

Universidad Austral de Chile
Facultad de Ciencias de la Ingeniería
Escuela de Ingeniería Acústica



Profesor Patrocinante:
Dr. Jorge Arenas Bermúdez
Instituto de Acústica
Universidad Austral de Chile

“APLICACIÓN DE TÉCNICAS DIGITALES DE
MEDICIÓN DEL AISLAMIENTO SUMINISTRADO POR
SILENCIADORES EN PRESENCIA DE FLUJO”

Tesis presentada como parte de los
requisitos para optar al Grado
Académico de Licenciado en
Acústica y al Título Profesional
de Ingeniero Acústico

Juan Luis Aguayo Lazcano
Valdivia-Chile
2005

Indice

Capitulo	Páginas
1. Resumen.	3
1.1. Abstract.	4
2. Objetivos.	5
2.1. Objetivo General.	5
2.2. Objetivos Específicos.	5
3. Introducción.	6
4. Marco Teórico.	7
4.1. Antecedentes Preliminares.	7
4.2. Definiciones Generales.	7
4.3. Unidades para medir el Sonido.	11
4.4. Modelación Acústica (Sistemas Conductos - Fuente).	14
4.4.1. Modelación del Sistema.	14
4.4.2. Características de la Fuente.	15
4.4.3. Métodos directos e indirectos para la determinación de la Impedancia de la Fuente.	16
4.4.4. Matriz de los cuatro polos y elemento de camino (<i>Path Element</i>).	17
4.4.5. Impedancia de la Terminación.	18
4.4.6. Parámetros que permiten evaluar el rendimiento de los Silenciadores.	19
4.4.6.1. Pérdida de Inserción, <i>IL</i> .	19
4.4.6.2. Pérdida de Transmisión, <i>TL</i> .	20
4.4.6.3. Diferencia de Nivel, <i>LD</i> o Reducción de Ruido, <i>NR</i> .	21
4.4.7. Comparación de los Parámetros de Evaluación.	22
4.5. Fundamentos Teóricos de los métodos aplicados para la determinación de la Pérdida de Transmisión.	23
4.5.1. Método de Descomposición.	23
4.5.2. Método de las Dos Cargas.	25
4.5.3. Método de las Dos Fuentes.	29
4.6. Fundamentos teóricos para la determinación de la Impedancia de Entrada de un Silenciador.	30
4.7. Teoría de Señales.	32
4.7.1. Funciones en el Dominio de la Frecuencia.	33
4.7.2. Descripción Espectral de Señales Aleatorias Estacionarias.	33
4.7.3. Funciones Conjuntas.	35

4.7.4.	Errores de Estimación.	39
4.7.5.	Relación señal/ruido.	40
4.7.6.	Recomendaciones técnicas para las mediciones.	40
4.7.6.1.	Selección del número de promediaciones.	40
4.7.6.2.	Ventanas.	41
4.7.6.3.	Parámetros de promediación.	41
5.	Metodología.	43
5.1.	Introducción.	43
5.2.	Materiales y Métodos.	44
5.2.1.	Metodología Utilizada.	44
5.2.2.	Rango de Frecuencia de trabajo.	45
5.2.3.	Micrófonos.	45
5.2.4.	Posición de los micrófonos.	46
5.2.5.	Altavoz.	46
5.2.6.	Generador de señal.	47
5.2.7.	Temperatura y velocidad de flujo.	48
5.2.8.	Correcciones por atenuación.	48
5.2.9.	Equipamiento para el procesamiento de señales.	49
5.2.10.	Determinación de la Función de Transferencia.	49
5.3.	Software utilizado.	52
5.3.1.	Software de adquisición.	52
5.3.2.	Software de evaluación.	52
5.4.	Mediciones experimentales.	52
6.	Resultados.	53
6.1.	Impedancia Acústica de Entrada.	53
6.2.	Perdida de Transmisión.	57
7.	Análisis de los Resultados.	61
7.1.	Análisis de los resultados de la Impedancia Acústica de Entrada.	61
7.2.	Análisis de los resultados de la Pérdida de Transmisión.	62
8.	Conclusiones Generales.	64
9.	Agradecimientos.	66
10.	Referencias Bibliográficas.	67
11.	Anexos.	69

1. RESUMEN.

Este trabajo tiene como objetivo principal, encontrar un modelo experimental que permita evaluar la eficiencia de distintos tipos de cámaras de expansión o silenciadores acústicos, bajo diferentes condiciones de trabajo. Los parámetros más usados para evaluar el rendimiento de los silenciadores acústicos son: la Pérdida de Transmisión (TL) y la Pérdida de Inserción (IL), siendo el segundo parámetro menos usado, pero no por eso menos eficiente. Para modelar el comportamiento de los silenciadores, se utilizó la técnica de los dos micrófonos dispuestos en nuestro montaje de prueba. Además, como parte de este montaje experimental, contamos con un conversor análogo/digital que nos permite digitalizar la señal que ingresa por los micrófonos. Por otro lado, para la adquisición de los datos, se usó el software LabVIEW 6i y para el procesamiento digital de los datos trabajamos con el software MATLAB 6.

Los resultados obtenidos a partir de las mediciones son los esperados, debido a las condiciones de medición bajo las cuales se está trabajando. En cuanto a la Pérdida de Transmisión (TL), que es uno de los parámetros que se está buscando, se puede mencionar que los resultados experimentales se acercan bastante a los obtenidos en la modelación teórica. Esta modelación se basó en la Teoría de la Matriz de Transferencia. Los métodos usados para determinar la Pérdida de Transmisión fueron los siguientes: Método de Descomposición, Método de las Dos Cargas y Método de las Dos Fuentes. Además, se pudo hacer una comparación entre los tres métodos determinándose que el método de las Dos Cargas es el que más se aproxima a los resultados teóricos.

Este trabajo ha sido financiado por CONICYT, a través del proyecto FONDECYT N° 1020196.

1.1. ABSTRACT.

The main objective of this work is to develop an experimental method that allows one to evaluate the acoustic efficiency of expansion chambers or silencers, of different types, and working under different conditions. The main parameters used to evaluate the performance of the acoustic mufflers are: the Transmission Loss (TL) and Insertion Loss (IL). In practice, IL is not as used as TL, but it does not mean that IL is less efficient than TL. In order to model the behaviour of the silencers, the technique of the two microphones was used in a appropriate test rig built. In addition, as an important component of this experimental set up, an analog/digital converter was used to discretize the microphone electric output signals. On the other hand, for acquiring the data, a program based on LabVIEW 6i was used. The digital signal processing of the data was done using MATLAB 6.

The results obtained from the measurements were as expected, mainly due to the working measurement conditions used. The experimental results for Transmission Loss (TL), which is one of the parameters that we were looking for, are in a good agreement when compared to the ones obtained from a theoretical modelling. This theoretical modelling was based on the Transfer Matrix Theory. The experimental methods used to determine the Transmission Loss were: the Decomposition Method, the Two-Load Method, and the Two-Source Method. In addition, a comparison between the three methods was done, concluding that the Two-Load method showed the best agreement with the theoretical results.

This work has been supported by CONICYT, through project FONDECYT N° 1020196.

2. OBJETIVOS.

2.1. Objetivo General.

El objetivo general de esta tesis es diseñar y construir prototipos de conductos y cámaras de expansión, de bajo costo, para medir sus principales propiedades acústicas, bajo diferentes condiciones de contorno y utilizando diferentes métodos de medida.

2.2. Objetivos Específicos.

- a) Diseño de un software para medir la Pérdida de Transmisión (TL), basados en los programas LabVIEW y MATLAB, usando un sistema experimental para los diferentes casos a analizar.
- b) Determinar la Pérdida de Transmisión (TL), Pérdida de Inserción (IL) y la Reducción de Ruido (NR), usando diferentes técnicas experimentales basadas en el procesamiento digital de señales.
- c) Comparar los resultados experimentales con los modelos teóricos y los simulados numéricamente.

3. INTRODUCCION.

El ruido urbano, como sabemos, es una de las fuentes más contaminantes en nuestros tiempos y una de las menos fiscalizadas, debido a la poca normalización existente en nuestro país. Además, sabemos que los agentes que generan la mayor cantidad de contaminación acústica son las fábricas y los vehículos de combustión interna (tanto públicos como particulares). Estos niveles de ruido pueden ser atenuados considerablemente por medio de silenciadores o cámaras de expansión bien diseñadas.

Por lo tanto, el objetivo principal de esta tesis es diseñar silenciadores reactivos de bajo costo y de gran eficiencia, considerando la presencia de flujo en su interior.

Además, se plantea como objetivo estudiar los diferentes métodos experimentales para predecir el rendimiento de los silenciadores, implementando un método usando el procesado de señales.

Este tema ha sido una fuente importante de investigación en las últimas décadas y como resultado de estas investigaciones, han sido publicados muchos trabajos de diferentes investigadores sobre la predicción del comportamiento de los silenciadores, tanto teórico como experimental.

4. MARCO TEORICO.

4.1. Antecedentes Preliminares.

Un filtro acústico consiste en un elemento (o en conjunto de elementos), insertados entre una fuente de energía acústica y un receptor como, por ejemplo, la atmósfera. Un filtro acústico, es conocido como una línea de transmisión acústica. Un silenciador de vehículos de combustión interna es un filtro acústico, donde las ondas son conducidas en sentido de la dirección de propagación (hacia el exterior). En la teoría de filtros acústicos, el medio se asume estacionario y la propagación de onda es unidimensional (propagación de onda plana) y es gobernada por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0. \quad (1)$$

Las dos variables que caracterizan el estado de las ondas acústicas son la presión, $p(t)$, y la velocidad de partícula, $u(t)$.

4.2. Definiciones Generales.

Para entender el fenómeno acústico, es necesario explicar algunos conceptos y definiciones que nos permiten comprender la teoría.

Presión estática: Es la presión que existirá en un punto del medio en ausencia de ondas sonoras. A una temperatura de 0°C , $P_0 = 10^5 \text{ [N/m}^2\text{]}$ (nivel del mar).

Presión instantánea ($P(t)$): Es la variación incremental de la presión estática en un punto dado del medio debido a la presencia de una onda.

Presión eficaz o RMS (P_{rms}): Es el valor cuadrático medio de la presión instantánea $P(t)$ sobre un intervalo de tiempo determinado. Se define matemáticamente como:

$$P_{rms} = \sqrt{\frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_2}^{t_1} P(t)^2 dt} \quad \left[\frac{N}{m^2} \right]. \quad (2)$$

En el caso de una onda periódica y sinusoidal; se obtiene que:

$$P_{rms} = \frac{P_{max}}{\sqrt{2}} \quad \left[\frac{N}{m^2} \right]. \quad (3)$$

Densidad de energía: Es la energía sonora contenida en una parte infinitesimal del medio, dividida por el volumen en el mismo punto. Para propagación de onda plana la densidad de energía se calcula como:

$$D = \frac{P_{RMS}^2}{\rho_0 c^2} \quad \left[\frac{W \cdot s}{m^3} \right]. \quad (4)$$

Velocidad del Sonido: La velocidad de propagación de una onda sonora en el aire se puede calcular por medio de la siguiente relación matemática:

$$c = 343.2 \cdot \sqrt{0.9317 + \frac{T}{293}} \quad \left[\frac{m}{s} \right], \quad (5)$$

donde T es la temperatura en grados Celsius.

Número de Mach: Es la razón entre la velocidad media del flujo V y la velocidad del sonido c , dada por:

$$M = \frac{V}{c}. \quad (6)$$

Impedancia Acústica: Se define como la relación compleja entre la presión sonora eficaz promedio P , que se genera sobre una determinada superficie S y la velocidad eficaz de volumen U , a través de esa superficie, tal como se muestra en la figura 1:

$$Z_A = \frac{P}{U} = R_A + jX_A \left[\frac{N \cdot s}{m^5} \right], \quad (7)$$

donde R_A y X_A son la resistencia acústica y la reactancia acústica, respectivamente.

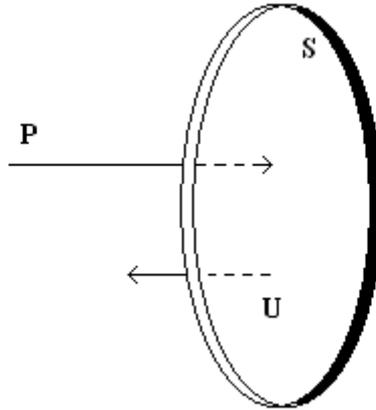


Figura 1: Presión y velocidad de volumen a través de una superficie.

Impedancia Acústica Específica: Es la relación compleja entre la presión sonora eficaz promedio P , en un punto del medio acústico o dispositivo mecánico y la velocidad eficaz de partículas u , en ese mismo punto. Matemáticamente se define como:

$$Z_s = \frac{P}{u} \left[\frac{N \cdot s}{m^3} \right]. \quad (8)$$

Impedancia Característica ($\rho_0 c$): Es la relación entre la presión sonora eficaz en un punto dado y la velocidad eficaz de partículas en ese mismo punto. Para el caso de propagación de onda plana libre y progresiva:

$$\rho_0 c = \frac{p}{u} \left[\frac{N \cdot s}{m^3} \right]. \quad (9)$$

Impedancia Acústica de Radiación: La impedancia acústica de radiación representa la impedancia impuesta por la atmósfera sobre la radiación acústica.

Impedancia Acústica Normalizada: Es el valor de la impedancia acústica en alguna superficie, dividido por la impedancia característica del medio ($\rho_0 c$). La cantidad es adimensional y matemáticamente se define como:

$$Z_n = \frac{1}{\rho_0 c} \cdot Z_A. \quad (10)$$

Una de las aplicaciones más usadas de la impedancia acústica normalizada es que se puede relacionar con el factor de reflexión a incidencia normal r , para la propagación de onda plana incidiendo sobre una superficie determinada. Estos términos se relacionan mediante la siguiente expresión:

$$Z_n = \frac{1+r}{1-r}. \quad (11)$$

Factor de Reflexión a incidencia Normal: Es la relación de las amplitudes de una onda incidente y una onda reflejada sobre un plano de referencia arbitrario, para la propagación de onda planas incidiendo normalmente sobre ese plano (figura 2).

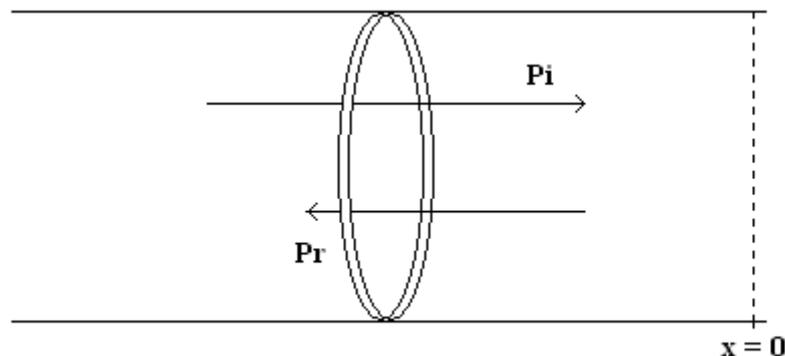


Figura 2: Ondas incidente P_i y reflejada P_r sobre el plano de referencia $x=0$.

Si las amplitudes de las ondas incidente y reflejada son A y B , respectivamente, entonces, el factor de reflexión queda expresado de la siguiente manera:

$$r = \frac{B}{A}. \quad (12)$$

Coefficiente de Reflexión: Es la razón entre la potencia reflejada W_r y la potencia incidente W_i sobre una superficie o plano de referencia arbitrario. Para la propagación de onda planas a incidencia normal, el coeficiente de reflexión se define como:

$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = |r|^2, \quad (13)$$

donde A y B son las amplitudes de la onda incidente y reflejada, respectivamente y r es el factor de reflexión a incidencia normal.

4.3. Unidades para medir el Sonido.

El flujo de la energía acústica por unidad de área de una superficie (hipotética o real), en términos de la intensidad acústica I , es igual al promedio de p y la componente normal de u , esto es:

$$I = \overline{p(t) \cdot u(t)}. \quad (14)$$

La potencia acústica total radiada por la fuente, W , puede ser encontrada por la integración de la intensidad sobre una superficie hipotética que encierra a la fuente, esto es:

$$W = \oiint I \cdot dS. \quad (15)$$

Las unidades logarítmicas correspondientes son:

Nivel de presión sonora:

$$NPS = 20 \cdot \log \left(\frac{P_{rms}}{p_0} \right) \quad [dB] \quad \text{donde } p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \quad \left[\frac{N}{m^2} \right]. \quad (16)$$

Nivel de intensidad sonora:

$$L_i = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad [dB] \quad \text{donde } I_0 = 10^{-12} \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]. \quad (17)$$

Nivel de potencia sonora:

$$L_w = 10 \cdot \log\left(\frac{W}{W_0}\right) \quad [dB] \quad \text{donde } W_0 = 10^{-12} \quad [W]. \quad (18)$$

El frente de onda o superficie de fase, es definido por una superficie hipotética en donde todas las partículas tienen la misma velocidad instantánea. De este modo, la potencia total del flujo asociado a una onda plana en un conducto de sección de área transversal S , donde la velocidad de partícula u es axial y, desde ahora, normal al frente de onda, es dado por:

$$W = \overline{Sp \cdot u} = \overline{p \cdot v_v}, \quad (19)$$

donde v_v , se relaciona con la velocidad de partícula u como:

$$v_v \equiv S \cdot u, \quad (20)$$

que es conocida como velocidad de volumen (acústica).

