Universidad Austral de Chile Facultad de Ciencias de la Ingeniería Escuela de Ingeniería Acústica



Profesor Patrocinante: Dr. Jorge Arenas Bermúdez Instituto de Acústica de la Universidad Austral de Chile

<<ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA IMPEDANCIA ACUSTICA EN CONDUCTOS Y SILENCIADORES BAJO DIFERENTES CONDICIONES DE BORDE>>

Tesis presentada como parte de los requisitos para optar al Grado Académico de Licenciado en Acústica y al Título Profesional de Ingeniero Acústico

Carlos Jurado Orellana Valdivia-Chile 2004

1)	Recumen
1)	Abstract 4
2)	Introducción 5
2)	Minouaction 5
3) 3 1)	Objetivos
3.1)	Objetivos Generales
3.2)	Objetivos respectiticos
4)	Marco teorico
4.1)	Definiciones Generales. /
4.2)	Sistemas de Conductos y Sienciadores.
4.2.1)	Ondas planas en un medio no viscoso
4.2.2)	Undas tridimensionales en un medio no viscoso estacionario
4.2.2.1)	Conductos Circulares
4.2.3)	Ondas planas en un medio no viscoso en movimiento.
4.2.4)	Undas tridinensionales en un medio no viscoso en movimiento
(4.2.5)	Impedancia de Radiación 22
(4.2.5.1)	Impedancia Mechanica de Radiación
4.2.3.2)	Cuantificación de la Impedancia Acústica de Padiación
4.2.3.2.1)	Cuantineación de la Impediateía Acustica de Natiación
4.2.0)	Determinación de la Impedancia de Entrada para un Conducto Recto con ambos extremos
4.2.0.1)	abiatos
1262)	Determinación de la Impedancia de Entrada para un Sistema Silenciador 24
4.2.0.2)	Modelación Acústica de Sistemas de Conductos Euente y Parámetros de Evaluación de estos
4.2.7)	violetacion Acustica de Sistemas de Conductos-ruente y l'arametros de Evaluación de estos
4271)	Sistemas J. Características de la Euente
4.2.7.1)	Calacteristicas de la Fuence. 5º
4.2.7.1.1)	Metodos unectos e induccios para la determinación de la impedancia de la Fuente
4.2.7.2)	Impedancia de la Terminación
4.2.7.3)	Impedancia de la Terminación. Desenvolta de las Silanciadores 20
4.2.7.4)	Comparación de los Derémetros de Evaluación
4.2.7.4.1)	Cómpara da Expansión Simple
4.2.0)	Califara de Expansion Simple
4.2.0.1)	Fundamentos del Método de Descomposición y determinación de la Párdida de Transmisión
43)	Procesamiento de señales acústicas
431)	Teoría Estadística de Señales Acústicas 44
4311)	Parámetros en el Dominio de la Magnitud
4312)	Funciones en el Dominio del Tiempo
4313)	Funciones en el dominio del Frecuencia 44
4314)	Funciones Conjuntas
4.3.1.5)	Errores de Estimación 5'
4.3.2)	Consideraciones Prácticas en el Procesamiento Digital de Señales.
4.3.2.1)	Transformadas v Espectros
4.3.2.1.1)	Transformada Discreta de Fourier
4.3.2.1.2)	Espectro Lineal
4.3.2.1.3)	Unidades de Señal y Espectro
4.3.2.1.4)	Periodicidad y Funciones Circulares
4.3.2.1.5)	Aliasing
4.3.2.1.6)	Filtraciones y Ventanas
4.3.2.1.7)	Ventanas y Control de Filtraciones en Señales Estacionarias
4.3.2.2)	Sistemas Digitales de Medición
4.3.2.2.1)	Filtros Anti-Aliasing
4.3.2.2.2)	Conversor Analógico Digital (A/D)
4.3.2.3)	Análisis de Sistemas
4.3.2.3.1)	Convolución
4.3.2.3.2)	Deconvolución
5)	Metodología
5.1)	Metodología General del Sistema de Medición
5.1.1)	Principio
5.1.2)	Sistema básico para la determinación de Parámetros Acústicos

