



Universidad Austral de Chile

Facultad de Ciencias de la Ingeniería
Escuela de Mecánica

“MODELADO DINÁMICO BAJO LA CONDICIÓN DE DESBALANCEO.”

**Tesis para optar al Título de
Ingeniero Mecánico.**

**Profesor Patrocinante: Sr.
Hedor Moriega Fernández.
Ing. (E) en Mecánica.
M.S.C. Ing. Producción.
Dr. Cs. e Ingeniería.**

**HUMBERTO ALEX PORRA ZÚÑIGA.
VALDIVIA-CHILE
2004**

El Profesor Patrocinante y Profesores Informantes del Trabajo de Titulación comunican al Director de la Escuela de Mecánica de la Facultad de Ciencias de la Ingeniería que el Trabajo de Titulación del señor: Humberto Alex Porra Zúñiga.

Ha sido aprobado en el examen de defensa rendido el día 30/04/04, como requisito para optar al Título de Ingeniero Mecánico. Y, para que así conste para todos los efectos firman:

Profesor Patrocinante:

Ing. Sr. Héctor C. Noriega F., D. Sc.

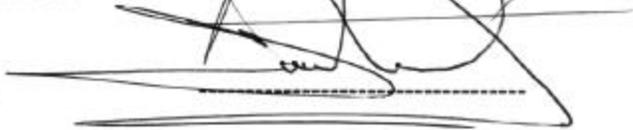
A large, stylized handwritten signature in black ink, written over a horizontal dashed line.

Profesores Informantes:

Ing. Sr. Rolando Ríos Rodríguez., M.Sc.

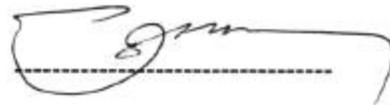
A handwritten signature in black ink, written over a horizontal dashed line.

Ing. Sr. Milton Lemarie Oyarzún

A handwritten signature in black ink, written over a horizontal dashed line.

VºBº Director de Escuela

Sr. Miguel Enrique Salinas Aguilar

A handwritten signature in black ink, written over a horizontal dashed line.

A mis Padres y Familia:

*Hoy ha terminado una nueva etapa de mi
vida, que queda sellada con esta tesis.
No existiendo palabras o protocolos que
puedan expresar mi felicidad por este logro.
Sólo quiero compartirlo con ustedes.
Gracias por la confianza, por aquellas
palabras de aliento, de fuerza, y comprensión
en todo momento.*

*A Carolina Miranda B., gracias por toda tu
Apoyo y comprensión, durante esta tesis, ya
Que sin tu ayuda no sería lo mismo.*

Agradecimientos

Quiero agradecer a todas aquellas personas, que de una u otra forma ayudaron a la realización de esta tesis.

En especial, quiero agradecer al profesor Héctor C. Noriega, quien me dio la oportunidad de realizar esta tesis, y me brindó su colaboración y apoyo cuando fue necesario, así como también su confianza y amistad.

De igual forma, quiero agradecer al profesor Rolando Ríos, por su orientación y apoyo para el desarrollo de esta tesis.

No puedo dejar de agradecer en forma especial, al profesor Milton Lemarie, no tan sólo por la ayuda brindada para el desarrollo de esta tesis, sino además por su amistad durante todos estos años.

Gracias...

ÍNDICE

| | | |
|---------|--|--------|
| ÍNDICE | | Pág. 1 |
| RESUMEN | | Pág. 3 |
| SUMMARY | | Pág. 4 |

CAPÍTULO I

| | | |
|-----|--------------------------|--------|
| | INTRODUCCIÓN | Pág. 5 |
| 1.1 | DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO | Pág. 6 |
| 1.2 | OBJETIVOS DEL PROYECTO | Pág. 6 |
| | Objetivo General | Pág. 6 |
| | Objetivos Específicos | Pág. 6 |
| 1.3 | MÉTODO DE TRABAJO | Pág. 7 |

CAPÍTULO II

| | | |
|-----|---|---------|
| | MARCO TEÓRICO - CONCEPTUAL | Pág. 8 |
| 2.1 | VIBRACIONES MECÁNICAS | Pág. 8 |
| 2.2 | MODELO IDEALIZADO DE UN SISTEMA MECÁNICO DE UN GRADO DE LIBERTAD | Pág. 14 |
| 2.3 | VIBRACIÓN FORZADA DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD | Pág. 19 |
| 2.4 | ANÁLISIS DE LAS VIBRACIONES, RELACIÓN ENTRE FUERZA Y VIBRACIÓN | Pág. 22 |
| 2.5 | DESBALANCEO EN ROTORES RÍGIDOS | Pág. 26 |

CAPÍTULO III

| | | |
|-------|--|---------|
| | SOFTWARE PRO/ENGINEER: Elementos finitos en análisis de vibraciones | Pág. 29 |
| 3.1 | MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS | Pág. 29 |
| 3.2 | ANÁLISIS MODAL | Pág. 34 |
| 3.3 | PRO/ENGINEER WILDFIRE | Pág. 35 |
| 3.4 | PRO/MECHANICA | Pág. 38 |
| 3.5 | MÓDULO A USAR | Pág. 41 |
| 3.6 | MEDICIONES PARA ANÁLISIS EN PRO/MECHANICA STRUCTURE | Pág. 42 |
| 3.6.1 | Mediciones para Análisis Dinámico | Pág. 43 |
| 3.7 | ANÁLISIS DEL MODELO | Pág. 45 |
| 3.8 | MEDICIONES PARA ANÁLISIS EN PRO/MECHANICA MOTION | Pág. 49 |

CAPÍTULO IV

| | | |
|-----|--|---------|
| | MODELADO, ANÁLISIS, SÍNTESIS Y EVALUACIÓN DEL BANCO DE ENSAYO | Pág. 51 |
| 4.1 | INTRODUCCIÓN | Pág. 51 |
| 4.2 | MODELADO DEL BANCO DE ENSAYO | Pág. 52 |
| 4.3 | ANÁLISIS DEL BANCO DE ENSAYO | Pág. 56 |
| 4.4 | DISCUSIÓN DE RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL | Pág. 64 |
| 4.5 | DISCUSIÓN DE RESULTADOS DEL ANÁLISIS DINÁMICO | Pág. 74 |

CAPÍTULO V

| | | |
|--|--------------------|---------|
| | CONCLUSIONES | Pág. 82 |
| | BIBLIOGRAFÍA | Pág. 85 |

RESUMEN

El banco de ensayo de vibraciones bajo la condición operacional de desbalanceo, ocasionó la ruptura del sistema de empotramiento del banco al suelo, naciendo por ello la necesidad de generar alternativas de solución al problema de anclaje por medio del modelado geométrico en el software Pro/Engineer.

Este software, permite someter al banco de ensayo a una serie de análisis de vibraciones (modal y dinámico), con el objeto de conocer los esfuerzos máximos que se producen en el banco de ensayo en las diferentes alternativas identificadas, para con ello, poder aceptar o rechazar una alternativa que sea viable técnica y económicamente.

SUMMARY

The vibration test device, under the undesbalance operational condition, caused the rupture of the anchoage system, being designed for it the necessity to generate alternative of solution to the anchorage problem by means of the modeling geometric in the software Pro/Engineer.

This software, allows to subject to the vibration test device to a series of analysis of vibrations (modal and dynamic), in order to knowing the maximum efforts that take place in the rehearsal bank in the different identified alternatives, towards it, to be able to accept or to reject an alternative that is viable technical and economically.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

La inquietud del ser humano por conocer, analizar y sintetizar los fenómenos naturales, lo ha llevado a la búsqueda de soluciones a través de la aplicación del método científico, planteando hipótesis, identificando las variables presentes, plasmando modelos matemáticos y verificando su validez experimental.

Uno de estos fenómenos, se refiere a las vibraciones mecánicas. Desde que aparecieron los primeros instrumentos musicales, en especial los de cuerda, la gente ya mostraba un interés por el estudio del fenómeno de las vibraciones.

No existe una definición única de Vibraciones Mecánicas, sin embargo, se puede definir como movimientos oscilatorios que tienden a sacar de su posición de equilibrio o reposo a un cuerpo, una máquina, estructura o parte de ella, ya sea por la acción de su propio peso o por fuerzas externas; las cuales dan origen a desbalanceo rotatorio, desalineamiento de acoplamientos o descansos, ejes excéntricos, engranajes o ejes defectuosos, correas impulsoras defectuosas, etc. Esto, nos lleva a analizar las vibraciones en una máquina, detectando para ello su frecuencia natural de vibración, amplitudes y fuerzas o pares que existen en el sistema.

Frente a la necesidad de estudio de estos fenómenos, los Institutos de Diseño y Métodos Industriales (IDMI) y de Materiales y Procesos Termodinámicos (IMPT), crearon un banco de ensayo de vibraciones que les permite modelar cinco condiciones operacionales en rodamientos de bolas (cuatro de falla y una normal). De los ensayos relacionados, el de desbalanceo, ocasionó la ruptura del sistema de empotramiento del banco al suelo, naciendo por ello la necesidad de generar alternativas de solución al problema de anclaje, ya que esta falla puede ocasionar daño a las personas

que operan este banco, observadores, como también a las partes componentes del mismo.

1.1 **DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO**

Frente al problema de anclaje (empotramiento) planteado, se proponen las siguientes hipótesis.

“El modelado geométrico del banco de ensayo bajo la condición operacional de desbalanceo, permitirá identificar soluciones al problema de empotramiento”.

“Las soluciones identificadas con el modelado geométrico son factibles técnica y económicamente”.

1.2 **OBJETIVOS DEL PROYECTO**

- **Objetivo General**

Realizar el análisis dinámico del banco de ensayo con el software Pro Engineer, para generar alternativas de diseño a los problemas de empotramiento producto de desbalanceo en un banco de ensayo de rodamientos.

- **Objetivos Específicos**

- Recopilar bibliografía y fundamentar teóricamente el análisis de vibraciones mecánicas en máquinas rotatorias.
- Aprender el uso del software Pro/Engineer y del módulo Pro Mecánica Motion.
- Modelar el banco de ensayo por medio del software Pro/Engineer.

- Realizar análisis dinámico por medio del módulo Pro/Mechanica Motion bajo la variación desbalanceo.
- Realizar síntesis y evaluación de los resultados obtenidos con el análisis dinámico e identificación de las condiciones críticas de operación del banco de ensayo bajo desbalanceo.
- Analizar la información obtenida con el análisis dinámico.
- Proponer soluciones y redactar la tesis de titulación.

1.3 MÉTODO DE TRABAJO

- Estudio de vibraciones mecánicas a través de diferentes textos, uso de Internet, tesis o memorias que aporten información necesaria a este caso.
- Apoyo en tutoriales para el estudio y manejo del software Pro/Engineer.
- A partir de los planos de diseño originales del banco de ensayo, realizar el modelado geométrico y el ensamblaje de las partes constituyentes en el software Pro/Engineer.
- Uso del módulo Pro/Mechanica Motion para generar diferentes tipos de análisis de vibraciones bajo la condición de desbalanceo.
- Generación de distintas alternativas para el problema de empotramiento, modelado por el software Pro/Mechanica Motion.
- Síntesis y evaluación de las alternativas obtenidas para aceptar o rechazar la hipótesis planteadas.
- Tipificación de soluciones propuestas y redacción de la tesis.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO - CONCEPTUAL

2.1 VIBRACIONES MECÁNICAS

El estudio de las vibraciones mecánicas se refiere a los movimientos oscilatorios de los cuerpos y a las fuerzas asociadas con ellos.

Una definición de las vibraciones mecánicas es:

“Es el movimiento de una máquina, o de una parte de ella, hacia atrás y adelante desde su posición de reposo, que impone cuatro fuerzas que determinan la característica de la vibración: Fuerzas excitadoras, la masa, la rigidez y el amortiguamiento característico del sistema” (Davies, A. 1998).

Las vibraciones mecánicas se pueden clasificar en dos clases según la naturaleza de las excitaciones: Libres y Forzadas; Las vibraciones libres ocurren cuando un sistema oscila bajo la acción de fuerzas inherentes al sistema mismo y, cuando las fuerzas externas aplicadas son inexistentes. El sistema bajo vibración libre vibrará a una o más de sus frecuencias naturales que son propiedades del sistema dinámico que dependen de su distribución de masa y rigidez (Fig. 2.1).

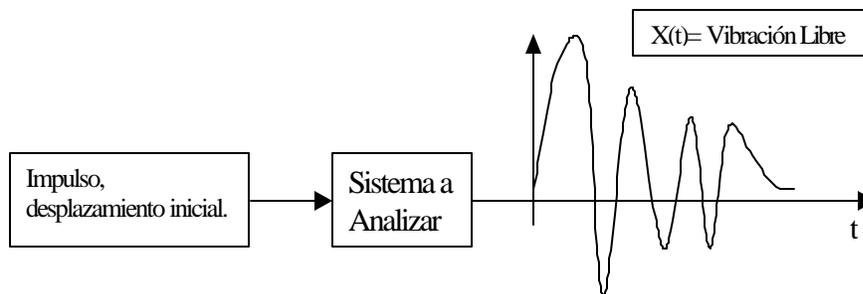


Fig. 2.1 Vibración libre

Las vibraciones que tienen lugar bajo la excitación de fuerzas externas son vibraciones forzadas; cuando la excitación es oscilatoria, el sistema es obligado a vibrar a la frecuencia de excitación, y si ésta coincide con una de las frecuencias naturales del sistema, se produce una situación de resonancia y ocurren oscilaciones peligrosamente grandes (Fig. 2.2).

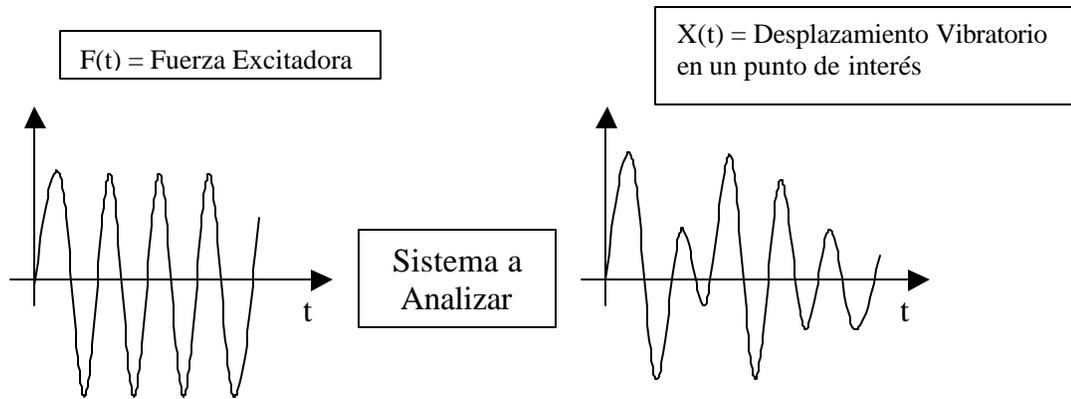


Fig. 2.2 Vibración forzada

La mayoría de las máquinas producen niveles de vibración que permanecen bajos y constantes, por lo que es conveniente chequear que estos niveles se mantengan, dado que una instalación defectuosa o una mantención inadecuada puede tener como resultado vibraciones excesivas, por lo tanto, un aumento gradual es un aviso para una mantención rutinaria, y a su vez un aumento repentino exige una acción inmediata.

Las causas que originan las vibraciones mecánicas, son muchas, pero básicamente las vibraciones se encuentran estrechamente relacionadas con: desbalanceo rotatorio, desalineamiento de acoplamientos o descansos, ejes flectados, soldaduras mecánicas, correas impulsoras. Además, se debe tener en cuenta las causas de largo plazo, como desgaste, edad de la máquina, corrosión, comportamiento no elástico de los materiales, cambios ambientales (temperatura, presión, humedad), acumulación de materiales extraños, daño o deterioro, etc.

Estos fenómenos que originan vibraciones mecánicas producen casi siempre un desplazamiento del sistema desde su posición de equilibrio estable, haciendo que la mayor parte de las vibraciones en máquinas y estructuras sean indeseables, ya que

aumentan los esfuerzos, las tensiones y las pérdidas de energía que las acompañan. Además, son fuente de desgaste de materiales, ruidos molestos, y produciéndose daños por fatiga y movimientos.

En general las máquinas industriales son del tipo rotativa, las vibraciones formadas son del tipo periódico, y los componentes de frecuencia son el principal indicador de las causas.

Una forma de ilustrar y medir este fenómeno es por medio de un transductor de vibraciones, el cual es unido en forma rígida, a la superficie de un cojinete, permitiendo medir el movimiento de este elemento. Si la superficie del cojinete se mueve o vibra hacia arriba y hacia abajo significa que ella o su unión a la base es elástica. Esta elasticidad se representa esquemáticamente, o se modela, por un sistema masa - resorte (Fig. 2.3).

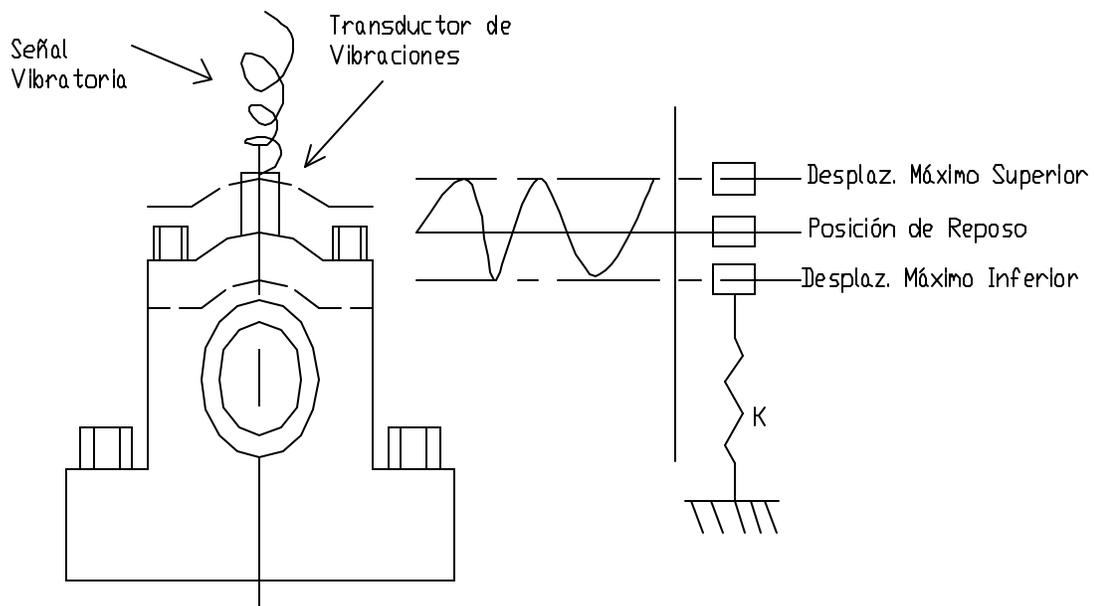


Fig. 2.3 Movimiento vibratorio de un cojinete en una máquina,
Fuente: (Saavedra, 2000).

Este sistema contiene la representación de tres parámetros fundamentales, que son: Inercia (masa), Elasticidad (resorte), y Disipación de Energía (roce), conteniendo

cada uno de estos el efecto que le es propio, no existiendo combinación posible de dos efectos distintos en un mismo elemento.

En general, un movimiento periódico de oscilación, como es lógico se repite luego de un cierto tiempo. Entre los movimientos periódicos, el más simple es el movimiento armónico, en el que la relación del movimiento respecto del tiempo puede ilustrarse físicamente mediante el movimiento del péndulo, que se muestra en la Figura 2.4.

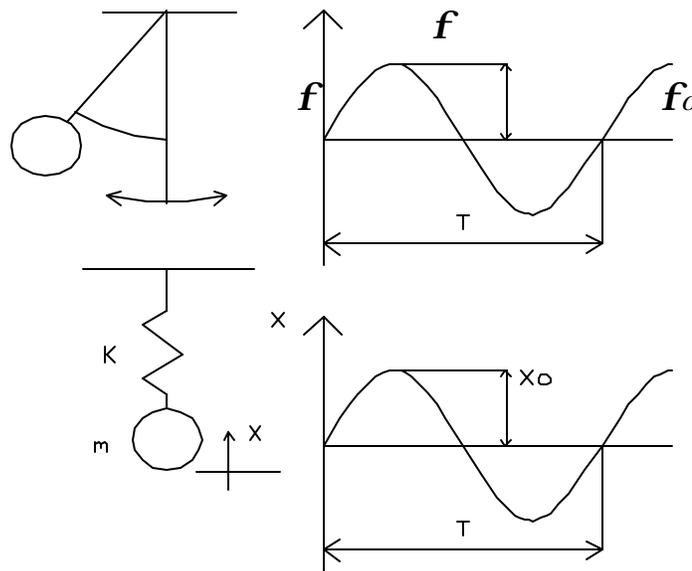


Fig. 2.4 Modelamiento del péndulo, Fuente: (Rojas, 1999).

Matemáticamente este movimiento queda representado por la ecuación:

$$x = x_o \cdot \text{sen} (\omega \cdot t - f) \quad (1)$$

En donde:

X : Desplazamiento del péndulo.

x_o : Amplitud del desplazamiento o valor peak.

f : Fase de la Vibración.

ω : Velocidad angular del movimiento.

La relación que existe entre ω y periodo T viene dada por:

$$\mathbf{w} = \frac{2\mathbf{p}}{T} \quad (2)$$

y con la frecuencia f , por:

$$\omega = 2\pi f \quad (3)$$

De la ecuación de movimiento y a partir del desplazamiento del cuerpo, por derivación sucesiva se obtiene la velocidad $v(t)$ y posteriormente la aceleración $a(t)$:

En general la velocidad $[v(t)]$ es el cambio de la posición respecto del tiempo, o de otra forma, es la rapidez con que se esta midiendo un punto mientras esta vibrando; matemáticamente esto se expresa como:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \quad (4)$$

Siendo para el caso del movimiento armónico:

$$v(t) = x_o \cdot \mathbf{w} \cdot \cos(\mathbf{w} \cdot t + \mathbf{f}) = V_o \cdot \text{sen}(\mathbf{w} \cdot t + \mathbf{f} + 90^\circ) \quad (5)$$

Donde:

$$V_o = \text{Velocidad Máxima} = x_o \cdot \omega = X_o \cdot 2\pi \cdot f \text{ (mm/s)}$$

La aceleraci3n $[a(t)]$ es el cambio que experimenta la velocidad de vibraci3n respecto del tiempo o simplemente es el cambio de la velocidad con el tiempo; matemáticamente se expresa como:

$$a = \dot{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta v}{\Delta t} \right) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \quad (6)$$

Para el caso de movimiento arm3nico se tiene:

$$a(t) = -x_o \cdot \mathbf{w}^2 \cdot \text{sen}(\mathbf{w}t + \mathbf{f}) = A_o \cdot \text{sen}(\mathbf{w} \cdot t + \mathbf{f} + 180^\circ) \quad (7)$$

donde:

$$A_o = \text{Aceleración M\u00e1xima} = x_o \cdot \omega^2 = V_o \cdot \omega = V_o \cdot 2\pi \cdot f \text{ (m/s}^2\text{)}$$

Normalmente, las vibraciones que se detectan en la pr\u00e1ctica no son del tipo arm\u00f3nico puro, de modo que su medici\u00f3n no es directamente comparable con otras vibraciones. Para poder comparar vibraciones se definen los siguientes par\u00e1metros:

- Valor peak (x_{peak})

$$x_{peak} = \text{m\u00e1x} |x(t)| \quad (8)$$

- Valor medio(x_m)

$$x_m = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |x(t)| dt \quad (9)$$

- Valor eficaz (x_{rms})

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (x(t))^2 dt} \quad (10)$$

Para el caso de una vibraci\u00f3n arm\u00f3nica existe una relaci\u00f3n entre estos valores :

$$x_{rms} = 1.11 \cdot x_m = 0.71 \cdot x_{peak} \quad (11)$$

Permite la figura 2.5 comprender mejor la relaci\u00f3n existente entre estos valores:

En general, para ondas no peri\u00f3dicas se escoge como indicador de la vibraci\u00f3n el valor eficaz (rms), especialmente en vibraciones aleatorias, donde no puede hallarse una componente predominante.