Además, se define la velocidad de masa (acústica) como:

$$v = S \cdot \rho_0 \cdot u. \quad (21)$$

Por lo tanto, uno puede reescribir la potencia del flujo acústico como:

$$W = \frac{1}{\rho_0} \cdot \overline{p \cdot v}, \quad (22)$$

$$W = \frac{1}{\rho_0} \cdot p_{rms} \cdot v_{rms}. \quad (23)$$

El uso de la velocidad de masa variable v es preferida para sistemas de combustión de alta temperatura. De este modo, las dos variables de estado adoptadas en este trabajo, son la presión acústica p y la velocidad de masa v .

Para p y v en estado estacionario, tenemos:

$$p = P \cdot e^{j\omega t}, \quad (24)$$

$$v = V \cdot e^{j\omega t}, \quad (25)$$

donde $p_{rms} = \frac{P}{\sqrt{2}}$, $v_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}}$ y por lo tanto:

$$W = \frac{1}{2\rho_0} (P \cdot V) \cos \theta, \quad (26)$$

donde θ es la diferencia de fase entre P y V . En el caso de un sistema rotatorio y oscilador, todos los sonidos son de naturaleza periódicos [1].

4.4. Modelación Acústica (Sistemas Conductos - Fuente).

La figura 3 muestra un sistema típico de conductos-fuente. Invariablemente, el silenciador posee un conducto de diámetro pequeño en cada extremo. Al de la izquierda se le conoce como “conducto de escape o conducto de entrada” y al de la derecha “conducto de salida”. Al conducto intermedio, que posee un conducto de mayor diámetro, se puede denominar como “silenciador” [1].



Figura 3: Silenciador típico de escape [2].

Los sistemas de conductos-fuente son comúnmente encontrados en sistemas mecánicos. En este sistema, la fuente (motor) es la componente activa, y la carga total corresponde al camino hasta la terminación (tales como conductos), el mismo silenciador y además podemos incluir la terminación. El rendimiento acústico del sistema dependerá de las interacciones entre la fuente y la carga total.

4.4.1. Modelación del Sistema.

La representación básica de un sistema fuente-carga de un sistema de conductos es mostrada en la figura 4.

Las ecuaciones para el sistema fuente-carga, basadas en las representaciones complejas de presión y velocidad (de volumen) de la fuente son [2]:

$$p_L = \frac{p_S Z_L}{Z_S + Z_L} \quad (27)$$

y

$$V_L = \frac{V_S Z_S}{Z_S + Z_L}, \quad (28)$$

donde p_s y V_s son la presión y velocidad de volumen de la fuente, respectivamente; p_L y V_L son la respuesta de presión y velocidad de volumen del sistema fuente-carga, respectivamente; Z_s y Z_L son las impedancias complejas de la fuente y carga, respectivamente [2].

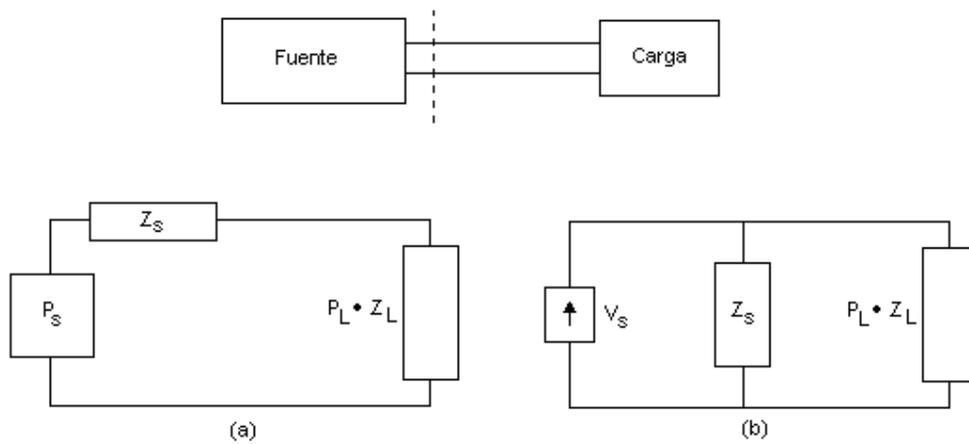


Figura 4: Analogías eléctricas de un sistema de conductos fuente-carga:
 (a) Fuente de presión, (b) Fuente de velocidad de volumen [2].

4.4.2. Características de la Fuente.

La fuente en un extremo del sistema representa una de las condiciones de contorno. La caracterización de una fuente es más difícil que la de una terminación, debido a la naturaleza dinámica de la fuente [3].

El Método de la Matriz de Transferencia ha demostrado ser efectivo en la modelación y evaluación de sistemas de conductos en el dominio de la frecuencia, por sobre otros métodos en el dominio de la frecuencia y el tiempo. Antes, cuando no existían métodos directos ni indirectos para la evaluación de la impedancia de la fuente, se asumían valores arbitrarios, independientes de la frecuencia (por ejemplo, impedancias infinitas), pero estas suposiciones normalmente no se cumplen en la práctica

4.4.3. Métodos directos e indirectos para la determinación de la Impedancia de la Fuente.

Los **métodos directos** están basados principalmente en dos técnicas: (1) Técnica de onda estacionaria y (2) Técnica de la función de transferencia. Estas técnicas se han utilizado para realizar mediciones de parámetros de fuentes de prueba activas, dada una relación aceptable (al menos 10 dB) entre el nivel de ruido y de señal. Para medir la impedancia de una fuente se necesita otra fuente (secundaria) propia del sistema de medición que entregue la señal. *Señal* se refiere al nivel de la fuente secundaria de medición, y *ruido* se refiere al nivel de presión sonora de la fuente bajo evaluación. En los métodos directos, los micrófonos se colocan dentro del conducto, midiendo así la función de transferencia compleja H_{12} entre ambos micrófonos. Con ésta, se puede obtener el factor de reflexión complejo r y con éste, obtenemos el valor de la impedancia acústica normalizada Z_n , mirando hacia la fuente, de acuerdo a las siguientes ecuaciones [2]:

$$r = e^{j(k_i+k_r)l} \left[\frac{H_{12} - e^{-jk_i s}}{e^{-jk_r s} - H_{12}} \right], \quad (29)$$

$$Z_n = \frac{1+r}{1-r}, \quad (30)$$

donde s es la separación de los micrófonos, l es la distancia entre la fuente de evaluación y el micrófono más lejano, k_i y k_r son los números de onda de ida y de vuelta en presencia de flujo, respectivamente, donde:

$$k_i = \frac{k_0}{1-M}, \quad (31)$$

y

$$k_r = \frac{k_0}{1+M}. \quad (32)$$

Los **métodos indirectos** están basados en el uso de distintas cargas y las respuestas correspondientes del sistema. En la ec. (27) la respuesta de presión p_L es medida para una impedancia de carga conocida, Z_L . Asumiendo que la presión de la fuente es invariante, el sistema de ecuaciones para dos, tres, cuatro o más impedancias de carga se resuelve para calcular la impedancia de la fuente. La ventaja de los métodos indirectos es que no se requiere implementar una fuente secundaria para realizar las mediciones. La desventaja es que son muy sensibles a pequeños errores de medición.

Los métodos directos e indirectos para la determinación de la impedancia de la fuente son principalmente experimentales, basados en el análisis en el dominio de la frecuencia.

4.4.4. Matriz de los cuatro polos y elemento de camino (*Path Element*).

Asociemos un sistema como el mostrado en la figura 3, del cual tenemos tres elementos: la fuente, el camino y la terminación. El “elemento de camino” puede ser un conducto recto, o un conducto formado por distintas discontinuidades de área. El enfoque de la matriz de cuatro polos resulta conveniente para este tipo de sistemas ya que permite “colocar en cascada” los distintos sub-elementos que forman el camino a la terminación, evaluándolos por separado. Está basado en la teoría de líneas de transmisión, utilizando las variables de estado presión sonora y velocidad de volumen. Cualquier par de uniones 1 y 2 en el camino puede relacionarse usando:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ V_2 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

donde p y V son la presión y velocidad de volumen complejas y A , B , C y D son los parámetros de cuatro polos complejos que describen la respuesta espectral del elemento.

Estos parámetros se pueden obtener utilizando métodos clásicos o numéricos para cualquier diseño geométrico, también en presencia de flujo y gradientes de temperatura.

Los parámetros de cuatro polos para varios tipos de elementos tubulares se encuentran disponibles en la literatura [1,4]. El tipo de formulación en matrices de los parámetros de los cuatro polos resulta conveniente, particularmente para su implementación mediante códigos en un computador.

4.4.5. Impedancia de la Terminación.

La impedancia de la terminación Z_{Rad} corresponde a la impedancia de radiación a considerar al final del conducto de salida. Como hemos visto, pueden considerarse distintos casos. Lo más común, al modelar sistemas de escape, es considerar la impedancia de una terminación sin sonodeflector, en el extremo de un tubo.

Existe una expresión matemática, un poco complicada, obtenida por H. Levine y J. Schwinger [5].

Para obtener una expresión más simple, se aplicó un método de aproximación numérica [6] donde se puede expresar la impedancia de radiación como:

$$Z_{Rad} = ik\delta - iv^3(0.036 - 0.034 \log(v) + 0.0187v^2) + 0.25v^2 + v^4(0.0127 + 0.082 \log(v) - 0.023v^2), \quad (34)$$

donde $v = 2kr$, r es el radio de la boca, k es el número de onda y $\delta = 0.6133r$ es el factor de corrección de la terminación. Lo importante de usar esta aproximación es que produce un resultado con un error menor al 1%.

4.4.6. Parámetros que permiten evaluar el rendimiento de los Silenciadores.

El rendimiento de un filtro acústico (o silenciador), se puede medir en términos de alguno de los siguientes parámetros [2]:

(a) Pérdida de Inserción, IL (*Insertion Loss*).

(b) Pérdida de Transmisión, TL (*Transmission Loss*).

(c) Diferencia de Nivel, LD (*Level Difference*) o Reducción de Ruido, NR (*Noise Reduction*).

4.4.6.1. Pérdida de Inserción, IL .

La Pérdida de Inserción se define como la diferencia entre el nivel de presión sonora medido sin el silenciador (L_{p_2}) y la potencia acústica radiada con el silenciador (L_{p_1}). Simbólicamente:

$$IL = L_{p_1} - L_{p_2} \quad [dB], \quad (35)$$

$$IL = 10 \cdot \log \left(\frac{L_{p_2}}{L_{p_1}} \right) \quad [dB], \quad (36)$$

donde los subíndices 1 y 2 indican los sistemas con silenciador y sin silenciador, respectivamente, como se muestra en la figura 5.

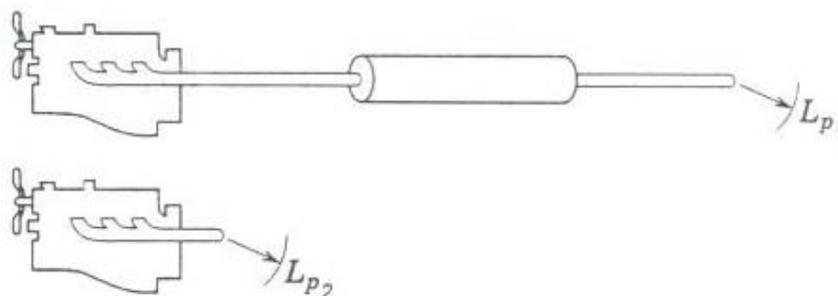


Figura 5: Esquema representativo para medir la Pérdida de Inserción (IL) [2].

Para predecir la Pérdida de Inserción, en términos de los parámetros de cuatro polos, se obtiene la siguiente ecuación [2]:

$$IL = \left| \frac{AZ_{Rad} + B + CZ_S Z_{Rad} + DZ_S}{A'Z_{Rad} + B' + C'Z_S Z_{Rad} + D'Z_S} \right| \quad [dB]. \quad (37)$$

De la ec. (37), los parámetros que están marcados con una comilla, representan el sistema sin el silenciador instalado.

Como se puede apreciar en la ec. (37), para determinar la Pérdida de Inserción, necesitamos conocer la impedancia de la fuente Z_S . En otras palabras, la Pérdida de Inserción evalúa la atenuación del sistema completo considerando las interacciones del silenciador con la fuente y con la terminación.

4.4.6.2. Pérdida de Transmisión, TL .

La Pérdida de Transmisión se define como la diferencia entre los niveles de potencia acústica entre las ondas incidentes (W_i) y las ondas transmitidas (W_t), de acuerdo a la figura 6. Simbólicamente:

$$TL = L_{w_i} - L_{w_t} \quad [dB], \quad (38)$$

$$TL = 10 \cdot \log \left(\frac{W_i}{W_t} \right) \quad [dB]. \quad (39)$$

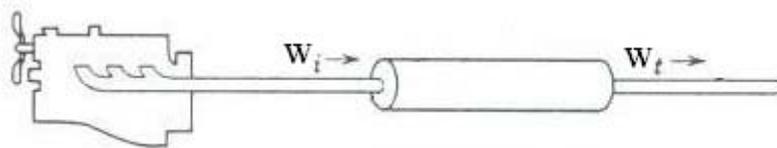


Figura 6: Esquema representativo para medir la Pérdida de Transmisión (TL) [2].

Para predecir la Pérdida de Transmisión, en términos de los parámetros de cuatro polos, se obtiene la siguiente ecuación [2]:

$$TL = 20 \cdot \log \left| \frac{1}{2} \left(A + \frac{BS}{\rho_0 c} + \frac{C\rho_0 c}{S} + D \right) \right| \quad [dB]. \quad (40)$$

Como se puede apreciar en la ec. (40), la pérdida de transmisión de un silenciador, es independiente de la fuente y de la terminación. Sólo depende de la geometría del camino, y permite evaluar la atenuación de lo que se ha llamado el “silenciador” en la figura 3.

4.4.6.3. Diferencia de Nivel, *LD* o Reducción de Ruido, *NR*.

Diferencia de Nivel (*LD*) o Reducción de Ruido (*NR*), es la diferencia entre los niveles de presión sonora en dos puntos seleccionados arbitrariamente, tanto en el conducto de entrada (p_1) como en el conducto de salida (p_2), como se indica en la figura 7. Simbólicamente:

$$LD = L_{p_1} - L_{p_2} \quad [dB], \quad (41)$$

$$LD = 20 \cdot \log \left(\frac{p_1}{p_2} \right) \quad [dB]. \quad (42)$$

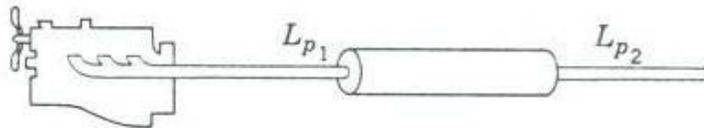


Figura 7: Esquema representativo para medir la Reducción de Ruido (*NR*) [2].

Para predecir la Reducción de Ruido, en términos de los parámetros de cuatro polos, se obtiene la siguiente ecuación [2]:

$$LD = 20 \cdot \log \left(A + \frac{B}{Z_{Rad}} \right) \quad [dB]. \quad (43)$$

De la ec. (43) podemos observar que la Reducción de Ruido depende de la terminación y del camino (silenciador), pero no requiere el conocimiento de la impedancia de la fuente, Z_S .

4.4.7. Comparación de los Parámetros de Evaluación.

De los tres parámetros definidos anteriormente, el que realmente evalúa el rendimiento del silenciador es la *Pérdida de Inserción*, ya que ésta representa la reducción de la potencia radiada debido a la inserción del silenciador entre la fuente (motor) y el receptor (carga), considerando las interacciones del silenciador con la fuente y la terminación. La desventaja de este parámetro, es que requiere conocer la impedancia de la fuente Z_S . Por esto, la *IL* es un parámetro más fácil de medir que de predecir.

La obtención de la *Pérdida de Transmisión* no involucra conocer la impedancia de la fuente Z_S ni la impedancia de radiación Z_{Rad} , ya que representa la diferencia entre la potencia incidente y la transmitida en un ambiente anecoico. Por ser independiente de las terminaciones, es utilizada comúnmente cuando es necesario encontrar las características acústicas de transmisión de elementos, independientemente de sus terminaciones. La desventaja radica en que para obtener la potencia entrando al silenciador, se debe medir con dos micrófonos en el conducto de entrada y aplicar la técnica de los dos micrófonos.

La *Diferencia de Nivel* o *Reducción de Ruido* es la diferencia en los niveles de presión sonora (NPS) en dos puntos: uno en el conducto de entrada y otro en el conducto de salida. Como el *TL*, no requiere conocer la impedancia interna de la fuente y como el *IL* no requiere una terminación anecoica. Por esto, es el más fácil de medir [1].

4.5. Fundamentos Teóricos de los métodos aplicados para la determinación de la Pérdida de Transmisión.

4.5.1. Método de Descomposición.

La Pérdida de Transmisión de un silenciador, es la diferencia entre el nivel de potencia acústica de las ondas incidentes y transmitidas asumiendo una terminación anecoica [7], como se expresa en la ec. (38). Generalmente, la potencia transmitida puede ser obtenida simplemente midiendo la presión sonora p_t a la salida del silenciador. La potencia acústica correspondiente puede ser relacionada con la presión sonora si se asume una propagación de ondas planas sin reflexiones. Sin embargo, la potencia incidente es mucho más difícil de medir, debido a las reflexiones sonoras desde el silenciador.

