	0.449

V2 – M2 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.019
200	0.033
300	0.049
400	0.064
500	0.078
600	0.091
700	0.107
800	0.123
900	0.142
0	0.023
100	0.039
200	0.052
300	0.065
400	0.079
500	0.091
600	0.103
700	0.116
800	0.129
900	0.142
1000	0.156
1100	0.170
1200	0.192
1300	0.221
1400	0.257
1500	0.331
1600	0.501
0	0.249

V2 – M3 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.007
200	0.019
300	0.039
400	0.061
500	0.08

V2 – M3 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.008
200	0.019
300	0.031
400	0.045
500	0.059

V2 – M3 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.013
200	0.023
300	0.034
400	0.052
500	0.103

0	0.058
100	0.074
200	0.092
300	0.111
400	0.132
500	0.158
600	0.193
700	0.445
705	0.458
0	0.432

0	0.043
100	0.059
200	0.077
300	0.094
400	0.110
500	0.135
600	0.177
700	0.437
745	0.616
0	0.583

0	0.087
100	0.125
200	0.138
300	0.149
400	0.158
500	0.171
600	0.203
640	0.493
0	0.453

**Viga 3.**

V3 - P - 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
300	0.017
600	0.027
900	0.034
1200	0.039
1500	0.044
1800	0.048
2100	0.052
2400	0.056
2700	0.060
0	0.017
300	0.027
600	0.034
900	0.038
1200	0.042
1500	0.046
1800	0.050
2100	0.053
2400	0.056
2700	0.059
3000	0.063
3300	0.068
3600	0.072
3900	0.076
4200	0.082
4320	0.085
0	0.063

V3 - P - 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
300	0.012
600	0.020
900	0.028
1200	0.034
1500	0.038
1800	0.044
2100	0.048
2400	0.053
2700	0.057
0	0.017
300	0.024
600	0.030
900	0.037
1200	0.040
1500	0.044
1800	0.048
2100	0.052
2400	0.054
2700	0.057
3000	0.060
3300	0.064
3600	0.068
3900	0.073
4200	0.078
4500	0.083
4800	0.088
5100	0.094
5400	0.1
5490	0.127
0	0.094

V3 - P - 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
300	0.017
600	0.026
900	0.034
1200	0.041
1500	0.048
1800	0.055
2100	0.061
2400	0.068
2700	0.074
0	0.028
300	0.038
600	0.045
900	0.052
1200	0.057
1500	0.061
1800	0.065
2100	0.069
2400	0.071
2700	0.075
3000	0.080
3300	0.084
3600	0.095
3900	0.101
4200	0.109
4500	0.115
4800	0.128
5035	0.157
0	0.118

V3 – M1 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.043
400	0.055
600	0.062
800	0.069
1000	0.076
0	0.062
200	0.068
400	0.071
600	0.075
800	0.079
1000	0.081
1200	0.087
1400	0.101
1600	0.15
1750	0.176
0	0.145

V3 – M1 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.02
400	0.029
600	0.035
800	0.039
1000	0.045
0	0.026
200	0.033
400	0.038
600	0.042
800	0.046
1000	0.05
1200	0.054
1400	0.067
1600	0.073
1800	0.082
2000	0.097
2165	0.131
0	0.119

V3 – M1 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.016
400	0.021
600	0.027
800	0.043
1000	0.051
0	0.027
200	0.034
400	0.039
600	0.044
800	0.049
1000	0.058
1200	0.08
1400	0.093
1600	0.138
1625	0.158
0	0.118

V3 – M2 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.014
400	0.02
600	0.028
800	0.036
1000	0.043
1200	0.051
1400	0.059
0	0.008
200	0.015
400	0.02
600	0.026
800	0.032
1000	0.037
1200	0.041
1400	0.045
1600	0.052
1780	0.102
0	0.074

V3 – M2 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.013
400	0.017
600	0.022
800	0.024
1000	0.028
1200	0.031
1400	0.036
0	0.014
200	0.024
400	0.028
600	0.031
800	0.034
1000	0.036
1200	0.038
1400	0.041
1600	0.043
1800	0.047
2000	0.051
2200	0.056
2400	0.061
2600	0.082
2690	0.101
0	0.082