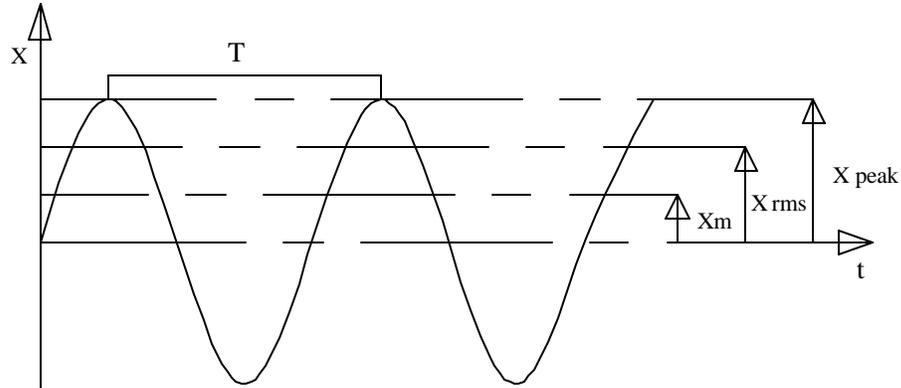


Fig. 2.5 Onda senoidal, valores peak, medio y rms, Fuente: (Rojas, 1999).

2.2 MODELO IDEALIZADO DE UN SISTEMA MECÁNICO DE UN GRADO DE LIBERTAD

Para poder comprender el actuar de este modelo, hay que previamente definir un grado de libertad: es un cuerpo independiente en el espacio tiene seis grados de libertad, tres en rotación y tres en traslación.

Una máquina rotativa, está compuesta por varios elementos que influyen en distinta medida sobre la vibración resultante. Como primera aproximación, se considerará que la máquina tiene solamente un tipo de movimiento (traslación rectilínea). En este modelo, la masa está concentrada; la flexibilidad se representa como un resorte equivalente y, los roces y disipaciones de energía se consideran como equivalentes a la disipación del tipo viscosa (amortiguamiento o damping) (Fig. 2.6).

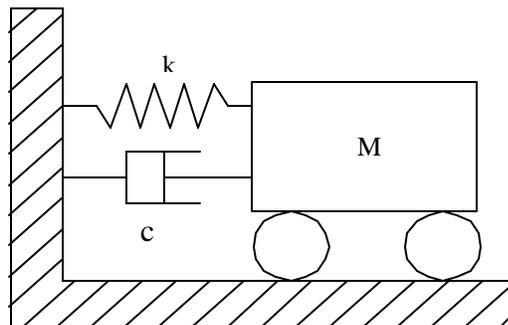


Fig. 2.6 Modelo idealizado de un grado de libertad, Fuente: (Rojas, 1999).

Este modelo idealizado tiene un grado de libertad y es suficiente para estudiar la vibración en máquinas rotativas bajo efectos de desbalanceo. El sistema contiene la representación de los tres parámetros fundamentales:

- La masa (M) tiene la característica que adquiere una aceleración proporcional a la fuerza aplicada.
- El disipador o amortiguador viscoso (c) presenta una resistencia al movimiento relativo, que es proporcional a la velocidad relativa. Es una condición del sólido (masa), que hace que las vibraciones libres disminuyan sus amplitudes hasta detenerse.
- El resorte elástico (k) lineal presenta una resistencia al estiramiento proporcional a la fuerza que se aplique.

En el sistema de la figura 2.7, se representa un modelo idealizado de un grado de libertad con desplazamiento horizontal.

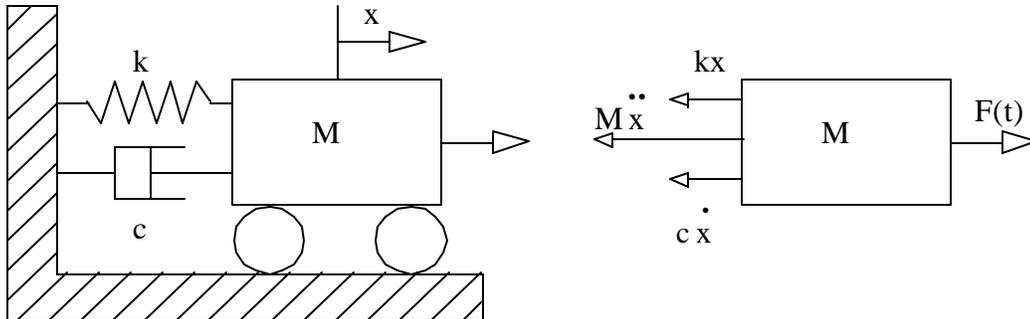


Fig. 2.7 Sistema de un grado de libertad, con desplazamiento horizontal, sistema formado por masa, resorte y amortiguador, Fuente: (Rojas, 1999).

Importa la ubicación de la masa M , para lo cual se ha definido su posición en la dirección de movimiento (horizontal) por la coordenada x , de manera que quedan también definidas su velocidad \dot{x} y aceleración \ddot{x} .

Al moverse la masa desde la posición de equilibrio, el resorte ejercerá una fuerza oponiéndose al estiramiento (o compresión), y el amortiguador se opondrá en forma

proporcional a la velocidad. Observando el diagrama de cuerpo libre de la figura 2.7, obtenemos la siguiente relación que describe la posición del cuerpo:

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (12)$$

Si $F(t)=0$, la ecuación es homogénea y describe una vibración libre, es decir, en el caso que el sistema oscila sin presencia de una fuerza excitadora.

A continuación se analizará el caso en que el grado de libertad esté relacionado con un desplazamiento vertical, para lo cual nos referimos a la figura 2.8.

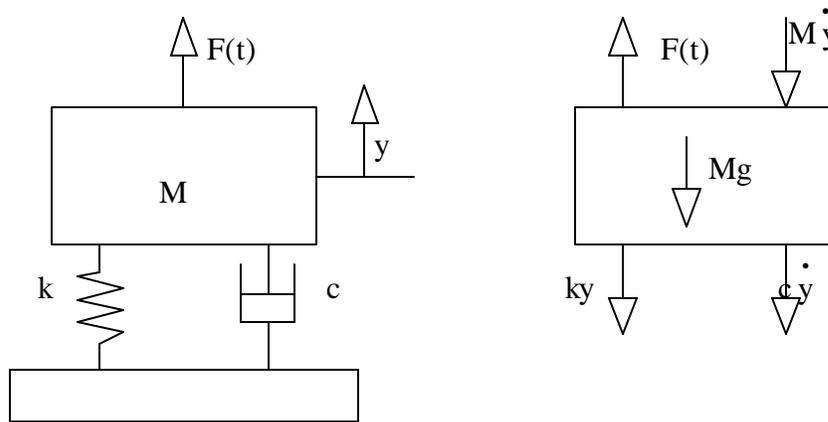


Fig. 2.8 Sistema de un grado de libertad con desplazamiento vertical,
Fuente: (Rojas, 1999).

Del diagrama de cuerpo libre de la figura 2.8, se obtiene la siguiente ecuación, (Rojas, 1999, pág. 16):

$$M\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t) \quad (13)$$

El primer caso a estudiar corresponde cuando $F(t)=0$, y representa el movimiento que tendrá el sistema si se saca de la posición de equilibrio y se suelta en movimiento libre.

La ecuación es del tipo homogénea y el resultado que se obtendrá dependerá de los parámetros del sistema.

Definiendo:

- Amortiguamiento crítico:

$$c_{crít} = 2\sqrt{kM} \quad (14)$$

- Frecuencia natural:

$$\omega = \sqrt{k/M} \quad (15)$$

- Factor de amortiguación:

$$\zeta = \frac{c}{c_{crít}} \quad (16)$$

Con estos parámetros, la ecuación (12) de una vibración libre se puede escribir como:

$$\ddot{x} + \frac{c}{M} \dot{x} + \frac{k}{M} x = 0 \quad (17)$$

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega \dot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (18)$$

Las soluciones a las ecuación de movimiento (18) dependerá de los parámetros del sistema mecánico y de las condiciones iniciales $x(0) = x_0$; $v(0) = v_0$.

Satisfaciendo la ecuación (18), tenemos:

Si:

$$x(t) = Ae^{lt} \quad (19)$$

se tiene:

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega\lambda + \omega^2 = 0 \quad (20)$$

despejando λ , tenemos:

$$\lambda = -\zeta\omega \pm \omega\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (21)$$

Se puede observar que la solución de la ecuación depende del factor de amortiguación ζ , existiendo 4 casos de analizar:

- Caso 1: $\zeta > 1$, que corresponde a un sistema *sobreamortiguado* y su solución es:

$$x(t) = e^{-\zeta \omega t} \left(x_0 \cosh \left[\omega t \sqrt{\zeta^2 - 1} \right] + B \cdot \sinh \left[\omega t \sqrt{\zeta^2 - 1} \right] \right) \quad (22)$$

donde:

$$B = \frac{v_0 + \zeta \omega x_0}{\omega \sqrt{\zeta^2 - 1}} \quad (23)$$

- Caso 2: $\zeta = 1$, que corresponde a un sistema *críticamente amortiguado* y su solución es:

$$x(t) = e^{-\omega t} \left(x_0 + (v_0 + x_0 \omega) \cdot t \right) \quad (24)$$

- Caso 3: $\zeta < 1$, que corresponde a un sistema *subamortiguado* y su solución es:

$$x(t) = e^{-\zeta \omega t} \left(x_0 \cos \left[\omega t \sqrt{1 - \zeta^2} \right] + B \cdot \sin \left[\omega t \sqrt{1 - \zeta^2} \right] \right) \quad (25)$$

donde:

$$B = \frac{v_0 + \zeta \omega x_0}{\omega \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

- Caso 4: $\zeta = 0$, que corresponde al caso ideal *no amortiguado* y su solución es:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) \quad (26)$$

Los cuatro casos señalados, se grafican según se muestra en la figura 2.9.

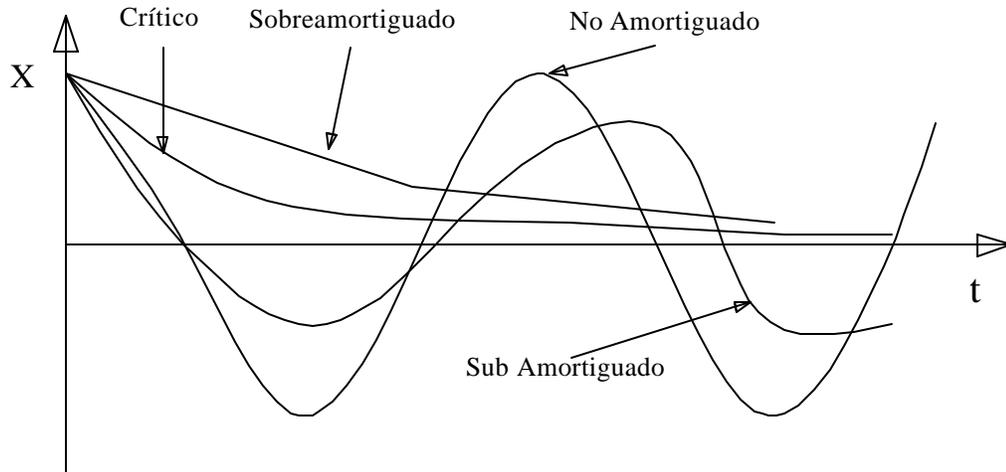


Fig. 2.9 Sistemas amortiguados, Fuente: (Rojas, 1999).

2.3 VIBRACIÓN FORZADA DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD

La maquinaria con el tiempo se ve sometida a distintos tipos de fuerzas durante su funcionamiento, las cuales pueden ser transitorias o permanentes y determinadas o al azar. En este último caso, existe una gran mayoría de máquinas que efectúan movimientos rotativos en alguno de sus elementos, generándose así fuerzas de inercia que dependen de la velocidad de rotación. Estas fuerzas son las que producen movimientos armónicos. Un caso típico es un motor eléctrico o polea desbalanceada que produce vibraciones notorias.

Por lo anterior, se ilustrará, el movimiento del sistema mecánico de un grado de libertad bajo una fuerza externa de tipo armónica. Estas fuerzas armónicas son por lo general del tipo *seno* o *coseno* y para ambos casos el tratamiento es el mismo.

Consideremos la situación de la figura 2.7, donde se plantea el equilibrio de las fuerzas, y $F(t)$ es una fuerza excitadora de tipo armónico:

$$F(t) = F_0 \cdot \cos(\omega_f \cdot t) \quad (27)$$

Reemplazando en la fórmula (12) se obtiene:

$$M \ddot{x} + c \dot{x} + kx = F_0 \cdot \cos(\omega_f \cdot t) \quad (28)$$

La solución de la ecuación (20) será del tipo:

$$x(t) = X_{\text{hom}} + x_{\text{par}} \quad (29)$$

Aquí, x_{hom} es la solución de la ecuación para vibraciones libres ya vista, por lo que el interés se centrará en la solución de la ecuación particular que en este caso será de la forma:

$$x_{\text{par}} = F_0 \cos \omega_f t = \text{Re}(F_0 e^{i\omega_f t}) \quad (30)$$

Para facilitar la matemática a utilizar es más conveniente considerar la fuerza como función de un número complejo. De esta forma, la fuerza se puede escribir como:

$$F(t) = F_0 \cdot e^{i\omega_f t} \quad (31)$$

Si el desplazamiento complejo es denotado por $z = x + iy$, la ecuación en z es:

$$M\ddot{z} + c\dot{z} + kz = F_0 e^{i\omega_f t} \quad (32)$$

La solución de esta ecuación es de la forma :

$$z = B \cdot e^{i\omega_f t} \quad (33)$$

Reemplazando en la ecuación (28) se tiene:

$$(-M\omega_f^2 + ic\omega_f + k) \cdot B e^{i\omega_f t} = F_0 \cdot e^{i\omega_f t} \quad (34)$$

despejando B se tiene:

$$B = \frac{F_0}{k - M\omega_f^2 + ic\omega_f} = \frac{F_0 e^{-if}}{\sqrt{(k - M\omega_f^2)^2 + (c\omega_f)^2}} \quad (35)$$

donde:

$$\mathbf{f} = \tan^{-1} \left(\frac{c\mathbf{w}_f}{k - M\mathbf{w}_f^2} \right) \quad (36)$$

de esta forma, se obtiene $z(t)$:

$$z(t) = \frac{F_0 e^{i(\mathbf{w}_f t - \mathbf{f})}}{\sqrt{(k - M\mathbf{w}_f^2)^2 + (c\mathbf{w}_f)^2}} \quad (37)$$

Definiendo:

- Factor de sintonía:

$$\eta = \frac{\omega_f}{\omega} \quad (38)$$

- Factor de amplificación:

$$A_1 = \frac{B}{F_0/k} \quad (39)$$

La expresión (37) se puede escribir:

$$z(t) = \frac{\left(\frac{F_0}{k} \right) e^{i(\mathbf{w}_f t - \mathbf{f})}}{\sqrt{(1 - \mathbf{h}^2)^2 + (2\mathbf{h}z)^2}} \quad (40)$$

y se puede anotar:

$$A_1 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \mathbf{h}^2)^2 + (2\mathbf{h}z)^2}} \quad (41)$$

de esta forma la solución más sencilla para $z(t)$ es:

$$z(t) = \frac{F_0}{k} A_1 e^{i(\mathbf{w}_f t - \mathbf{f})} \quad (42)$$

Pero se está buscando una solución para $x(t)$ la cual resulta ser:

$$x(t) = x_{hom} + \left(\frac{F_0}{k} \right) A_1 \cos(\omega_f t - \mathbf{f}) \quad (43)$$

2.4 ANÁLISIS DE LAS VIBRACIONES, RELACIÓN ENTRE FUERZA Y VIBRACIÓN

La vibración de una máquina rara vez es armónica simple, lo más probable es que sea de forma compleja, como se manifiesta en la Fig. 2.10, en este caso, al sensor ubicado en uno de los descansos de la máquina llegan simultáneamente vibraciones provenientes de distintas fuentes, siendo alguna de estas: Desbalanceo (Unbalance), solturas mecánicas (looseness), engranajes en mal estado (blade passing), rodamiento en mal estado (bad bearing).

Dado que el sensor capta las excitaciones de diferentes fuentes de vibración, (Fig. 2.10), se concluye que la suma de éstas recibe el nombre de Vibración Global o Total, y las diferentes vibraciones que la conforman se llaman componentes.

La vibración medida experimentalmente, llamada señal vibratoria, es en general difícil de analizar con el dominio tiempo (forma de onda o de vibración en el tiempo), por lo que es necesario, analizar el dominio de la frecuencia. La descomposición de una vibración global en sus componentes que la forman se llaman análisis de frecuencia o espectral.

Para diagnosticar las vibraciones, es necesario relacionar las vibraciones medidas en los descansos o ejes de máquinas, con las frecuencias dinámicas generadas dentro de ella, lo que conduce a crear un sistema masa – resorte, Éste debe ser construido tan simple como sea posible, pero que represente la realidad; y así poder determinar la primera frecuencia natural de vibrar en flexión del disco (impulsor) de masa M , ubicado en el centro de un eje montado sobre descansos rígidos.

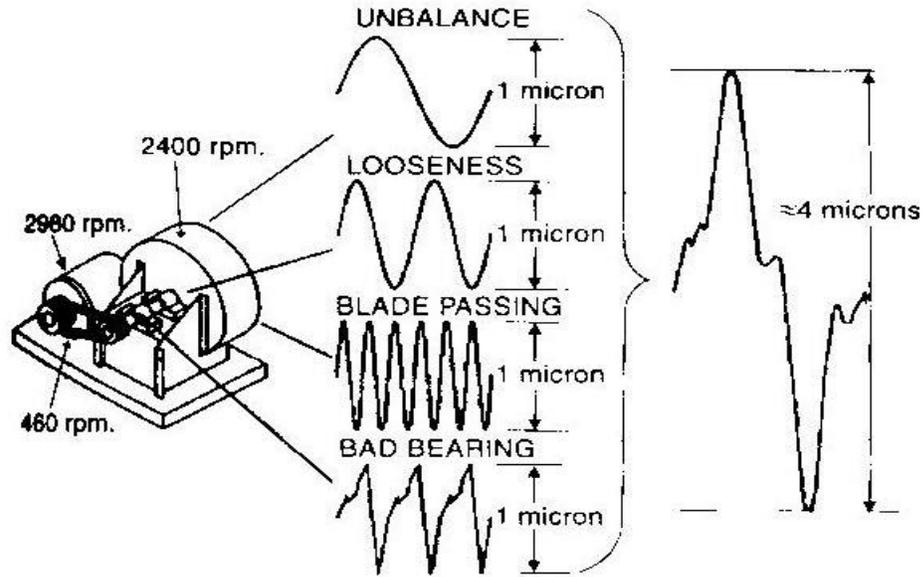


Fig. 2.10 Vibración de una máquina, Fuente: (Davies, 1998).

Este sistema es de un grado de libertad, dado que su posición en cualquier instante queda definida por una sola coordenada, en este caso, el desplazamiento vertical respecto a la posición de equilibrio (Fig. 2.11).

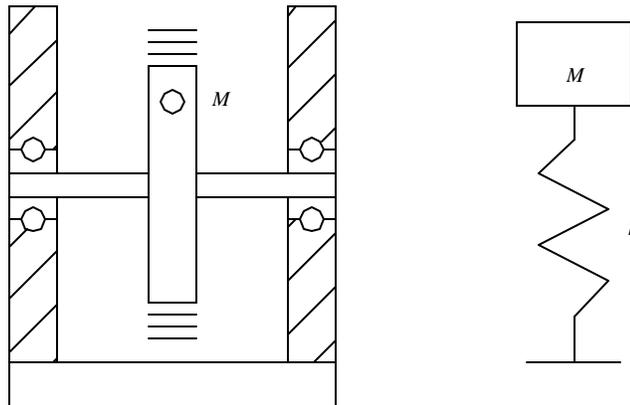


Fig. 2.11 Frecuencia natural de vibrar en flexión, Fuente: (Saavedra, 1993).

Si el rotor se desplaza transversalmente y luego se suelta, éste vibrará en flexión, de igual forma que vibrará el sistema masa – resorte si se saca de su posición de

equilibrio, esto último, recibe el nombre de vibración libre y la frecuencia del sistema se llama frecuencia natural f_n , y su valor está dado por:

$$f_n (\text{osc} / \text{seg}) = 2\pi \sqrt{\left(\frac{k(N/m)}{M(\text{kgs})} \right)} \quad (44)$$

Donde M es la masa del disco y k es la rigidez del resorte que representa la elasticidad del eje.

La frecuencia natural se denota por ω_n , se mide en (rad/seg), y se expresa matemáticamente como:

$$\omega_n (\text{rad} / \text{seg}) = \frac{f_n}{2\pi} = \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (45)$$

La Figura 2.12, indica la relación entre la fuerza excitadora generada (Fig. 2.11). y las vibraciones generadas, bajo la suposición de que la máquina tiene un comportamiento lineal.

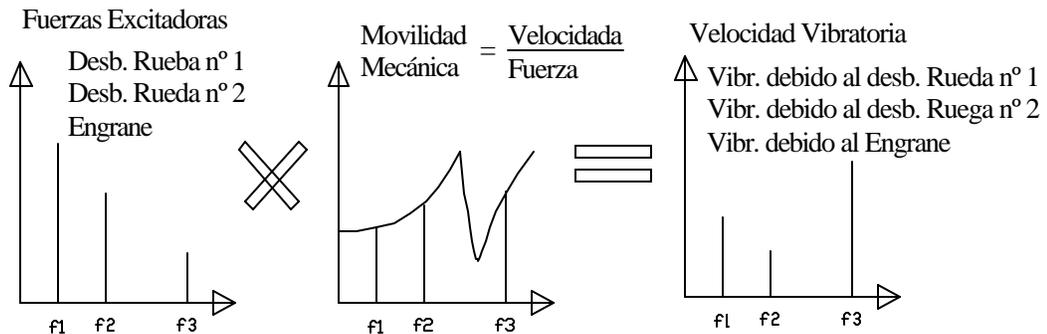


Fig. 2.12 Relación entre fuerza excitadora y vibración, Fuente (Saavedra, 2000)

De la Fig. 2.12, se puede interpretar:

- A las ω_n , la movilidad mecánica de la máquina es grande mientras que existen otros puntos donde la movilidad mecánica es muy baja. Una buena máquina se diseña de manera que las frecuencias donde las fuerzas son grandes, la movilidad mecánica sea pequeña.

- Las diferentes movibilidades mecánicas de las diferentes máquinas, generan diferentes espectros vibratorios para una misma condición de la máquina.
- En un sistema lineal, la frecuencia de la vibración es igual a la frecuencia que la genera, y es independiente de lo que sucede a otras frecuencias.

- **Amortiguamiento**

Es una condición del sólido (masa), que hace que las vibraciones libres vayan disminuyendo su amplitud hasta detenerse. En la práctica, existen disipadores de energía o amortiguamientos, como pueden ser, rozamientos, amortiguamiento interno de los materiales, resistencia al movimiento de un impulsor en un fluido, etc.

Para el caso particular de las estructuras, se considera un coeficiente de amortiguamiento del 2%. (Tadeu de Almeida, 1987).

- **Resonancia**

La amplitud del desplazamiento vibratorio X_0 , del sistema masa – resorte, depende del valor de la frecuencia Ω (frecuencia de la fuerza excitadora), respecto a la frecuencia natural ω_n del sistema.

Se puede observar que cuando $\Omega = \omega_n$ se producen grandes amplitudes vibratorias para sistemas poco amortiguados, teóricamente si no existe amortiguamiento, la amplitud debería ser infinita; este fenómeno se llama Resonancia.

En la figura 2.13 muestra la amplitud de oscilación del sistema, para una magnitud constante de la fuerza periódica aplicada y en función de la relación entre la frecuencia Ω y la frecuencia ω_n , por lo tanto se puede concluir:

- Cuanto mayor sea la diferencia entre la Ω y la ω_n , menor será la amplitud de oscilación del sistema, siendo lo mismo, cuanto mayor sea la diferencia entre la frecuencia Ω y la ω_n , mayor cantidad de energía se requerirá para generar una determinada amplitud en la oscilación forzada.
- Por el contrario, en el caso en que la frecuencia $\Omega = \omega_n$ (resonancia), una fuerza de pequeña magnitud aplicada puede lograr grandes amplitudes de oscilación del sistema.

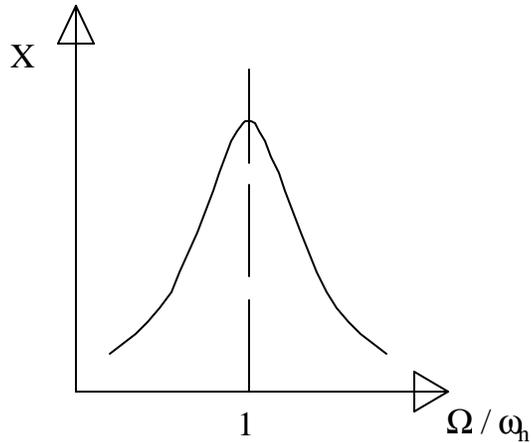


Fig. 2.13. Curva de resonancia $X = \Omega / \omega_n = 1 \Rightarrow$ Resonancia.