Índice

5.1.3)	Determinación de la Función de Transferencia entre las dos posiciones de micrófono, H ₁₂ 7	70
5.1.3.1)	Definición de la función a medir	70
5.1.3.2)	Corrección de Amplitud y Fase entre canales	71
5.1.3.3)	Selección del número de promediaciones7	72
5.1.4)	Equipamiento necesario para las mediciones	73
5.1.4.1)	Construcción del tubo de impedancia	73
5.1.4.1.1)	Requerimientos del tubo de impedancia	73
5.1.4.1.2)	Conductos empleados	74
5.1.4.2)	Micrófonos	75
5.1.4.2.1)	Requerimientos de los micrófonos a utilizar	75
5.1.4.2.2)	Micrófonos utilizados	75
5.1.4.2.3)	Instalación de los micrófonos	76
5.1.4.3)	Altavoz 7	77
5.1.4.3.1)	Requerimientos del altavoz 7	77
5.1.4.3.2)	Altavoz utilizado 7	77
5.1.4.3.3)	Terminación del Altavoz 7	78
5.1.4.4)	Generador de señal 7	78
5.1.4.4.1)	Requerimientos del generador de señal 7	78
5.1.4.4.2)	Generador de señal utilizado 7	78
5.1.4.5)	Equipamiento para las mediciones de temperatura y flujo medio7	79
5.1.4.6)	Equipamiento para el procesamiento de las señales 7	79
5.1.4.6.1)	Requerimientos del equipo de procesamiento de señales	79
5.1.4.6.2)	Equipamiento para el procesamiento digital 7	79
5.1.4.7)	Software empleados	80
5.1.4.7.1)	Software de adquisición y manejo de datos 8	80
5.1.5)	Rango de frecuencias de trabajo	81
5.1.6)	Mediciones de temperatura y flujo medio 8	83
5.1.7)	Correcciones por atenuación del conducto	84
5.2)	Programas creados en Labview	85
5.2.1)	H12.vi	85
5.2.1.1)	Descripción de las funciones y módulos aplicados en H12.vi	87
5.2.2)	Antes de medir.vi	97
5.2.2.1)	Descripción de las funciones y módulos aplicados en Antes de medir.vi	98
5.2.3)	Medición de Autoespectros.vi	100
5.2.3.1)	Descripción del funcionamiento de Medición de Autoespectros.vi 1	101
5.2.4)	Medición de Espectro Cruzado.vi 1	103
5.2.4.1)	Descripción del funcionamiento de Medición de Espectro Cruzado.vi 1	105
5.3)	Programas creados en Matlab 1	105
5.3.1)	Programas de análisis de datos adquiridos 1	105
5.3.1.1)	Parámetros_acústicos.m	106
5.3.1.1.1)	Descripción del funcionamiento del programa 1	106
5.3.1.2)	Calibración.m 1	107
5.3.1.2.1)	Descripción del funcionamiento del programa 1	108
5.3.1.3)	TL_descomposición.m	108
5.3.1.3.1)	Descripción del funcionamiento del programa 1	108
5.3.2)	Programas para la obtención de resultados teóricos 1	109
5.3.2.1)	Zradiación_sonodef.m	109
5.3.2.1.1)	Descripción del funcionamiento del programa 1	110
5.3.2.2)	Zradiación_libre.m 1	111
5.3.2.2.1)	Descripción del funcionamiento del programa	111
5.3.2.3)	Zentrada.m 1	111
5.3.2.3.1)	Descripción del funcionamiento del programa 1	112
5.3.2.4)	Zsilenciador.m 1	113
5.3.2.4.1)	Descripción del funcionamiento del programa 1	113
5.3.2.5)	TLteorico.m 1	114
5.3.2.5.1)	Descripción del funcionamiento del programa 1	114
5.4)	Detalles de las instalaciones experimentales 1	114
5.4.1)	Mediciones de Impedancia de Radiación 1	115
5.4.1.1)	Mediciones de Impedancia de Radiación en ausencia de Flujo 1	115
5.4.1.2)	Mediciones de Impedancia de Radiación en presencia de Flujo medio bajo 1	116
5.4.2)	Mediciones de Impedancia de Entrada 1	117
5.4.2.1)	Mediciones de Impedancia de Entrada de un conducto recto, en ausencia de Flujo 1	117

5.4.2.2)	Mediciones del efecto de la Curvatura en la Impedancia de Entrada de conductos de diámetro					
5.4.2.3)	Mediciones del efecto del Flujo en la Impedancia de Entrada de conductos de largo, diámetro y					
5 4 2 4)	Madigianas da Impadancia da Entrada da un Cistama Silanciadar en ausonoia da Eluja	120				
5.4.2.4)) Mediciones de Impedancia de Entrada de un Sistema Silenciador en ausencia de Flujo					
3.4.2.3)	heio	100				
5 4 2)	Dajo Madiaianas da Dárdida da Transmisión (T.I.)	122				
5.4.5) 6)	Mediciones de Perdida de Transmisión (1.L).					
(0)						
(0.1)	Investigation in the second se					
(1.1)	Viediciones en ausencia de Flujo.					
0.1.2)	Integrationes de Impedancia de Radiación en presencia de Flujo medio bajo					
6.2)	Mediciones de Impedancia de Entrada.					
6.2.1)	Mediciones de Impedancia de Entrada para un conducto recto, en ausencia de Flujo 12					
6.2.2)	Mediciones del efecto de la Curvatura en la Impedancia de Entrada de conductos de diametro	120				
$\langle 0 \rangle$	constante y largo total fijo, en ausencia de Flujo	130				
6.2.3)	Mediciones del efecto del Flujo en la Impedancia de Entrada de conductos de largo, diametro y	100				
	curvatura constante	133				
6.2.4)	Mediciones de Impedancia de Entrada para el Sistema Silenciador en ausencia de Flujo	137				
6.2.5)	Mediciones de Impedancia de Entrada para el Sistema Silenciador en presencia de Flujo medio	120				
	bajo	138				
6.3)	Mediciones de Pérdida de Transmisión (T.L)	140				
7)	Análisis de Resultados 14					
7.1)	Análisis de Resultados de Impedancia de Radiación en ausencia y en presencia de Flujo medio					
	bajo	141				
7.2)	Análisis de Resultados de Impedancia de Entrada para un conducto recto, en ausencia de Flujo.	143				
7.3)	Análisis de Resultados del efecto de la Curvatura en la Impedancia de Entrada de conductos de					
	diámetro constante y largo total fijo, en ausencia de Flujo	146				
7.4)	Análisis de resultados del efecto del Flujo en la Impedancia de Entrada de Conductos de					
	diámetro, largo y Curvatura constantes	152				
7.5)	Análisis de Resultados de Impedancia de Entrada para el Sistema Silenciador en Ausencia de					
	Flujo y en presencia de Flujo medio bajo	159				
7.6)	Análisis de Resultados de Pérdida de Transmisión para el Sistema Silenciador	162				
8)	Conclusiones Generales	163				
9)	Referencias Bibliográficas	164				
10)	Agradecimientos	167				