Como se muestra en la figura 8, si se crea una onda estacionaria, cuando una onda incidente se encuentra con un cambio de impedancia en la entrada del silenciador, la presión sonora puede ser descompuesta en un espectro incidente y un espectro reflejado, S_{AA} y S_{BB} , respectivamente. Una forma de descomponer esta onda es utilizar el método de los dos micrófonos y separar las ondas utilizando teoría de descomposición [8].

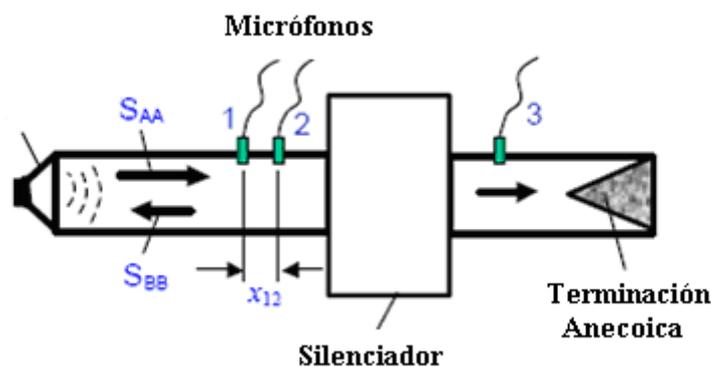


Figura 8: Montaje de la Teoría de Descomposición [9].

Por la teoría de descomposición, el auto-espectro de la onda incidente S_{AA} es [9]:

$$S_{AA} = \frac{S_{11} + S_{22} - 2C_{12} \cos kx_{12} + 2Q_{12} \operatorname{sen} kx_{12}}{4 \operatorname{sen}^2 kx_{12}}, \quad (44)$$

donde S_{11} y S_{22} son los auto-espectros de la presión sonora total en los puntos 1 y 2, respectivamente, C_{12} y Q_{12} son las partes real e imaginaria del espectro cruzado entre los puntos 1 y 2, k es el número de onda y x_{12} es la distancia de separación entre los dos micrófonos [8].

La amplitud *rms* de la presión sonora de la onda incidente p_i puede encontrarse a partir de:

$$p_i = \sqrt{S_{AA}}. \quad (45)$$

La potencia sonora de la onda incidente (p_i) y transmitida (p_t), asumiendo propagación de onda plana, puede ser expresada en términos de la amplitud *rms* de la presión incidente, como:

$$W_i = \frac{p_i^2}{\rho c} \cdot S_i \quad (46)$$

y

$$W_t = \frac{p_t^2}{\rho c} \cdot S_o, \quad (47)$$

donde ρ es la densidad del medio, c es la velocidad del sonido en el medio, S_i es el área del conducto de entrada y S_o es el área del conducto de salida del silenciador, respectivamente, como se muestra en la figura 9,

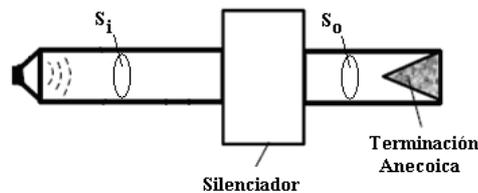


Figura 9: Disposición de las Áreas de entrada (S_i) y salida (S_o) del silenciador [9].

Ahora bien, si reemplazamos las ecuaciones (46) y (47) en la ecuación (39), podemos expresar la pérdida de transmisión como:

$$TL = 20 \cdot \log_{10} \frac{p_i}{p_t} + 10 \cdot \log_{10} \frac{S_i}{S_0}. \quad (48)$$

4.5.2. Método de las Dos Cargas.

El Método de las Dos Cargas, esta basado en la aproximación de la Matriz de Transferencia de nuestro elemento de prueba. Este elemento acústico puede ser modelado por los parámetros de los cuatro polos, como se muestra en la figura 10.

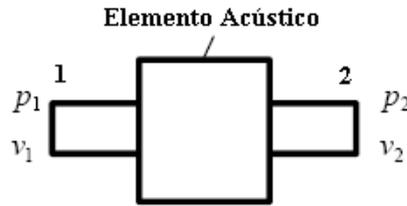


Figura 10: Parámetros de los cuatro polos [9]

Para la figura 10 su matriz de transferencia esta dada por:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad (49)$$

donde p_1 y p_2 son las amplitudes de la presión en la entrada y salida, respectivamente; v_1 y v_2 son las amplitudes de la velocidad de partícula en la entrada y salida, respectivamente y A, B, C y D son los parámetros de los cuatro polos del sistema.

El Método de las Dos Cargas, consiste en la conducción del elemento de prueba con dos diferentes cargas (Z_a y Z_b) y con la fuente acústica en el mismo lado. Estas dos configuraciones se muestran en la figura 11.

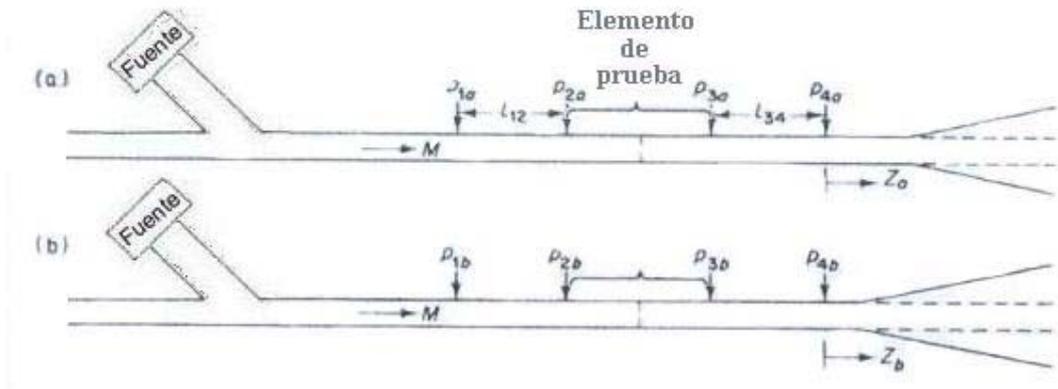


Figura 11: Arreglo experimental para el Método de las dos Cargas [10].

Básicamente el objetivo principal de este método es: (a) medir la presión acústica (o mejor dicho sus razones más conocidas como funciones de transferencia) en 4 puntos fijos, como se muestra en la figura 11(a); (b) cambiando la impedancia de carga, tal como se muestra en la figura 11(b), y midiendo la presión acústica en los mismos cuatro puntos anteriores; y por ultimo, (c) calculando A, B, C y D (parámetros de los cuatro polos del elemento de prueba) por medio de un analizador FFT de dos canales [10].

Para encontrar los parámetros de los cuatro polos de nuestro elemento de prueba, primero analizaremos la configuración *a*. Usando el Método de la Matriz de Transferencia, uno puede obtener fácilmente las ecuaciones de los cuatro polos para los elementos de un conducto recto entre los micrófonos 1-2 y 3-4.

Las variables de estado en el acoplamiento de la figura 11(a) se relacionan de la siguiente forma [10]:

$$\begin{bmatrix} p_{1a} \\ v_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{12} & B_{12} \\ C_{12} & D_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{34} & B_{34} \\ C_{34} & D_{34} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{4a} \\ p_{4a}/Z_a \end{bmatrix}, \quad (50)$$

donde el subíndice *a* se refiere a la configuración *a* de la figura 11.

Cambiando la impedancia de carga (configuración b), se obtiene la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ -v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} D & B \\ C & A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ -v_1 \end{bmatrix}, \quad (51)$$

donde Δ es el determinante de la matriz, $\Delta = AD - BC$ y el signo negativo indica el cambio en la dirección de la velocidad en la configuración b .

Aplicando esto a las matrices de transferencia de todos los elementos en la figura 11(b), obtenemos:

$$\begin{bmatrix} p_{4b} \\ v_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D_{34}}{\Delta_{34}} & \frac{B_{34}}{\Delta_{34}} \\ \frac{C_{34}}{\Delta_{34}} & \frac{A_{34}}{\Delta_{34}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{D}{\Delta} & \frac{B}{\Delta} \\ \frac{C}{\Delta} & \frac{A}{\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{D_{12}}{\Delta_{12}} & \frac{B_{12}}{\Delta_{12}} \\ \frac{C_{12}}{\Delta_{12}} & \frac{A_{12}}{\Delta_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{1b} \\ p_{1b}/Z_b \end{bmatrix}. \quad (52)$$

La manipulación algebraica (omitida aquí) nos conduce a las expresiones finales de los parámetros de los cuatro polos para nuestro elemento de prueba, de la cual obtenemos:

$$A = \frac{\Delta_{34} (H_{32a} H_{34b} - H_{23b} H_{34a}) + D_{34} (H_{32b} - H_{32a})}{\Delta_{34} (H_{34b} - H_{34a})}, \quad (53)$$

$$B = \frac{B_{34} (H_{32a} - H_{32b})}{\Delta_{34} (H_{34b} - H_{34a})}, \quad (54)$$

$$C = \frac{(H_{31a} - A_{12} H_{32a}) (\Delta_{34} H_{34b} - D_{34}) - (H_{31b} - A_{12} H_{32b}) (\Delta_{34} H_{34a} - D_{34})}{B_{12} \Delta_{34} (H_{34b} - H_{34a})}, \quad (55)$$

$$D = \frac{B_{34} \{ (H_{31a} - H_{31b}) + A_{12} (H_{32b} - H_{32a}) \}}{B_{12} \Delta_{34} (H_{34b} - H_{34a})}, \quad (56)$$

donde $H_{ij} = \frac{P_j}{P_i}$, son datos obtenidos durante las medidas experimentales.

De acuerdo al tipo de mediciones que se efectúen, tenemos dos casos [9]:

➤ Mediciones sin flujo.

Asumiendo que el flujo es despreciable (para $M \approx 0$), los cuatro polos de los elementos 1-2 y 3-4 pueden ser expresados como:

$$\begin{bmatrix} A_{12} & B_{12} \\ C_{12} & D_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kl_{12}) & j\rho c \sin(kl_{12}) \\ j \sin(kl_{12})/\rho c & \cos(kl_{12}) \end{bmatrix}, \quad \Delta_{12} = 1 \quad (57)$$

y

$$\begin{bmatrix} A_{34} & B_{34} \\ C_{34} & D_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kl_{34}) & j\rho c \sin(kl_{34}) \\ j \sin(kl_{34})/\rho c & \cos(kl_{34}) \end{bmatrix}, \quad \Delta_{34} = 1 \quad (58)$$

respectivamente. En las ecuaciones (57-58) l_{12} y l_{34} son la separación entre los micrófonos para los elementos 1-2 y 3-4, respectivamente.

➤ Mediciones con flujo.

Cuando existe flujo al interior del elemento de prueba, las ecuaciones finales que describen el comportamiento de los cuatro polos para los elementos 1-2 y 3-4, son expresados como:

$$\begin{bmatrix} A_{12} & B_{12} \\ C_{12} & D_{12} \end{bmatrix} = e^{-M\beta_{12}} \begin{bmatrix} \cosh(\beta_{12}) & Y \sinh(\beta_{12}) \\ \sinh(\beta_{12})/Y & \cosh(\beta_{12}) \end{bmatrix}, \quad \Delta_{12} = e^{-2M\beta_{12}} \quad (59)$$

$$\begin{bmatrix} A_{34} & B_{34} \\ C_{34} & D_{34} \end{bmatrix} = e^{-M\beta_{34}} \begin{bmatrix} \cosh(\beta_{34}) & Y \sinh(\beta_{34}) \\ \sinh(\beta_{34})/Y & \cosh(\beta_{34}) \end{bmatrix}, \quad \Delta_{34} = e^{-2M\beta_{34}} \quad (60)$$

$$\beta_{12} = (jk_c + \alpha_c)l_{12}, \quad \beta_{34} = (jk_c + \alpha_c)l_{34}, \quad k_c = \frac{k}{1-M^2},$$

$$\alpha_c = \frac{\alpha}{1-M^2}, \quad k = k_0 + \alpha, \quad \alpha = \alpha_0 + \frac{MF}{2D}, \quad Y = Y_0 \left\{ 1 + \left(\frac{\alpha}{k_0} (j-1) \right) \right\}$$

donde α_0 es el coeficiente de atenuación de la presión viscotermal, M es el numero de Mach, F es el factor de fricción de Froude y D es el diámetro del conducto de entrada al elemento de prueba.

4.5.3. Método de las Dos Fuentes.

El Método de las Dos Fuentes, en su comportamiento teórico, sigue las mismas ecuaciones que el Método de las Dos Cargas. La diferencia radica, en que el método de las dos fuentes utiliza otro procedimiento para la adquisición de los datos (función de transferencia), que a continuación se explicará en detalle.

Cuando utilizamos el Método de las Dos Fuentes, se colocan dos fuentes como se ilustra en la figura 12.

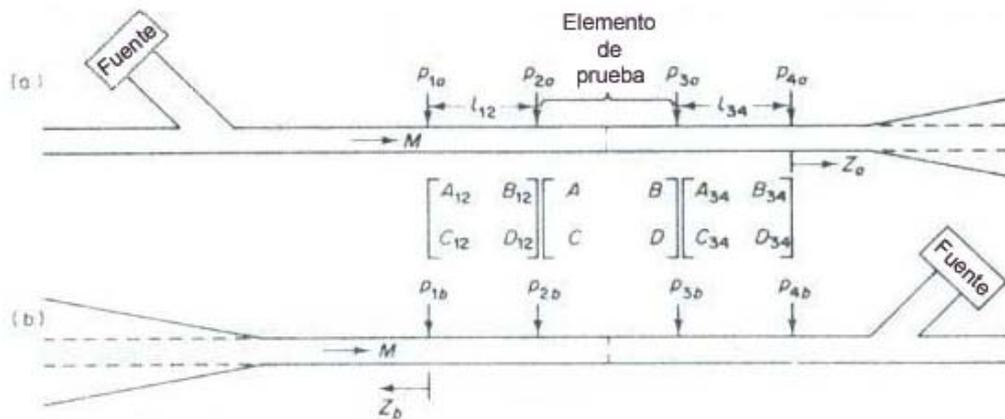


Figura 12: Arreglo experimental para el Método de las dos Fuentes [10].

Al igual que el método de las dos cargas, el objetivo principal del método de las dos fuentes es:

- Medir la presión acústica en 4 puntos fijos, tal como se muestra en la figura 12(a).

- Cambiando la fuente acústica al otro extremo de nuestra configuración, como se muestra en la figura 12(b), y midiendo la presión acústica en los mismos cuatro puntos anteriores.
- Y por ultimo, se calculan A, B, C y D (parámetros de los cuatro polos del elemento de prueba) por medio de un analizador FFT de dos canales [10].

Para encontrar los parámetros de los cuatro polos de nuestro elemento de prueba, se usa el Método de la Matriz de Transferencia. Las ecuaciones que se obtienen son las mismas que las ecuaciones del Método de las Dos Cargas, con y sin flujo al interior de nuestro arreglo experimental.

4.6. Fundamentos teóricos para la determinación de la Impedancia de Entrada de un Silenciador.

La propagación de onda plana, a lo largo de un conducto de sección de área transversal variando gradualmente, es gobernada por las siguientes ecuaciones lineales [11]:

- *Continuidad de la Masa:*

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u\rho}{S} \frac{dS}{dx} = 0, \quad (61)$$

- *Momentum:*

$$\rho_0 \frac{Du}{Dt} + \frac{dp}{dx} = 0, \quad (62)$$

- *Ecuación Isentrópica de Estado:*

$$p = c^2 \rho, \quad (63)$$

donde x es la coordenada longitudinal (o axial), p es la presión sonora, u es la velocidad de partícula, S es la sección variable de área transversal del conducto, ρ es la densidad instantánea del medio al interior del conducto, ρ_0 es la densidad del medio y c es la velocidad del sonido en el medio.

Si se considera el caso de un medio estacionario, a partir de las ecuaciones (61), (62) y (63) obtenemos la ecuación de onda:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{c^2}{S} \frac{dS}{dx} \frac{\partial p}{\partial x} = 0. \quad (64)$$

Notemos claramente que la ec. (64) puede ser transformada para una propagación de onda simple armónica y matemáticamente queda como:

$$\frac{d^2 p}{dx^2} + \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \frac{dp}{dx} + k^2 p = 0, \quad (65)$$

donde k es el número de onda en campo libre. La ec. (65) es usualmente conocida como “Ecuación de Webster” o “Ecuación de Bocina”.

En algunos casos la ec. (65) tiene soluciones exactas, pero en general la ec. (65) puede ser resuelta numéricamente para funciones arbitrarias $S(x)$. Para encontrar una solución, se requiere previamente el conocimiento de las condiciones de contorno. Existen otros caminos para calcular la impedancia acústica de entrada en un silenciador. Para ello, se emplea la definición de la impedancia acústica específica normalizada, que se expresa como:

$$Z = \frac{P}{\rho_0 c u}, \quad (66)$$

y utilizamos la ecuación de momentum linealizada para velocidad de flujo cero,

$$u = \frac{-1}{j\omega\rho_0} \frac{dp}{dx}. \quad (67)$$

Ahora, sustituyendo las ecuaciones (66) y (67) en la ec. (65) se puede demostrar que [11]:

$$\frac{dZ}{dx} = jk(Z^2 - 1) + F(x)Z, \quad (68)$$

donde la función $F(x)$ puede ser expresada en términos de una sección variable, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$F(x) = \frac{1}{S} \frac{dS}{dx}. \quad (69)$$

Es decir, se puede transformar el problema original, de solucionar una ecuación diferencial lineal de segundo orden para la presión sonora, en solucionar una nueva ecuación diferencial no lineal de primer orden para la impedancia acústica.