2.5 DESBALANCEO EN ROTORES RÍGIDOS

Un importante requerimiento de todas las máquinas rotatorias, es que el eje de rotación coincida con uno de los ejes principales de inercia del cuerpo. Este requerimiento es difícil de satisfacer exactamente en el proceso de fabricación, y por eso es necesario el balanceo, sobre todo para las máquinas de alta velocidad. Esto es evidente por el hecho de que la magnitud de cualquier desbalanceo es igual a la fuerza centrífuga.

Una de las causas más probables de vibración en las máquinas, es por desbalanceo de masas.

El desbalanceo, es una condición donde el centro de masa del disco no coincide con su centro de rotación. La cantidad de desbalanceo, es la medida cuantitativa de desbalanceo en un rotor, sin referirse a su posición angular.

La cantidad de desbalanceo se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

$$U = m \cdot r \quad (46)$$

Donde:

U = Cantidad de Desbalanceo o simplemente desbalanceo.

m = Masa desbalanceada.

r = Distancia de la masa desbalanceada al eje de rotación.

Las razones para que esta distribución de masa sea no uniforme respecto al eje de rotación, pueden ser:

- Desgaste no simétrico del material
- Dilatación no simétrica del material
- Deformación no simétrica cuando gira a su velocidad de operación
- Montaje excéntrico de elementos
- Desalineamiento, mala fijación de acoplamientos. etc.

Este desbalanceo, es comúnmente percibido como un punto pesado (ubicación de la masa desbalanceada), imaginario sobre el rotor, representado por una masa m a una cierta distancia r , el cual genera una fuerza radial giratoria.

$$F_c = U \cdot \Omega^2 \quad (47)$$

Cuando el rotor gira con una velocidad angular Ω . La fuerza en cualquier plano radial, como vertical, es $f(t) = F_c \sin \Omega t$, lo que se puede apreciar en la Fig. 2.14.

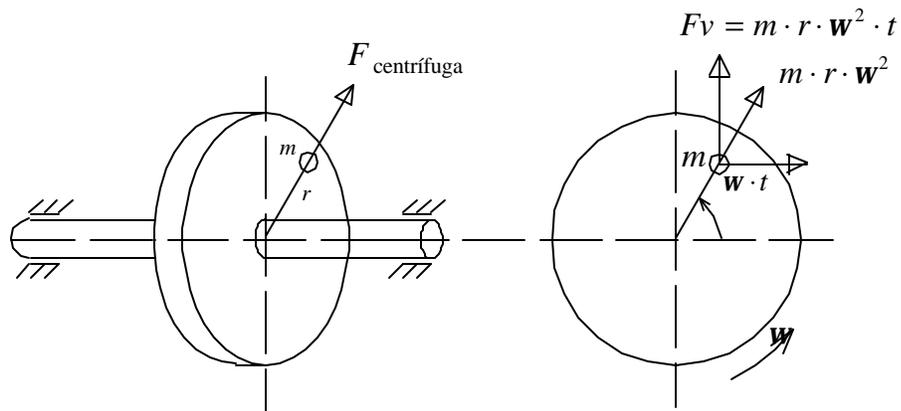


Fig. 2.14 Disco desbalanceado, Fuente: (Saavedra, 2000).

En la Fig. 2.15, se muestra un rotor de largo L y de diámetro D , el cual esta compuesto por una serie de discos, existiendo en cada uno un desbalanceo dado por:

$$U_i = m_i \cdot r_i \quad (48)$$

que al girar el rotor a una velocidad angular ω , produce una fuerza centrífuga:

$$F_i = m_i \cdot r_i \cdot \omega^2 \quad (49)$$

El proceso de balanceo, consiste en agregar al rotor un determinado número de masas llamadas masas correctoras, lo cual genera nuevas fuerzas centrífugas que equilibran o balancean las anteriores (Fig. 2.15).

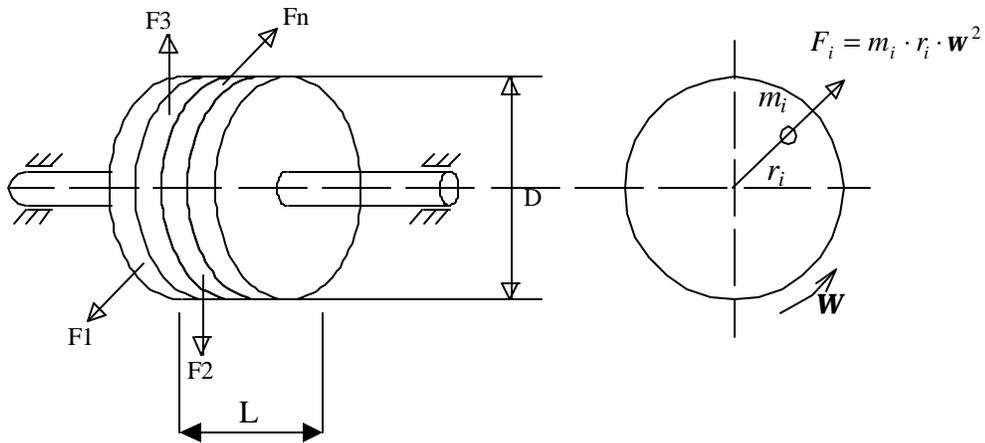


Fig. 2.15 Rotor en desbalanceo, Fuente: (Saavedra, 2000)

CAPÍTULO III

SOFTWARE PRO/ENGINEER: Elementos finitos en análisis de vibraciones

Para poder entender los fenómenos relacionados con las vibraciones, se debe realizar un complejo análisis de vibración que se encuentra dividido en dos fases sucesivas: análisis de las vibración libre (busca la frecuencia natural y factores de amortiguamiento), que representan las propiedades modales y análisis de vibración forzada (lleva a la definición de la respuesta de frecuencia, como movilidad, velocidad), que corresponde a la característica de respuesta de la frecuencia, como ya se ha mencionado anteriormente.

Para resolver y poder dar respuesta a este análisis, se empleará el método de elementos finitos donde se obtendrá un análisis modal, y un análisis dinámico de frecuencia usando el software Pro/Engineer y el módulo Pro/Mechanica.

3.1 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método de elemento finito (M.E.F.), es un método numérico, que surgió como tal en la década de los 60`s. El cual es aplicado actualmente en casi todo los ámbitos del saber con éxito, alcanzando sus mayores aplicaciones en el campo de la ingeniería.

Los M.E.F. son técnicas mediante las cuales, es posible resolver complejos problemas matemáticos, por medio del simple uso de operaciones aritméticas.

Dentro de los métodos numéricos existen una gran variedad de éstos, dependiendo de la aplicación que tiene el método y del concepto que se emplea para hacer la aplicación, es decir, cambiar el problema complejo por una serie de operaciones aritméticas.

El concepto básico de este método es de dividir el dominio de la región en un número finito de elementos, es decir, discretizar el dominio (acción de transformar la realidad de la naturaleza continua en un modelo discreto aproximado) y resolver o interpolar (acción de aproximar los valores de una función a partir de su conocimiento

en un número discreto de puntos) sobre cada uno de los elementos de las ecuaciones del sistema para después ensamblar la solución total.

Se debe señalar, que las aplicaciones prácticas de la mecánica de sólidos deformable pueden agruparse en dos grandes familias:

- Problemas asociados con sistemas discretos: los sistemas están dividido de forma natural, en elementos claramente definidos.
- Problemas asociados a sistemas continuos: los sistema no puede ser dividido en forma natural en unidades simples, lo que implica un análisis mucho más complejo.

Para construir un modelo numérico se define un número finito de puntos, los cuales podrán estar unidos por líneas, con el objeto de formar superficies y sólidos, de esta manera la geometría a estudiar. Estos puntos son llamados nodos y se encuentran en las fronteras de los elementos que se generan por la discretización del dominio, además son los responsables de mantener la continuidad, al mantener unidos a los elementos. El sistema ahora, es un conjunto de elementos unidos mediante nodos.

Ahora bien, las ecuaciones aritméticas que reemplazan a las ecuaciones diferenciales que gobiernan al sistema objeto de estudio, se conocen como ecuaciones de discretización. Para llegar a ellas se utilizan diversas técnicas matemáticas, las más comunes son: aproximación directa, método variacional, método de residuos ponderados, series de Taylor y balance de energía.

Para obtener la solución de un problema mediante el M.E.F. se sigue los siguientes pasos genéricos: generación de la geometría, descritización del sistema, selección del tipo de elemento, asignación de la propiedad del material, definición de cargas, fronteras y solución del conjunto de ecuaciones.

Mediante uso del M.E.F se pueden obtener diversos análisis, tales como:

- El análisis estático: permite la determinación de los componentes de los modos (esfuerzos, tensiones, desplazamientos y estabilidad estructural).

- El análisis dinámico:
 - Cálculo de las frecuencias y modos propios de vibración: La vibración libre de un cuerpo elástico se realiza en frecuencia y tomando formas que le son propias, denominadas frecuencias y modos propios de vibración. El análisis de modos y frecuencias propias de vibración se realiza con el objeto de conocer mejor el comportamiento dinámico del componente o estructura y determinar posibles áreas de conflicto, como por ejemplo, la generación de resonancia.
 - Cálculo de la respuesta en función del sistema: Este tipo de análisis, permite determinar la respuesta vibratoria y tensional de una estructura cuando es excitada mediante una carga senoidal periódica, amplitud y frecuencia variable. De este modo, es posible explorar la presencia de los diversos modos de vibración en el rango de frecuencias de interés, a fin de determinar su importancia relativa.
 - Cálculo y respuesta a una sollicitación transitoria: En este tipo de análisis, se pretende simular el efecto de una secuencia de carga real sobre la estructura, incorporando los efectos dinámicos.
- Transferencia de calor: puede abordarse problemas de conducción, convección o radiación en régimen estacionario. Los resultados son básicamente las distribuciones de temperatura y los fluidos de calor.
- Mecánica de fluidos: Pueden ser problemas en el régimen laminar o turbulento, estacionario o transitorios. Los resultados son básicamente las distribuciones de presión y velocidad.
- Electromagnetismo: Puede tratarse de problemas relacionados con los campos y las ondas electromagnéticas. Los resultados son básicamente los campos eléctrico y magnético, las distribuciones de potencial, las corrientes, los fluidos magnéticos, etc.

Como ya hemos visto, el M.E.F. será una herramienta vital para lograr resolver el problema de estudio, donde se recurrirá a los conceptos básicos del análisis de vibraciones, que se han presentado al inicio de este estudio.

Por lo tanto, el M.E.F. creará un modelo matemático que representará a la ecuación (12), generando una ecuación para cada grado de libertad, expresada ahora y en lo sucesivo en forma matricial como sigue:

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (50)$$

Donde:

- $[M]$: Matriz de masa (unidad de masa) y contiene todas las masas y los términos de acoplamiento dinámico en el sistema.
- $[C]$: Matriz de amortiguamiento y define las fuerzas que se disipan debido a los elementos de amortiguación (razón entre unidad fuerza y unidad de velocidad).
- $[K]$: Matriz de rigidez y define las fuerzas restauradoras y los términos de acoplamiento estáticos debido a los elementos de rigidez. (Razón entre unidad de fuerza y unidad de longitud).
- $\{X\}$: Vector de desplazamiento (unidad de longitud) y contiene los grados de libertad del modelo como función del tiempo.
- $\{F\}$: Vector de fuerza (unidad de fuerza) que contiene las fuerzas externas que actúan en los varios grados de libertad en el modelo como función del tiempo.

La solución de la ecuación (50) esta compuesta por un problema de valor propio (determinan la frecuencia natural y el amortiguamiento para cada modo) / vector propio (son las formas del modo).

Una forma de ilustrar el uso de M.E.F. es por medio de la ejemplificación de un sistema no amortiguado de varios grados de libertad, donde la extracción de los valores propios y vectores propios, son obtenidos de la ecuación de movimiento expresada en forma matricial:

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = 0 \quad (51)$$

Donde:

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & m_{2n} \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{nm} \end{bmatrix} = \text{Matriz de masa (matriz cuadrada)} .$$

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{2n} \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{nm} \end{bmatrix} = \text{Matriz de rigidez (matriz cuadrada)}.$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_n \end{bmatrix} = \text{Vector de desplazamiento (matriz columna)}.$$

La ecuación (51), no sólo se puede expresar sin los corchetes y llaves, sino también con letras mayúsculas con el objeto de simplificar la operación, por lo tanto se expresa de la siguiente manera:

$$M \ddot{X} + KX = 0 \quad (52)$$

Si se multiplica la ecuación (52) por M^{-1} (matriz inversa), se obtiene:

$$M^{-1} \cdot M = I \text{ (matriz unitaria)} \quad (53)$$

$$M^{-1} \cdot K = A \text{ (matriz dinámica)} \quad (54)$$

$$I \cdot \ddot{X} + A \cdot X = 0 \quad (55)$$

Asumiendo que es un movimiento armónico $\ddot{X} = -I \cdot X$, donde $I = \omega^2$, por lo tanto la ecuación (52) se transforma en:

$$[a - I \cdot I] \{X\} = 0 \quad (56)$$

Esta ecuación es característica del sistema, y sus raíces I_i son denominadas valores propios. Además las w_n (frecuencia natural del sistema), son determinadas por la siguiente equivalencia:

$$I_i \cdot w_n^2 \rightarrow w_n = 2 \cdot p \cdot f_n \quad (57)$$

3.2 ANÁLISIS MODAL

El análisis modal es una técnica utilizada para determinar las características vibratorias de una estructura con comportamiento elástico y lineal, suministra las frecuencias y formas naturales con las que vibra una estructura una vez que la sollicitación inicial ha desaparecido. Es el tipo de análisis dinámico más importante, y debe de hacerse siempre antes de cualquier otro análisis, pues las características vibratorias de una estructura determinan como responde ante las cargas dinámicas (fundamental para evitar la resonancia).

En un sistema de un sólo grado de libertad como el representado en la figura 2.7, (con una masa M, amortiguamiento C y rigidez K), donde el amortiguamiento se representa mediante un amortiguador viscoso y la rigidez por medio de un resorte.

Al someter el sistema a una excitación, éste responderá vibrando de una determinada manera, propia y exclusiva del sistema concreto. Esta respuesta se podrá expresar en un gráfico desplazamiento – frecuencia. Esta vibración se llamara modo de vibración del sistema, y a su frecuencia, *FRECUENCIA NATURAL* del sistema. Cada modo tendrá una forma propia de vibración (Fig. 3.1). Al realizar esta misma operación con todos los posibles sistemas de un grado de libertad se obtendran todos los modos de vibración y sus formas, así como sus frecuencias naturales.

Las estructuras al vibrar, lo hacen como una combinación de modos fundamentales de vibración de sistemas de un grado de libertad, pudiéndose entender la estructura como una superposición de muchos sistemas de un grado de libertad (la forma de vibrar de un sistema de n grados de libertad es una combinación de n sistemas de 1 G.D.L (modos)).

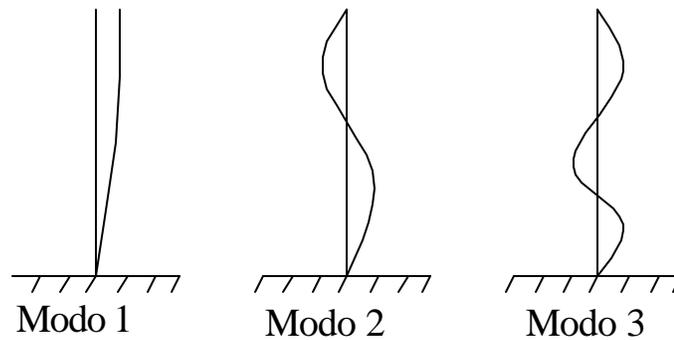


Fig. 3.1 Modos de vibrar

3.3 PRO/ENGINEER WILDFIRE

Este software posee muchas aplicaciones de gran capacidad. Es ideal para capturar la intención del diseño de los modelos, ya que se fundamenta en una filosofía práctica.

Este software es un modelador de sólidos, es decir, desarrolla modelos como sólidos y permite trabajar en un entorno tridimensional.

Se pueden destacar en el:

- Las propiedades de masa se pueden calcular directamente a partir de la geometría.
- Aunque se puede manipular la vista de un modelo sólido en la pantalla, el modelo permanece sólido. Fig. (3.2)
- Como herramienta de modelado de sólidos, se puede decir que Pro/Engineer es un sistema paramétrico y asociativo basado en funciones.

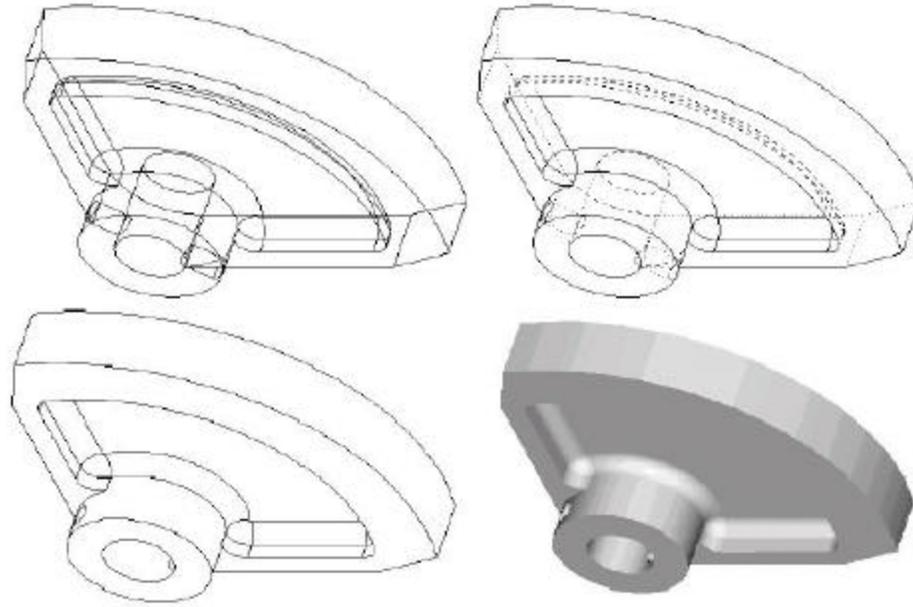


Fig. 3.2 Visualización del modelo, Fuente: (Introducción a Pro/Engineer, 2000).

- **Basado en Funciones**

Son el pilar básico de Pro/Engineer. La geometría se compone de una serie de funciones sencillas de comprender. Una función es el elemento constitutivo más pequeño de un modelo de pieza, no obstante, se debe tener presente que Pro/Engineer permite construir un modelo de forma incremental, es decir, añadiendo funciones individuales una a una.

De esta forma, conforme se constituye el modelo función a función, se eligen los elementos constitutivos y el orden en que se crean, captando así la intención del diseño.

Fig. 3.3.

La intención del diseño es el motivo imperioso, toda la fuerza motriz que tiene detrás la creación de cada función.

Las funciones simples añaden flexibilidad y fiabilidad a las piezas individuales y al modelo en general.

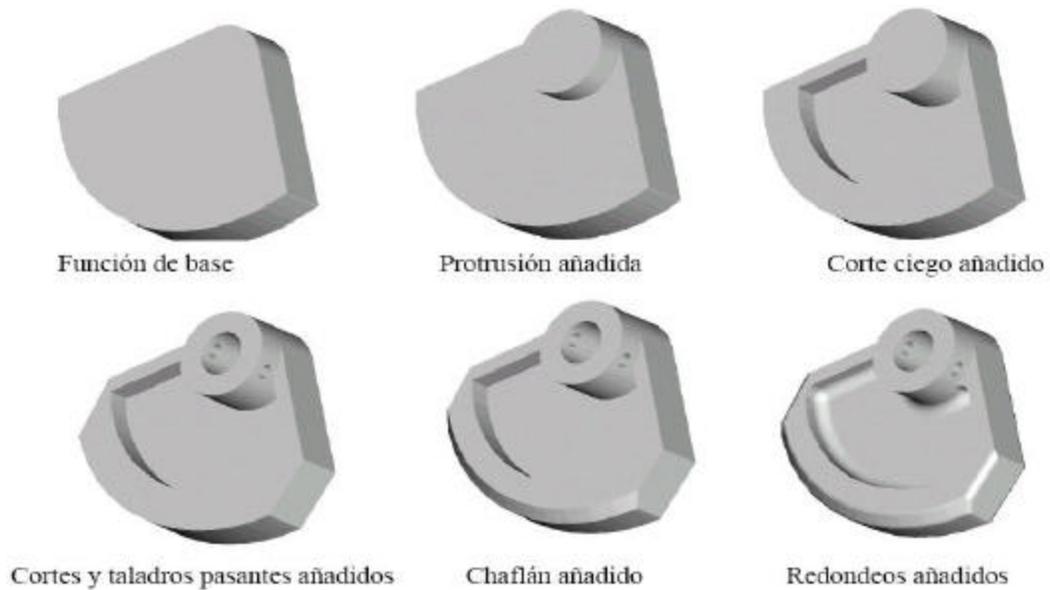


Fig. 3.3 Construcción de modelos función a función,
Fuente: (Introducción a Pro/Engineer, 2000).

- **Paramétrico**

Pro/Engineer es paramétrico, es decir que está gobernado por parámetros o por cotas variables. Esto supone que: La geometría se cambia con facilidad mediante la modificación de las cotas, las funciones están interrelacionadas.

Las modificaciones de una sola función programan los cambios a otras funciones, sin alterar además la interacción del diseño, cuando una función hace referencia a otra suele desarrollarse la relación conocida como padre/hijo. Fig. 3.4

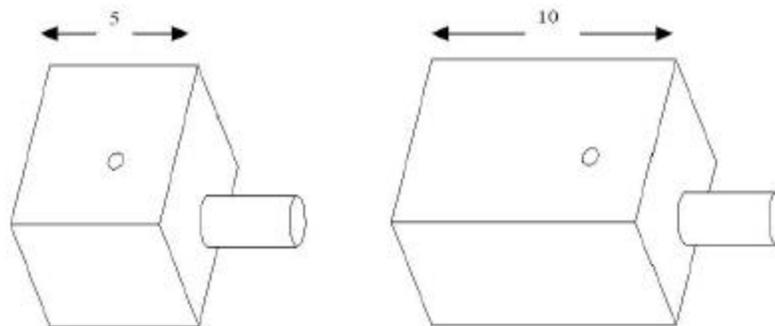


Fig. 3.4 Protrusión y taladro siguen el lado del bloque,
Fuente: (Introducción a Pro/Engineer, 2000).

- **Asociativo**

Los modelos de Pro/Engineer son a menudo combinaciones de varias piezas, conjuntos, planos y otros objetos. Pro/Engineer crea todas estas entidades plenamente asociativas, es decir, que si se realizan cambios en un determinado nivel, dichos cambios se propagan a todos los niveles. Por ejemplo, al modificar las cotas de un plano, los cambios se reflejan en la pieza con dichas cotas. La Fig. 3.5 muestra la asociatividad entre una pieza y un conjunto.