1) Resumen

Este estudio consta de un análisis teórico-experimental de las características de distintos parámetros acústicos asociados a sistemas de conductos. Algunos parámetros como la impedancia acústica de radiación, la impedancia acústica de entrada, o la pérdida de transmisión, se determinan para sistemas de conductos, entre ellos los conductos rectos y cámaras de expansión simples. Además, se investiga el efecto de otras variables, tales como el flujo de aire y la curvatura, en las características de estos parámetros acústicos. Para obtener los resultados experimentales se requiere efectuar un procesamiento digital de las señales provenientes de dos micrófonos, instalados en un conducto de pruebas. Los resultados muestran, en general, una buena concordancia con los modelos teóricos. Respecto al efecto del flujo encontrado en conductos rectos, este muestra ser contrario al esperado según el análisis teórico entregado. Sin embargo, se plantea una expresión teórica alternativa, que se ajusta de buena forma a los resultados obtenidos. En cuanto al estudio del efecto de la curvatura en conductos, el análisis se basa en la comparación del parámetro estudiado con el equivalente a un conducto recto, por lo que en este caso no se hace un examen teórico de esta variable. No obstante, basándose en los resultados experimentales, se pudo concluir que la curvatura no afecta las características del parámetro evaluado (la impedancia de entrada), esto si la longitud del eje central del sistema permanece constante. En otras palabras, para las curvaturas estudiadas, se encontró que la impedancia de entrada de un conducto curvo, es igual a la impedancia de entrada de un conducto recto, cuya longitud corresponde a la longitud del eje central del conducto curvo.

1.1) Abstract

This research consists of an experimental and theoretical study of the different acoustical parameters associated with duct systems. Some parameters, such as the acoustic radiation impedance, acoustic input impedance, and transmission loss are determined for duct systems consisting in straight-ducts and expansion chambers. In addition, the effect of the presence of other factors, like air flow and duct-curvature, is examined. In order to obtain experimental results, signal processing from two microphones flush-mounted in a tube is required. In general, the results are in good agreement with theoretical predictions. The flow-induced effect found on straight-duct measurements was not what was expected. However, an alternative theoretical expression is suggested, showing good agreement with our results. Analysis of the effect caused by duct-curvature is based on comparison to a straight-duct parameter. It was found, for the curvatures considered here, that the input impedance of a curved-duct is equal to the input impedance of a straight-duct that has same length as the central axis of the curved-duct.

2) Introducción

La disminución del ruido urbano es fundamental para mejorar las condiciones de vida de los habitantes de las grandes ciudades. La totalidad de autores y estudios en esta área, señalan a los vehículos motorizados (camiones, motocicletas, autobuses, camionetas, etc.), como las fuentes de ruido de mayor trascendencia. Es por esto que centramos nuestros esfuerzos en el desarrollo de un laboratorio que nos permita evaluar el rendimiento de los silenciadores (asociados a estas fuentes), mediante la cuantificación de parámetros acústicos que lo definan. El proyecto general, financiado por Conicyt a través del programa Fondecyt, consta de varias etapas, siendo este estudio parte de la primera mitad. Las etapas desarrolladas en el estudio involucran la instalación y puesta en marcha del equipamiento experimental, necesario para la determinación de los parámetros acústicos que cuantifiquen el desempeño de los silenciadores. Para verificar la confiabilidad de nuestro sistema de medición, se profundizó en el análisis de modelos simples de sistemas de conductos, aplicando distintas condiciones de borde. Esto nos permitió comparar nuestros resultados experimentales con las soluciones teóricas conocidas y obtenidas en nuestro análisis. Se estudió también el efecto del flujo de aire y de la curvatura, simulando una situación real. Esto nos permitió observar la concordancia teórico-experimental del supuesto efecto de estas variables (en el caso de que se tenga un modelo con el cual comparar) y la posible determinación teórica del efecto de la variable, utilizando el resultado experimental obtenido. El método utilizado está basado en la medición de la función de transferencia entre dos micrófonos instalados en un conducto de pruebas. Por esto, involucra el procesamiento digital de las señales medidas, haciendo uso de una interfase y una tarjeta adquisidora de datos. Se utilizaron herramientas como Labview y Matlab para obtener resultados, en un rango de frecuencias determinado principalmente por el diámetro interno del conducto de pruebas.

3) Objetivos

3.1) Objetivo General

Esta tesis tiene como objetivo general la implementación de un sistema para la medición de parámetros acústicos específicos en futuros diseños de silenciadores reactivos simples.