V3 – M2 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.012
400	0.015
600	0.019
800	0.021
1000	0.024
1200	0.027
1400	0.031
0	0.013
200	0.021
400	0.025
600	0.028
800	0.03
1000	0.032
1200	0.034
1400	0.036
1600	0.038
1800	0.041
2000	0.045
2200	0.049
2370	0.089
0	0.076

V3 – M3 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.078
200	0.091
300	0.101
400	0.106
500	0.112
600	0.117
0	0.052
100	0.114
200	0.125
300	0.131
400	0.138
500	0.143
600	0.145
700	0.148
800	0.151
900	0.154
1000	0.158
1100	0.164
1200	0.179
1250	0.309
0	0.226

V3 – M3 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.033
200	0.045
300	0.052
400	0.057
500	0.063
600	0.068
0	0.049
100	0.099
200	0.11
300	0.116
400	0.124
500	0.129
600	0.134
700	0.137
800	0.14
900	0.145
970	0.222
0	0.159

V3 – M3 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.07
200	0.082
300	0.09
400	0.094
500	0.1
600	0.105
0	0.046
100	0.101
200	0.111
300	0.116
400	0.123
500	0.127
600	0.129
700	0.132
800	0.135
900	0.138
1000	0.14
1100	0.21
1120	0.275
0	0.202

**Pilar.**

P1 – P – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
1000	0.013
2000	0.021
3000	0.027
4000	0.031
5000	0.036
6000	0.039
7000	0.041
8000	0.044
9000	0.048
10000	0.051
11000	0.054
12000	0.057
13000	0.06
14000	0.062
15000	0.063
16000	0.064
17000	0.065
18000	0.066
19000	0.068
20000	0.070
21000	0.072
22000	0.074
23000	0.076
24000	0.079
25000	0.082
26000	0.084
27000	0.086
28000	0.089
29000	0.092
30000	0.095
31000	0.099
32000	0.103
33000	0.109
34000	0.115
35000	0.123
36000	0.133

P1 – P – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
1000	0.011
2000	0.012
3000	0.021
4000	0.032
5000	0.04
6000	0.051
7000	0.064
8000	0.079
9000	0.095
10000	0.106
11000	0.116
12000	0.126
13000	0.133
14000	0.142
15000	0.15
16000	0.158
17000	0.168
18000	0.179
19000	0.188
20000	0.195
21000	0.201
22000	0.207
23000	0.214
24000	0.22
25000	0.227
26000	0.235
27000	0.248

P1 – P – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
1000	0.029
2000	0.039
3000	0.05
4000	0.061
5000	0.069
6000	0.076
7000	0.081
8000	0.088
9000	0.095
10000	0.101
11000	0.108
12000	0.116
13000	0.122
14000	0.126
15000	0.129
16000	0.134
17000	0.137
18000	0.14
19000	0.144
20000	0.148
21000	0.151
22000	0.153
23000	0.156
24000	0.159
25000	0.162
26000	0.167
27000	0.172
28000	0.177
29000	0.191

P1 – M1 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
500	0.037
1000	0.073
1500	0.077
2000	0.081

P1 – M1 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
500	0.015
1000	0.030
1500	0.038
2000	0.044

P1 – M1 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
500	0.062
1000	0.124
1500	0.186
2000	0.19

2500	0.086
3000	0.092
3500	0.099
4000	0.111
4500	0.127
5000	0.140
5500	0.153
6000	0.171
6500	0.233

2500	0.057
3000	0.071
3500	0.084
4000	0.091
4500	0.100
5000	0.109
5500	0.117
6000	0.125
6500	0.133
7000	0.162

2500	0.195
3000	0.198
3500	0.201
4000	0.204
4500	0.207
5000	0.210
5500	0.213
6000	0.215
6500	0.219
7000	0.223
7500	0.231
8000	0.250

P1 – M2 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
1000	0.019
2000	0.023
3000	0.028
4000	0.034
5000	0.040
6000	0.045
7000	0.051
8000	0.057
9000	0.062
10000	0.067
11000	0.072
12000	0.077
13000	0.083
14000	0.088
15000	0.095
16000	0.108
16500	0.130

P1 – M2 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
1000	0.007
2000	0.011
3000	0.018
4000	0.022
5000	0.026
6000	0.030
7000	0.035
8000	0.038
9000	0.043
10000	0.047
11000	0.052
12000	0.055
13000	0.059
14000	0.063
15000	0.068
16000	0.074
17000	0.083