Una restricción del método es que la propagación multi-modal es excluida. Esto es válido para valores suficientemente pequeños de λ/D , donde D es alguna dimensión transversal. Para conductos con simetría axial, de radio r , el primer modo asimétrico comienza a propagarse aproximadamente en $kr = 1.84$. Este valor corresponde al primer cero de la derivada de la función de Bessel de primera clase de orden 1 [1]. Por lo tanto, si D es la máxima dimensión transversal del sistema acústico, la aproximación podría ser válida sólo para $\lambda > 1.7D$.

4.7. Teoría de Señales.

El procesamiento digital de señales (DPS) es de gran interés debido a su versatilidad y a la capacidad de manejar simultáneamente señales de muy diversos orígenes. Las señales son la representación de las entradas y salidas que los sistemas procesan o generan. Además, las señales y los sistemas en tiempo discreto se pueden representar tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia, y cada una de estas representaciones tiene un papel muy importante en este trabajo.

4.7.1. Funciones en el Dominio de la Frecuencia.

La forma más común y útil de presentar señales acústicas individuales es mediante alguna forma de descomposición en el dominio de la frecuencia.

Descripción Espectral de Señales Periódicas.

Dada una señal periódica, $x(t)$, $0 \leq t \leq T$, donde $T=iT_p$, $i=1,2,3,\dots$, la descomposición en frecuencias de la señal está dada por el *espectro lineal* $|P_x(f)|$, el cual está definido para frecuencias no negativas (espectro de un lado), por:

$$|P_x(f)| = \begin{cases} \frac{2}{T}|X(f,T)|, & f > 0, \\ \frac{1}{T}|X(f,T)|, & f = 0, \\ 0, & f < 0, \end{cases} \quad (70)$$

donde $|X(f,T)|$ es la Magnitud de la Transformada Finita de Fourier de $x(t)$, $0 \leq t \leq T$, definida por:

$$X(f,T) = \int_0^T x(t)e^{-j2\pi ft} dt = \int_0^T x(t) \cos(2\pi ft) dt - j \int_0^T x(t) \sen(2\pi ft) dt, \\ -\infty \leq f \leq \infty. \quad (71)$$

4.7.2. Descripción Espectral de Señales Aleatorias Estacionarias.

Dada una señal acústica estacionaria y aleatoria $x(t)$, $0 \leq t \leq T$, la descomposición de la señal en la frecuencia es dada por la *función densidad espectral de energía* $G_{xx}(f)$ (también llamada auto-espectro), la cual está definida para frecuencias no negativas (espectro de un lado) por:

$$G_{xx}(f) = \begin{cases} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E|X(f, T)|^2, & f > 0, \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E|X(f, T)|^2, & f = 0, \\ 0, & f < 0, \end{cases} \quad (72)$$

donde $X(f, T)$ es la transformada de Fourier finita definida en la ec. (71) y $E[\cdot]$ denota la esperanza matemática, que es el promedio de un conjunto infinito de cálculos de transformadas cuadráticas de Fourier, a partir de bloques de datos estadísticamente independientes.

Puede demostrarse que el auto-espectro es igual a la transformada de Fourier de la función de auto-correlación, esto es:

$$G_{xx}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau, \quad f \geq 0, \quad (73)$$

donde el factor 2 aparece debido a que $G_{xx}(f)$ es un espectro de un lado y la segunda igualdad ocurre debido a que $R_{xx}(\tau)$ es una función par.

La interpretación del auto-espectro se facilita gracias a dos importantes propiedades. Primero, la integral del auto-espectro (el área bajo la función), entre cualquier par de frecuencias f_1 y f_2 , define el valor cuadrático medio (el cuadrado del valor rms), de la señal entre f_1 y f_2 , esto es:

$$\int_{f_1}^{f_2} G_{xx}(f) df = \psi_x^2 [f_1 \leq f \leq f_2]. \quad (74)$$

Se deduce también que:

$$\int_0^{\infty} G_{xx}(f) df = \psi_x^2 = R_{xx}(0). \quad (75)$$

Segundo, dadas 2 o más señales estadísticamente independientes, con auto-espectros $G_{ii}(f)$, $i=1,2,\dots,M$, el auto-espectro de la suma de las señales es la suma de sus auto-espectros individuales, esto es,

$$G_{xx}(f) = \sum_{i=1}^M G_{ii}(f). \quad (76)$$

4.7.3. Funciones Conjuntas.

Para aplicaciones más avanzadas que involucran señales acústicas aleatorias, se requieren funciones conjuntas de dos o más señales. Existen algunas aplicaciones donde es conveniente presentar la información en el dominio de la frecuencia usando funciones de correlación-cruzada u otras funciones relacionadas. Sin embargo, generalmente es más común trabajar directamente en el dominio de la frecuencia utilizando funciones como la densidad espectral-cruzada (espectro-cruzado) u otras funciones relacionadas.

Funciones en el Dominio del Tiempo.

Existen tres descripciones relacionadas de señales aleatorias estacionarias en el dominio del tiempo que son de interés común y que se definen a continuación.

Funciones de Correlación-Cruzada: Dadas dos señales estacionarias aleatorias $x(t)$ e $y(t)$, $0 \leq t \leq T$, cualquier relación lineal entre estas dos señales será extraída por la *función de correlación-cruzada* $R_{xy}(\tau)$, definida como:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T - \tau} \int_0^{T-\tau} x(t)y(t + \tau)dt. \quad (77)$$

Funciones de Coeficiente de Correlación: Para algunas aplicaciones es más conveniente estimar una función de correlación-cruzada normalizada, llamada *función de coeficientes de correlación* $\rho_{xy}(\tau)$, dada por:

$$\rho_{xy} = \frac{R_{xy}(\tau)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (78)$$

donde $x(t)$ y/o $y(t)$ poseen un valor medio nulo, y σ_x y σ_y son las desviaciones estándar de $x(t)$ e $y(t)$, respectivamente. La cantidad $\rho_{xy}^2(\tau)$ adopta valores entre cero y uno y define la fracción de la varianza (el cuadrado de la desviación estándar) de $y(t)$, que está linealmente relacionada con $x(t)$; esto es, $\rho_{xy}^2(\tau) = 0$ significa que no existe relación lineal y $\rho_{xy}^2(\tau) = 1$ representa que existe una relación lineal perfecta entre $x(t)$ e $y(t)$ en el tiempo de desplazamiento τ .

Funciones Respuesta al Impulso Unitario: La función respuesta al impulso unitario $h_{xy}(\tau)$ de un sistema físico está definida como la respuesta del sistema a una función de entrada delta, esto es, haciendo que $y(t)$ sea la respuesta del sistema a una entrada $x(t)$, $h_{xy}(\tau) = y(t)$ cuando $x(t) = \delta(t)$. La función respuesta al impulso unitario es la transformada inversa de Fourier de la función respuesta de frecuencia.

Funciones en el Dominio de la Frecuencia.

Existen tres descripciones relacionadas de señales aleatorias estacionarias en el dominio de la frecuencia, que son de interés común y que se definen a continuación.

Funciones de Densidad Espectral-Cruzada: Dadas dos señales $x(t)$ e $y(t)$, $0 \leq t \leq T$, cualquier relación lineal entre estas dos señales en varias frecuencias distintas será extraída por la *función de densidad espectral-cruzada* $G_{xy}(f)$ (también llamada el *espectro-cruzado*), la cual está definida, para frecuencias no negativas (un espectro de un lado), como:

$$G_{xy}(f) = \begin{cases} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E[X^*(f, T)Y(f, T)] & f > 0, \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[X^*(f, T)Y(f, T)] & f = 0, \\ 0, & f < 0, \end{cases}$$

(79)

donde $X^*(f, T)$ es el complejo conjugado de la transformada finita de Fourier de $x(t)$ e $Y(f, T)$ es la transformada finita de Fourier de $y(t)$, como se definió en la ec. (71). Además,

$$G_{xy}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad f \geq 0. \quad (80)$$

La función espectro-cruzado es generalmente un número complejo, que puede escribirse como:

$$G_{xy}(f) = C_{xy}(f) - jQ_{xy}(f), \quad (81)$$

donde la parte real indicada como $C_{xy}(f)$, es llamada *función densidad espectral-en coincidencia* o “*cospectrum*”, y la parte imaginaria indicada como $Q_{xy}(f)$ es llamada *función densidad espectral-en cuadratura* o “*quad-spectrum*”.

El espectro cruzado también puede representarse en términos de magnitud y fase por:

$$G_{xy}(f) = |G_{xy}(f)| e^{-j\theta_{xy}(f)}, \quad (82)$$

donde:

$$|G_{xy}(f)| = [C_{xy}^2(f) + Q_{xy}^2(f)]^{1/2}, \quad \theta_{xy}(f) = \tan^{-1} \left[\frac{Q_{xy}(f)}{C_{xy}(f)} \right]. \quad (83)$$

El espectro-cruzado puede interpretarse como una medida de la dependencia lineal entre dos señales como función de la frecuencia, aunque la función de coherencia, analizada a continuación, es más útil para esta medida.

Funciones de Coherencia: Es conveniente normalizar la magnitud de la función de densidad espectral-cruzada para obtener una cantidad llamada la *función de coherencia* $\gamma_{xy}^2(f)$, dada por:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)}, \quad (84)$$

donde $G_{xy}(f)$ es el espectro cruzado definido en la ec. (79) y $G_{xx}(f)$ y $G_{yy}(f)$ son los auto-espectros definidos en la ec. (72). La función de coherencia está limitada por $0 \leq \gamma_{xy}^2 \leq 1$ en todas las frecuencias y, esencialmente, identifica la porción fraccional de dependencia lineal (o correlación) entre dos señales $x(t)$ e $y(t)$ como función de la frecuencia. Específicamente, $\gamma_{xy}^2(f) = 0$ significa que no existe relación lineal y $\gamma_{xy}^2(f) = 1$ significa que existe una correspondencia lineal perfecta entre $x(t)$ e $y(t)$, en la frecuencia f . Para valores entre cero y la unidad, la coherencia puede interpretarse como la porción fraccional de $G_{yy}(f)$ que puede determinarse a partir del conocimiento de $G_{xx}(f)$.

Funciones Respuesta de Frecuencia: Para dos señales $x(t)$ e $y(t)$ representando la entrada y respuesta, respectivamente, de un sistema físico, la meta final de la función de *densidad espectral-cruzada* es a menudo la determinación de la función respuesta de frecuencia $H_{xy}(f)$ del sistema, la cual está dada por:

$$H_{xy}(f) = \frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)}, \quad (85)$$

donde $G_{xy}(f)$ es el espectro-cruzado, definido en la ec. (79) y $G_{xx}(f)$ es el auto-espectro, definido en la ec. (72). Notando que $G_{xy}(f) = C_{xy}(f) - jQ_{xy}(f)$ es

una cantidad compleja, la función respuesta de frecuencia puede ser escrita en términos de una magnitud y fase, como:

$$H_{xy}(f) = |H_{xy}(f)| e^{-j\phi_{xy}(f)}, \quad (86)$$

donde

$$|H_{xy}(f)| = \frac{[C_{xy}^2(f) + Q_{xy}^2(f)]^{1/2}}{G_{xx}(f)}, \quad \phi_{xy}(f) = \tan^{-1} \left[\frac{Q_{xy}(f)}{C_{xy}(f)} \right]. \quad (87)$$

La función respuesta de frecuencia de un sistema físico es la transformada de Fourier de la respuesta al impulso unitario del sistema, esto es:

$$H_{xy}(f) = \int_0^{\infty} h_{xy}(\tau) e^{-2j\pi f\tau} d\tau. \quad (88)$$

Las funciones respuesta de frecuencia son llamadas, a menudo, *funciones de transferencia*, aunque la función de transferencia es una descripción más detallada de un sistema físico dada por la transformada de Laplace de la función respuesta al impulso unitario [14].

4.7.4. Errores de Estimación.

Las definiciones de varias de las funciones descriptivas de señales aleatorias involucran operaciones de límite que no pueden efectuarse en la práctica. Se sigue que el cálculo de cada una de estas funciones entregará sólo una estimación de la función, la cual incluirá un error (aleatorio) de muestreo estadístico y, en algunos casos, un error de bias también. Es conveniente cuantificar estos errores de estimación en términos normalizados, esto es:

$$\text{Error Randómico} = \varepsilon_r(\hat{\phi}) = \frac{\sigma_{\hat{\phi}}}{\phi}, \quad (89)$$

$$\text{Error de Bias} = \varepsilon_b = \frac{b_{\hat{\phi}}}{\phi}, \quad (90)$$

donde ϕ es la función de interés, $\hat{\phi}$ es una estimación de la función ϕ , $\sigma_{\hat{\phi}}$ es la desviación estándar de la estimación $\hat{\phi}$, y $b_{\hat{\phi}}$ es el bias de la estimación $\hat{\phi}$.

4.7.5. Relación señal/ruido.

Se establece que el nivel de ruido necesario generado por la fuente, para realizar las mediciones esté, al menos, 10 dB sobre el ruido de fondo. De esta forma, se compara el nivel de ruido de fondo y ruido eléctrico del sistema con el nivel que existirá al aplicar la excitación acústica.

4.7.6. Recomendaciones técnicas para las mediciones.

4.7.6.1. Selección del número de promediaciones.

Para cancelar los errores debido al ruido (aleatorio), se debe promediar los espectros medidos. El número de promediaciones dependerá de la magnitud del error que se acepte. La norma *ISO/FDIS 10534-2:1998(E)* recomienda que el número de promediaciones n , requeridas para alcanzar un cierto error estándar σ para las mediciones en una posición de micrófono en particular, sea:

$$n = \left(\frac{1}{2\sigma} \right)^2. \quad (91)$$

Para nuestro sistema se utilizó $n=1000$, con lo que se obtiene un error estándar menor al 2 % ($\sigma = 1.58\%$).

Alternativamente, se puede promediar en base a la exactitud con que se desee estimar la función de transferencia. Para alcanzar un cierto error estándar normalizado (o error aleatorio normalizado), de la magnitud de la función de

transferencia medida, la norma *ISO/FDIS 10534-2:1998(E)* recomienda un número de promediaciones cercano a:

$$n = \frac{1}{2\varepsilon^2} \left[\frac{1}{\gamma^2} - 1 \right], \quad (92)$$

donde n es el número de promediaciones, ε es el error estándar normalizado y γ^2 es la función de coherencia.

Naturalmente, en este caso el número de promediaciones dependerá de la frecuencia, ya que la coherencia depende de ésta. Por ejemplo, para una frecuencia en particular, si queremos que $\varepsilon < 1\%$, y la coherencia es tal que $0.85 < \gamma^2 < 0.9$, entonces el número de promediaciones debe cumplir $555 < n < 882$, según el valor de coherencia. Por lo tanto con $n=1000$ se asegura un error estándar normalizado menor al 1 % en la determinación de la magnitud de H , considerando que, en muchos casos, la coherencia era muy cercana a 1 en un rango amplio de frecuencias.

4.7.6.2. Ventanas.

Es la ventana en el dominio del tiempo a utilizar. Las opciones disponibles son: Uniforme, Hanning, Hamming, Blackman-Harris, Exact Blackman, Blackman, Flat Top, Four Term Blackman-Harris, Seven Term Blackman-Harris y Low Sidelobe. Se escogió la ventana Hanning, debido a que es recomendable cuando se usan señales de ruido [14].

4.7.6.3. Parámetros de promediación.

Modo de promediación: Controla la forma algorítmica en que se obtiene H_{12} . Existen dos opciones: Promediación tipo Vector y tipo RMS. Se escogió de tipo RMS para ser compatible con la norma *ISO/FDIS 10534-2:1998(E)*.

Modo de ponderación: Corresponde a la forma en que se evalúan las restantes promediaciones respecto al resto de valores acumulados de H_{12} . Existen dos opciones: Ponderación Lineal y ponderación Exponencial. Se escogió el tipo Exponencial debido a que durante mediciones de prueba se comprobó que se convergía más rápidamente a un valor de H_{12} , cuando se utilizaba este tipo de ponderación.

Número de promediaciones: Esta opción permite controlar el número total de promediaciones n que se desee efectuar. Un número adecuado de promediaciones permitirá disminuir el error debido al ruido aleatorio y obtener un cierto error estándar controlado. El número de promediaciones escogido por defecto fue $n=1000$.

Número de muestras/canal: Es el número de muestras N por canal. En las mediciones se estableció $N=2048$ muestras/canal, o $N=4096$ muestras/canal, dependiendo del tiempo disponible para realizar las mediciones (el sistema demora mucho más tiempo en realizar las promediaciones a medida que se incrementa el número de muestras por canal).

Razón de muestreo: Es el número de registros por segundo o frecuencia de muestreo f_s , a la cual se desea se haga la adquisición de los datos. Este parámetro fija la mayor frecuencia a considerar por Nyquist. En este caso, a $f_s=8000$ reg/s la mayor frecuencia a considerar sería $\frac{f_s}{2} = 4000$ Hz.

Al mismo tiempo, la razón de muestreo y el número de muestras determinan la resolución en el dominio de las frecuencias. Para nuestro sistema, $\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{8000}{4096}$, por lo que, la resolución del sistema sería cercana a un punto cada 2 Hz. Cuando se utilizó $N = 2048$, la resolución fue cercana a un punto cada 4 Hz.