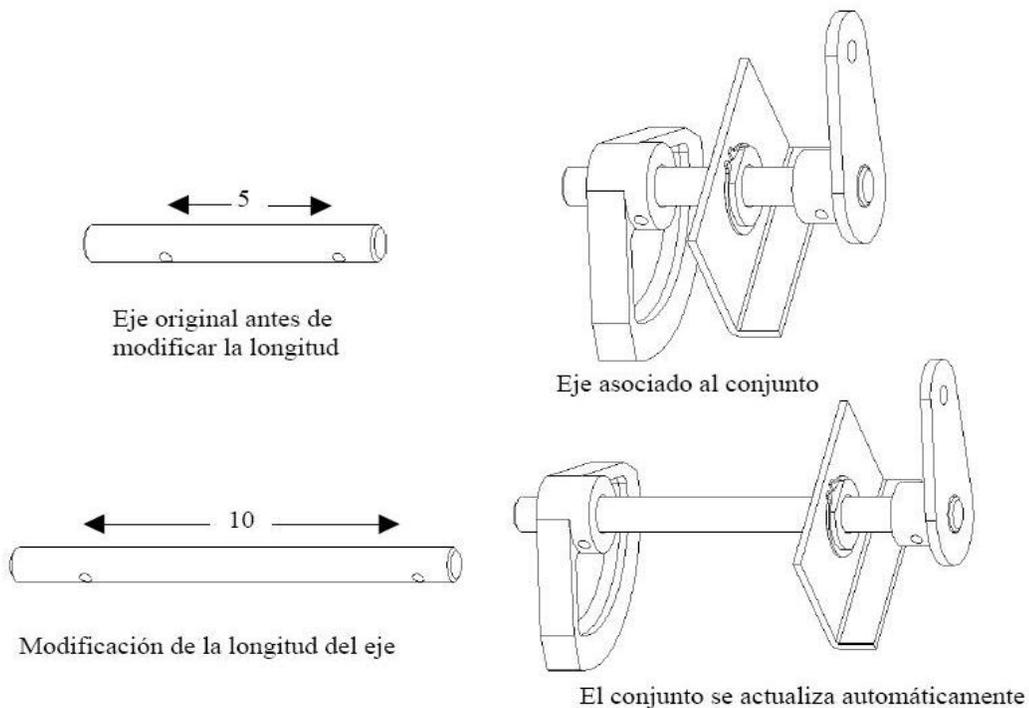


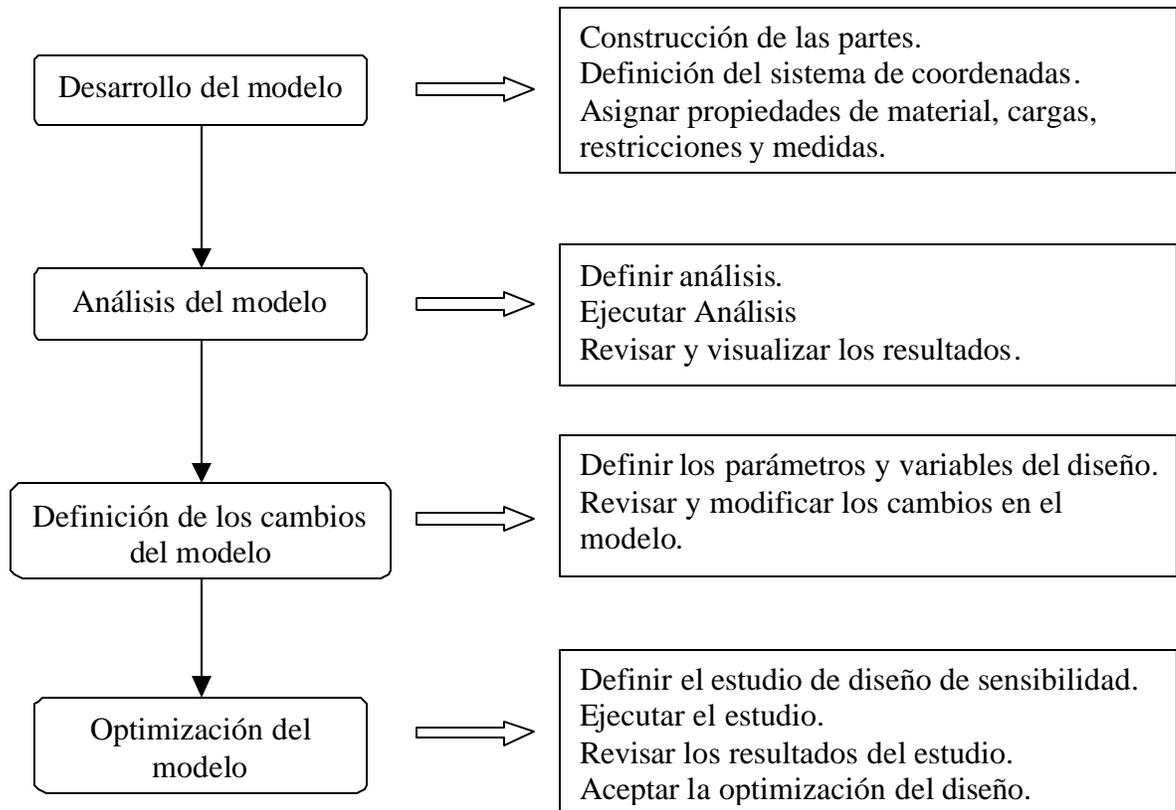
Fig. 3.5 Asociatividad, Fuente: (Introducción a Pro/Engineer, 2000).

3.4 **PRO/MECHANICA**

Pro/Mechanica es un software multidisciplinario CAE (computer-aided engineering), que más que un simple sistema de FEA. Se puede ver que es realmente una herramienta de diseño, desde éste se puede deducir estudios paramétricos con una buena optimización del diseño para ser resuelto en forma completamente sencilla, capaz de procesar resultados con un nivel de certeza óptimo. Entre las herramientas se

destacan las para diseño estructural (Structure), térmica (Thermal) y requerimientos dinámicos (Motion). Para comprender este proceso se ilustra el cuadro 3.1.

Pro/Mechanica, permite su funcionamiento bajo dos escenarios diferentes: Modo Independiente (Independent Mode) y Modo Integrado (Integrated Mode). A continuación se presenta un cuadro donde se muestran las diferencias entre ambos. Cuadro 3.2.



Cuadro 3.1 Proceso Pro/Mechanica, Fuente: (Anderson, 1999).

| Modo Integrado | Modo Independiente |
|--|---|
| Interface Pro/Engineer | Interface Pro/Mechanica |
| Todos los análisis disponibles | Todos los tipos de análisis disponibles |
| Modelos en 2D y 3D | Modelos en 2D y 3D |
| Algunas medidas de resultados no disponibles | Todas las medidas disponibles |
| Todos los elementos generados automáticamente(AUTOGEM) | Elementos de creación manual o automática |
| Geometrías creadas sólo en Pro/Engineer | Geometrías creadas en Pro/Engineer, Pro/Mechanica o importadas de otros programas CAD |
| Sensibilidad y optimización usando sólo parámetros de Pro/Engineer | Sensibilidad y optimización usando sólo variables de Pro/Mechanica |

Cuadro 3.2 Comparación de los modos de operación de Pro/Mechanica,
Fuente: (Roger Toogood, 2001).

- **PRO/MECHANICA STRUCTURE**

Módulo que permite evaluar la conducta estructural de una parte o ensamble, visualizar la sensibilidad del modelo a variaciones de las propiedades y forma, permitiendo optimizar las capacidades de éste.

Los tipos de análisis que se pueden obtener son: estático, modal, pandeo, fatiga, pretensión, dinámico.

- **PRO/MECHANICA THERMAL**

Módulo que permite evaluar la conducta térmica de una parte o ensamble, a su vez, permite la optimización del modelo, caracterizándose la aplicación de cargas de calor, temperaturas prescritas, y condiciones de convección en el modelo. Thermal Analysis permite realizar análisis de estado transiente en conducción de calor.

- **PRO/MECHANICA MOTION**

Herramienta que permite realizar modelos mecanizados y la optimización del diseño de estos. Los análisis que pueden obtener son: 3D estático, kinetostatic (inverso de dinámica) y dinámica de un mecanismo. Los análisis de movimiento acceden a

obtener resultados como velocidad, aceleración angular, propiedades de masa, posición del punto, velocidad, aceleración, fuerza neta , etc.

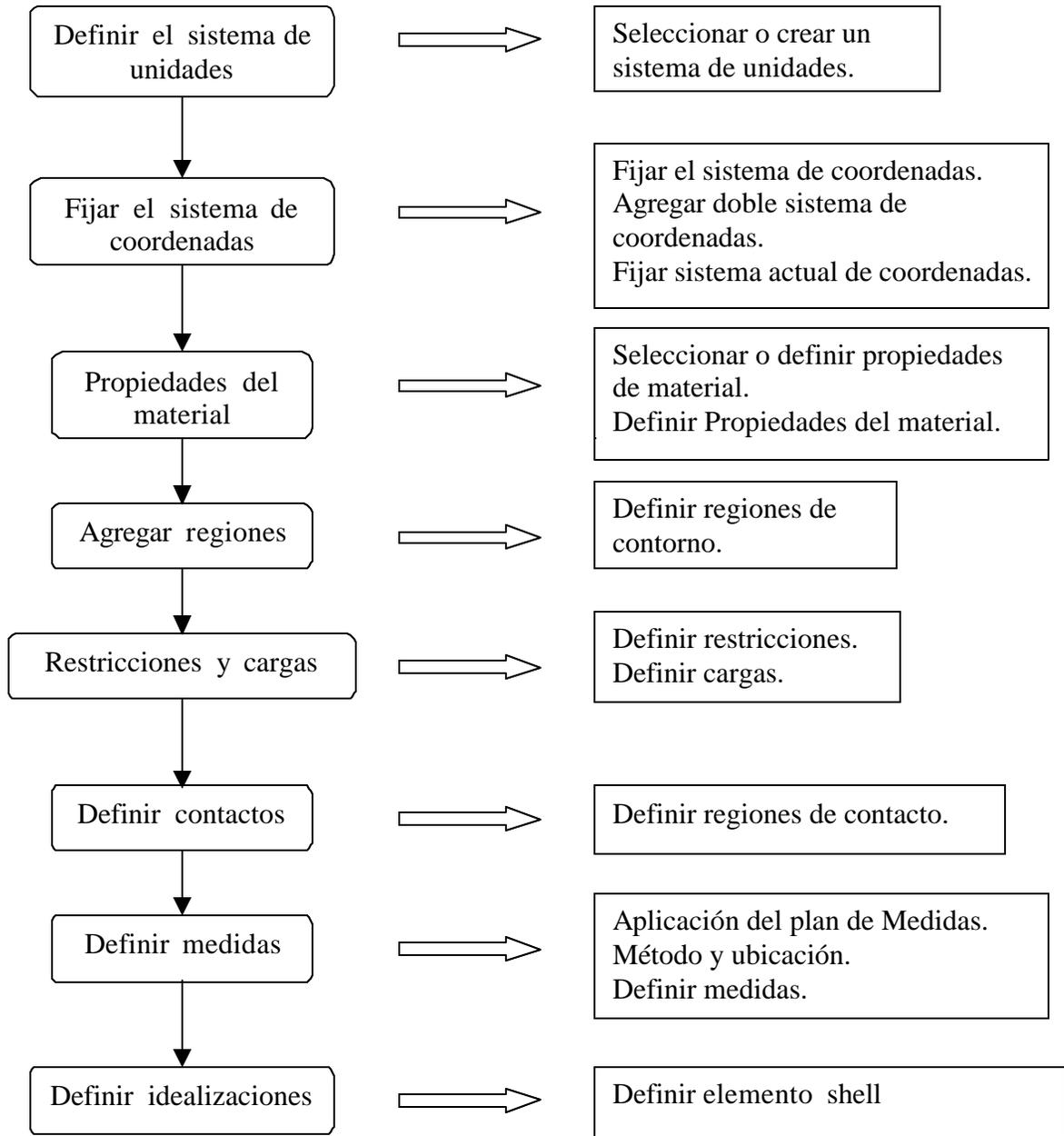
3.5 MÓDULO A USAR

Como ya se ha planteado en la problemática de estudio, es necesario usar herramientas de orden CAD/CAE como el software Pro/Engineer, el cual permitirá diseñar el modelo del banco de ensayo en 3D. Para someter al banco de ensayo a un análisis de vibración, se recurrirá al módulo Pro/Mechanica Structure y Motion en modo Integrado.

Antes de realizar algún tipo de análisis o optimización del modelo diseñado se deben definir una multiplicidad de restricciones para que Pro/Mechanica pueda comprender el comportamiento de éste, estas restricciones a su vez son interpretadas en el análisis que Pro/Mechanica realiza al modelo.

A Continuación se entrega algunas consideraciones, y en el cuadro 3.3 presenta un resumen del desarrollo del modelo.

- Se debe decidir que rasgos de la pieza se quiere modelar. Simplificando el modelo para obtener una mejor eficiencia y desempeño.
- Se debe definir el material del cual esta hecho el modelo y definir las características del material.
- Si se aplica cargas (loads), restricciones (constraints), o regiones en contacto (Contact Regions) a una región de la superficie del modelo, se deben crear regiones en el modelo.
- Se debe decidir si se definen las cargas o restricciones para el modelo, ya que éstas determinan el tipo de análisis que Pro/Mechanica puede ejecutar.
- Se debe decidir si se definen medidas específicas para el modelo, éstas serán aspectos puntuales del monitoreo del modelo y del desempeño.



Cuadro 3.3 Desarrollo del modelo, Fuente: (Anderson, 1999).

3.6 MEDICIONES PARA ANÁLISIS EN PRO/MECHANICA STRUCTURE

Para el Modo integrado, Pro/Mechanica Structure proporciona un set de análisis:

- Static (Estático)
- Modal (Modal)
- Buckling (Pandeo)
- Fatigue (Fatiga)

- Prestress (Pretensión)
- Dynamic (Dinámico)

El cuadro 3.4, resume los tipos de mediciones básicas que Pro/Mechanica Structure posee, el cual se descompone en tres columnas dependientes:

- **Cantidad (Quantity)**

Se indica el tipo de información que Pro/Mechanica Structure debe obtener.

- **Componente (Component)**

Se especifica la naturaleza o referencias para la cantidad que se desea medir, los componentes son dependientes de la cantidad que se elige.

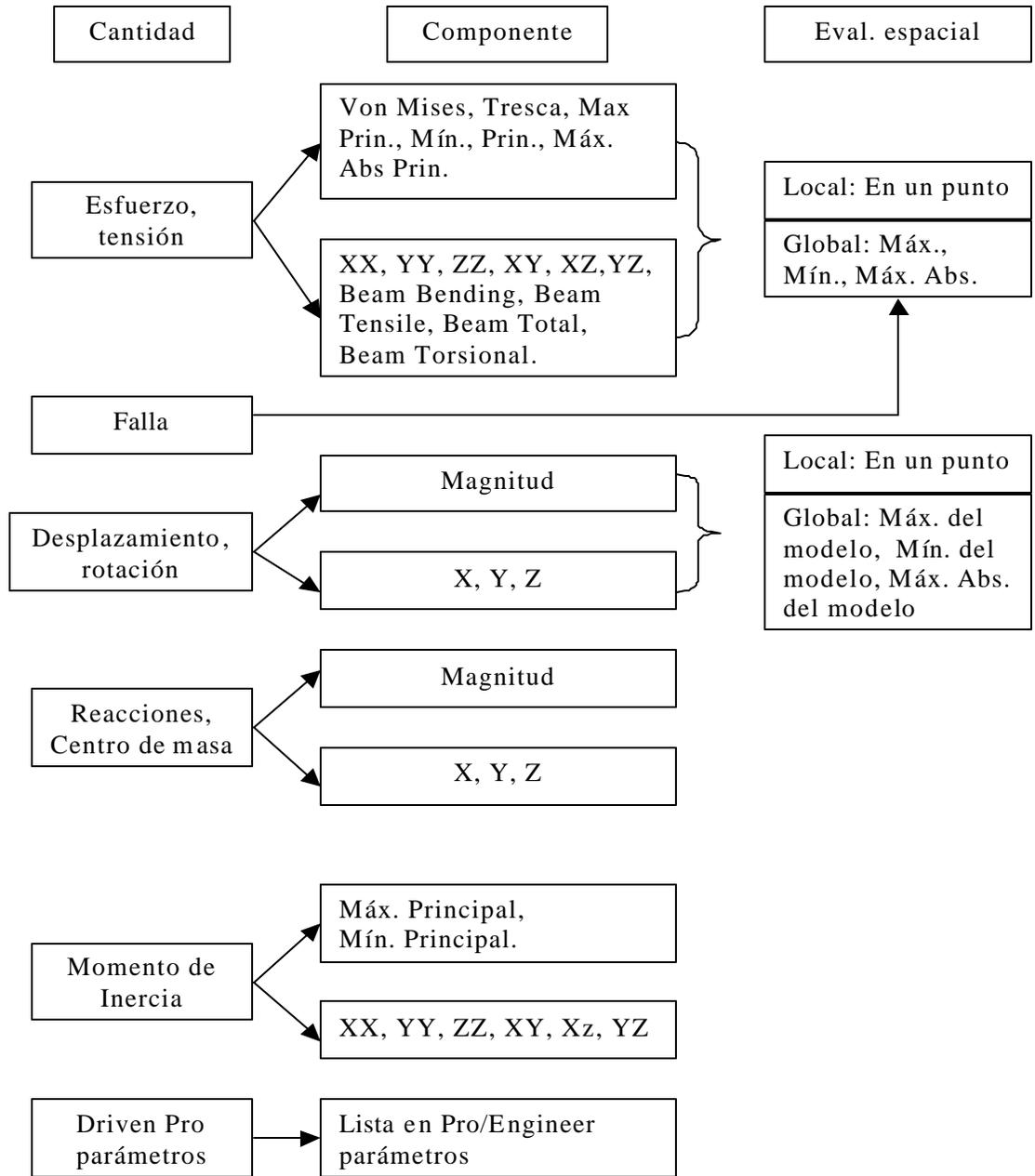
- **Método de evaluación espacial (Spatial Evaluation Method)**

Se indica si se desea obtener mediciones puntuales o globales, Para mediciones globales, se debe especificar el tipo de valor que Pro/Mechanica Structure calcula para la medición.

3.6.1 Mediciones para Análisis Dinámico

Basado en el problema en estudio, los análisis a emplear en este módulo son: Modal y Dinámico, por lo tanto se dará a conocer las mediciones necesarias para lograr obtener resultados en Pro/Mechanica Structure.

En el análisis dinámico de Pro/Mechanica se presentan diversas opciones de estudio, siendo estas:



Cuadro 3.4 Medidas globales para el análisis básico, Fuente: (Anderson, 1999).

- Dynamic Time Response
- Dynamic Frequency Response
- Dynamic Random Response
- Dynamic Shock

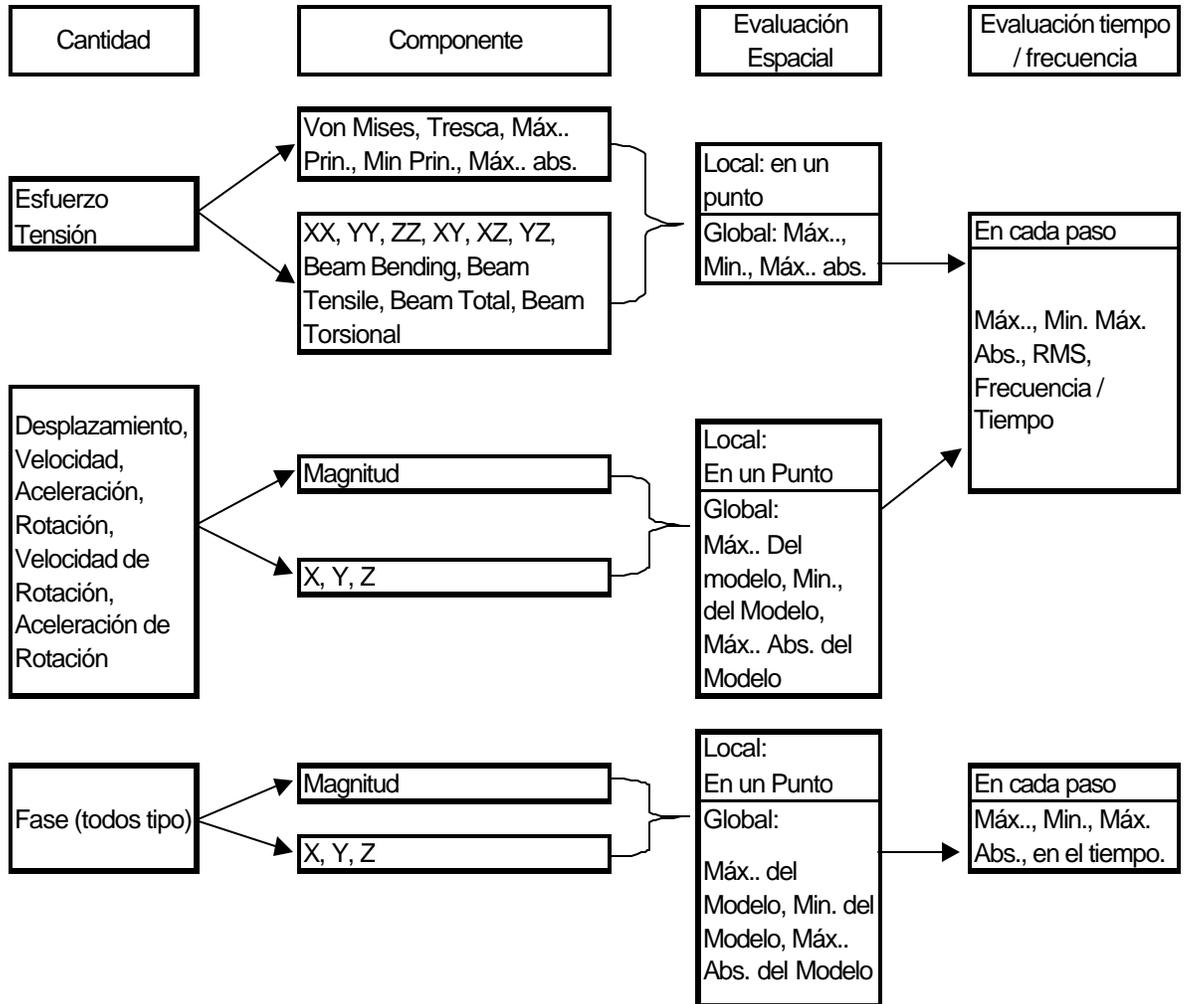
La creación de medidas es importante para el análisis dinámico, pues permite estudiar el comportamiento del modelo en un determinado rango de tiempo, en un punto en el tiempo o como una función de frecuencia, de hecho, la creación de medidas es la única forma como funciona el análisis dinámico de Random. Con el análisis dinámico de tiempo, se usan mediciones creadas para definir la cantidad que se quiere observar a través de una serie de intervalos de tiempo, sobre un rango de tiempo o un punto en el tiempo. Para el análisis dinámico de frecuencia y Random; se emplean las mediciones creadas para definir la cantidad de estudio a realizar, por medio de entrega de intervalos de frecuencia o pasos frecuencia.

El método para crear mediciones dinámicas difiere ligeramente del método básico de análisis, la mayor diferencia radica que la mediciones para la mayoría de los análisis dinámicos requiere la definición de las medidas en función del tiempo o frecuencia.

Cuando una medición creada para el análisis dinámico, se debe especificar las medidas que envuelven al cálculo basado en el tiempo o frecuencia. Al definir el tipo de medida, se indica cantidad (quantity), componente (component), evaluación espacial (spatial evaluation), y método de tiempo / frecuencia (time / frequency evaluation method). A continuación en el cuadro 3.5, se resumen las opciones para crear diferentes mediciones dinámicas.

3.7 ANÁLISIS DEL MODELO

Después de haber desarrollado una pieza, el análisis del modelo es el siguiente paso, siendo el análisis la revisión del modelo que determina el comportamiento cuando es sometido a una determinada combinación de cargas y restricciones.

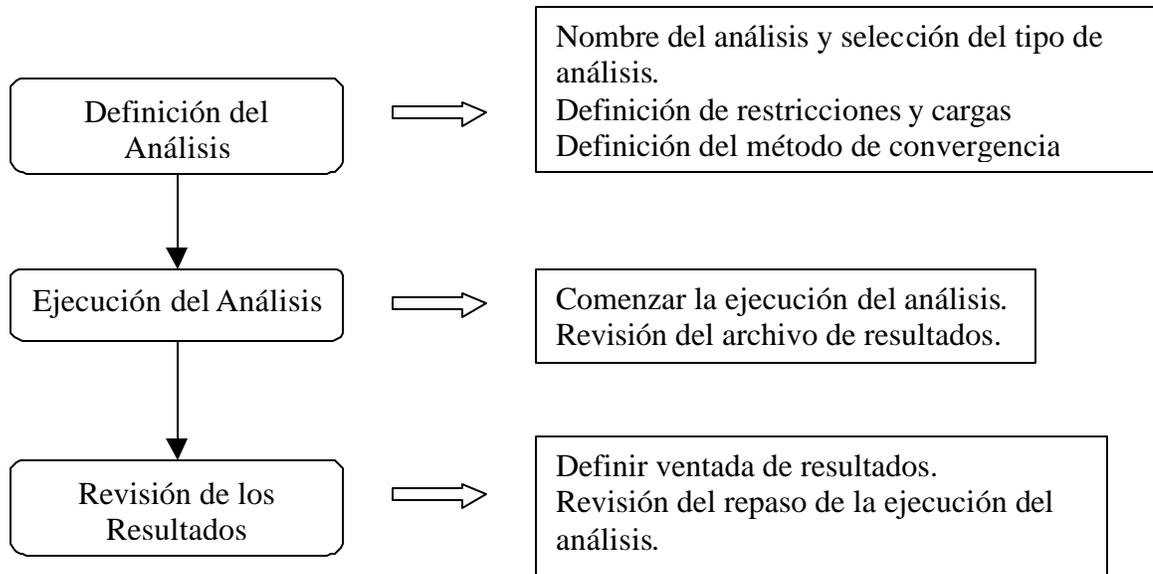


Cuadro 3.5 Medidas para el análisis dinámico, Fuente: (Anderson, 1999).