3.2) Objetivos Específicos

- Implementar un sistema de medición basado en la función de transferencia entre dos micrófonos insertos en un conducto de pruebas.
- Estudiar la impedancia de radiación de un conducto con distintos tipos de terminaciones.
- Estudiar la impedancia de entrada de distintos sistemas de conductos.
- Investigar el efecto de la presencia de flujo de aire en los sistemas de conductos sobre las características de los parámetros acústicos bajo evaluación.
- Analizar el efecto de curvar un conducto en los parámetros acústicos bajo evaluación.
- Determinar la pérdida de transmisión de una cámara de expansión simple.

4) Marco Teórico

4.1) Definiciones Generales

Para comprender muchos de los problemas abarcados en este estudio, es necesario entregar algunas definiciones generales.

Las siguientes definiciones entregarán mayor claridad y familiarizarán al lector con las nociones tratadas aquí.

-Presión estática

Presión estática es la presión que existirá en un punto del medio en ausencia de ondas sonoras. A una temperatura de 0° C. $P_0 = 10^5 \left[N/m^2 \right]$ (nivel del mar).

-Presión instantánea (P(t))

Es la variación incremental de la presión estática en un punto dado del medio debido a la presencia de una onda.

-Presión eficaz o RMS (P_{RMS})

Es el valor cuadrático medio de la presión instantánea P(t) sobre un intervalo de tiempo determinado. Se define matemáticamente como:

$$P_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_2}^{t_1} P(t)^2 dt} \quad \left[\frac{N}{m^2}\right]$$
(4.1)

En el caso de una onda periódica y sinusoidal:

$$P_{RMS} = \frac{P_{\text{max}}}{\sqrt{2}} \quad \left[\frac{N}{m^2}\right] \tag{4.2}$$

-Intensidad sonora (I)

Se define como la energía neta que fluye por unidad de tiempo y por unidad de área.

En el caso de una onda plana o esférica libre:

$$I = \frac{P_{RMS}^2}{\rho_0 c} \left[\frac{W}{m^2}\right],\tag{4.3}$$

donde $\rho_0=1.186 \text{ kg/m}^3$ (densidad del aire) y c = 344 m/s (velocidad del sonido).

-Potencia acústica

Es la energía emitida por una fuente por unidad de tiempo. Matemáticamente se define como:

$$W_A = \oint_S I \bullet dS \ [W] \tag{4.4}$$

-Densidad de energía

Es la energía sonora contenida en una parte infinitesimal del medio, dividida por el volumen en el mismo punto. Para una onda plana la densidad de energía es:

$$D = \frac{P_{RMS}^2}{\rho_0 c^2} \left[\frac{W \cdot s}{m^3} \right]$$
(4.5)

-Velocidad del sonido en el aire

La velocidad de propagación de una onda sonora en el aire se puede calcular por medio de:

$$c = 343.2\sqrt{0.9317 + T/293} \quad [m/s] \tag{4.6}$$

donde T es la temperatura en ° Celsius.

-Velocidad instantánea de partículas (u(t))

Es la velocidad debida a una onda sonora, de una parte infinitesimal del medio en un instante determinado.

-Velocidad instantánea de volumen (U(t))

Es el caudal instantáneo del medio a través de un área específica *S*, perpendicular a la dirección de propagación. Matemáticamente se define como:

$$U(t) = u(t) \cdot S \left[\frac{m^3}{s} \right]$$
(4.7)

-Impedancia Acústica:

Se define como la relación compleja entre la presión eficaz promedio P que se genera sobre una determinada superficie S y la velocidad eficaz de volumen U a través de esa superficie (ver figura 1):

$$Z_A = \frac{P}{U} = R_A + jX_A \quad \left[\frac{N \cdot s}{m^5}\right],\tag{4.8}$$

donde R_A y X_A son la resistencia acústica y la reactancia acústica, respectivamente.



Figura 1: Presión y velocidad de volumen a través de una superficie.

-Impedancia Acústica Específica:

Relación compleja entre la presión eficaz P en un punto del medio acústico o dispositivo mecánico y la velocidad eficaz u de la partícula en ese punto. Matemáticamente se define como:

$$Z_{s} = \frac{P}{u} \left[\frac{N \cdot s}{m^{3}} \right]$$
(4.9)

-Impedancia Característica ($\rho_0 c$)

Es la relación entre la presión sonora eficaz en un punto dado y la velocidad eficaz de partículas en ese mismo punto, para el caso de una onda plana libre y progresiva:

$$\rho_0 c = \frac{p}{u} \left[\frac{N \cdot s}{m^3} \right] \tag{4.10}$$

-Impedancia Acústica Normalizada:

Es el valor de la impedancia acústica en alguna superficie, dividido por la impedancia característica del medio ($\rho_0 c$). La cantidad es adimensional. . Matemáticamente se define como:

$$Z_n = \frac{1}{\rho_0 c} \cdot Z_A \tag{4.11a}$$

Se puede relacionar la impedancia acústica normalizada con el factor de reflexión a incidencia normal r (Ec.4.12), para una onda plana incidiendo sobre una superficie determinada, mediante la siguiente relación:

$$Z_n = \frac{1+r}{1-r}$$
 (4.11b)

-Impedancia Acústica de Radiación

La impedancia acústica de radiación representa la impedancia impuesta por la atmósfera sobre la radiación acústica. Este parámetro y su evaluación bajo condiciones especiales será visto con mayor detalle en la sección 4.2.5

-Factor de Reflexión a Incidencia Normal

Es la relación de amplitudes de una onda reflejada y una onda incidente en un plano de referencia arbitrario para una onda plana incidiendo normalmente sobre ese plano (ver figura 2).