5. METODOLOGIA.

5.1. Introducción.

Se dispuso de un montaje experimental, el que nos permitirá realizar las mediciones adecuadas para cumplir con los objetivos propuestos. El montaje experimental se muestra en la figura 13.

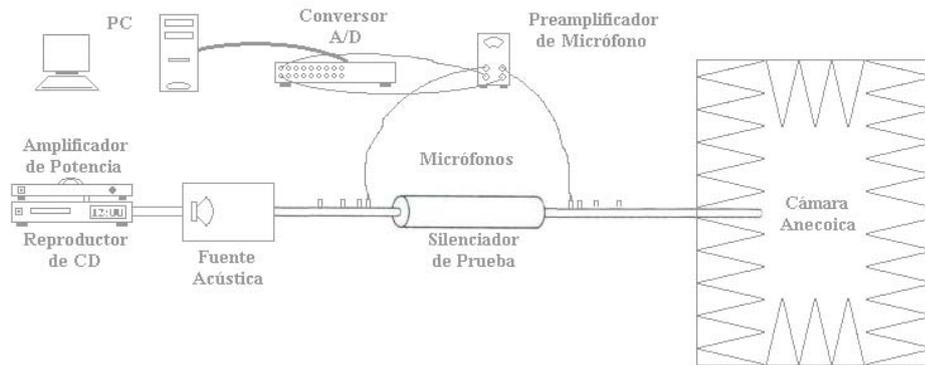


Figura 13: Montaje experimental

Para encontrar estos parámetros acústicos se aplicó el “método de la función de transferencia” *ISO/FDIS 10534-2:1998(E)* [12]. Este método consiste en la medición de presiones en dos puntos fijos a lo largo de un conducto recto o un tubo de impedancia. La instalación del sistema de medición, debe cumplir con ciertos requerimientos que están especificados en la norma.

La adquisición de los datos se realizó con las señales que provienen de los dos micrófonos instalados en nuestro montaje experimental. Para esto, se implementó un sistema de medición con una interfase analógica/digital, una tarjeta adquisidora digital (DSP o “DAQ”). Para la adquisición de estos datos se trabajó con el software LabVIEW 6i y para el posterior análisis de los datos se trabajó con MATLAB 6.0.

En LabVIEW se programó la adquisición de datos y donde el programa se comunica con la tarjeta adquisidora. Además, LabVIEW es capaz de calcular funciones instantáneas, como por ejemplo la función de transferencia, y exportar estos datos procesados y promediados a MATLAB.

MATLAB se utilizó principalmente para obtener los resultados de los parámetros acústicos estudiados y los gráficos de éstos en el dominio de la frecuencia. Por otro lado, se utilizó para obtener algunos resultados teóricos, con el objeto de compararlos con los resultados experimentales.

5.2. Materiales y Métodos.

5.2.1. Metodología utilizada.

La metodología que se utilizó se basa en la norma *ISO/FDIS 10534-2: 1998(E)* [12].

Esta consiste en generar, por medio de una fuente acústica, ondas planas en un conducto recto, rígido y de paredes lisas, y montar en un extremo algún elemento de prueba como por ejemplo un silenciador, etc., para el cual se determinan los parámetros acústicos deseados.

La presión sonora generada, es medida por los micrófonos en las dos posiciones cercanas al punto donde se encuentre el elemento de prueba, y es utilizada para calcular la función de transferencia compleja entre las señales.

Las cantidades quedan determinadas como funciones de la frecuencia, con una resolución determinada por la razón de muestreo y el número de muestras que obtenga el sistema digital de medición. El rango de frecuencias válidas de trabajo dependerá del radio del conducto y de la separación que exista entre las posiciones de micrófono.

Las mediciones se pueden realizar empleando una de las dos técnicas:

1: Método de los dos micrófonos (utilizando dos micrófonos en posiciones fijas);

2: Método de un micrófono (utilizando un micrófono sucesivamente en dos posiciones).

Técnica 1: Requiere de un procedimiento de corrección para minimizar las diferencias de amplitud y fase entre los micrófonos; de todas formas combina velocidad, alta precisión y fácil implementación. La técnica 1 se recomienda para propósitos generales de medición y fue la utilizada en nuestro sistema.

Técnica 2: Posee requerimientos de generación y procesamiento de señal particulares y puede tomar más tiempo; de todas formas elimina las diferencias de fase entre micrófonos y permite la selección de posiciones óptimas de micrófono para cualquier frecuencia. La técnica 2 se recomienda para precisar resonadores sintonizados.

5.2.2. Rango de Frecuencia de trabajo.

El rango de frecuencia de trabajo esta dado por $f_{\min} < f < f_{\max}$, donde f_{\min} es la frecuencia de trabajo más baja del conducto, f es la frecuencia de operación y f_{\max} es la frecuencia de trabajo más alta del conducto. Por otro lado, f_{\min} esta limitada por la precisión del equipamiento para el procesamiento digital de señales, f_{\max} se elige de manera de evitar la propagación de onda no plana al interior del conducto. Esta condición esta dada por $d < 0.58\lambda_{\max}$ o bien $d \cdot f_{\max} < 0.58c_0$ [m/s], para conductos circulares con un diámetro interno d en metros y f_{\max} en Hz. El espacio de separación entre micrófonos s será elegido de tal modo que $s \cdot f_{\max} < 0.45c_0$. Si existe flujo medio bajo ($M < 0.2$), la frecuencia máxima a considerar disminuye en un factor $\sqrt{1 - M^2}$.

5.2.3. Micrófonos.

Se deben utilizar el mismo tipo de micrófonos en cada posición. Cuando se ocupan micrófonos montados a ras de la pared del conducto, como es nuestro caso, el diámetro de los micrófonos debe ser pequeño en comparación a c_0/f_{\max} . Además, se recomienda que el diámetro de los micrófonos sea menor al 20 % de la separación entre ellos.

En nuestro montaje experimental, se utilizaron micrófonos de condensador de ¼’’ Brüel & Kjør tipo 4939 y preamplificadores Brüel & Kjør tipo 2670. La respuesta en frecuencia de los micrófonos es prácticamente plana en un rango de frecuencia de 0 a 20 kHz y el tipo de incidencia es aleatoria.

5.2.4. Posición de los micrófonos.

Cuando se utilizan micrófonos ubicados en la pared del conducto, cada micrófono debe ser montado con el diafragma alineado a la pared interior del conducto. A menudo es necesario dejar un pequeño espacio como muestra la figura 14. El espacio debe mantenerse pequeño y ser idéntico para ambos micrófonos. La cápsula del micrófono debe ajustarse con firmeza al orificio de la pared y debe haber un sello entre el micrófono y el orificio de montaje.

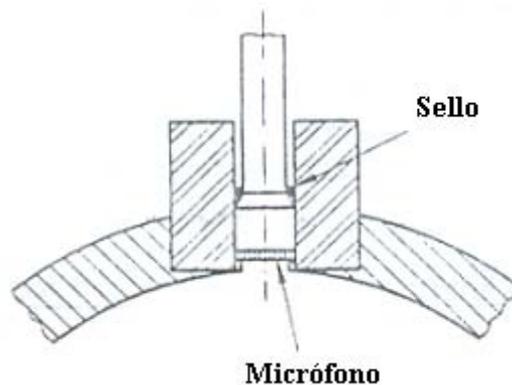


Figura 14: Montaje de los micrófonos [12].

5.2.5. Altavoz.

Se debe instalar un altavoz ubicado al lado opuesto de la muestra o elemento de prueba. La superficie de la membrana del altavoz debe cubrir al menos dos tercios del área de la sección del tubo de impedancia. El eje del altavoz puede estar alineado, inclinado, o conectado por un codo al conducto.

El altavoz debe estar contenido en una caja aislante para evitar transmisiones o fugas a través del aire hacia los micrófonos. Debe existir aislamiento elástico entre

el tubo de impedancia, los bordes del altavoz y de la caja del altavoz, para evitar vibración estructural del tubo [12].

En nuestro montaje experimental se utilizó un altavoz de radiación directa Nippon America de 12", 200 w y emisión hasta 4000 Hz.

La caja que se utilizó, se construyó de madera terciada, con paredes dobles de 30 mm. de espesor y con un volumen de $30 \times 30 \times 40 \text{ cm}^3$. Las conexiones con el tubo de impedancia se sellaron con silicona y se cubrieron con goma elástica para evitar la transmisión estructural de vibraciones.

5.2.6. Generador de señal.

El generador de señal debe entregar una señal estacionaria, con una densidad espectral plana en el rango de frecuencias de interés. Debe poder generar una o más de las siguientes señales: aleatoria, pseudo-aleatoria, periódica pseudo-aleatoria, o frecuencias discretas si es necesario [12].

Nuestro generador de señal se divide en dos componentes, tal como se muestra en la figura 15:

1. Reproductor de CD Harman Kardon, HD 7325.
2. Amplificador de señal Tascam PA 20 MK II, 25 W/canal.

Para nuestras mediciones se utilizó *ruido rosa* debido a su mayor contenido de bajas frecuencias.



Figura 15: Esquema del sistema para la generación de señal.

5.2.7. Temperatura y velocidad de flujo.

Las mediciones se realizaron por medio de un termoanemómetro de cable caliente (Velocicalc Plus, TSI). La norma *ISO/FDIS 10534-2: 1998(E)* especifica para las mediciones de temperatura una precisión de ± 0.5 [°K] o mejor. El termoanemómetro mide temperatura con una precisión de ± 0.3 [°K]. La medición de la velocidad de flujo se realiza con una precisión de ± 0.015 [m/s]. El instrumento posee un certificado de calibración avalado por la NIST (*National Institute of Standards and Technology*).

En cada medición se realizaron medidas de temperatura al interior del conducto. La temperatura se obtuvo antes y después de cada medición de las funciones de transferencia. Las cantidades se promediaron para obtener el valor de c_0 modificado. Para esto se utilizó la siguiente relación dada en la norma *ISO/FDIS 10534-2: 1998(E)*:

$$c_0 = 343.2 \cdot \sqrt{0.9317 + \frac{T}{293}} \quad [m/s], \quad (93)$$

donde T es dada en grados Celsius.

Para determinar el flujo medio se ingresó el sensor del termoanemómetro al interior del conducto por medio de orificios perforados en las paredes laterales, en la zona de pruebas y antes, a forma de efectuar comparaciones y verificar que el flujo fuera estable.

5.2.8. Correcciones por atenuación.

Debido a que el sonido se atenúa al propagarse en el aire, el número de onda real se puede escribir como un número de onda complejo [13]:

$$k = k_0 - j \frac{3 \cdot 10^{-5}}{r} \sqrt{f}, \quad (94)$$

donde k_0 es el número de onda sin atenuación, f es la frecuencia y r es el radio variable del conducto. La ec. (94) expresa que, para un conducto recto, las ondas se atenúan exponencialmente con la distancia.

5.2.9. Equipamiento para el procesamiento de señales.

El equipo de procesamiento de señal debe consistir de un amplificador y un sistema de análisis de Transformada Rápida de Fourier (FFT). El sistema debe medir la presión sonora en las dos posiciones de micrófono y calcular la función de transferencia H_{12} entre ellas. El rango dinámico del analizador debe ser mayor a 65 dB. Los errores en la determinación de la función de transferencia H_{12} debido a no linealidades, resolución, inestabilidad y sensibilidad a la temperatura deben ser menores a 0.2 dB [12].

Para pasar la información del medio analógico al medio digital utilizamos una interfase (tipo BNC-2090, 22 conexiones tipo BNC montadas en un rack, conector 68 pines de salida, National Instruments) con dos de sus canales conectados a las señales amplificadas provenientes de los micrófonos. La salida de la interfase se conectó por medio de un cable SH68-68-EP (cable blindado con conectores de 68 pines, crosstalk reducido) a una tarjeta adquisidora de datos (DAQ Multifunction I/O 200 KS/s, 16 canales, 16 bits, modelo 6052E de National Instruments).

Se asumió que la sumatoria de errores en cuanto a no linealidades, resolución, inestabilidad y sensibilidad a la temperatura del conjunto de elementos que formaron el sistema fue pequeña, cumpliendo lo requerido por la norma [12].

5.2.10. Determinación de la Función de Transferencia.

Se define la función de transferencia como la relación compleja entre dos presiones medidas en dos puntos diferentes.

En la norma *ISO/FDIS 10534-2:1998(E)*, la función de transferencia se define como:

$$H_{12} = \frac{S_{12}}{S_{11}} = |H_{12}|e^{j\phi} = H_r + jH_i, \quad (95)$$

$$H_{12} = \frac{S_{22}}{S_{21}} = |H_{12}|e^{j\phi} = H_r + jH_i, \quad (96)$$

$$H_{12} = \left[\frac{S_{12}}{S_{11}} \cdot \frac{S_{22}}{S_{21}} \right]^{1/2} = H_r + jH_i, \quad (97)$$

La ec. (95), que es la usada normalmente según la norma *ISO/FDIS 10534-2:1998(E)*, es la que se utilizó en esta investigación.

La ec. (96) se recomienda en el caso de que exista ruido en la entrada del sistema.

La ec. (97) se recomienda en el caso de que exista ruido en la salida del sistema.

Además, a la función de transferencia se le aplicó una corrección de amplitud y fase entre canales.

Se considera canal al conjunto formado por el micrófono más el preamplificador y el canal de la interfase. Cualquier diferencia entre canales, ya sea de amplitud o fase, provocará una estimación incorrecta de la función de transferencia H_{12} . Es por esto que se debe aplicar una corrección a cada función de transferencia medida. Esto se logra efectuando dos mediciones, como muestran las figuras 16 y 17.

Primero se obtiene una función H'_{12} en la configuración normal (figura 16), para luego intercambiar los micrófonos y medir una función H''_{12} en la configuración mostrada en la figura 17.

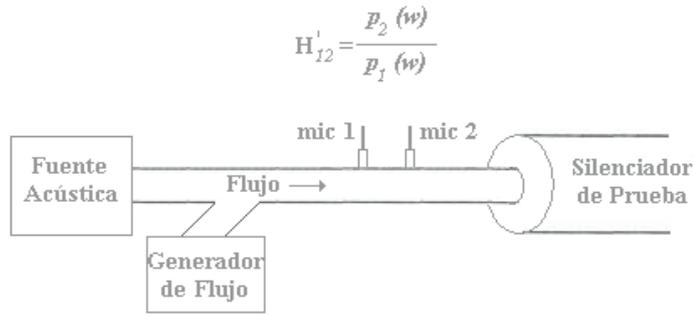


Figura 16: Configuración normal.

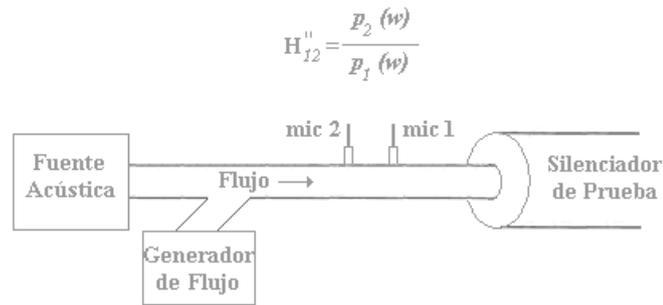


Figura 17: Configuración intercambiada.

Una vez medidas ambas funciones, es posible obtener una función corregida, dada por:

$$H_{12} = \sqrt{\frac{H'_{12}}{H''_{12}}} . \quad (98)$$

Análogamente, se puede utilizar un factor de calibración dado por:

$$H_c = \sqrt{H'_{12} \cdot H''_{12}} , \quad (99)$$

para corregir la función H'_{12} medida en la configuración normal y obtener la nueva función corregida de la siguiente forma:

$$H_{12} = \frac{H'_{12}}{H_c} . \quad (100)$$

La función H_{12} , que se obtiene a partir de las ecuaciones (98) y (100) es la misma.

5.3. Software utilizado.

5.3.1. Software de adquisición.

La principal herramienta de adquisición y manejo de datos en el dominio digital fue el programa Labview 6i. Éste se comunica con la tarjeta adquisidora de datos y controla diversos parámetros de adquisición. Además, el programa permite aplicar múltiples funciones a la señal adquirida, crear nuevos programas o “instrumentos virtuales” y guardar los datos en distintos formatos que pueden ser compatibles con Matlab. Su configuración consta de un *panel de control*, donde se comandan las funciones a aplicar y se ingresan todo tipo de parámetros de adquisición y manejo de datos (frecuencias de muestreo, gráficos, ventanas, número de promediaciones, comandos para detener adquisición o exportar datos a Matlab, etc.) y de un *diagrama*, donde se crea el programa propiamente tal, se conectan, relacionan y distribuyen los flujos de información a diversos módulos que representan las funciones y controles reflejadas en el *panel de control* [14].

5.3.2. Software de evaluación.

Para el análisis de los datos adquiridos, se trabajó con MATLAB 6. En este software se crearon una serie de programas que nos permiten procesar los datos adquiridos con el objetivo de obtener los resultados experimentales de los parámetros acústicos evaluados y compararlos con lo señalado en la teoría, simulando un sistema con similares características físicas y condiciones de contorno aplicadas. Los resultados fueron principalmente curvas experimentales graficadas en el dominio de la frecuencia. Los programas se detallan en el Anexo.

5.4. Mediciones experimentales.

Se construyó en acero de 6 mm. de espesor un conducto recto, dos cámaras de expansión simple y una cámara de expansión esférica, con las geometrías indicadas en la figura 18.