P1 – M2 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
1000	0.009
2000	0.015
3000	0.024
4000	0.029
5000	0.034
6000	0.040
7000	0.046
8000	0.050
9000	0.057
10000	0.062
11000	0.069
12000	0.073
13000	0.078
14000	0.083
15000	0.09
16000	0.098
17000	0.110

P1 – M3 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
500	0.01
1000	0.019
1500	0.022
2000	0.025
2500	0.027
3000	0.031
3500	0.034
4000	0.038
4500	0.042
5000	0.047
5500	0.051
6000	0.057
6500	0.066

P1 – M3 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
500	0.057
1000	0.114
1500	0.122
2000	0.125
2500	0.131
3000	0.139
3500	0.145
4000	0.167

P1 – M3 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
500	0.017
1000	0.032
1500	0.037
2000	0.042
2500	0.045
3000	0.052
3500	0.057
4000	0.064
4500	0.071
5000	0.079
5500	0.086

## Estructura 1.

E1 - P - 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0,002
400	0,006
600	0,011
800	0,019
1000	0,028
0	0,010
200	0,014
400	0,020
600	0,025
800	0,031
1000	0,037
1200	0,044
1400	0,054
1600	0,069
1800	0,091
2000	0,113
2200	0,136
2400	0,158
2600	0,297
2625	0,329
0	0,205

E1 - P - 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0,003
400	0,007
600	0,011
800	0,019
1000	0,028
0	0,009
200	0,012
400	0,016
600	0,022
800	0,027
1000	0,032
1200	0,038
1400	0,048
1600	0,059
1800	0,072
2000	0,083
2200	0,096
2400	0,108
2600	0,164
2660	0,203
0	0,044

E1 - P - 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0,004
400	0,009
600	0,016
800	0,027
1000	0,040
0	0,013
200	0,016
400	0,023
600	0,031
800	0,037
1000	0,044
1200	0,054
1400	0,067
1600	0,083
1800	0,101
2000	0,116
2200	0,134
2400	0,151
2600	0,230
2725	0,285
0	0,062

E1 - M1 - 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0,006
200	0,017
300	0,030
400	0,046
0	0,027
100	0,029
200	0,034
300	0,041
400	0,050
500	0,060
600	0,075
700	0,098
800	0,140
900	0,193
925	0,256
0	0,214

E1 - M1 - 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0,009
200	0,016
300	0,024
400	0,033
0	0,014
100	0,020
200	0,026
300	0,031
400	0,037
500	0,045
600	0,059
700	0,073
800	0,139
0	0,089

E1 - M1 - 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0,012
200	0,023
300	0,033
400	0,045
0	0,019
100	0,028
200	0,036
300	0,044
400	0,045
500	0,062
600	0,083
700	0,102
800	0,158
855	0,194
0	0,124

E1 - M2 - 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0,004
200	0,011

E1 - M2 - 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0,004
200	0,010

E1 - M2 - 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0,007
200	0,014



300	0,019
400	0,027
500	0,038
600	0,046
700	0,052
800	0,064
900	0,084
1000	0,116
1100	0,152
1200	0,158
1300	0,180
1400	0,208
1500	0,256
1600	0,325
1700	0,386
1735	0,455
0	0,264

300	0,017
400	0,023
500	0,031
600	0,042
700	0,051
800	0,067
900	0,083
1000	0,099
1100	0,121
1200	0,143
1300	0,185
1400	0,228
1500	0,291
1600	0,447
1605	0,461
0	0,263

300	0,023
400	0,033
500	0,044
600	0,059
700	0,072
800	0,094
900	0,116
1000	0,140
1100	0,169
1200	0,201
1300	0,260
1400	0,320
1500	0,408
1600	0,535
1670	0,646
0	0,368

E1 - M3 - 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0,008
200	0,018
300	0,035
400	0,052
500	0,079
600	0,126
700	0,187
720	0,203
0	0,147

E1 - M3 - 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0,011
200	0,020
300	0,033
400	0,045
500	0,061
600	0,080
700	0,107
800	0,151
900	0,212
915	0,245
0	0,189