Figura 2: Ondas incidente p_i y reflejada p_r sobre el plano de referencia x = 0.

Si las amplitudes de las ondas incidente y reflejada son A y B respectivamente, entonces:

$$r = \frac{B}{A} \tag{4.12}$$

-Coeficiente de Reflexión de Potencia Sonora

Es la razón entre la potencia reflejada W_r y la potencia incidente W_i sobre una superficie o plano de referencia arbitrario para una onda plana a incidencia normal:

$$R = \left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left|r\right|^2 \tag{4.13}$$

donde A y B son las amplitudes de la onda incidente y reflejada, respectivamente y r es el factor de reflexión a incidencia normal.

-Coeficiente de Absorción a Incidencia Normal

Es la razón entre la potencia acústica transmitida W_i a través de una superficie o plano de referencia arbitrario y la potencia incidente W_i en esa superficie, para una onda plana a incidencia normal.

Es también llamado Coeficiente de Transmisión de Potencia Sonora [1]:

$$\tau = \frac{W_t}{W_i} = 1 - \left| r \right|^2 = 1 - R \tag{4.14}$$

donde r es el factor de reflexión a incidencia normal y R es el coeficiente de reflexión de potencia sonora.

Podemos relacionar el coeficiente de transmisión de potencia sonora con la parte real e imaginaria de la impedancia acústica, de la siguiente forma [1]:

$$\tau = \frac{R_a^2 + X_a^2}{\left(\frac{\rho c}{2S} + R_a\right)^2 + X_a^2}$$
(4.15)

-Velocidad media del flujo

Se puede definir como la velocidad promedio (media aritmética) del flujo de aire al interior de un conducto tomada en puntos arbitrarios del plano formado por su sección de área (perpendicular a la dirección de propagación del flujo):

$$V_{promedio} = V = \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{n} \left[\frac{m}{s}\right]$$
(4.16)

donde *n* es el número de puntos en que se mide el flujo.

-Número de Mach

Es la razón entre la velocidad media del flujo medio V y la velocidad del sonido c (cantidad adimensional):

$$M = \frac{V}{c},\tag{4.17}$$

su valor determinará si el flujo existente es considerado subsónico o supersónico.

4.2) Sistemas de Conductos y Silenciadores

El ruido de escape de los motores de combustión interna se reconoce como la mayor fuente de contaminación del ambiente urbano. Sin embargo, este ruido puede ser suficientemente reducido (al nivel de ruido de otras fuentes automotrices o aún menor), por medio de un silenciador bien diseñado. Los silenciadores están clasificados convencionalmente como *disipativos* o *reflectivos*, dependiendo de si la energía acústica es *disipada* en forma de calor o si es *reflejada* por discontinuidades de área.

De todas formas, ningún silenciador es completamente reactivo o completamente disipativo en la práctica. Todo silenciador contiene algunas desigualdades de impedancia y alguna disipación acústica [2].

Los silenciadores *disipativos* consisten en conductos con sus paredes internas recubiertas con material acústicamente absorbente. Cuando son usados en un motor, estos silenciadores disminuyen su rendimiento con el tiempo debido a que el material absorbente se obstruye con partículas de carbón no quemadas o se resquiebra debido a la alta temperatura. De todas formas, recientemente se han desarrollado nuevos materiales fibrosos tales como composiciones de aleación de metal que resisten la suciedad y la alta temperatura, sin ser tan costosos. No obstante, no existen tales complicaciones en conductos de ventilación, que conducen aire limpio y frío. El ruido de ventiladores que podría propagarse a través de estos conductos puede ser suficientemente reducido en la propagación si las paredes del tubo conductor son acústicamente tratadas. Por estas razones el uso de los silenciadores disipativos esta generalmente limitado a sistemas de aire acondicionado.

Los silenciadores *reflectivos*, siendo no disipativos, son llamados también silenciadores *reactivos*. Un silenciador reactivo consiste de una serie de elementos tubulares de distintas dimensiones transversales unidos de tal forma que causen, en cada unión, diferencias de impedancia y por lo tanto reflexión de una parte sustancial de la energía acústica de vuelta a la fuente. La mayor parte de los silenciadores utilizados en los motores de combustión interna son del tipo reactivo. De hecho, incluso el silenciador de un sistema de aire acondicionado posee un par de elementos reactivos a ambos extremos del conducto disipativo.

Claramente un tubo, cañería o conducto es el elemento más básico y esencial de cualquier tipo de silenciador. Por esto, es fundamental hacer un estudio de la propagación de las ondas en conductos para hacer un análisis del rendimiento acústico de un silenciador (de sus características de transmisión).