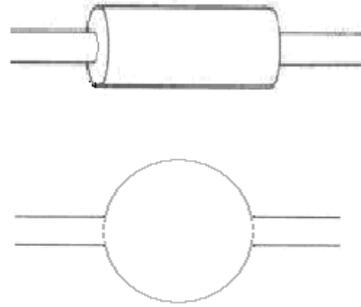


Figura 18: Geometrías de las cámaras de expansión.

6. RESULTADOS.

6.1. Impedancia Acústica de Entrada.

Para obtener la impedancia de entrada, esta se midió con el montaje experimental mostrado en la figura 13, utilizando una separación de micrófonos $s=3, 6$ y 12 cm. Paralelamente, se integró la ec. (68) con el método clásico de Runge-Kutta de cuarto orden, mediante un programa implementado en MATLAB. Además, se evaluaron las matrices de transferencia para cada cámara y se calculó el valor de la impedancia de entrada mediante el método MMT [15].

Para medir la impedancia de entrada de un conducto recto se utilizó el montaje que se muestra en la figura 19. Una vez instalado el sistema, se procedió a medir las funciones de transferencias entre los micrófonos, para las distintas separaciones s . Por último, se consideró que el largo total del sistema de conductos es igual a 1.411 m. y su diámetro interno es de 3.81 cm.

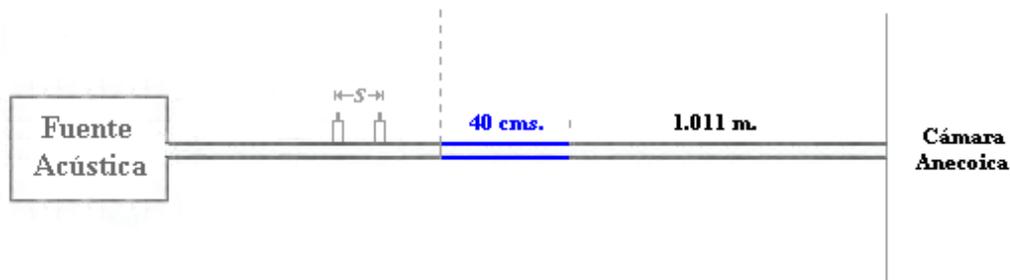


Figura 19: Montaje para la medición de la impedancia de entrada de un conducto recto en ausencia de flujo

La figura 20 muestra la impedancia de un conducto recto de 1.011 m. de longitud, con un diámetro interior de 38.1 mm. y en ausencia de flujo.

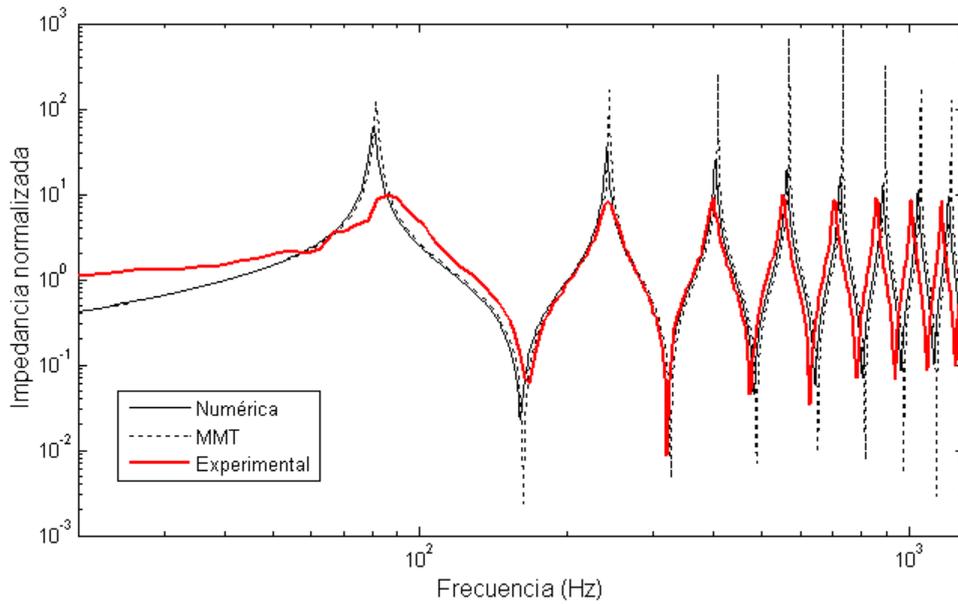


Figura 20: Impedancia normalizada para un conducto recto de 1.011 m. de longitud.

Para medir la impedancia de entrada de una cámara de expansión simple se utilizó el montaje que se muestra en la figura 21.

Una vez instalado el sistema, se procedió a medir las funciones de transferencias entre los micrófonos, para las distintas separaciones s . El diámetro de los conductos de entrada y salida es de 3.81 cm., el diámetro interno del silenciador es 15.57 cm. y su longitud 19.5 cm.

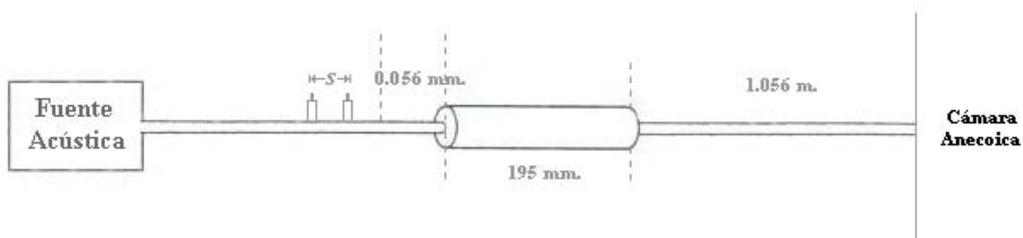


Figura 21: Montaje para la medición de la impedancia de entrada de un silenciador en ausencia de flujo.

La figura 22 muestra la impedancia de entrada de la cámara de expansión simple mostrada en la figura 20.

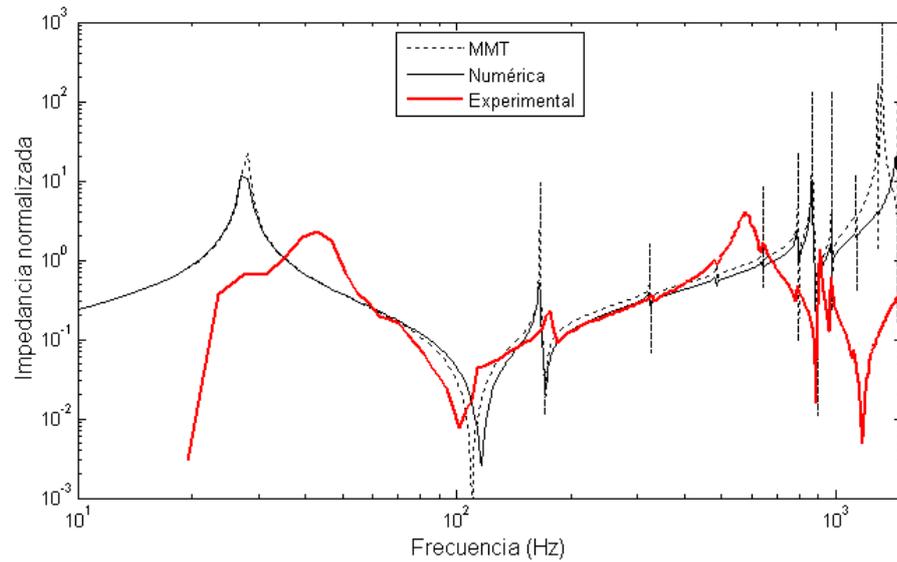


Figura 22: Impedancia normalizada para una cámara de expansión simple de 19.5 cm. de longitud.

Para medir la impedancia de entrada de una cámara de expansión simple se utilizó el mismo montaje que se muestra en la figura 21, pero cambiando la cámara de expansión simple de 19.5 cm. por una cámara de expansión simple de 50 cm.

Una vez instalado el sistema, se procedió a medir las funciones de transferencias entre los micrófonos, para las distintas separaciones s .

En este caso, el diámetro de los conductos de entrada y salida es de 3.81 cm., el diámetro interno del silenciador es 15.57 cm. y su longitud 50 cm.

La figura 23 muestra la impedancia de entrada de la cámara de expansión simple de 50 cm. de longitud.

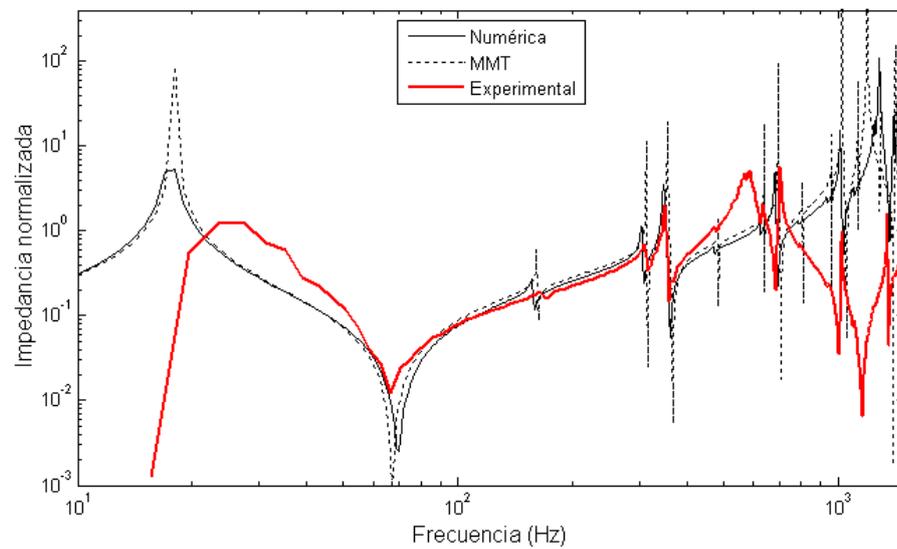


Figura 23: Impedancia normalizada para una cámara de expansión simple de 50 cm. de longitud.

Para medir la impedancia de entrada de una cámara esférica se utilizó el montaje que se muestra en la figura 24.

Una vez instalado el sistema, se procedió a medir las funciones de transferencias entre los micrófonos, para las distintas separaciones s . En este caso, el diámetro de los conductos de entrada y salida es de 3.81 cm. y el diámetro interno de la cámara esférica es 23.7 cm.

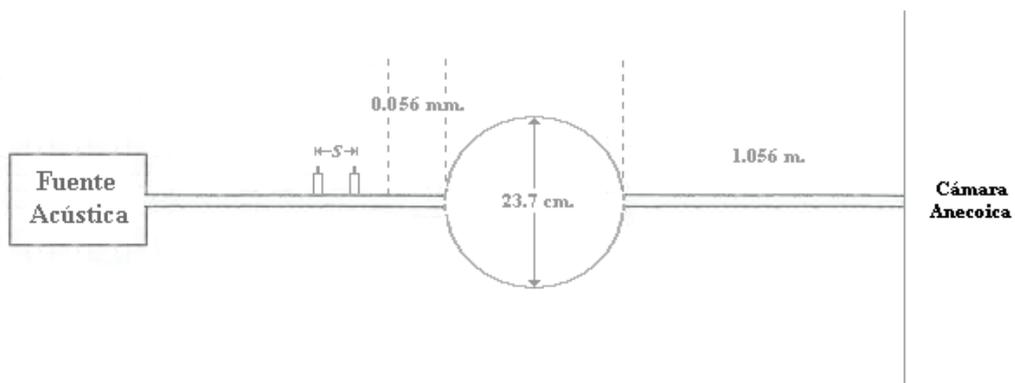


Figura 24: Montaje para la medición de la impedancia de entrada de una cámara esférica en ausencia de flujo.

La figura 25 muestra la impedancia de una cámara esférica de diámetro interno 23.7 cm.

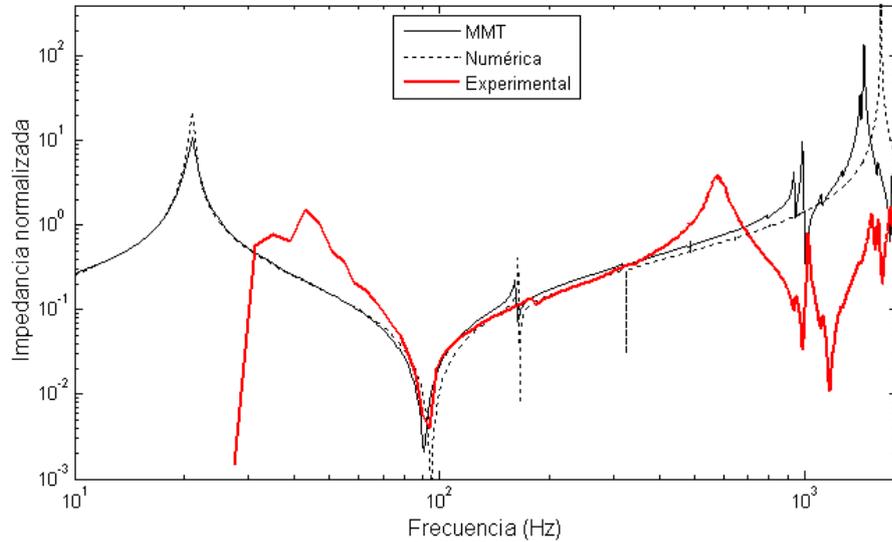


Figura 25: Impedancia normalizada para una cámara esférica con un diámetro interno de 23.7 cm.

6.2. Pérdida de Transmisión.

Para obtener la Pérdida de Transmisión, se midió con el montaje experimental mostrado en la figura 13, utilizando una separación de micrófonos $s=3, 6$ y 12 cm. Por otro lado, se creó un programa que nos permitió calcular la Pérdida de Transmisión de forma teórica. Dentro de todos los métodos experimentales utilizados, se llegó a la conclusión que el que más se aproximaba a los resultados obtenidos en forma teórica es el Método de las Dos Cargas. Ese montaje es el que se indicó previamente en la figura 11.

Este método nos permite encontrar las funciones de transferencia entre los cuatro micrófonos dispuestos en la figura 11, fijando un micrófono, en configuración normal, en la posición N° 3 y tomando las otras tres posiciones como variables. Con esto podemos calcular H_{31a} , H_{32a} , H_{34a} , H_{31b} , H_{32b} , H_{34b} y sus

correspondientes funciones de transferencias con los micrófonos intercambiados, con el fin de eliminar los errores de fase.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos utilizando el Método de las dos Cargas y en ausencia de flujo.

La figura 26 muestra la Pérdida de Transmisión de una cámara de expansión simple de 19.5 cm. de longitud y con un diámetro interior de 15.57 cm.

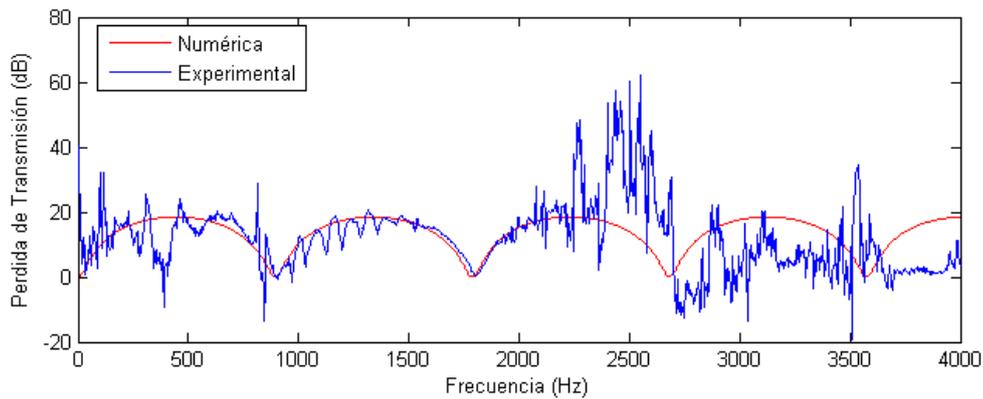


Figura 26: Pérdida de Transmisión una cámara de expansión simple de 19.5 cm. de longitud.

La figura 27 muestra la Pérdida de Transmisión de una cámara de expansión simple de 50 cm. de longitud y con un diámetro interior de 15.57 cm.

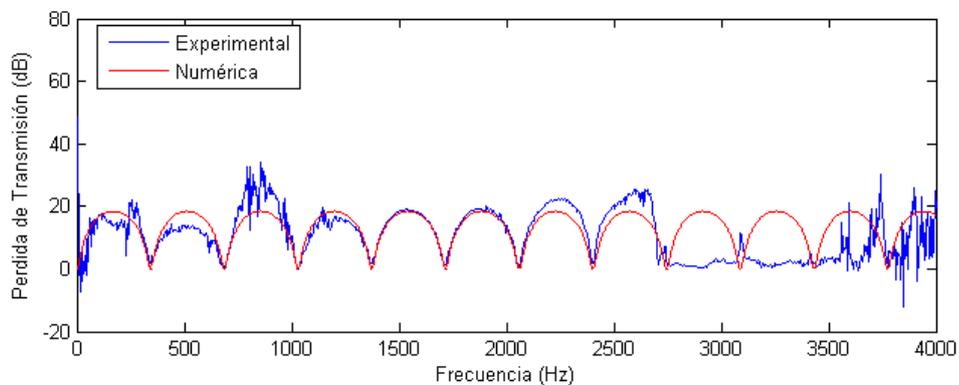


Figura 27: Pérdida de Transmisión una cámara de expansión simple de 50 cm. de longitud.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos utilizando el Método de los dos Cargas y con presencia de flujo al interior de nuestro montaje experimental. Este flujo interior fue medido con un termoanemómetro y su valor medio fue aproximadamente $7 [m/s]$.