En este punto del proceso, ya se ha desarrollado el modelo y se han agradado las cargas y las restricciones a la geometría. El siguiente paso, es definir y correr el análisis para ver como responde éste a cargas y restricciones.

El análisis del modelo está basado en un proceso de tres pasos consecutivos, como se muestra en el cuadro 3.6.

Es importante entender la diferencia que existe entre un análisis y un estudio de diseño (Desing Study). Un análisis es la revisión de cómo el modelo reacciona a cargas y restricciones que se han colocado en él. La manera en que se ha definido el análisis determina el tipo de cálculo que realizará Pro/Mechanica en el modelo.



Cuadro 3.6 Análisis del Modelo, Fuente: (Anderson, 1999).

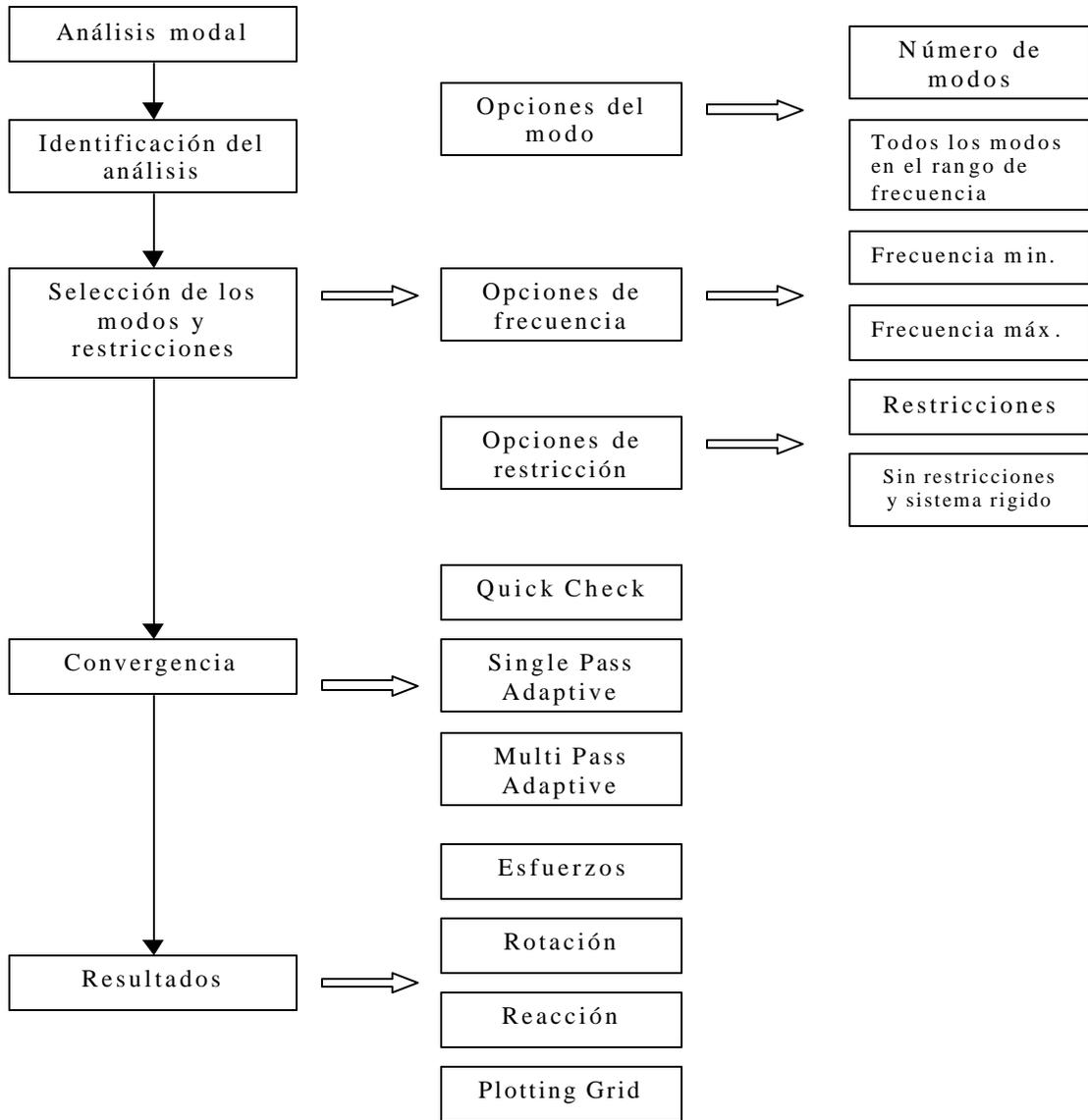
Un estudio de diseño es un grupo de análisis que Pro/Mechanica crea durante la ejecución del análisis, especificando el o los análisis que Pro/Mechanica debe calcular para la obtención de resultados para el modelo original o una variante. Este estudio de diseño estándar tiene el mismo nombre del análisis, seguido de la palabra static o modal.

- **Análisis Modal (Modal Analysis)**

En el análisis modal, Pro/Mechanica calcula las frecuencias naturales y modos de vibrar, a su vez, calcula en forma automática las medidas válidas para este tipo de estudio. A continuación se definen los pasos a seguir para la ejecución del análisis modal (cuadro 3.7).

- **Análisis Dinámico de Frecuencia (Dynamic Frequency)**

Pro/Mechanica calcula la amplitud y la fase del desplazamiento, velocidad, aceleración y esfuerzos del modelo que responde a cargas oscilantes a diferentes frecuencias. Para una sola base excitadora, se puede indicar a Pro/Mechanica que calcule



Cuadro 3.7 Pasos básicos para el análisis modal

los factores modales de masa que participan, con el objeto de obtener una mejor exactitud en los resultados del modelo.

Pro/Mechanica, presenta un set de análisis dinámicos, donde permite obtener resultados en función de tiempo, frecuencia, aleatorio o azar e impacto.

Antes de ejecutar cualquier tipo de análisis dinámico se debe considerar:

- Se debe ejecutar al menos un análisis modal del modelo a estudiar, antes de ejecutar un análisis dinámico.

- Al especificar un set de cargas y restricciones para el análisis se debe tener presente que:
 - Al efectuar un análisis dinámico no se debe seleccionar cargas térmicas en el set de cargas.
 - Si se borra un set de cargas o restricciones después de haberlas incluido en el análisis, también serán borradas de éste, incluso si se crea un set con el mismo nombre del set anterior, por lo tanto, se debe editar el análisis y reelegir el set, ya que, queda invalidado el análisis y el estudio del diseño en el cual se ha incluido.
 - No se debe seleccionar el set de restricciones si el modelo está suficientemente restringido por un punto.
 - Al asignar una carga de gravedad en el modelo, se puede ejecutar un análisis dinámico de frecuencia.

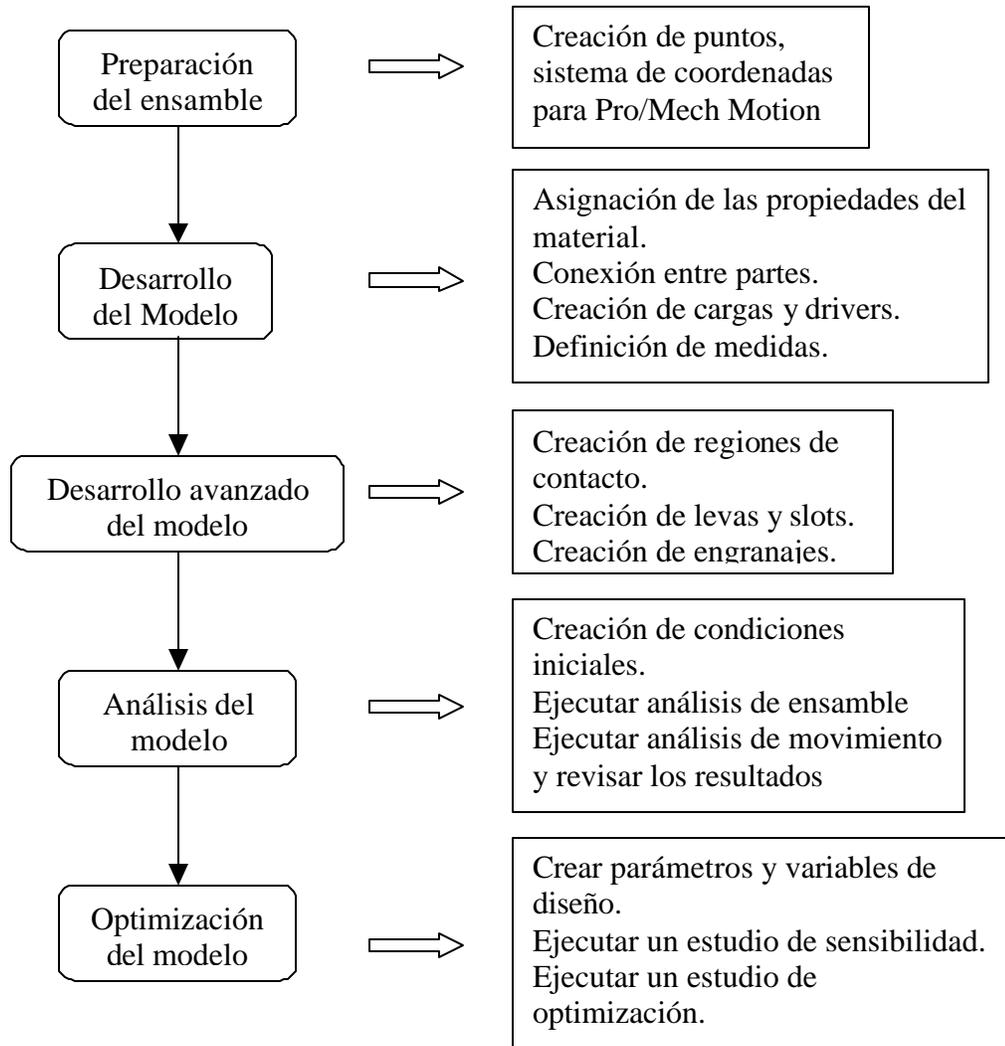
3.8 MEDICIONES PARA ANÁLISIS EN PRO/MECHANICA MOTION

Motion es un prototipo de herramienta virtual para el diseño y análisis de mecanismos. La forma de actuar de este módulo es crear modelos de mecanismos provenientes del ensamble de Pro/Engineer.

Para lograr estos mecanismos hay que tener en consideración:

- Verificar que el mecanismo está en correcto movimiento: simulando el movimiento y chequeando su posición, velocidad y aceleración de los componentes del mecanismo.
- Verificar si existe interferencia entre las partes del mecanismo en movimiento.
- Buscar la correcta configuración de las partes en el ensamble final usando análisis de ensamble en movimiento (Assembly analysis).
- Determinar el movimiento y las reacciones resultantes de la aplicación de cargas.
- Determinar la carga necesaria para producir un determinado movimiento.
- Determinar las cargas para rodamientos y uniones.
- Optimizar el mecanismo haciendo variar las dimensiones en Pro/Engineer.

A continuación se presenta el cuadro 3.8, donde se resume los pasos a considerar en la creación de mecanismos en Pro/Mechanica Motion.



Cuadro 3.8 Análisis en Pro/Mechanica Motion, Fuente: (Enright, 1999)

CAPÍTULO IV

MODELADO, ANÁLISIS, SÍNTESIS Y EVALUACIÓN DEL BANCO DE ENSAYO

4.1 INTRODUCCIÓN

En el análisis del problema en estudio, se han considerado diversas técnicas, interrelacionadas con el objeto de obtener resultados lo más preciso posible, de acuerdo a las necesidades planteadas (objetivos).

Dado que no existen registros que muestren la estructura real del banco de ensayo antes de ocurrido el colapso, se emplea un modelo 3D diseñado en Pro/Engineer WildFire, para tener una visión general (Fig. 4.1). El colapso provocado por el fenómeno de desbalanceo (CAPÍTULO I, Introducción), afectó al sistema de empotramiento el cual conectaba las columnas al piso; la figura 4.2 muestra los daños ocasionados por la ruptura del sistema.

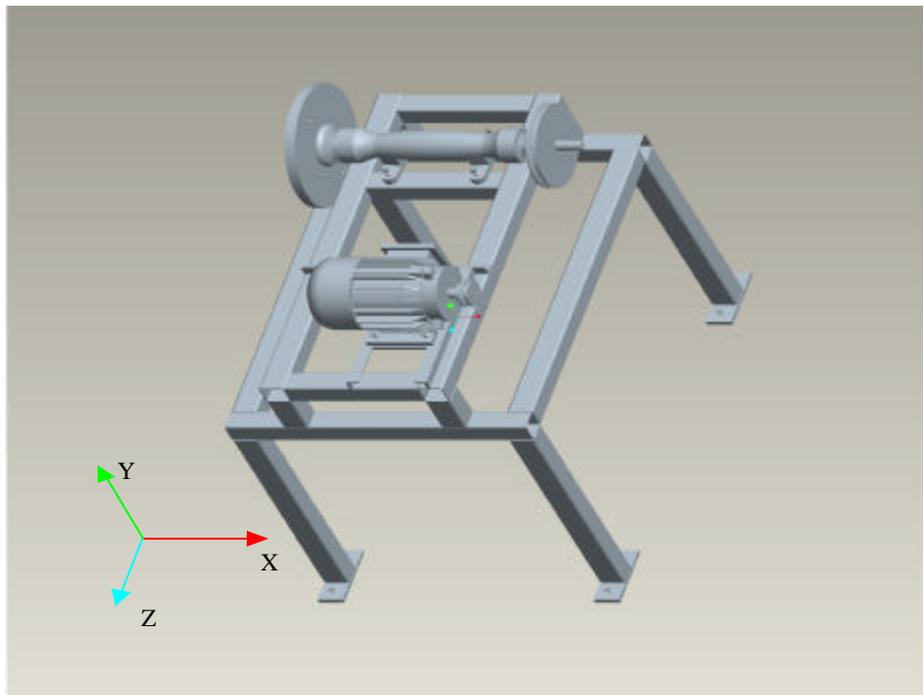


Fig. 4.1 Banco de ensayo, diseñado por el Software Pro/Engineer WildFire



Fig. 4.2 Falla del sistema de empotramiento del banco de ensayo

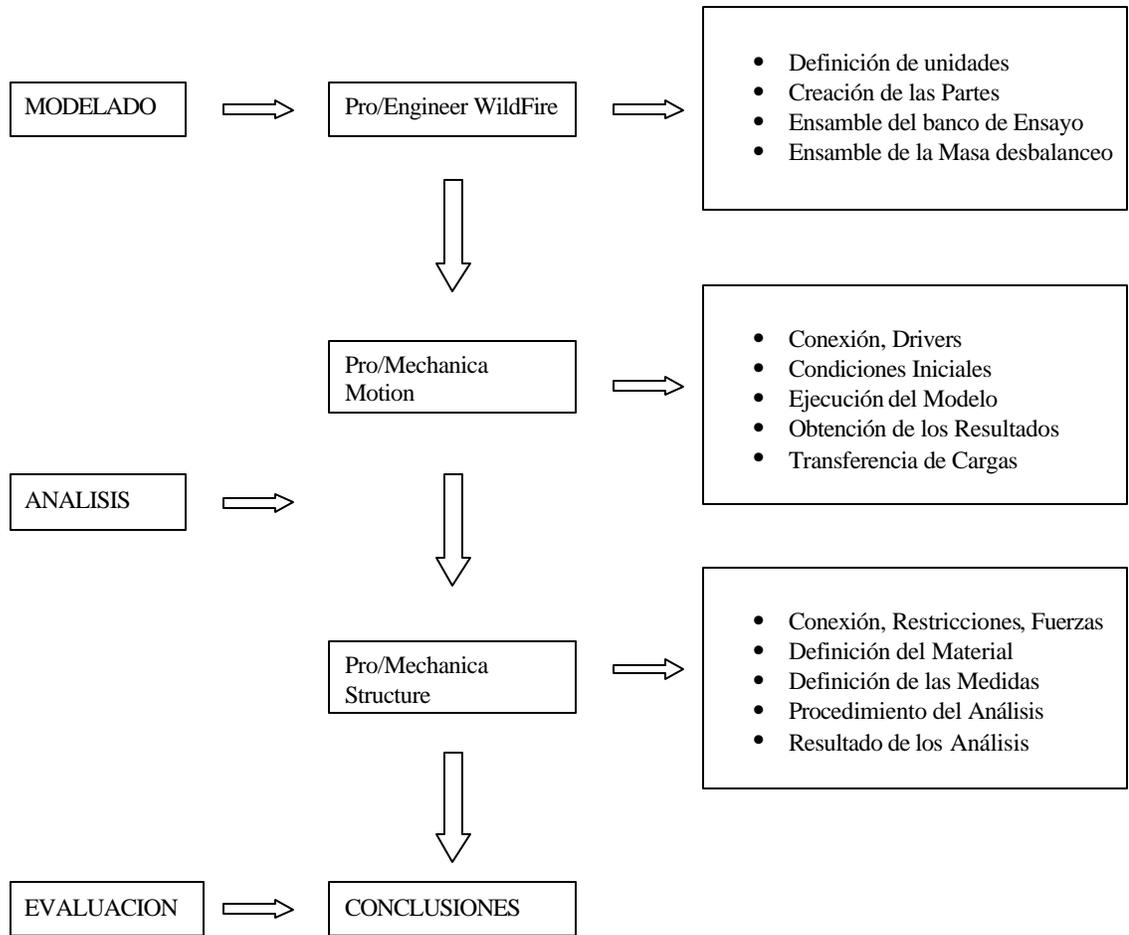
Como ya se tiene una visión general de los hechos ocurridos, se procederá a esquematizar el método de trabajo para el modelado, análisis y evaluación de los resultados para así permitir la aceptación o rechazo de las hipótesis planteadas al comienzo del trabajo (Cuadro 4.1).

4.2 MODELADO DEL BANCO DE ENSAYO

Los detalles del modelado, ensamble y análisis del banco de ensayo queda omitido, dado que existen trabajos previos a éste, donde se explica con profundidad todos los pasos para lograr un modelo y someterlo a análisis (González, R. 2004 y Martínez, D. 2004), por lo tanto, sólo se ilustrarán los aspectos más relevantes.

- **Definición de Unidades**

Las unidades de medida en el transcurso del estudio, quedan definidas tanto para los archivos que contengan las diferentes partes creadas, como para el archivo que contiene el ensamble de las partes.



Cuadro 4.1 Esquema del método de trabajo.

El sistema de unidad de medida a utilizar es millimeter-Newton-second, que tiene la siguiente propiedad (cuadro 4.2).

| Medida | Sistemas y Unidades |
|------------------------------------|-------------------------|
| | Métrico (mm-N-s) |
| Longitud | mm |
| Tiempo | s |
| Masa | Ton (1000Kg) |
| Densidad | Ton/mm ³ |
| Gravedad, g | 9810 mm/s ² |
| Fuerza | N |
| Esfuerzo, presión, módulo de young | N/mm ² = MPa |

Cuadro 4.2 Propiedad del sistema de medida mm – N- s, Fuente: (Roger Toogood, 2001)

- **Creación de las Partes**

Las partes a crear, están definidas según el plano diseñado en el software AutoCad por el equipo de proyecto con el que se contempló su construcción (Ver archivo D:\CAPITULO IV\Plano Banco de Ensayo.dwg).

Las piezas al momento de ser modeladas, tienen la característica de ser simplificadas desde el mundo real al virtual, con el objeto de facilitar el análisis. Estas piezas, se pueden dividir en piezas genéricas (perfil, ángulo, perno y polea) y piezas únicas (motor, soporte de la transmisión, tuerca, platina, eje motor, eje de transmisión, disco y disco de fijación).

A continuación, se puede observar la confección del perfil 50 x 50 x 2 mm (Fig. 3.3), el cual es modelado con la característica de ser una pieza genérica para crear una Family Table (Fig. 4.4), donde la dimensión a variar es el largo, que está definida según su posición. A la vez, cada perfil es acompañado por los diferentes puntos para su posterior unión. (Para el concepto de Family Table, ver PTC, Fundamentals of Drawing, 2000, pág. 18 - 1).

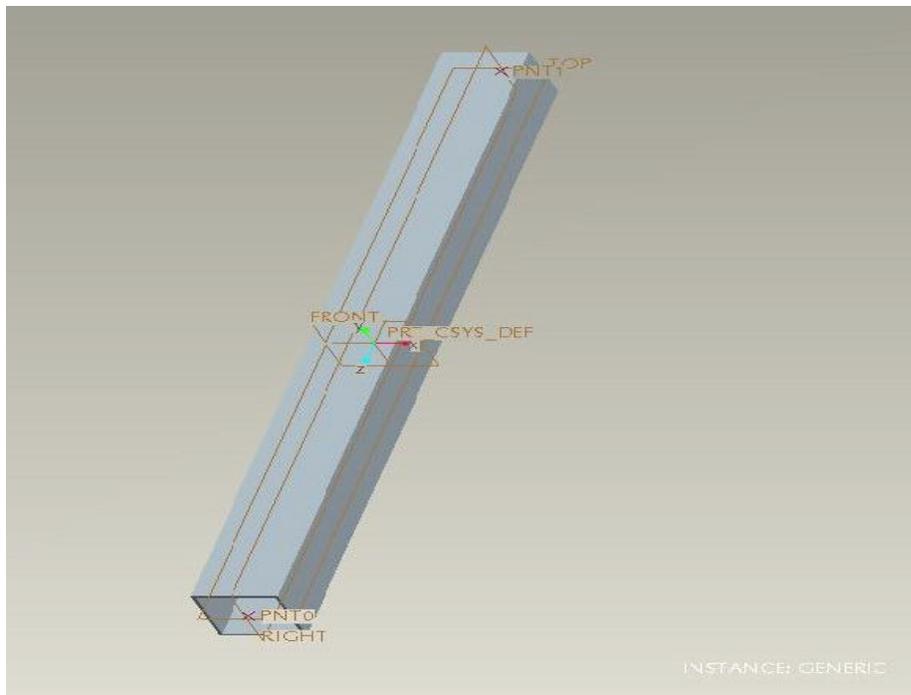


Fig. 4.3 Perfil genérico 50 x 50 x 2 mm

| Type | Instance Name | F82 [DTM_PT] | F85 [DTM_PT] | F100 [DTM_PT] | F125 [DTM_PT] | F145 [HOLE] | F179 [HOLE] | F217 [DTM_PT] | F223 [HOLE] | F258 PNT3D | F267 [HOLE] | F314 [DTM_PT] | d128 |
|-----------------------|---------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|----------------|----------------|------------------|----------------|---------------|----------------|------------------|--------|
| PERFIL | | Y | N | N | N | N | N | N | N | N | N | N | 550.00 |
| PERFIL_PATA_BASE_450 | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | 450.00 |
| PERFIL_PATA_BASE_350 | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | 350.00 |
| PERFIL_PATA_BASE | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | 550.00 |
| PERFIL_PATA_BASE_250 | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | 250.00 |
| PERFIL_PATA_BASE_150 | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | 150.00 |
| PERFIL_PATA_BASE_50 | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | 50.00 |
| PERFIL_LARG_BASE | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | 800.00 |
| PERFIL_TRAY_BASE | | N | Y | * | * | * | * | * | * | * | * | * | 600.00 |
| PERFIL_PATA_MESA | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | 100.00 |
| PERFIL_LARG_MESA_DER | | N | * | Y | * | * | * | * | * | * | * | * | 900.00 |
| PERFIL_LARG_MESA_IZQ | | N | * | * | Y | * | * | * | * | N | * | * | 900.00 |
| PERFIL_TRAY_SIMP | | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | 265.00 |
| PERFIL_TRAY_MESA_HOLE | | * | * | * | * | Y | N | * | N | * | Y | Y | 265.00 |
| PERFIL_TRAY_MESA_ANG | | N | * | * | * | * | * | Y | * | * | * | * | 265.00 |

Fig. 4.4 Relación Family Table.

- **Ensamble del banco de ensayo**

Se crea el archivo de ensamble “banco.asm”, que es generado por el Software Pro/Engineer, el cual permite ensamblar las piezas creadas en forma independiente, conformando el banco de ensayo y conservando el sistema de unidades. La figura 4.5, muestra el comienzo del ensamble de las piezas una por una, hasta lograr conformar el banco de ensayo (Fig. 4.1).