4.2.1) Ondas planas en un medio estacionario no viscoso

En el caso ideal de un conducto de paredes rígidas con una sección de área (constante) de dimensiones lo suficientemente pequeñas (las dimensiones recomendables para un conducto circular están dadas por la ecuación (4.50) del punto 4.2.2.1) llenado con un fluido estacionario ideal (no viscoso), viajan ondas de pequeña amplitud como ondas planas. La presión acústica p (o presión estática ambiental) y la velocidad de partícula u son

las mismas en todos los puntos de la sección de área transversal. El frente de ondas o superficie de fase, definida como una superficie formada por todos los puntos en los cuales p y u tienen la misma amplitud y fase, es un plano normal a la dirección de propagación, la cual en el caso de un tubo es el eje longitudinal.

Las ecuaciones básicas para este caso son:

Continuidad de masa:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial t} = 0; \tag{4.18}$$

Equilibrio dinámico:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0; \tag{4.19}$$

Ecuación de energía (isentropicidad)

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{S} = \frac{\gamma(p_{0}+p)}{\rho_{0}+\rho} \cong \frac{\gamma p_{0}}{\rho_{0}} = c_{0}^{2};$$
(4.20)

donde *z* es la coordenada axial o longitudinal, p_0 y ρ_0 son la presión ambiental y densidad del medio, respectivamente, *s* es la entropía, $p/p_0 <<1$, $\rho/\rho_0 <<1$.

La ecuación (4.20) implica que:

$$\rho = \frac{p}{c_0^2}; \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t}; \qquad \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial z}.$$
(4.21)

La ecuación de *equilibrio dinámico* también es llamada ecuación de *momentum*. Similarmente, la ecuación de *continuidad de masa* es llamada comúnmente *ecuación de continuidad*.

Sustituyendo la Ec. (4.21) en (4.18) y eliminando *u* de las Ecs. (4.18) y (4.19) diferenciando la primera respecto a *t*, la segunda respecto a *z*, y restando, se llega a:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] p = 0$$
(4.22)

Esta ecuación diferencial parcial homogénea lineal, de una dimensión (esto es, implicando una coordenada espacial), de coeficientes constantes (c_0 es independiente de z y t), admite la solución general:

$$p(z,t) = C_1 f(z - c_0 t) + C_2 g(z + c_0 t)$$
(4.23)

Si la dependencia temporal se asume de forma exponencial $e^{j\omega t}$, entonces la solución (4.23) se vuelve:

$$p(z,t) = C_1 e^{j\omega(t-z/c_0)} + C_2 e^{j\omega(t-z/c_0)}$$
(4.24)

La primera parte de esta solución es igual a C_1 cuando z = t = 0 y también cuando $z = c_0 t$. Por esta razón, representa una onda progresiva moviéndose hacia adelante sin atenuación ni incremento, con una velocidad c_0 . Similarmente puede observarse que la segunda parte de la solución representa una onda progresiva moviéndose en la dirección opuesta con la misma velocidad c_0 . Por esto, c_0 es la velocidad de propagación de la onda, la Ec. (4.22) es una ecuación de onda y la solución (4.24) representa la superposición de dos ondas progresivas de amplitudes C_1 y C_2 , moviéndose en direcciones opuestas. La ecuación (4.22) es llamada la ecuación clásica de ondas de una dimensión, y la velocidad de propagación c_0 es llamada también velocidad de fase o velocidad del sonido. Debido a que la presión sonora p está relacionada linealmente con la velocidad de partícula u, se puede definir un potencial de velocidad ϕ , determinado por las siguientes relaciones:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial z}; \qquad p = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{4.25}$$

La variable dependiente en la Ec. (4.22) podría ser tanto $u \mod \phi$. En vista de esta generalidad, el carácter ondulatorio de la Ec. (4.22) puede representarse por el operador diferencial:

$$L \equiv \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2},\tag{4.26}$$

el cual es llamado operador clásico de ondas de una dimensión.

Tras factorizar el operador de ondas como:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + c_0 \frac{\partial}{\partial z}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} - c_0 \frac{\partial}{\partial z}\right),\tag{4.27}$$

puede notarse que la onda moviéndose hacia adelante [la primera parte de la solución (4.23) o (4.24)], es la solución de la ecuación:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + c_0 \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \tag{4.28}$$

y la onda moviéndose hacia atrás [la segunda parte de la solución (4.23) o (4.24)], es la solución de la ecuación:

$$\frac{\partial p}{\partial t} - c_0 \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \tag{4.29}$$

La ecuación (4.24) puede escribirse como:

$$p(z,t) = \left[C_1 e^{-jkz} + C_2 e^{+jkz}\right] e^{j\omega t},$$
(4.30)

donde $k = w/c_0 = 2\pi/\lambda$ es llamado el número de onda o constante de propagación y λ es la longitud de onda.

Como la velocidad de partícula *u* también satisface la misma ecuación de onda, se puede escribir:

$$u(z,t) = \left[C_3 e^{-jkz} + C_4 e^{+jkz}\right] e^{j\omega t},$$
(4.31)

Substituyendo las Ecs. (4.30) y (4.31) en la ecuación de equilibrio dinámico (4.19) se llega a:

$$C_3 = C_1 / \rho_0 c_0, \qquad C_4 = -C_2 / \rho_0 c_0,$$

y por esto:

$$u(z,t) = \frac{1}{Z_0} \Big(C_1 e^{-jkz} - C_2 e^{+jkz} \Big) e^{j\omega t},$$
(4.32)

donde $Z_0 = \rho c_0$ es la impedancia característica del medio, definida como la razón entre la presión acústica y la velocidad de partícula para una onda plana progresiva [Ec. (4.10)].