E1 - M3 - 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0,015
200	0,027
300	0,046
400	0,062
500	0,085
600	0,112
700	0,151
800	0,211
900	0,296
955	0,343
0	0,287

## Estructura 2.

E2 - P - 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
300	0.008
600	0.015
900	0.022
1200	0.029
1500	0.036
0	0.010
300	0.018
600	0.026
900	0.032
1200	0.038
1500	0.044
1800	0.052
2100	0.061

E2 - P - 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
300	0.013
600	0.021
900	0.029
1200	0.037
1500	0.048
0	0.018
300	0.026
600	0.032
900	0.037
1200	0.043
1500	0.049
1800	0.057
2100	0.066

E2 - P - 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
300	0.008
600	0.016
900	0.024
1200	0.032
1500	0.042
0	0.010
300	0.018
600	0.025
900	0.032
1200	0.038
1500	0.044
1800	0.052
2100	0.062

2400	0.071
2700	0.081
3000	0.094
3300	0.106
3600	0.118
3900	0.131
4200	0.142
4500	0.157
4800	0.176
5090	0.239
0	0.108

2400	0.077
2700	0.088
3000	0.100
3300	0.118
3600	0.134
3900	0.166
4200	0.193
4405	0.364
0	0.226

2400	0.072
2700	0.085
3000	0.098
3300	0.115
3600	0.130
3900	0.155
4200	0.167
4500	0.187
4555	0.201
0	0.101

E2 – M1 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.013
400	0.022
600	0.034
800	0.046
1000	0.060
0	0.032
200	0.036
400	0.046
600	0.055
800	0.061
1000	0.067
1200	0.072
1400	0.083
1600	0.105
1800	0.133
1810	0.175
0	0.108

E2 – M1 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.010
400	0.018
600	0.028
800	0.041
1000	0.054
0	0.015
200	0.023
400	0.031
600	0.038
800	0.055
1000	0.072
1200	0.094
1400	0.125
1600	0.169
1715	0.248
0	0.148

E2 – M1 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.012
400	0.021
600	0.032
800	0.044
1000	0.057
0	0.023
200	0.035
400	0.044
600	0.052
800	0.058
1000	0.064
1200	0.068
1400	0.079
1600	0.100
1785	0.126
0	0.103

E2 – M2 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.005
400	0.011
600	0.016
800	0.021
1000	0.028
1200	0.035
0	0.013
200	0.018
400	0.023
600	0.028
800	0.032
1000	0.036
1200	0.040

E2 – M2 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.005
400	0.012
600	0.019
800	0.027
1000	0.037
1200	0.049
0	0.013
200	0.017
400	0.027
600	0.032
800	0.040
1000	0.045
1200	0.051

E2 – M2 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
200	0.006
400	0.016
600	0.028
800	0.043
1000	0.058
1200	0.073
0	0.016
200	0.024
400	0.033
600	0.042
800	0.048
1000	0.055
1200	0.061

1400	0.045
1600	0.054
1800	0.064
2000	0.075
2075	0.143
0	0.083

1400	0.062
1600	0.075
1800	0.091
2000	0.106
2200	0.127
2400	0.168
2510	0.273
0	0.142

1400	0.073
1600	0.087
1800	0.102
2000	0.129
2170	0.195
0	0.095

E2 – M3 – 1	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.006
200	0.011
300	0.017
400	0.024
500	0.031
600	0.041
700	0.050
800	0.061
0	0.022
100	0.028
200	0.036
300	0.042
400	0.048
500	0.055
600	0.061
700	0.064
800	0.073
900	0.121
1000	0.293
0	0.222

E2 – M3 – 2	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.008
200	0.012
300	0.019
400	0.024
500	0.033
600	0.042
700	0.052
800	0.064
0	0.026
100	0.034
200	0.039
300	0.044
400	0.051
500	0.059
600	0.068
700	0.078
800	0.093
900	0.113
1000	0.151
1045	0.180
0	0.109

E2 – M3 – 3	
Carga (Kg)	Deformación (cm)
0	0
100	0.001
200	0.015
300	0.021
400	0.028
500	0.036
600	0.045
700	0.056
800	0.066
0	0.023
100	0.029
200	0.036
300	0.043
400	0.048
500	0.053
600	0.061
700	0.066
800	0.071
900	0.080
1000	0.110
1105	0.176
0	0.112