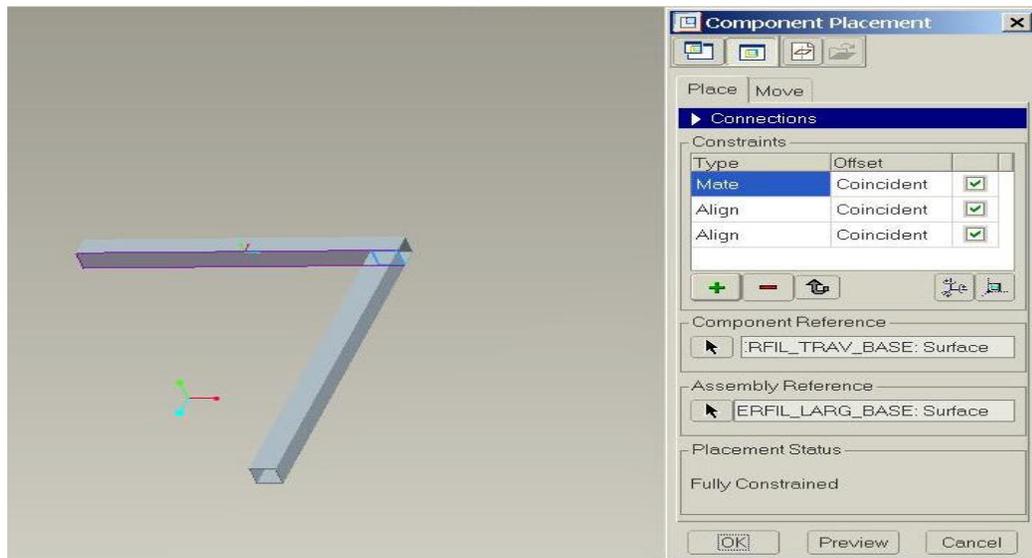


Fig. 4.5 Ensamble de las partes.

- **Ensamble de la masa de desbalanceo**

Para crear el fenómeno de desbalanceo, fue necesario crear dos piezas que están constituidas por un perno y su tuerca, cuya masa en conjunto es de 55.4 gramos, las cuales están ensambladas en un extremo del disco (Fig. 4.6).

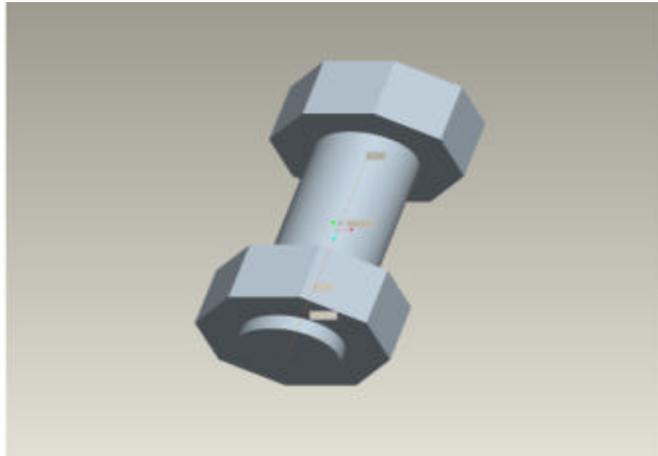


Fig. 4.6 Masa de desbalanceo de 55.4 gramos.

4.3 **ANÁLISIS DEL BANCO DE ENSAYO**

Para llevar a cabo el análisis, se emplea el módulo Pro/Mechanica, el cual consta de dos sub-módulos que son Motion y Structure; el primero entregará los resultados de los tiempos críticos del banco una vez realizado el análisis, y el segundo permite deducir soluciones en función de un análisis de vibraciones.

- **Motion, preparación del ensamble**

Al igual que en Pro/Engineer, en Pro/Mechanica Motion se realiza el ensamble de las piezas, con la finalidad de que este módulo reconozca las partes que interactúan, y a la vez, lograr que el mecanismo tenga movimiento.

Para lograr que estas partes interactúen, las conexiones en su mayoría están modeladas por soldadura (weld), que se ilustra en la figura 4.7 por cuadrados de color amarillo, siendo los puntos que fueron creados en la Family Table, los centros de unión de cada una de las piezas (Fig. 4.4). En esta figura, también se puede apreciar que el eje

del motor y el eje del soporte están conectados por rodamientos (bearing), representados por flechas de color amarillo.

Una vez unidas las piezas, se ingresan las propiedades para que el mecanismo produzca algún movimiento, para ello, se usará el comando Driver (conductor) que permite ingresar velocidades al modelo. La velocidad que se ingresa es constante, con un valor de 298.3 rad/seg. equivalente a 2850 rpm; esta velocidad es indicada a través del comando Driver en los ejes axiales de cada uno de los ejes del banco de ensayo, siendo representada en la figura 4.8 por el color lila, con la forma de espiral.

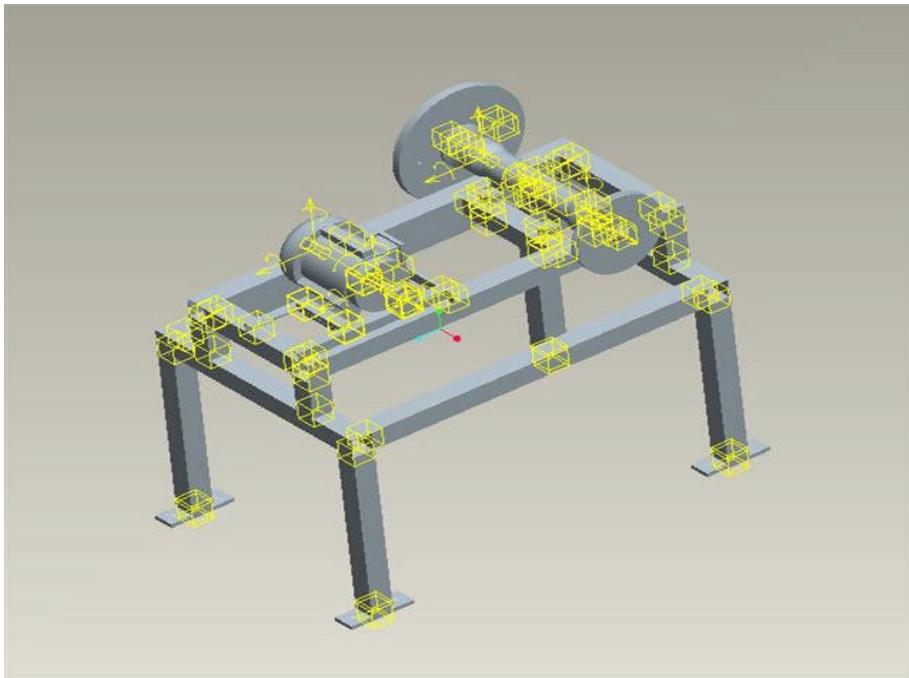


Fig. 4.7 Conexiones de las partes del banco de ensayo, módulo Pro/Mechanica Motion.

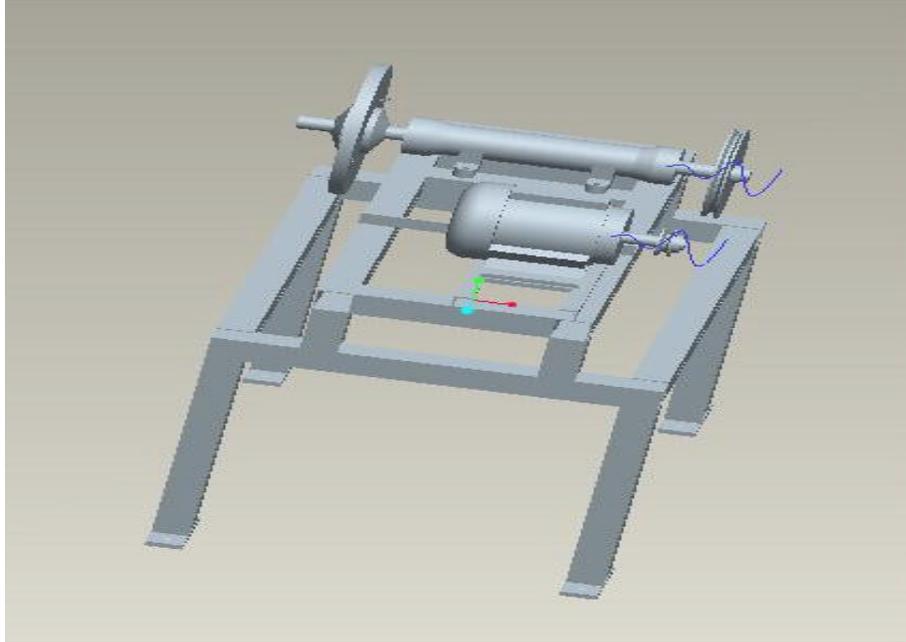


Fig. 4.8 Asignación de la velocidad en el motor y soporte transmisión, módulo Pro/Mechanica Motion.

- **Condiciones iniciales**

Al momento de comenzar un análisis, Pro/Mechanica Motion debe saber cuales son las condiciones iniciales para comenzar a obtener resultados de las mediciones, estas condiciones pueden ser posición o velocidad.

En el caso del banco de ensayo, la condición es que el plano horizontal del disco, esté a cero grados con respecto al plano horizontal del sistema de referencia al momento de comenzar los análisis.

- **Ejecución del Modelo en Pro/Mechanica Motion**

El análisis que se aplica al banco de ensayo en este módulo, está conformado por las mediciones básicas que aquí se pueden obtener. En la figura 4.9, se observa la definición del análisis que corresponde a una duración de 2 seg. y un incremento de medición de 0.01, el cual entrega 200 mediciones.

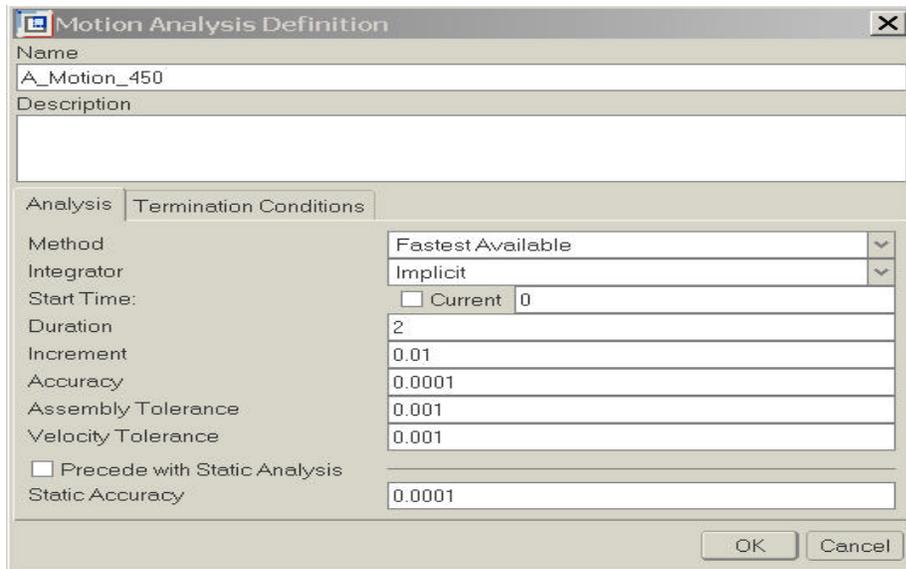


Fig. 4.9 Definición del análisis en motion.

- **Obtención de los resultados del análisis de motion**

Dado que los resultados que se adquieren son provenientes de las mediciones básicas del módulo, la medición de interés es la generada en la conexión Bearing más próxima al disco entre el eje y el soporte, obteniendo la reacción de la velocidad del eje en la coordenada Y (Gráfico 4.1).

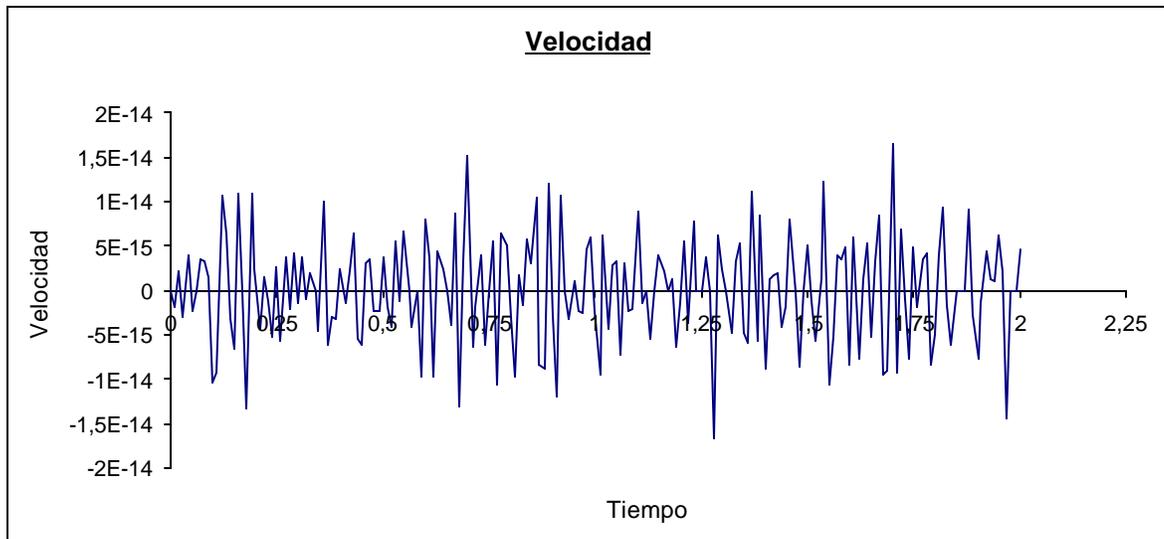


Gráfico 4.1 Velocidad / Tiempo, del análisis de movimiento.

Este gráfico, muestra la velocidad de cambio con respecto al tiempo que tiene la unión Bearing durante los dos segundos que dura el análisis del banco de ensayo, la velocidad más crítica es de $1.64876E-14$ mm/seg. y esto ocurre a 1.7 seg.

- **Transferencia de carga del módulo motion a structure**

Para analizar algún fenómeno durante la ejecución del análisis de movimiento de Pro/Mechanica Motion, es necesario buscar y grabar el tiempo más crítico, para luego ser recuperado por el módulo Pro/Mechanica Structure y ser sometido a análisis. Este tiempo corresponde a los 1.7 seg. mencionados anteriormente. (Para el método de transferencia de carga, ver Andreson, B., pág. 9 – 84).

- **Structure, preparación del ensamble**

Como se ha realizado en los módulos anteriores, el banco de ensayo debe ser nuevamente ensamblado con las propiedades ahora de Pro/Mechanica Structure; es decir, conectar todas las partes nuevamente. Las partes de la estructura ahora son conectadas cara con cara por medio de la opción Weld, y las partes que en el módulo Pro/Mechanica Motion eran móviles, ahora son conectadas por la opción Contac Region, En la figura 4.10, ambas condiciones de unión quedan ilustradas por el color azul.

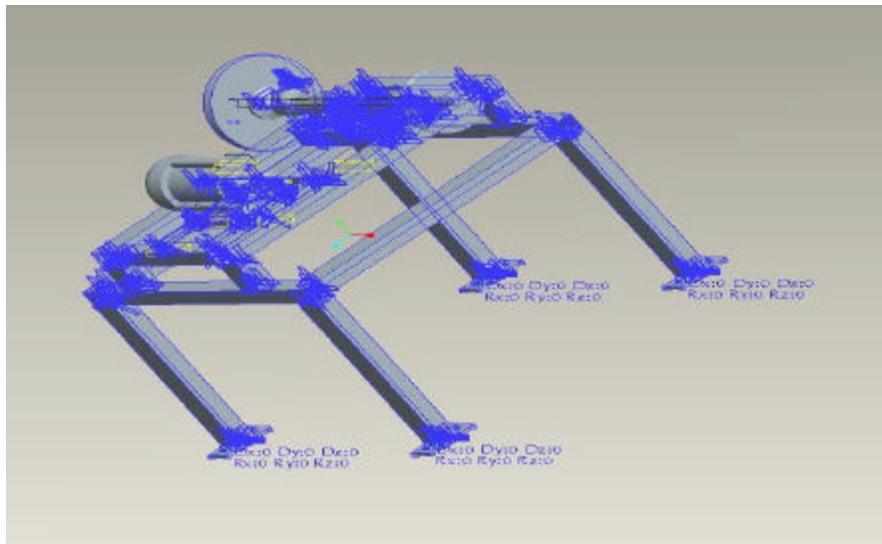


Fig. 4.10 Conexión de las partes por medio de Weld.

En Pro/Mechanica Structure se debe ingresar las restricciones (constraints) del modelo, es decir, señalar a éste la movilidad que tiene el modelo diseñado.

En el caso del banco de ensayo, las restricciones están orientadas a indicar que la estructura está empotrada en la parte inferior de las pletinas que están conectadas a los perfiles de las columnas, demostrando con ello, que no posee ningún tipo de movimiento, tanto de traslación como de rotación, como se muestra en la figura 4.11, estas restricciones son visualizadas por un color azul en la parte inferior de las columnas.

Un punto importante de este trabajo, es la asignación de la fuerzas que actúan en el banco de ensayo y para ello, se carga en este módulo la fuerza grabada anteriormente en Pro/Mechanica Motion bajo la condición de ser una fuerza centrífuga, la cual es aplicada en el eje axial del eje del soporte, lo cual queda ilustrado en la figura 4.11 por el color verde, donde se indica la magnitud y la orientación de la fuerza.

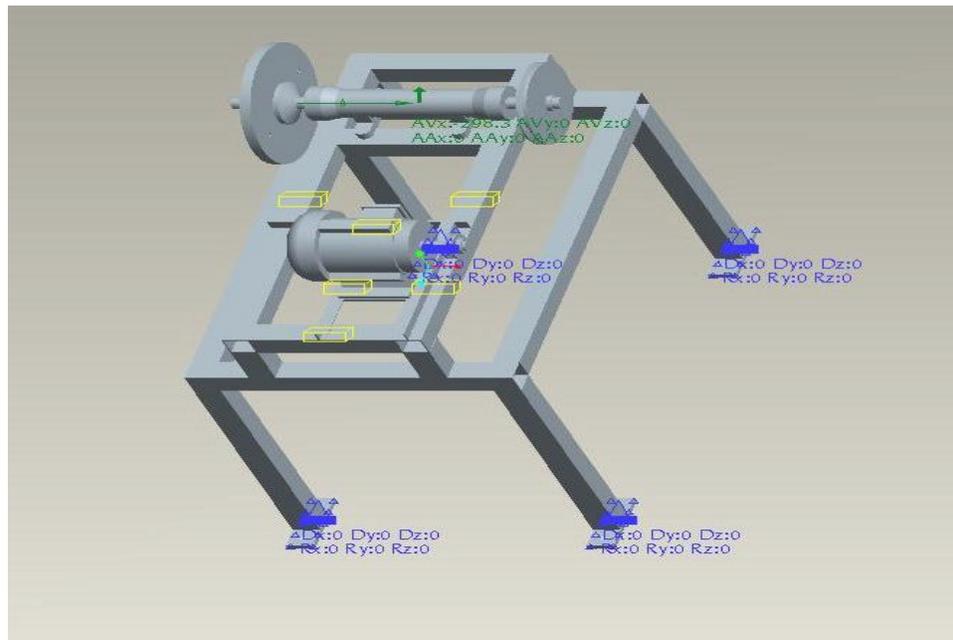


Fig. 4.11 Asignación de restricciones y fuerza

- **Definición del material**

Para poder realizar cualquier tipo de análisis, este módulo exige que se seleccione el material del cual están compuestas las piezas, para esto, Pro/Engineer

posee una lista de materiales, que para el caso del banco de ensayo el material seleccionado es acero estructural (stainless steel –SS), con las siguientes propiedades mecánicas: Ratio Poisson de 0.3, Modulo de Young 193053 N/mm² y coeficiente de expansión térmica de $1.728e^{-2}$ /C (Fig. 3.12).

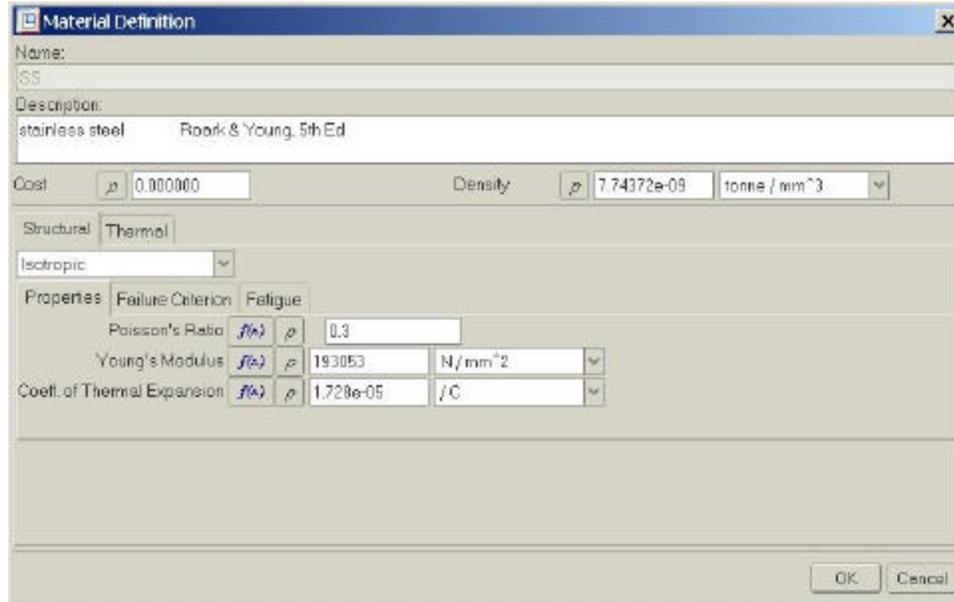


Fig. 4.12 Acero estructural, propiedades mecánicas.

- **Definición de las medidas**

Como se ha mencionado anteriormente, para realizar algún tipo de análisis relacionado con vibraciones mecánicas, Pro/Mechanica Structure solicita la creación de medidas, el detalle de posibilidades se muestra en el cuadro 3.5. Para el caso particular del banco de ensayo, estas medidas quedan definidas en función del desplazamiento (Fig. 4.13) en un punto determinado, siendo éste, el punto *pnt16* que ilustra la figura 4.14.

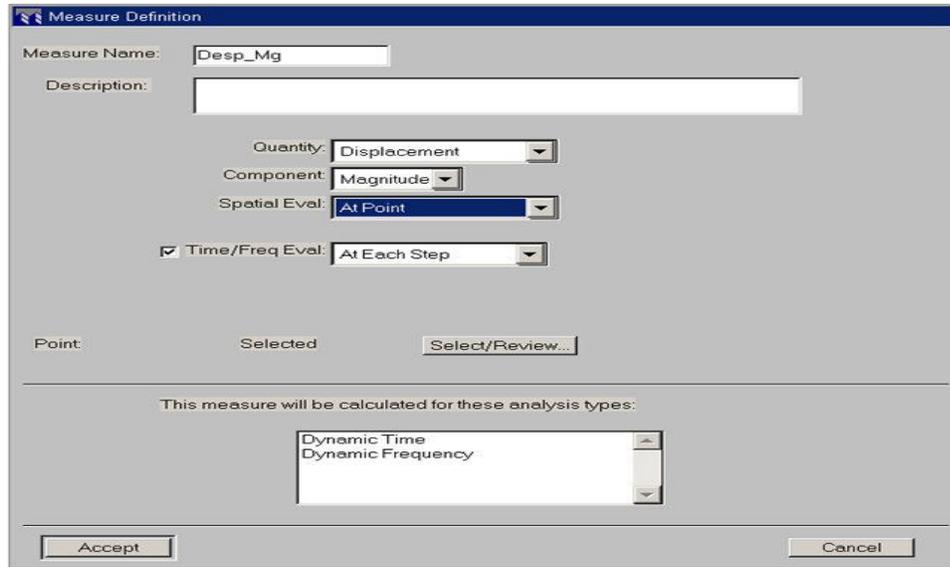


Fig. 4.13 Definición de medidas.