Para una onda plana desplazándose en un conducto pueden definirse también la velocidad de volumen [Ec. (4.7)] y la velocidad de masa:

$$v = \rho_0 S u, \tag{4.33}$$

donde *S* es el área de la sección transversal del conducto. Los valores correspondientes de impedancia característica (definida ahora como la razón entre la presión y velocidad que se defina, para una onda plana progresiva) serían entonces:

Para velocidad de partícula	:	$ ho_0 c_0;$	
Para velocidad de volumen	:	$ ho_0 c_0 / S;$	(4.34a)
Para velocidad de masa	:	$c_0 / S.$	

En los dos últimos casos, la impedancia característica considera el área *S* del conducto. Como no es propiedad sólo del medio, sería más apropiado llamarla impedancia característica del conducto. Para conductos transportando gases de combustión de temperaturas elevadas, es más apropiado trabajar con la velocidad de masa acústica v [2]. La impedancia característica correspondiente la podemos denotar por:

$$Y_0 = c_0 / S$$
 (4.34b)

Las ecuaciones (4.32) y (4.33) producen la siguiente expresión para la velocidad de masa acústica:

$$v(z,t) = \frac{1}{Y_0} (C_1 e^{-jkz} - C_2 e^{+jkz}).$$
(4.35)

Los subíndices 0 indican condiciones no viscosas. Las constantes C_1 y C_2 en las Ecs. (4.30) y (4.35) deben determinarse a partir de las condiciones de borde impuestas por los elementos que preceden y continúan el elemento tubular particular bajo investigación.

4.2.2) Ondas tridimensionales en un medio no viscoso estacionario

A pesar de que nuestro estudio asumirá en la experimentación sólo la presencia de ondas planas o, más bien, asumiremos que aunque existan modos de mayor orden propagándose en los conductos, éstos no causarán mayor efecto apreciable debido a su naturaleza evanescente, es preciso considerar la propagación de la onda general en 3D en conductos, para apreciar las limitaciones de la teoría de onda plana.

Las ecuaciones básicas que se corresponden con las ecuaciones (4.18) y (4.19), para ondas en un medio estacionario no viscoso, son:

Continuidad de masa:
$$\rho_0 \nabla \bullet u + \frac{\partial p}{\partial t} = 0;$$
 (4.36)

Equilibrio dinámico:
$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla p = 0;$$
 (4.37)

La tercera ecuación es la misma que la Ec. (4.20) o (4.21). Haciendo uso de esta ecuación en la ecuación (4.36), diferenciando la Ec. (4.36) con respecto a *t*, tomando la divergencia de la Ec. (4.37) y restando, se obtienen las ecuaciones en 3D requeridas:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2\right] p = 0, \tag{4.38}$$

donde el Laplaciano ∇^2 está dado de la siguiente manera:

a) En coordenadas cartesianas (para conductos rectangulares):

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2};$$
(4.39)

b) En coordenadas cilíndricas polares (para conductos cilíndricos como lo nuestros):

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$
(4.40)

4.2.2.1) Conductos Circulares

Debido a que en la experimentación los conductos empleados serán circulares, es necesario hacer un estudio de la propagación de ondas en 3D en este tipo de conductos. Aunque, como ya se ha mencionado, se asuma la presencia de ondas planas en los experimentos, debemos conocer las limitaciones de este modelo y los rangos de aplicación.

La ecuación de ondas (4.38), con el Laplaciano dado por (4.40), entrega la propagación de ondas en conductos circulares (ver figura 3). Si usamos el método de separación de variables, si escribimos la dependencia temporal como $e^{j\omega t}$ y la dependencia de θ como $e^{jm\theta}$, se obtiene:

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_{m} R_m(r) e^{jm\theta} Z(z) e^{j\omega t} .$$
(4.41)

Con la función Z(z) asumida tal que:

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} = -k_z^2 Z$$
(4.42)

y sustituyendo las Ecs. (4.41) y (4.42) en la ecuación de onda, se obtiene una ecuación de Bessel para R(r):

$$\frac{d^2 R_m}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR_m}{dr} + \left(k_0^2 - k_z^2 - \frac{m^2}{r^2}\right) R_m = 0$$
(4.43)



Figura 3: Coordenadas para el sistema de propagación 3D en un conducto circular.

La Ec. (4.43) tiene una solución general dada por:

$$R_m = C_3 J_m(k_r r) + C_4 N_m(k_r r), ag{4.44}$$

donde

$$k_r^2 = k_0^2 - k_z^2 \,. \tag{4.45}$$

La función $N_m(k_r r)$ tiende a infinito en r = 0 (el eje), pero la presión acústica en todo punto debe ser finita. Por esto, la constante C_4 debe ser cero, en este caso particular.