La figura 28 muestra la Pérdida de Transmisión de una cámara de expansión simple de 19.5 cm. de longitud y con un diámetro interior de 15.57 cm.

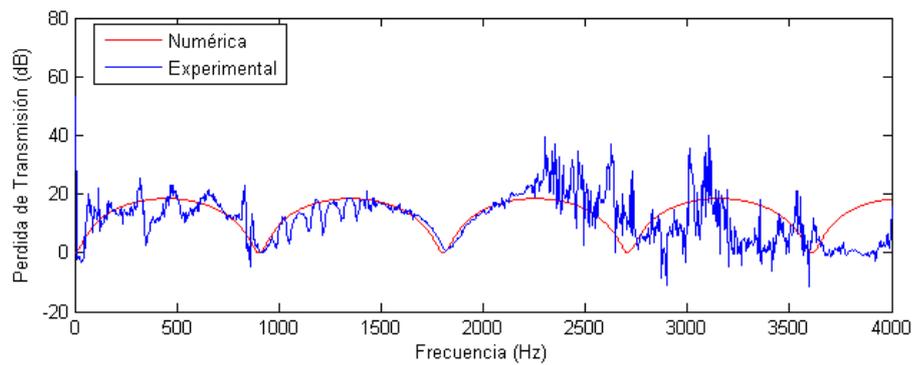


Figura 28: Pérdida de Transmisión una cámara de expansión simple de 19.5 cm. de longitud, con un flujo medio de $7 [m/s]$.

La figura 29 muestra la Pérdida de Transmisión de una cámara de expansión simple de 50 cm. de longitud y con un diámetro interior de 15.57 cm.

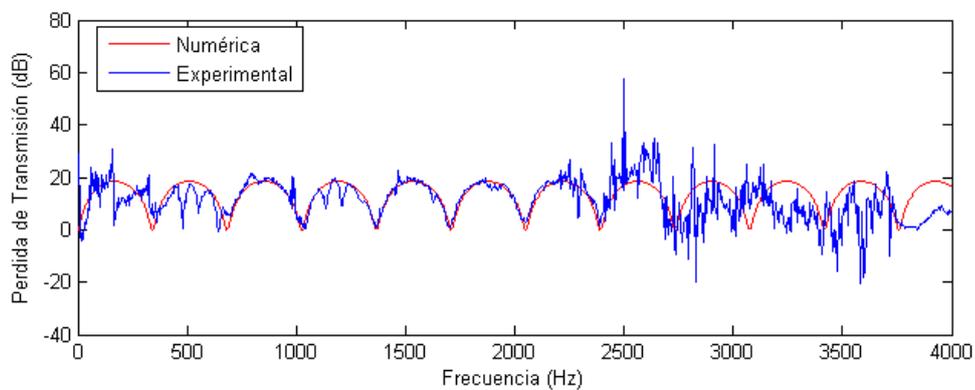


Figura 29: Pérdida de Transmisión una cámara de expansión simple de 50 cm. de longitud, con un flujo medio de $7 [m/s]$.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos utilizando el Método de los dos Cargas y con presencia de un flujo medio al interior de nuestro montaje experimental de $15 [m/s]$.

La figura 30 muestra la Pérdida de Transmisión de una cámara de expansión simple de 19.5 cm. de longitud y con un diámetro interior de 15.57 cm.

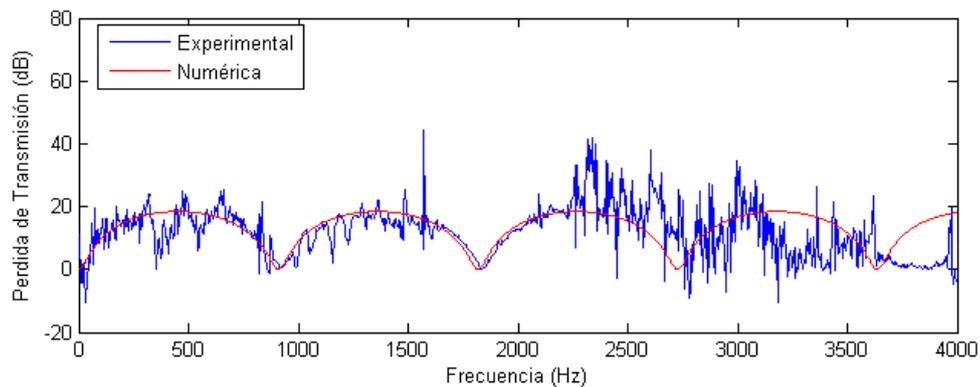


Figura 30: Pérdida de Transmisión una cámara de expansión simple de 19.5 cm. de longitud, con un flujo medio de $15 [m/s]$.

La figura 31 muestra la Pérdida de Transmisión de una cámara de expansión simple de 50 cm. de longitud y con un diámetro interior de 15.57 cm.

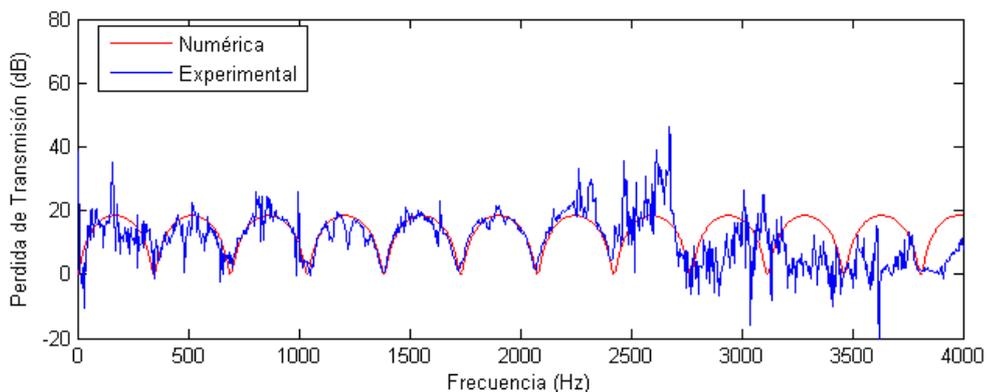


Figura 31: Pérdida de Transmisión una cámara de expansión simple de 50 cm. de longitud, con un flujo medio de $15 [m/s]$.

7. ANALISIS DE LOS RESULTADOS.

7.1. Análisis de los resultados de la Impedancia Acústica de Entrada.

En la figura 20 se muestra que la impedancia para un conducto recto de 1.011 m. de longitud y de diámetro interno igual a 38.1 mm., presenta valores máximos y mínimos espaciados regularmente. El primer máximo se ubica en los 80 Hz, mientras que el primer mínimo ocurre en los 162 Hz. Otra cosa importante que se puede apreciar, es que la distancia entre máximos y mínimos sucesivos es de 164 Hz. Además, se observa que el resultado experimental es bastante similar al resultado obtenido mediante la simulación numérica. Los resultados obtenidos por el método de la matriz de transferencia (MMT), sobreestiman los máximos y mínimos de la impedancia. Por otro lado, se observa que los resultados experimentales son un poco menores que los numéricos. Esto puede deberse a que, a pesar del gran espesor de las paredes del conducto, existe alguna vibración que puede agregar algún amortiguamiento estructural al experimento.

En la figura 22, se puede apreciar que el primer máximo ocurre a los 27 Hz y el primer mínimo ocurre en los 110 Hz. Los resultados experimentales concuerdan bastante bien con los resultados numéricos y con los resultados obtenidos con la matriz de transferencia, hasta los 500 Hz. Por encima de esta frecuencia, la curva experimental muestra un máximo en los 579 Hz y un mínimo pronunciado en los 1180 Hz, lo que indica la presencia de modos de orden superior, y donde las aproximaciones a onda plana no son válidas. El máximo en los 27 Hz no se logra experimentalmente, debido a que es muy difícil generar un alto nivel a tan baja frecuencia.

En la figura 23 se presentan similares resultados para una cámara de iguales dimensiones que en la figura 22, pero su largo ahora es de 50 cm. Se puede apreciar que el primer máximo ocurre en los 18 Hz y el primer mínimo ocurre en los 67 Hz. Nuevamente se observa una buena concordancia entre los resultados hasta los 500 Hz, aproximadamente.

En la figura 25, se muestra la impedancia de entrada en una cámara esférica. Se observa que el primer máximo se ubica en los 20 Hz y el primer mínimo ocurre en los 95 Hz. Los resultados experimentales concuerdan bastante bien con los obtenidos de forma numérica y con los del método de la matriz de transferencia hasta los 400 Hz. Notamos claramente, que en este tipo de cámaras, la influencia de los modos superiores ocurre a frecuencias mas bajas.

En todos los casos estudiados, se aprecia que los resultados usando el método de la matriz de transferencia estiman resultados más altos en las resonancias que los estimados mediante la integración numérica. Esto se explica porque las matrices de transferencia no incluyen la atenuación por el aire en el interior de los conductos.

7.2. Análisis de los resultados de la Pérdida de Transmisión.

En las figuras 26, 28 y 30 se muestran los resultados de la Pérdida de Transmisión de una cámara de expansión simple de 19.5 cm. de longitud y con un diámetro interno de 15.57 cm. y en las figuras 27, 29 y 31 se muestran los resultados de la Pérdida de Transmisión de una cámara de expansión simple de 50 cm. de longitud y con un diámetro interno de 15.57 cm. En las figuras mencionadas anteriormente, se puede apreciar que los resultados experimentales se aproximan bastante bien a los resultados obtenidos por simulación numérica.

En la cámara de expansión simple de 19.5 cm. notamos claramente que, por sobre los 2072 Hz, los resultados experimentales pierden el comportamiento lineal y se observa el efecto de los modos de orden superior en donde las aproximaciones de onda plana no son válidas. En cambio, para la cámara de expansión simple de 50 cm. ocurre el mismo efecto, pero por sobre los 2100 Hz.

Esto se debe a que el modelo teórico no considera la propagación de modos de orden superior al interior de las cámaras. Además, el altavoz que se utilizó, tiene un rango de emisión limitada, donde las frecuencias altas no fueron generadas con un nivel suficiente para ser medidas con precisión.

Otro efecto inmediato, que se puede apreciar en todos los gráficos antes mencionados, es el fenómeno que ocurre al introducir flujo al interior de las cámaras. Se puede apreciar que, a mayor velocidad de flujo, los resultados experimentales pierden la tendencia que tenían originalmente con los resultados obtenidos en la simulación numérica.

Esto puede corresponder al ruido propio del flujo en el sistema y no al ruido producido por el generador de flujo. Se observó también que, al aumentar la velocidad del flujo, los resultados experimentales presentan un peor comportamiento con respecto a los resultados numéricos. Además, se puede mencionar el efecto que producen las resonancias propias del sistema, que son producto de las ondas estacionarias que se forman en el silenciador.

8. CONCLUSIONES GENERALES.

Se puede concluir que el sistema de medición implementado, nos permite obtener un resultado bastante confiable de los parámetros acústicos evaluados, dentro del rango de frecuencias de interés. Esto se aprecia a partir de la aproximación a los resultados teóricos.

Impedancia de entrada: A partir de los resultados obtenidos, se puede indicar lo siguiente:

- El estudio muestra que la integración numérica de la ecuación de propagación en un conducto de sección variable entrega estimaciones comparables en precisión al método de la matriz de transferencia, por lo que representa una buena herramienta para caracterizar la impedancia de entrada de las cámaras de expansión, en particular cuando se necesita modelar cámaras de secciones de área variables.
- La introducción de un número de onda complejo en el modelo, permite estimar de mejor forma los máximos y mínimos de la impedancia.
- El modelo es útil sólo en la región de frecuencias bajas, donde el supuesto de onda plana es válido.
- El método podría usarse para obtener nuevas matrices de transferencia para geometrías más complejas.

Cámaras de expansión: De acuerdo a los resultados obtenidos, podemos apreciar lo siguiente:

- En cuanto a la selección del método para realizar las mediciones, podemos afirmar que el Método de las Dos Cargas es el más fácil de emplear y de uso más común. Esto se confirmó, debido a que los resultados experimentales, aplicando este método, nos entregaron los mejores resultados, comparados con los resultados obtenidos mediante la simulación numérica.

- Podemos mencionar que la Pérdida de Transmisión es un buen estimador para evaluar la atenuación que produce un silenciador. Además, el TL es independiente de la fuente y de la terminación, lo que nos reduce las limitaciones experimentales. Por otro lado, al utilizar la técnica de los dos micrófonos, los resultados de la función de transferencia son mucho más precisos, ya que podemos eliminar, por ejemplo, los problemas de fase entre los micrófonos y con esto, la comparación con los resultados teóricos es mucho más exacta.
- Finalmente, sería bueno continuar estudiando el efecto que produce la presencia de flujo al interior de los silenciadores, usando más datos de velocidad de flujo. Esta podría ser la clave para encontrar cámaras de expansión mucho más eficientes y más económicas.

9. AGRADECIMIENTOS.

En esta parte quisiera agradecer a todas las personas que, de una u otra forma, ayudaron a que este trabajo finalizara en forma satisfactoria.

A mis padres y hermanas, por su incondicional apoyo y su sacrificio en toda mi carrera profesional.

A Karin, por su infinita fuerza y amor, que me permitieron seguir en la buenas y en las malas con mi trabajo.

A mi profesor patrocinante, el Dr. Jorge Arenas B. por su constante sabiduría y su excelencia académica, que me orientó en todo momento.

Al profesor Víctor Poblete R. por su apoyo y estímulo a lo largo de este trabajo.

A don Víctor Cumián G. por su buena disposición, ayuda e ideas en todo momento.

A Carlos Jurado O. y Felipe Galdamez C., por su incondicional respaldo y paciencia en todas mis actividades experimentales.

A la Sra. Patricia Pelaez A., del Instituto de Matemáticas, por todo el apoyo entregado a lo largo de este trabajo.

Además, no puedo dejar de agradecer infinitamente a todos mis compañeros y amigos de Universidad, los cuales fueron muchas veces un pilar de apoyo en los malos momentos.

Finalmente, se agradece el apoyo de CONICYT por haber financiado este trabajo de tesis, a través del proyecto FONDECYT N° 1020196.

10. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

- [1] Munjal, M. L., "Acoustics of Ducts and Mufflers", *John Wiley & Sons*, New York (1987).
- [2] Crocker, M. J., "Handbook of Acoustics", *John Wiley & Sons*, New York (1998).
- [3] Prasad, M.G., "Characterization of Acoustical Sources in Duct Systems-Progress and Future Trends", *Proceedings of Noise Control*, Tarrytown, NY, pp. 213-220, (1991).
- [4] Galaitsis, A.G., & Ver, I.L., "Passive Silencers and Lined Ducts", *Noise and Vibration Control Engineering*, Wiley, New York, (10), (1992).
- [5] Levine, H. & Schwinger, J., "On the Radiation of Sound from Unflanged Circular Pipe", *Phys. Rev*, **73**, pp. 383-406, (1948).
- [6] Dalmont, J.P., Neverdeen, C.J. & Joly, N., "Radiation Impedance of tubes with different flanges: numerical and experimental investigations", *Journal Sound and Vibration*. 244, pp. 505-534, (2001).
- [7] Beranek, L.L. & Vér, I.L., *Noise and Vibration Control Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., 374 (1992).
- [8] Seybert, A.F., "Two-sensor Methods for the Measurement of Sound Intensity and Acoustic Properties in Ducts," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 83, pp. 2233-2239 (1988).
- [9] Tao, Z. & Seybert, A. F., "A Review of Current Techniques for Measuring Muffler Transmission Loss", *Society of Automotive Engineers, Inc*, (2001).

[10] Munjal, M. L. & Doige, A. G., “Theory of a two source-location method for direct experimental evaluation of the four-pole parameters of an aeroacoustic element”, *Journal of Sound and Vibration*, 141(2), pp. 323-333 (1990).

[11] Arenas, J. P. & Crocker, M. J., “Numerical solution for the transmission loss in pipes and reactive expansion chambers of gradual area change”, *Noise Control Eng*, 49 (5), pp. 224-230 (2001 Sep-Oct).

[12] International Organization for Standardization “Acoustics - Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes. Part 2: Transfer-function method”, *ISO/FDIS 10534-2*, (1998).

[13] Rossing, T. D. & Fletcher, N. H., “Principles of vibration and sound”, Springer, New York, 1995.

[14] Jurado, C., “Estudio experimental de la impedancia acústica en conductos y silenciadores bajo diferentes condiciones de borde”, Tesis presentada para optar al Grado Académico de Licenciado en Acústica. Universidad Austral de Chile, 2004

[15] Gerges S. N. Y., Thieme F. A., Jordan R., Coelho J. L. B. & Arenas J. P., “Muffler Modeling by Transfer Matrix Method and Experimental Verification”, *J. of the Braz. Soc. of Mec. Sci. & Eng.*, 27(2), pp. 132-140 (2005).