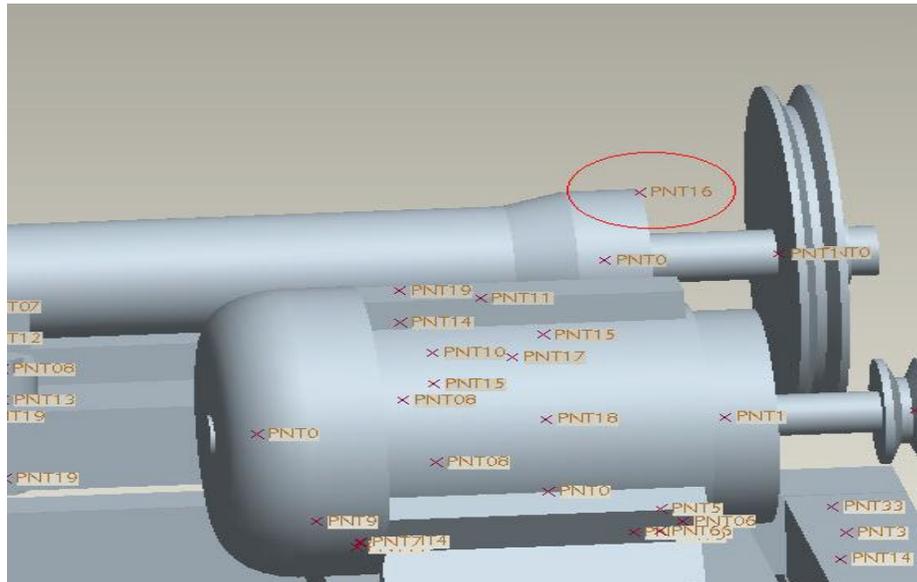


Fig. 4.14 Punto de aplicación de las mediciones creadas.

A continuación se presenta el cuadro 4.3, que muestra las mediciones creadas para los análisis, estas son presentadas en inglés, dado que son éstas las condiciones que se ingresan en el software.

| Nombre | Cantidad | Componente | Spatial Eval. | Time / Freq. Step |
|---------|--------------|------------|---------------|-------------------|
| Desp_Mg | Displacement | Magnitude | At Each Step | Activo |
| Desp_X | Displacement | At Point | At Each Step | Activo |
| Desp_Y | Displacement | At Point | At Each Step | Activo |
| Desp_Z | Displacement | At Point | At Each Step | Activo |

Cuadro 4.3 Creación de mediciones para análisis de vibraciones.

- **Procedimiento del análisis**

El objetivo de esta parte del estudio, es obtener resultados relacionados con vibraciones mecánicas, y para ello, Pro/Mechanica Structure exige seguir la secuencia de análisis anteriormente preestablecida, donde corresponde primero efectuar un análisis modal y luego un análisis dinámico.

Los análisis que se realizan al banco de ensayo, están en función de la longitud de las columnas, dado que esta longitud es variable como se mostró en Figura 4.4. Por lo tanto, se crearán doce estudios de diseño, donde los seis primeros corresponden a análisis modal y los restantes corresponden a análisis dinámico. El cuadro 4.4, muestra los estudios, longitud de columna y el nombre de cada uno de los análisis.

| Estudio de diseño | Longitud Columnas | Modal Analysis | Dynamic Frequency |
|-------------------|-------------------|----------------|-------------------|
| 1 | 550 mm | A_Modal_550 | A_Frecuencia_550 |
| 2 | 450 mm | A_Modal_450 | A_Frecuencia_450 |
| 3 | 350 mm | A_Modal_350 | A_Frecuencia_350 |
| 4 | 250 mm | A_Modal_250 | A_Frecuencia_250 |
| 5 | 150 mm | A_Modal_150 | A_Frecuencia_150 |
| 6 | 50 mm | A_Modal_50 | A_Frecuencia_50 |

Cuadro 4.4 Estudio de diseño realizado para el banco de ensayo.

4.4 DISCUSIÓN DE RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL

Como se ha dado a conocer, el análisis modal entrega las frecuencias naturales de vibrar del banco de ensayo y sus respectivos desplazamientos por frecuencia. En el

Cuadro 4.5, se tabulan las frecuencias naturales de vibrar con sus respectivos modos para cada uno de los estudio de diseño.

| Estudio de Diseño | Modo 1 (Hz) | Modo 2 (Hz) | Modo 3 (Hz) | Modo 3 (Hz) |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| 1 | 32.78 | 40.65 | 73.79 | 139.38 |
| 2 | 42.70 | 55.66 | 93.66 | 140.81 |
| 3 | 54.51 | 74.95 | 119.04 | 142.02 |
| 4 | 71.50 | 104.03 | 140.45 | 158.47 |
| 5 | 95.33 | 135.67 | 159.76 | 203.51 |
| 6 | 121.39 | 135.54 | 202.52 | 220.38 |

Cuadro 4.5 Frecuencias naturales de vibrar.

Los desplazamientos correspondientes a cada análisis con sus respectivos modos, se ilustran en el cuadro 4.6.

| Estudio de Diseño N° 1 | Desplazamiento (mm) | | | |
|------------------------|---------------------|--------|--------|--------|
| | Mag. | Eje X | Eje Y | Eje Z |
| Modo 1 | 1,0000 | 0,0314 | 0,0807 | 1,0000 |
| Modo 2 | 1,0000 | 0,9999 | 0,0675 | 0,0232 |
| Modo 3 | 1,0000 | 0,8756 | 0,0834 | 0,5899 |
| Modo 4 | 1,0000 | 0,4485 | 0,9963 | 0,0451 |

| Estudio de Diseño N° 4 | Desplazamiento (mm) | | | |
|------------------------|---------------------|--------|--------|--------|
| | Mag. | Eje X | Eje Y | Eje Z |
| Modo 1 | 1,0000 | 0,0844 | 0,1507 | 0,9997 |
| Modo 2 | 1,0000 | 0,9803 | 0,2379 | 0,0233 |
| Modo 3 | 1,0000 | 0,5487 | 0,9720 | 0,1173 |
| Modo 4 | 1,0000 | 0,7903 | 0,4860 | 0,6856 |

| Estudio de Diseño N° 2 | Desplazamiento (mm) | | | |
|------------------------|---------------------|--------|--------|--------|
| | Mag. | Eje X | Eje Y | Eje Z |
| Modo 1 | 1,0000 | 0,0335 | 0,1293 | 0,9999 |
| Modo 2 | 1,0000 | 0,9990 | 0,0749 | 0,0134 |
| Modo 3 | 1,0000 | 0,0904 | 0,1183 | 0,6720 |
| Modo 4 | 1,0000 | 0,4435 | 0,9964 | 0,0546 |

| Estudio de Diseño N° 5 | Desplazamiento (mm) | | | |
|------------------------|---------------------|--------|--------|--------|
| | Mag. | Eje X | Eje Y | Eje Z |
| Modo 1 | 1,0000 | 0,1228 | 0,1146 | 1,0000 |
| Modo 2 | 1,0000 | 0,7107 | 0,8800 | 0,0709 |
| Modo 3 | 1,0000 | 0,7296 | 0,8743 | 0,0767 |
| Modo 4 | 1,0000 | 0,7991 | 0,2974 | 0,8129 |

| Estudio de Diseño N° 3 | Desplazamiento (mm) | | | |
|------------------------|---------------------|--------|--------|--------|
| | Mag. | Eje X | Eje Y | Eje Z |
| Modo 1 | 1,0000 | 0,5846 | 0,1217 | 0,9998 |
| Modo 2 | 1,0000 | 0,9980 | 0,0890 | 0,0228 |
| Modo 3 | 1,0000 | 0,8270 | 0,0289 | 0,6738 |
| Modo 4 | 1,0000 | 0,4273 | 0,9923 | 0,1195 |

| Estudio de Diseño N° 6 | Desplazamiento (mm) | | | |
|------------------------|---------------------|--------|--------|--------|
| | Mag. | Eje X | Eje Y | Eje Z |
| Modo 1 | 1,0000 | 0,2537 | 0,1981 | 0,9921 |
| Modo 2 | 1,0000 | 0,6754 | 0,9722 | 0,0541 |
| Modo 3 | 1,0000 | 0,8859 | 0,6773 | 0,0548 |
| Modo 4 | 1,0000 | 0,7381 | 0,4774 | 0,8908 |

Cuadro 4.6 Desplazamientos de los análisis modales.

En el cuadro 4.7, se muestran las frecuencias naturales con influencia en el rango de trabajo del banco de ensayo, las cuales son la base de la discusión a seguir. Para facilitar la identificación de los elementos estructurales y los puntos de interés en el banco de ensayo, se recomienda remitirse a la figura 4.15.

Los desplazamientos de las frecuencias naturales y esfuerzos se visualizan de mejor forma, en el archivo de animación en el CD adjunto.

| Estudio de Diseño | Modo 1 (Hz) | Modo 2 (Hz) | Modo 3 (Hz) | Modo 3 (Hz) |
|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 32.78 | 40.65 | 73.79 | <i>139.38</i> |
| 2 | 42.70 | 55.66 | <i>93.66</i> | <i>140.81</i> |
| 3 | 54.51 | 74.95 | <i>119.04</i> | <i>142.02</i> |
| 4 | 71.50 | <i>104.03</i> | <i>140.45</i> | <i>158.47</i> |
| 5 | <i>95.33</i> | <i>135.67</i> | <i>159.76</i> | <i>203.51</i> |
| 6 | <i>121.39</i> | <i>135.54</i> | <i>202.52</i> | <i>220.38</i> |

Cuadro 4.7 Frecuencias naturales

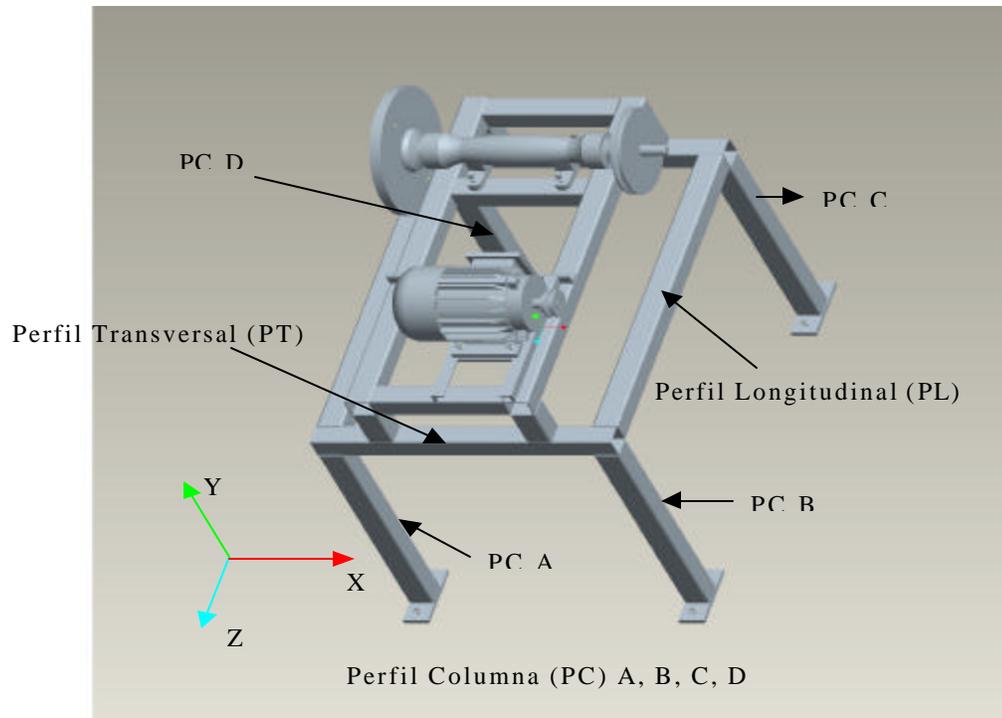


Fig. 4.15 Descripción de los elementos estructurales

Estudio de diseño N° 1 (550 mm.)

En el primer estudio de diseño, se analiza en detalle el impacto en la estructura de los tres modos de vibrar, correspondientes a 32.78, 40.65 y 73.79 Hz.

En el primer modo de vibrar, que corresponde a la frecuencia 32.78 Hz., la máxima magnitud del desplazamiento se encuentra concentrada en la parte superior del banco de ensayo en dirección del eje Z. Esto afecta a los perfiles longitudinales y a los perfiles columnas. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\33 Hz, Mg).

Al descomponer esta magnitud de desplazamiento en los ejes X, Y y Z, se observa:

- Eje X: El comportamiento del desplazamiento en esta dirección, afecta a los perfiles longitudinales de la parte inferior de la estructura, y a su vez, a la columna D. También se ven afectados el disco y la polea del soporte.

La parte superior de la estructura no se ve afectada, debido a que existen perfiles que la refuerzan, generando rigidez en esta zona. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\33 Hz, Eje X).

- Eje Y: Los desplazamientos afectan tanto a los perfiles longitudinales como transversales. El resto de la estructura del banco de ensayo no sufre alteraciones, debido a los perfiles que refuerzan la estructura en esta zona. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\33 Hz, Eje Y).
- Eje Z: El desplazamiento que se logra en esta dirección, afecta a la parte superior del banco ensayo. El desplazamiento en este eje caracteriza al primer modo de vibrar. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\33 Hz, Eje Z).

En la segunda frecuencia natural (40.65 Hz.), la tendencia del desplazamiento afecta nuevamente a la parte superior del banco de ensayo, pero esta vez, en dirección

del eje X, y concentradamente sobre los perfiles columna. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\40 Hz, Mg).

Al descomponer esta magnitud de desplazamiento en los ejes X, Y y Z se tiene:

- Eje X: El desplazamiento en esta dirección, se encuentra concentrado en la parte superior de la estructura, afectando a los perfiles columna, y a su vez, en esta dirección se logra el mayor desplazamiento significativo, provocando que la magnitud del desplazamiento se encuentre en esta dirección. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\40 Hz, Eje X).
- Eje Y: Los desplazamiento que afectan en esta dirección, se concentran en la parte inferior de la estructura, donde los perfiles transversales y longitudinales poseen desplazamientos significativos. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\40 Hz, Eje Y).
- Eje Z: El comportamiento del desplazamiento en este eje, gira a la estructura desde un extremo a otro con respecto al eje Y. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\40 Hz, Eje Z).

Al observar el tercer modo de vibrar (73.79 Hz.), la magnitud de desplazamiento afecta a la parte superior de la estructura en las uniones de los perfiles, torciendo al banco con respecto del eje Y. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\73 Hz, Mg).

Al descomponer esta magnitud de desplazamiento en los ejes X, Y y Z se advierte:

- Eje X: Los mayores desplazamientos se generan en la parte superior de la estructura (perfiles transversales), y gira a la estructura con respecto del eje Y. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\73 Hz, Eje X).
- Eje Y: El desplazamiento afecta a los perfiles transversales donde esta montado el soporte del eje, y los perfiles longitudinales de la parte inferior de la

estructura. Producto de estos desplazamientos, las columnas también se ven afectadas (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\73 Hz, Eje Y).

- Eje Z: Los desplazamientos en este eje, son de similar comportamiento que el desplazamiento de la magnitud en el eje X. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\73 Hz, Eje Z).

Estudio de diseño N° 2 (450 mm.)

Este estudio considera, que el banco de ensayo ha reducido su longitud de columna a 450 mm., entregando el análisis modal, dos frecuencias significativas de estudio (42.70 y 55.66 Hz.).

Al evaluar la primera frecuencia natural, el banco de ensayo tiene un comportamiento similar a los efectos que ocurren en el primer modo de vibrar del estudio de diseño N° 1, pero en sentido negativo al desplazamiento, concentrándose los máximos desplazamientos en la parte superior de la estructura en dirección del eje Z. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 2\42 Hz, Mg).

Al descomponer la magnitud de este desplazamiento en los ejes coordenados X, Y y Z, se observa:

- Eje X: Los desplazamientos que ocurren en este eje, son similares a los que ocurren en el eje X del primer modo de vibrar del estudio de diseño N° 1, pero esta vez, en sentido inverso. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 2\42 Hz, Eje X).
- Eje Y: Al igual que en el caso anterior, el desplazamiento que ocurre es similar al desplazamiento del primer modo del estudio de diseño N° 1 del eje Y, pero en sentido contrario. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 2\42 Hz, Eje Y).

- Eje Z: El desplazamiento que se genera en este eje, es el movimiento más crítico que afecta a la estructura, en sentido negativo del eje Z. Este desplazamiento, es también similar a los efectos que ocurren en el eje Z, pero en sentido contrario del primer modo del estudio de diseño N° 1. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 2\42 Hz, Eje Z).

Al realizar el análisis de la segunda frecuencia natural (55.66 Hz.), la magnitud del desplazamiento se concentra en dirección del eje X, logrando el mayor desplazamiento en la parte superior del banco de ensayo. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 2\55 Hz, Mg).

Nuevamente, al descomponer la magnitud del desplazamiento en los ejes coordenados se observa:

- Eje X: Este desplazamiento está en dirección negativa al eje X, siendo el que dirige al comportamiento de la magnitud. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 2\55 Hz, Eje X).
- Eje Y: Este desplazamiento, afecta a los perfiles transversales de igual forma como en el modo 2 del estudio de diseño N° 1, pero en sentido contrario. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 2\55 Hz, Eje Y).
- Eje Z: Este afecta a las columnas del banco, y no tiene semejanza con los otros modos de vibrar de este estudio o del estudio anterior. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 2\55 Hz, Eje Z).

Estudio de diseño N° 3 (350 mm.)

Al dimensionar el banco de ensayo con una longitud de columna de 350 mm, la estructura aumenta su rigidez, y las frecuencias naturales correspondientes al modo de vibrar 1 y 2, son 54.51 y 74.95 Hz. respectivamente.

Los desplazamientos que genera la frecuencia natural de 54.51 Hz. afectan a la parte superior del banco de ensayo; este desplazamiento se encuentra en dirección del eje Z, adquiriendo un comportamiento similar a la primera frecuencia natural de vibrar de los estudios anteriores. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 3\54 Hz, Mg).

Al descomponer la magnitud de este desplazamiento en los ejes coordenados se observa:

- Eje X: El desplazamiento generado, es similar al que ocurre en el primer modo de vibrar del eje X del estudio N° 1. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 3\54 Hz, Eje X).
- Eje Y: Se comporta de igual forma que en el estudio de diseño N° 1, componente del eje Y. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 3\54 Hz, Eje Y).
- Eje Z: Este desplazamiento es igual al del estudio de diseño N° 1, en el eje Z, y gobierna la dirección de la magnitud del desplazamiento. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 3\54 Hz, Eje Z).

La segunda frecuencia natural del banco de ensayo es 74.95 Hz., la cual está dentro de la brecha de la frecuencia excitadora máxima.

El comportamiento de la magnitud del desplazamiento que corresponde a esta frecuencia, tiene la misma dirección (eje X) y el mismo comportamiento con la segunda frecuencia natural del estudio de diseño N° 1. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 3\74 Hz, Mg).

Al descomponer la magnitud de este desplazamiento en los ejes coordenados X, Y y Z, se observa:

- Eje X: En este eje, es donde se producen los mayores desplazamientos, los que inciden en el movimiento cuando se analiza la resultante de la segunda frecuencia natural. Además, tiene el mismo comportamiento y desplazamiento

que la segunda frecuencia natural del estudio de diseño N° 1 en el eje X. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 3\74 Hz, Eje X).

- Eje Y: Este desplazamiento se comporta de forma similar a la segunda frecuencia natural del estudio de diseño N° 1 en el eje Y. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 3\74 Hz, Eje Y).
- Eje Z: Al igual que en los casos anteriores, el comportamiento en este eje, es comparable con la segunda frecuencia natural del estudio de diseño N° 2 para este eje. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 3\74 Hz, Eje Z).

Estudio de diseño N° 4 (250 mm.)

En este caso, las 4 primeras frecuencias naturales que se manifiestan van desde 71.50 a 158.74 Hz, con una longitud de columna de 250 mm., estudiándose sólo la primera frecuencia natural, ya que ésta, se encuentra en la brecha de la máxima frecuencia excitadora que logra el banco de ensayo.

Los desplazamientos que genera esta frecuencia natural corresponden a mantener la tendencia del estudio de diseño N° 1 para el caso de la magnitud. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 4\71 Hz, Mg).

Al observa el comportamiento de esta magnitud en los ejes coordenados (eje X, Y y Z):

- Eje X: El desplazamiento mantiene la línea del eje X de la primera frecuencia natural del estudio de diseño N° 1. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 4\74 Hz, Eje X).
- Eje Y: Este desplazamiento es comparable con el que ocurre en el eje Y del estudio de diseño N° 1 en la primera frecuencia natural. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 4\74 Hz, Eje Y).

- Eje Z: De similar comportamiento y dirección que el eje Z de la primera frecuencia natural del estudio de diseño N° 1; este desplazamiento marca la dirección de la magnitud del desplazamiento en el banco de ensayo. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 4\74 Hz, Eje Z).

Estudio de diseño N° 5 (150 mm.)

Este estudio no es analizado, debido que las frecuencias naturales que posee el banco de ensayo con una longitud de columna de 150 mm., se encuentran por sobre el límite máximo de operación del banco de ensayo, siendo esta de 95.33 Hz.

Estudio de diseño N° 6 (50 mm.)

No se puede dejar de analizar el comportamiento del banco de ensayo cuando este presenta una longitud de pata de 50 mm., dado que se encuentra en la actualidad con estas dimensiones. Para ello se analizará el comportamiento de la primera frecuencia natural de 121.39 Hz., debido que es la más cercana al límite de la frecuencia excitadora.

El comportamiento de la frecuencia natural, genera desplazamientos en la parte superior del banco de ensayo, afectando principalmente al disco. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 6\121 Hz, Mg).

Al descomponer la magnitud de este desplazamiento en los ejes coordenados X, Y y Z, se observa:

- Eje X: El comportamiento del desplazamiento en este eje, es similar al que ocurre en el estudio de diseño N° 1 de la primera frecuencia del eje X. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 6\121 Hz, Eje X).

- Eje Y: Los desplazamientos que aquí se observan, están relacionados con el estudio de diseño N° 1 de la primera frecuencia del eje Y, pero en la parte superior, los desplazamientos afectan principalmente al soporte y a los perfiles transversales, donde está montado el soporte del eje. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 6\121 Hz, Eje Y).
- Eje Z: La concentración de desplazamiento se ubica en la parte superior del banco de ensayo, afectando al disco y la polea del soporte. La dirección de este movimiento, es la que conduce el desplazamiento de la magnitud de esta frecuencia. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS MODAL\ESTUDIO DE DISEÑO N° 6\121 Hz, Eje Z).

4.5 DISCUSIÓN DE RESULTADOS DEL ANÁLISIS DINÁMICO

Estos resultados, están enfocados a encontrar los mayores esfuerzos producidos en el banco de ensayo bajo la condición operacional de desbalanceo. Las características de operación consideran una masa de desbalanceo de 55.4 gramos, velocidad de rotación constante de 2850 rpm, equivalente a 298.3 rad/seg., lo que genera seis resultados, uno para cada estudio, lo que quiere decir, que los esfuerzos generados están estrechamente relacionados con la longitud del perfil columna de cada estudio.

A continuación, se presentan una serie de gráficos (esfuerzo / frecuencia que corresponden a los esfuerzos resultantes para cada estudio de diseño, los cuales son comparados con los análisis modales para concluir que es lo que afectó al sistema de empotramiento de las columnas al suelo.

Además, se comparan las frecuencias excitadoras con las frecuencias naturales donde se genera el máximo esfuerzo, con el objeto de identificar si estos esfuerzos son producto del fenómeno de resonancia.

Para su mejor comprensión se adjunta animaciones en CD.

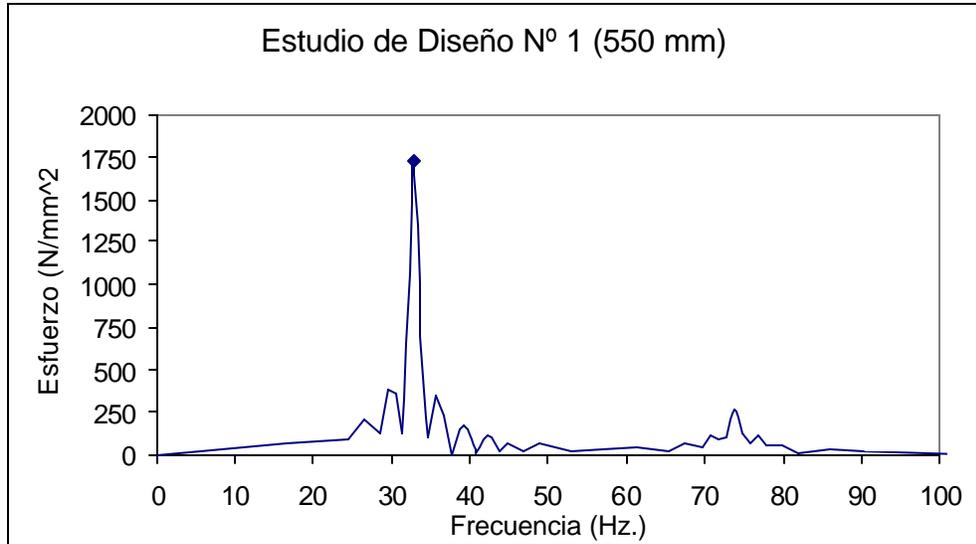


Gráfico 4.2 Esfuerzo / Frecuencia,
esfuerzo máximo de 1728 N/mm² a 32.9 Hz.