11. ANEXOS.

ANEXO 1 *“Formula que nos permite calcular los parámetros de los cuatro polos de forma experimental, utilizando el Método de las Dos Cargas, en ausencia de flujo”*

```
function TLdoscargas(T,fs,L12,L34,Si,So,H34a,H34a_,H32a,H32a_,H31a,H31a_,H34b,H34b_,
H32b,H32b_,H31b,H31b_);
```

```
% TLdoscargas(T,fs,L12,L34,Si,So,H34a,H34a_,H32a,H32a_,H31a,H31a_,H34b,H34b_,H32b,
H32b_,H31b,H31b_)
```

```
% Calcula los 4 parámetros acústicos de un silenciador aplicando el método de las dos cargas
```

```
% T temperatura media de las mediciones
```

```
% fs frecuencia de sampleo utilizada en la medición
```

```
% L12 separación entre micrófonos en las posiciones 1 y 2 (m.)
```

```
% L34 separación entre los micrófonos en posiciones 3 y 4 (m.)
```

```
% Si sección de área cruzada del conducto en la entrada del silenciador (visto desde la fuente);
```

```
% So sección de área cruzada del conducto a la salida del silenciador;
```

```
c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
```

```
rho=1.18;
```

```
fmax=fs/2;
```

```
f=linspace(0,fmax,length(H34a));
```

```
delta12=1;
```

```
delta34=1;
```

```
k=2*pi*f/c;
```

```
Hc34a=calibracion(H34a,H34a_);
```

```
H34a=H34a(1,:)+j.*H34a(2,:);
```

```
H34a=H34a./Hc34a;
```

```
Hc32a=calibracion(H32a,H32a_);
```

```
H32a=H32a(1,:)+j.*H32a(2,:);
```

```
H32a=H32a./Hc32a;
```

```
Hc31a=calibracion(H31a,H31a_);
```

```
H31a=H31a(1,:)+j.*H31a(2,:);
```

```
H31a=H31a./Hc31a;
```

```
Hc34b=calibracion(H34b,H34b_);
```

```
H34b=H34b(1,:)+j.*H34b(2,:);
```

```
H34b=H34b./Hc34b;
```

```
Hc32b=calibracion(H32b,H32b_);
```

```
H32b=H32b(1,:)+j.*H32b(2,:);
```

```
H32b=H32b./Hc32b;
```

```
Hc31b=calibracion(H31b,H31b_);
```

```
H31b=H31b(1,:)+j.*H31b(2,:);
```

```
H31b=H31b./Hc31b;
```

```
% Parámetros de 4 polos para los elementos 1-2 y 3-4
```

```
A12=cos(k.*L12);
```

```
B12=j*rho*c*sin(k.*L12);
```

```
C12=(j*sin(k.*L12))./(rho*c);
```

```
D12=cos(k.*L12);
```

```
A34=cos(k.*L34);
B34=j*rho*c*sin(k.*L34);
C34=(j*sin(k.*L34))./(rho*c);
D34=cos(k.*L34);
```

```
% Parámetros de 4 polos 2-3
```

```
A=(delta34.*(H32a.*H34b-H32b.*H34a)+D34.*(H32b-H32a))./(delta34.*(H34b-H34a));
```

```
B=(B34.*(H32a-H32b))./(delta34.*(H34b-H34a));
```

```
C=((H31a-A12.*H32a).*(delta34.*H34b-D34)-(H31b-A12.*H32b).*(delta34.*H34a-D34))./(B12.*delta34.*(H34b-H34a));
```

```
D=(B34.*((H31a-H31b)+A12.*(H32b-H32a)))./(B12.*delta34.*(H34b-H34a));
```

```
TL=20*log10(0.5*(abs(A+B./(rho*c)+rho*c*C+D)))+10*log10(Si/So);
```

```
plot(f,TL);
```

ANEXO 2 *“Formula que nos permite calcular los parámetros de los cuatro polos de forma experimental, utilizando el Método de las Dos Cargas, con presencia de flujo”*

```
function TLdoscargasconflujo(T,fs,L12,L34,Si,So,V,d,H34a,H34a_,H32a,H32a_,H31a,H31a_,H34b,H34b_,H32b,H32b_,H31b,H31b_);
```

```
% TLdoscargasconflujo(T,fs,L12,L34,Si,So,V,d,H34a,H34a_,H32a,H32a_,H31a,H31a_,H34b,H34b_,H32b,H32b_,H31b,H31b_)
```

```
% T temperatura media (°C)
```

```
% fs frecuencia de sampleo utilizada en la medición (Hz)
```

```
% L12 separación entre micrófonos en las posiciones 1 y 2 (m.)
```

```
% L34 separación entre los micrófonos en posiciones 3 y 4 (m.)
```

```
% Si sección de área cruzada del conducto en la entrada del silenciador
```

```
% So sección de área cruzada del conducto a la salida del silenciador
```

```
% V velocidad media de flujo (m/s)
```

```
% d diámetro del ducto de entrada al silenciador (m.)
```

```
fmax=fs/2;
```

```
frecmax=length(H34a);
```

```
f=linspace(0,fmax,frecmax);
```

```
Hc34a=calibracion(H34a,H34a_);
```

```
H34a=H34a(1,:)+j.*H34a(2,:);
```

```
H34a=H34a./Hc34a;
```

```
Hc32a=calibracion(H32a,H32a_);
```

```
H32a=H32a(1,:)+j.*H32a(2,:);
```

```
H32a=H32a./Hc32a;
```

```
Hc31a=calibracion(H31a,H31a_);
```

```
H31a=H31a(1,:)+j.*H31a(2,:);
```

```
H31a=H31a./Hc31a;
```

```
Hc34b=calibracion(H34b,H34b_);
H34b=H34b(1,:)+j.*H34b(2,:);
H34b=H34b./Hc34b;
```

```
Hc32b=calibracion(H32b,H32b_);
H32b=H32b(1,:)+j.*H32b(2,:);
H32b=H32b./Hc32b;
```

```
Hc31b=calibracion(H31b,H31b_);
H31b=H31b(1,:)+j.*H31b(2,:);
H31b=H31b./Hc31b;
```

% Cálculo de los Parámetros con flujo

```
function [beta12,beta34,Y,c,rho,M]=delta(f,T,V,d,L12,L34);
```

```
% [beta12,beta34,Y,c,rho,M]=delta(f,T,V,d,L12,L34)
% Calcula la constantes que intervienen en el calculo de los parámetros de los 4 polos
% T temperatura (°C)
% V velocidad media de flujo (m/s)
% d diámetro del ducto de entrada al silenciador (m.)
% L12 distancia de separación entre los micrófonos 1 y 2 (m.)
% L34 distancia de separación entre los micrófonos 3 y 4 (m.)
```

```
w=2*pi*f;
r0=d/2;
c=343.2*sqrt(0.9317+T/293); % Velocidad del sonido
M=V/c; % Numero de Mach
TK=T+273.15; % Temperatura Kelvin
rho=(351.99/TK)+(344.84/(TK^2)); % Densidad
mu=((1.459*10^-6)*(TK^1.5)/(TK+109.1)); % Viscosidad dinámica
nu=mu/rho; % Viscosidad cinemática
Cp=1030.5-(0.19975*TK)+((3.9734e-4)*(TK^2)); % Calor especifico a presión constante
K=(2.334e-3)*(TK^1.5)/(TK+164.54); % Conductividad térmica
Pr=Cp*mu/K; % Numero de Prandtl
Re=(V*d*rho)/mu; % Numero de Reynold's
F=0.0072+(0.612/(Re^0.35)); % Factor de Friccion de Froude
```

```
k0=w./c;
```

```
mue=mu*(1+0.345282287637273*sqrt(1/Pr))^2; % Coeficiente efectivo de viscosidad
dinámica (fricción viscotermal)
```

```
alpha0=(1/(r0*c))*sqrt((w.*mue)./(2*rho)); % Coeficiente de atenuación de presión
viscotermal
```

```
alpha=alpha0+((M*F)/(2*d));
```

```
Y=rho*c*(1+(alpha./k0).*(j-1));
```

```
k=k0+alpha;
kc=k./(1-M^2);
```

```
alphac=alpha./(1-M^2);
```

```
beta12=(j*kc+alphac)*L12;
beta34=(j*kc+alphac)*L34;
```

```
delta12=exp(-2*M*beta12);
delta34=exp(-2*M*beta34);
```

```
e12=exp(-M*beta12);
e34=exp(-M*beta34);
```

```
% Parámetros de 4 polos para los elementos 1-2 y 3-4
```

```
A12=e12.*cosh(beta12);
B12=e12.*Y.*sinh(beta12);
C12=(e12.*sinh(beta12))./(Y);
D12=e12.*cosh(beta12);
```

```
A34=e34.*cosh(beta34);
B34=e34.*Y.*sinh(beta34);
C34=(e34.*sinh(beta34))./(Y);
D34=e34.*cosh(beta34);
```

```
% Parámetros de 4 polos de nuestro elemento a calcular
```

```
A=(delta34.*(H32a.*H34b-H32b.*H34a)+D34.*(H32b-H32a))./(delta34.*(H34b-H34a));
```

```
B=(B34.*(H32a-H32b))./(delta34.*(H34b-H34a));
```

```
C=((H31a-A12.*H32a).*(delta34.*H34b-D34)-(H31b-A12.*H32b).*(delta34.*H34a-
D34))./(B12.*delta34.*(H34b-H34a));
```

```
D=(B34.*((H31a-H31b)+A12.*(H32b-H32a)))./(B12.*delta34.*(H34b-H34a));
```

```
TL=20*log10(0.5*(abs(A+B./(rho*c)+rho*c*C+D)))+10*log10(Si/So);
```

```
plot(f,TL);
```

ANEXO 3 *“Formula que nos permite calcular la Pérdida de Transmisión Teórica”*

```
function TLteorico(fs,T,L,r1,r2);
```

```
% TLteorico(fs,T,L,r1,r2)
```

```
% fs frecuencia de sampleo medición experimental
```

```
% T temperatura media medición experimental (°C)
```

```
% L longitud horizontal cavidad del silenciador (m.)
```

```
% r1 radio del conducto de entrada (r1=r3 cond. salida en m.)
```

```
% r2 radio del conducto del silenciador (m.)
```

```
fmax=fs/2;
```

```
c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
```

```
fn=c/(4*L);
```

```
% frecuencia de corte de la cámara
```

```
S1=pi*r1^2;
```

```
S2=pi*r2^2;
```

```
f=linspace(0,fmax,fmax);
```

```
Arg=(cos((pi.*f)/(2*fn))).^2 + 0.25*(S2/S1+S1/S2).^2.*(sin((pi.*f)/(2*fn))).^2
```

```
TL=10.*log10(Arg);
```

```
plot(f,TL,'r');
```

ANEXO 4 “Formula que nos permite calcular la Impedancia de Entrada Experimental”

```
function [freq,Z]=Zin(T,fs,delta,l,H12,H12_);

% Zin(T,fs,delta,l,H12,H12_)
% Calcula la impedancia de entrada al silenciador
% T temperatura (°C)
% fs frecuencia de sampleo utilizada
% delta distancia entre micrófonos
% l distancia desde el primer micrófono al silenciador (m.)
% H12 función de transferencia medida en configuración normal
% H12_ función de transferencia con los micrófonos intercambiados

c=331.4*sqrt(1+T/273);
rho=1.186;

Hmedida=H12(1,:)+j.*H12(2,:);
Hc=calibracion(H12,H12_);
H=Hmedida./Hc;

tam=length(H);
fmax=fs/2;
freq=linspace(0,fmax,tam);

k=(2*pi*freq/c);

Hi=exp(-j*k*delta);
Hr=exp(j*k*delta);

r=((H-Hi)./(Hr-H)).*exp(2*j*k*l);

alpha=1-abs(r).^2;

Z=(1+r)./(1-r);

loglog(freq,abs(Z));
```

ANEXO 5 “Formula que nos permite calcular la Impedancia de Entrada Teórica de un conducto recto utilizando la ODE 45”

```
function Z = zinput(f)

% function [f, Z]=zinput(f)
% Entrega los valores de impedancia de entrada para un conducto recto con condición de contorno
% Zrad (tubo sin sonodeflector) en un extremo contando desde la salida del conducto.
% f frecuencia

global k

T=20;
c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
r=0.0381/2; % radio del ducto al extremo de salida
delta=0.6133*r;
```

```

s=1;
k=2*pi*f./c;
kr=k*r;

Zrad=j*k*delta-j*((kr)^3)*(0.036-0.034*log(kr)+0.0187*((kr)^2))+0.25*(kr)^2
+(kr)^4*(0.0127+0.082*log(kr)-0.023*(kr)^2);

k0=k;
alpha=0.00003*sqrt(f)./r;
k=k0-j*alpha;

l1=1.011;
[x,z] = ode45(@funforode,[l1 0],Zrad);    % integra sección 1 (ducto recto)
Z = z(length(z));

```

ANEXO 6 *“Formula que nos permite calcular la Impedancia de Entrada Teórica de una cámara de expansión simple de 19.5 cm. de longitud y un diámetro interno de 15.57 cm. utilizando la ODE 45”*

```

function Z = zinput(f)

% function [f, Z]=zinput(f)
% Entrega los valores de impedancia de entrada para una cámara de expansión simple de 19.5 cm.
% de longitud y un diámetro interno de 15.57 cm. con condición de contorno Zrad (tubo sin
% sonodeflector) en un extremo contando desde la salida de la cámara.
% f frecuencia

global k

T=20;
c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
r=0.0381/2;                                % radio del ducto al extremo de salida
delta=0.6133*r;

s=1;
k=2*pi*f./c;
kr=k*r;

Zrad=j*k*delta-j*((kr)^3)*(0.036-0.034*log(kr)+0.0187*((kr)^2))+0.25*(kr)^2
+(kr)^4*(0.0127+0.082*log(kr)-0.023*(kr)^2);

k0=k;
alpha=0.00003*sqrt(f)./r;
k=k0-j*alpha;

l1=1.056;
[x,z] = ode45(@funforode,[l1 0],Zrad);    % integra sección 1 (ducto recto)
Zrad=z(length(z));

l2=0.001;
[x,z] = ode45(@funforode1,[l2 0],Zrad);    % integra sección 2 (ducto creciendo)
Zrad=z(length(z));

l3=0.195;
[x,z] = ode45(@funforode,[l3 0],Zrad);    % integra sección 3 (ducto recto)

```

```
Zrad=z(length(z));

l4=0.001;
[x,z] = ode45(@funforode2,[l4 0],Zrad); % integra sección 4 (ducto decreciendo)
Zrad=z(length(z));

l5=0.056;
[x,z] = ode45(@funforode,[l5 0],Zrad); % integra sección 5 (ducto recto)
Z = z(length(z));
```

ANEXO 7 “Formula que nos permite calcular la Impedancia de Entrada Teórica de una cámara de expansión simple de 50 cm. de longitud y un diámetro interno de 15.57 cm. utilizando la ODE 45”

```
function Z = zinput(f)

% function [f, Z]=zinput(f)
% Entrega los valores de impedancia de entrada para una cámara de expansión simple de 50 cm.
% de longitud y un diámetro interno de 15.57 cm. con condición de contorno Zrad (tubo sin
% sonodeflector) en un extremo contando desde la salida de la cámara.
% f frecuencia

global k

T=20;
c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
r=0.0381/2; % radio del ducto al extremo de salida
delta=0.6133*r;

s=1;
k=2*pi*f./c;
kr=k*r;

Zrad=j*k*delta-j*((kr)^3)*(0.036-0.034*log(kr)+0.0187*((kr)^2))+0.25*(kr)^2
+(kr)^4*(0.0127+0.082*log(kr)-0.023*(kr)^2);

k0=k;
alpha=0.00003*sqrt(f)./r;
k=k0-j*alpha;

l1=1.056;
[x,z] = ode45(@funforode,[l1 0],Zrad); % integra sección 1 (ducto recto)
Zrad=z(length(z));

l2=0.001;
[x,z] = ode45(@funforode1,[l2 0],Zrad); % integra sección 2 (ducto creciendo)
Zrad=z(length(z));

l3=0.5;
[x,z] = ode45(@funforode,[l3 0],Zrad); % integra sección 3 (ducto recto)
Zrad=z(length(z));

l4=0.001;
[x,z] = ode45(@funforode2,[l4 0],Zrad); % integra sección 4 (ducto decreciendo)
Zrad=z(length(z));
```

```

l5=0.056;
[x,z] = ode45(@funforode,[l5 0],Zrad);    % integra sección 5 (ducto recto)
Z = z(length(z));

```

ANEXO 8 “Formula que nos permite calcular la Impedancia de Entrada Teórica de una cámara esférica de diámetro interno de 23.7 cm. utilizando la ODE 45”

```

function Z = zinput(f)

% function [f, Z]=zinput(f)
% Entrega los valores de impedancia de entrada para una cámara esférica de diámetro interno de
% 23.7 cm. con condición de contorno Zrad (tubo sin sonodector) en un extremo contando desde la
% salida de la cámara.
% f frecuencia

global k

T=20;
c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
r=0.0381/2;                                % radio del ducto al extremo de salida
delta=0.6133*r;

s=1;
k=2*pi*f./c;
kr=k*r;

Zrad=j*k*delta-j*((kr)^3)*(0.036-0.034*log(kr)+0.0187*((kr)^2))+0.25*(kr)^2
+(kr)^4*(0.0127+0.082*log(kr)-0.023*(kr)^2 );

k0=k;
alpha=0.00003*sqrt(f)./r;
k=k0-j*alpha;

l1=1.011+0.0525;
[x,z] = ode45(@funforode,[l1 0],Zrad);    % integra sección 1 (ducto recto)
Zrad=z(length(z));

l2=2*0.1184-1.6e-3;
[x,z] = ode45(@funforode3,[l2 1.6e-3],Zrad); % integra sección 2 (ducto creciendo)
Zrad=z(length(z));

l3=0.0532;
[x,z] = ode45(@funforode,[l3 0],Zrad);    % integra sección 3 (ducto recto)
Z = z(length(z));

```