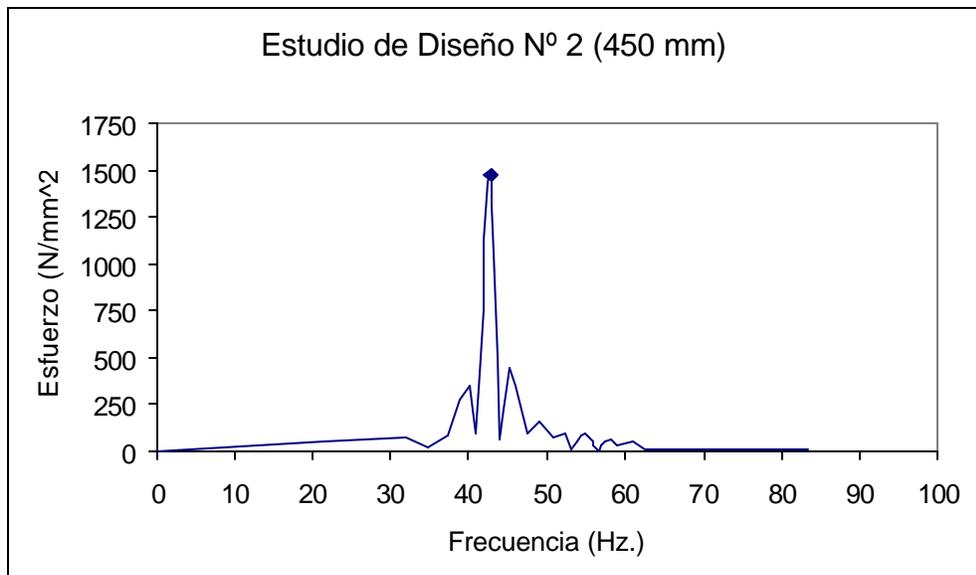


Gráfico 4.3 Esfuerzo / Frecuencia,
esfuerzo máximo de 1469.4 N/mm² a 42.7 Hz.

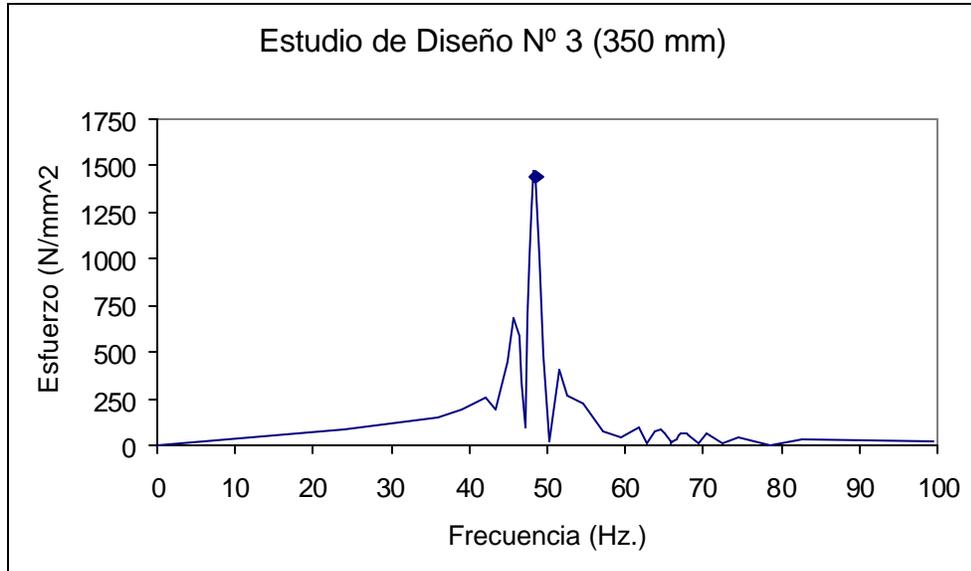


Gráfico 4.4 Esfuerzo / Frecuencia,
esfuerzo máximo de 1443.4 N/mm² a 48.7 Hz.

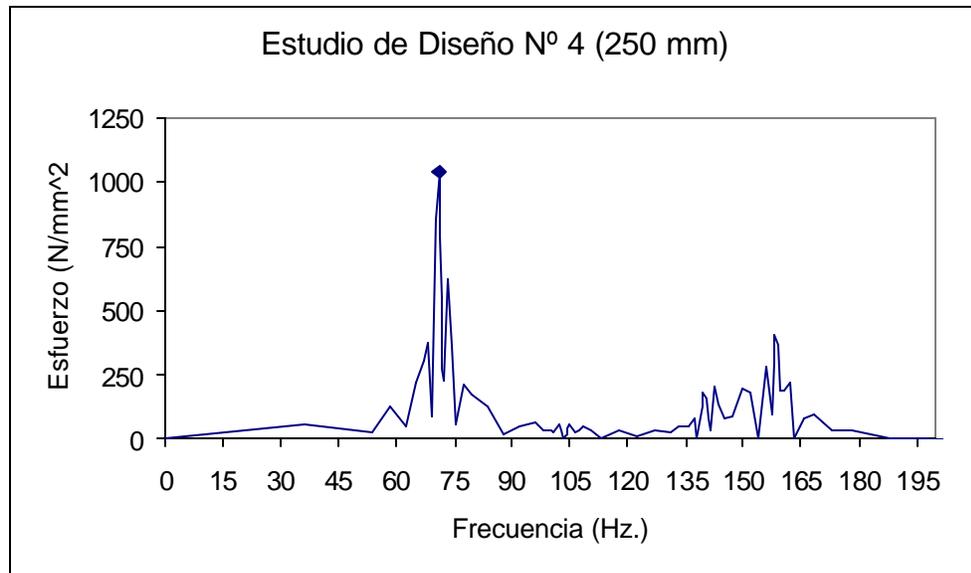


Gráfico 4.5 Esfuerzo / Frecuencia,
esfuerzo máximo de 1037 N/mm² a 70.9 Hz.

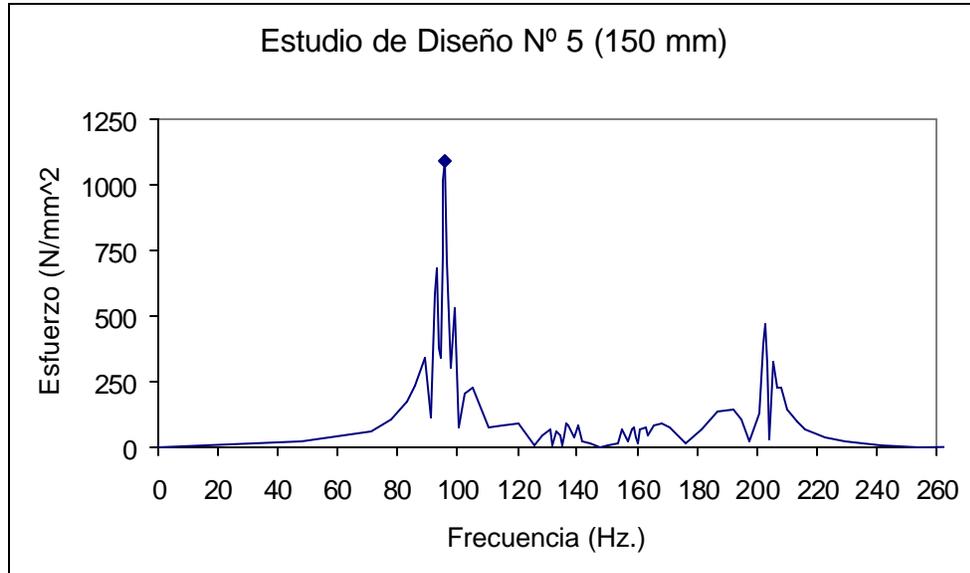


Gráfico 4.6 Esfuerzo / Frecuencia,
esfuerzo máximo de 1094.6 N/mm² a 95.9 Hz.

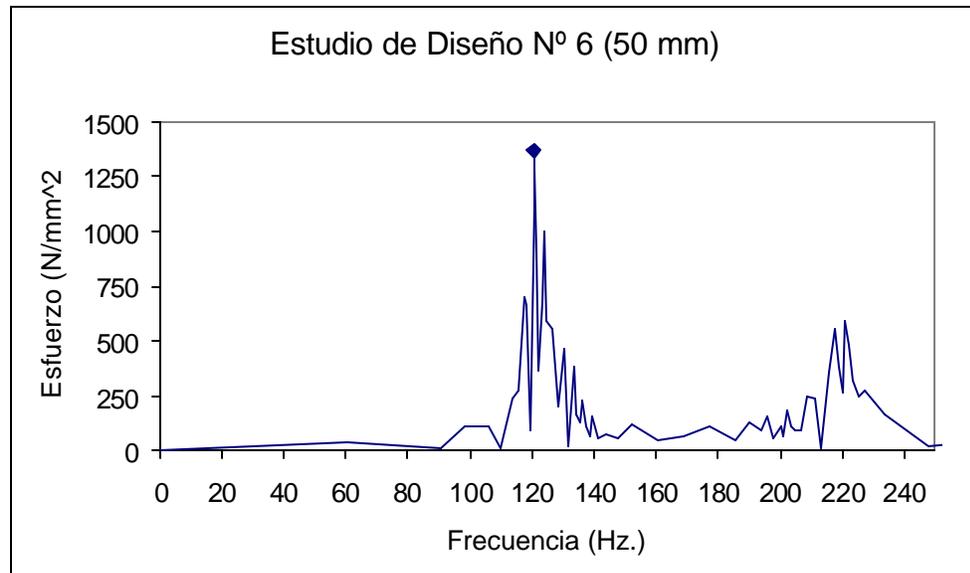


Gráfico 4.7 Esfuerzo / Frecuencia,
esfuerzo máximo de 1368 N/mm² a 120.9 Hz.

Estudio de diseño N° 1 (550 mm.)

El análisis de este estudio, se efectúa con el objeto de comprender los esfuerzos presentes y concluir las causas del colapso del sistema de empotramiento, ya que bajo estas características del modelo (longitud de columna de 550 mm.), el banco de ensayo colapsó en la realidad.

El gráfico 4.2, muestra los máximos esfuerzos, los que están en un rango de frecuencia de 25 a 45 Hz. y 65 a 80 Hz., concentrándose en la parte inferior de las columnas; siendo el máximo esfuerzo de 1728 N/mm^2 , a una frecuencia de 32.9 Hz., (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS DINAMICO\ESTUDIO DE DISEÑO N° 1\ANIMACION ESFUERZO 550 MM).

Al comparar, el máximo esfuerzo del acero estructural (443.7 N/mm^2) con el máximo esfuerzo obtenido, se llega a la conclusión que éste último lo supera en un 74.33 %. Esto se debe, al fenómeno de resonancia que existe, si se compara las frecuencias excitadoras con las frecuencias naturales de los modos de vibrar 1, 2 y 3, correspondientes al estudio de diseño N° 1.

Además se concluye, que el banco de ensayo colapsó en su sistema de empotramiento, antes que el máximo esfuerzo generado superara al máximo esfuerzo del acero; esto debido, a que los esfuerzos que se generaron provocaran que primero cediera la loza del empotramiento.(figura 4.2).

Estudio de diseño N° 2 (450 mm.)

De este estudio se obtiene, que los máximos esfuerzos están entre las frecuencias 35 y 65 Hz. (gráfico 4.3), siendo el máximo esfuerzo de 1479 N/mm^2 a una frecuencia de 42.70 Hz., concentrándose en la parte inferior de las columnas como lo demuestra la animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS DINAMICO\ESTUDIO DE DISEÑO N° 2\ANIMACION ESFUERZO 450 MM).

Comparando la frecuencia excitadora con la frecuencia natural del estudio de diseño N° 2, el máximo esfuerzo se produce cuando el banco de ensayo ingresa en resonancia a la frecuencia de 42.70 Hz.

El máximo esfuerzo generado por esta frecuencia excitadora, supera al esfuerzo máximo del acero estructural en un 69.8%.

Por lo tanto, se concluye que el banco de ensayo al tener una longitud de columna de 450 mm., no permite realizar ensayos bajo la condición de operacional de desbalanceo, dado que los máximos esfuerzos generados superan al límite del acero estructural, en el rango de frecuencia de trabajo (4200 rpm. equivalente a 70 Hz.).

También se concluye, que no es factible dejar el banco de ensayo con esta longitud, dado que el esfuerzo que se produce (1469 N/mm^2), se encuentra dentro del rango de la frecuencia de trabajo.

Estudio de diseño N° 3 (350 mm.)

Bajo esta condición se alcanza un máximo esfuerzo de 1443.43 N/mm^2 (gráfico 4.4), a una frecuencia de 48.51 Hz.

Este peak de esfuerzo es producto del efecto de resonancia, dado que esta frecuencia, está en el intervalo del primer modo de vibrar (54.51 Hz.) del análisis modal del estudio de diseño N° 3, concentrándose en la parte inferior de las columnas. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS DINAMICO\ESTUDIO DE DISEÑO N° 3\ANIMACION ESFUERZO 350 MM).

Este esfuerzo supera en un 69.3 % al esfuerzo máximo del acero estructural. Por lo tanto, con esta longitud de columna, el banco de ensayo no puede efectuar ensayos bajo la condición operacional de desbalanceo, debido a que tiene esfuerzos máximos que superan a los esfuerzos del acero estructural, producto del fenómeno de resonancia dentro del rango de trabajo (70 Hz.).

Estudio de diseño N° 4 (250 mm.)

Los resultados obtenidos de este estudio, entregan que los máximos esfuerzos se encuentran en una brecha de frecuencia de 50 a 85 Hz. y 135 a 180 Hz. (gráfico 4.5), donde el máximo esfuerzo logrado es de 1037 N/mm^2 a una frecuencia de 70.93 Hz.

Estos esfuerzos se encuentran concentrados en la parte inferior de las columnas. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS DINAMICO\ESTUDIO DE DISEÑO N° 4\ANIMACION ESFUERZO 250 MM).

Al igual que los estudios anteriores, el esfuerzo máximo es producto del fenómeno de resonancia, que resulta de la comparación de la frecuencia excitadora (70.93 Hz.) con la frecuencia natural (71.50 Hz.) del estudio de diseño N° 3.

Por otra parte, este esfuerzo máximo se encuentra en el límite del rango de trabajo y supera al esfuerzo máximo del acero estructural en un 57.2 %, concluyendo con esto, que el banco de ensayo se encuentra inhabilitado para realizar ensayos bajo la condición operacional de desbalanceo.

Estudio de diseño N° 5 (150 mm.)

Este estudio, presenta esfuerzos significativos en una brecha de frecuencia de 75 a 125 Hz. y 200 a 225 Hz., siendo el máximo esfuerzo de 1094.6 N/mm^2 a una frecuencia de 95.95 Hz. (gráfico 4.6).

Este esfuerzo generado, se encuentra fuera del rango de trabajo, pero muy cerca de él, debido a la poca diferencia de sus frecuencias, con lo que se concluye, que se está próximo al fenómeno de resonancia cuando el banco de ensayo está bajo la condición operacional de desbalanceo y funciona a la máxima velocidad, es decir, 4200rpm. equivalente a 70 Hz.

No obstante, los esfuerzos generados dentro del límite de frecuencia de trabajo, son inferiores al esfuerzo máximo del acero estructural. Concluyendo que *“el banco puede generar ensayos, pero no a su máxima capacidad, concentrándose en la parte inferior de las columnas”*. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS DINAMICO\ESTUDIO DE DISEÑO N° 5\ANIMACION ESFUERZO 150 MM).

Estudio de diseño N° 6 (50 mm.)

Bajo esta condición, es decir, con una longitud de columna de 50 mm., se encuentra en forma operativa hoy en día el banco de ensayo, por lo cual, resulta importante conocer el esfuerzo máximo para que éste no colapse.

Del análisis se observa que el esfuerzo máximo es de 1368.65 N/mm^2 a una frecuencia de 120.9 Hz. (gráfico 4.7). Si esta frecuencia es comparada con la frecuencia natural de vibrar del estudio de diseño N° 6, este esfuerzo máximo es producto del fenómeno de resonancia. (Ver animación: D:\CAPITULO IV\ANALISIS DINAMICO\ESTUDIO DE DISEÑO N° 6\ANIMACION ESFUERZO 50 MM).

Luego, para una frecuencia de trabajo entre 0 y 70 Hz. se logra un esfuerzo no superior a 40 N/mm^2 , el cual es 91 % menor que el esfuerzo máximo del acero estructural (443.7 N/mm^2), a su vez, existe una holgura de funcionamiento de 50 Hz. para lograr generar el esfuerzo máximo y no hacer colapsar el sistema de empotramiento.

Por lo tanto, se concluye que el banco de ensayo puede generar bajo la condición operacional de desbalanceo, ensayos a la máxima capacidad de trabajo, sin que el sistema de empotramiento colapse, ya sea por el fenómeno de resonancia o por esfuerzos generados que superen el límite establecido, con una holgura de 50 Hz.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES

- Al realizar el modelado geométrico del banco de ensayo con el software Pro/Engineer, y someter el modelo a diferentes análisis bajo la condición operacional de desbalanceo, se logró generar seis alternativas de diseño, frente al problema de empotramiento.
- Los objetivos específicos planteados en el capítulo I, se cumplieron según su planificación, pero, al encontrar limitantes en el análisis dinámico del módulo Pro Mecánica Motion, se debió aprender el módulo Pro/Mechanica Structure. Por lo tanto, la síntesis y evaluación de los resultados obtenidos en el análisis dinámico, son provenientes de éste módulo.
- La metodología de trabajo, no se cumplió en su totalidad como se había planificado, debido a que el módulo Pro/Mechanica Motion, sólo se utilizó para conocer el punto crítico cuando el modelo es sometido a análisis bajo la condición de desbalanceo.

Para realizar análisis y generar distintas alternativas de solución al problema de empotramiento, se empleó el módulo Pro/Mechanica Structure, haciendo análisis modales y luego en función de éste, más la condición de desbalanceo, generar análisis dinámicos.

- Para identificar las causas y poder dar solución al problema de empotramiento, se debió primero conocer las frecuencias naturales (análisis modal) del banco de ensayo, para cada una de las alternativas propuestas, y luego éstas, someterlas a un análisis dinámico para obtener los esfuerzos que éstas generan y, con ello poder aceptar o rechazar las alternativas planteadas.
- Al comparar los resultados del análisis modal (cuadro 4.7), los modos de vibrar de cada estudio cumplen la relación $F_1 < F_2 < F_3 < F_4$, lo cual es congruente con la teoría. Pero, cuando se realiza la comparación entre los estudios de diseño,

los modos de vibrar no cumplen la relación $F_1 < F_2 < F_3 < F_4 < F_5 < F_6$, como lo es, en el caso del modo 2 del estudio de diseño N° 5 y 6, donde $F_5 > F_6$.

- Los desplazamientos generados por las diferentes frecuencias naturales, afectan a los distintos elementos estructurales que constituyen el banco de ensayo; las frecuencias naturales bajas afectan a los perfiles que constituyen el banco en su parte inferior y las frecuencias naturales altas, se concentran en la parte superior de éste.
- Al observar los resultados obtenidos por los análisis dinámicos, los esfuerzos generados disminuyen cuando la longitud de columna decrece desde 550 a 250 mm., para luego aumentar cuando la longitud de columna disminuye de 150 a 50 mm.
- Los esfuerzos máximos generados, que corresponden al estudio de diseño de 550 a 250 mm. de longitud de columna, se encuentran dentro de la frecuencia de trabajo, superando el máximo esfuerzo del acero estructural, producto del fenómeno de resonancia, lo cual imposibilita ejecutar ensayos bajo la condición operacional de desbalanceo, ya que se provocaría el colapso del sistema.
- El resultado que corresponde a una longitud de 150 mm, indica que el banco de ensayo, está en condiciones de realizar ensayos bajo la condición operacional de desbalanceo, pero no a su máxima capacidad, dado que los esfuerzos que se generan están en el rango máximo de la frecuencia de trabajo.
- Al analizar el estudio de diseño N° 1, se concluye que el banco de ensayo a una frecuencia excitadora de 32.9 Hz. está en presencia del fenómeno de resonancia, dado que ésta coincide con la primera frecuencia natural de 32.78 Hz. Dando como resultado, esfuerzos que superan el esfuerzo máximo del acero estructural, concentrándose en el sistema de empotramiento.

El banco de ensayo colapsó su sistema de empotramiento, debido a que los esfuerzos generados provocaron que primero cedieran la loza del empotramiento, antes que el máximo esfuerzo del acero estructural fuera superado.

- El estudio de diseño N° 6, es el más importante, ya que representa al banco de ensayo en la realidad, en el cual se pueden realizar ensayos bajo la condición operacional de desbalanceo, sin generar inconvenientes .

Esto se debe, a que el rango de la frecuencia excitadora de 0 a 70 Hz., está por debajo de la primera frecuencia natural de 121.39 Hz., no existiendo el fenómeno de resonancia, donde los esfuerzos generados en este rango, no superan a los 100 N/mm².

La diferencia que se genera entre la frecuencia excitadora máxima y la primera frecuencia natural es de 50 Hz., permitiendo al banco de ensayo tener una holgura de funcionamiento en caso de sobrecarga (velocidad).

- Las hipótesis planteadas, cumplieron su objetivo de modelar geoméricamente el banco de ensayo bajo la condición operacional de desbalanceo, permitiendo identificar una solución, la cual es factible técnica y económicamente.
- Para finalizar esta tesis, debo concluir que los resultados obtenidos fueron posibles aplicando el software Pro/Engineer, por lo tanto, este software entrega un abanico de soluciones (CAD/CAE/CAM) en el ámbito de la ingeniería, y con ello posesiona a la Universidad Austral de Chile, como una de las pioneras en incorporar esta tecnología en la zona sur del país, y poder permitir en el corto y largo plazo, entregar soluciones prácticas a la empresa privada que requiera de este nivel tecnológico.

BIBLIOGRAFÍA

- Anderson, B., K. Kay, L. Salego, N. Schweiger, “Pro/Mechanica. Using Motion with Pro/Engineer”, Ed: John Lanyi, USA, 1999.
- Bently, D., “Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics”. Ed: Bob Grissom, USA, 2002.
- Chandrupatla, T., A. Belegundu, “Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería”. 2º ed. Ed: Prentice Hall. MEXICO, 1999.
- Davies, A., “Handbook of Condition Monitoring. Techniques and Methodology”, Ed: Chapman & Hall, London, England, 1998.
- Enright, C., T. Levelle, Ch. Wierbonski, “Pro/Mechanica. Using Motion with Pro/Engineer”. Ed: John Lanyi, USA, 1999.
- Ewins, D. J., “Modal Testing: Theory and Practice”, Ed: Research Studies Press Ltd, London England, 1984.
- Kreyszig, E.. “Advanced Engineering Mathematics”. Ed: John Wiley & Sons, Inc. USA, 1993.
- Meirovitch, L. “Principles and Techniques of Vibrations”. Ed: Prentice May. 1997.
- Tadeu, M. “Vibrações Mecânicas para engenheiros”, Ed: Edgard Blücher Ltda., Sao Paulo Brasil, 1987.
- Toogood, R.. “Pro/Mechanica tutorial structure; Release 2001-Integrated mode”, ed I. SDC publications, 2001.
- Shigley, J. E., “El proyecto en ingeniería mecánica”, Ed: McGraw-Hill Company Inc., 1965.
- Saavedra, P., “Diagnóstico de fallas en máquinas rotatorias mediante análisis de vibración”. Universidad de Concepción, Chile, 1993.
- Saavedra, P., “Análisis de vibraciones en máquinas rotatorias”. Universidad de Concepción, Chile, 2000.
- Rojas, F., “Análisis de Vibraciones”, Universidad Federico Santa María. Valparaíso, Chile, 1999.

- PTC, “Fundamentals of Drawing”, Training Guide, USA, 2000
- Andrade, H., “Análisis modal mediante el método de elemento finito”, Tesis, Universidad Austral de Chile, Valdivia, 2002.
- Eitler, P. G, “Determinación de las frecuencias naturales de un banco de ensayo”, Tesis, Universidad Austral de Chile, Valdivia, 2001.
- González, R. “Innovación Metodologica y Logro de Competencias del Saber en la Asignatura Resistencia de Materiales”, Tesis, Universidad Austral de Chile, Valdivia 2004.
- Martínez, D. “Implementación del Software Pro/Engineer en dibujo de ingeniería y diseño mecánico“ Tesis, Universidad Austral de Chile, Valdivia 2004.