La velocidad radial en las paredes ($r = r_0$) debe ser cero. Por esto:

$$\frac{dJ_m(k_r r)}{dr} = 0 \qquad \text{en} \quad r = r_0 \tag{4.46}$$

Así, k_r toma sólo aquellos valores discretos en los cuales:

$$J_{m}'(k_{r}r_{0}) = 0. ag{4.47}$$

Si denotamos el valor de k_r correspondiente a la enésima raíz de esta ecuación como $k_{r,m,n}$ se obtiene:

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} J_m(k_{r,m,n}r) e^{jm\theta} e^{j\omega t} \times (C_{1,m,n}e^{-jk_{z,m,n}z} + C_{2,m,n}e^{+jk_{z,m,n}z}),$$
(4.48)
donde

18

$$k_{z,m,n} = \left(k_0^2 - k_{r,m,n}^2\right)^{1/2} \tag{4.49}$$

Como el primer cero de J_0 (o el de J_1) es cero, $k_{r,0,1} = 0$ y $k_{z,0,1} = k_0$. Por eso, para el modo (0,1), la Ec. (4.48) se reduce a la Ec. (4.30), la ecuación para la propagación de onda plana y se propaga sin atenuación.

En la mayor parte de la literatura (referencias1-3 de [2]), *n* representa el número de ceros de la derivada $J'_m(k_r r_0)$ y así también para la Ec. (4.47). Esto introduce una disimilitud entre las notaciones para tubos rectangulares y circulares. En conductos rectangulares, *m* y *n* representan el número de modos en la distribución de presión transversal. Podemos utilizar de forma similar a *n* para denotar el número de nodos circulares en la distribución de presión transversal para conductos circulares. Esto se muestra en la figura 4. Con esta notación (refs. 4-5 de [2]) el modo de onda plana tendría asociado el índice (0,0) tanto para conductos circulares como para rectangulares. Los índices *m* y *n* tendrían la misma connotación, esto es, el número de modos (en las direcciones respectivas) en la distribución de presión transversal.



Figura 4: distribución de presión transversal para conductos circulares según el número de modos (m,n) presentes [(0,0) corresponde a la onda plana].

Por esto se adopta este tipo de notación. De acuerdo a esto, n = 0 representaría la primera raíz de la Ec. (4.47) y *n* representaría la (n+1)-ésima raíz.

Los primeros dos modos de más alto orden (1,0) y (0,1) aparecerán si $k_{z,1,0}$ y $k_{z,0,1}$ son reales, esto es, si $k_0 > k_{r,1,0}$ y $k_{r,0,1}$. El primer cero de J_1 ocurre en 1.84 y el segundo cero de J_0 ocurre en 3.83. Entonces los números de onda de corte para la aparición de estos modos serían 1.84/ r_0 y 3.83/ r_0 , respectivamente. En otras palabras el primer modo diametral comienza a propagarse cuando $k_0r_0 = 1.84$ y el primer modo asimétrico cuando $k_0r_0 = 3.83$. Si la frecuencia es lo suficientemente baja (o la longitud de onda es lo suficientemente grande), de forma que:

$$k_0 r_0 < 1.84, \text{ o} \quad \lambda > \frac{\pi}{1.84} D, \quad \text{o} \quad f < \frac{1.84}{\pi D} c_0,$$
(4.50)

donde *D* es el diámetro ($D = 2r_0$), entonces sólo se propagarán ondas planas.

Afortunadamente, las frecuencias de interés en el ruido de escape de motores de combustión interna son lo suficientemente bajas [2]. Por esto, el análisis de onda plana ha probado ser adecuado.

4.2.3) Ondas planas en un medio no viscoso en movimiento

Uno de los objetivos experimentales de este trabajo fue la determinación del efecto del flujo en los parámetros acústicos obtenidos. Por esto se hace necesario entregar un análisis teórico que ayude a describir la propagación de ondas en conductos bajo los efectos del flujo y poder comparar luego con los resultados experimentales.

La propagación de ondas se debe al efecto combinado de inercia (masa) y elasticidad del medio, y por esto una onda se desplaza en relación a las partículas del medio. Cuando el medio en sí se está desplazando con una velocidad uniforme U, la velocidad de propagación de la onda, en relación a la del medio, se mantiene como c.Por esto, en relación a un marco de referencia estacionario (esto es, como sería visto por un observador estacionario), la onda que viaja hacia adelante se movería a una velocidad absoluta U+c y la onda que se desplaza hacia atrás con una velocidad U-c. Se dice que las ondas se conveccionan "hacia delante" debido al flujo medio. Esto se debe al siguiente análisis:

Hagamos que el medio se desplace a una velocidad U, con los gradientes despreciables en las direcciones r y z. Las ecuaciones básicas para este caso son las mismas que para un medio estacionario [Ecs. (4.18)-(4.20)] con la excepción de que la derivada parcial en el tiempo $\partial/\partial t$ es reemplazada por la derivada fundamental D/Dt, donde:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial z}.$$
(4.51)

Entonces, las ecuaciones de continuidad y momentum serían:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{D\rho}{Dt} = 0 \tag{4.52}$$

$$y \\ \rho_0 \frac{Du}{Dt} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \tag{4.53}$$

respectivamente. La tercera ecuación es la relación de isentropicidad dada por la Ec. (4.20).

Eliminando ρ y *u* de estas tres ecuaciones nos lleva a la ecuación de ondas convectivas en una dimensión:

$$\left(\frac{D^2}{Dt^2} - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) p = 0, \qquad (4.54)$$

es decir,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + 2U \frac{\partial^2 p}{\partial z \partial t} + \left(U^2 - c_0^2\right) \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0.$$
(4.55)

Utilizando separación de variables y asumiendo nuevamente una función en el tiempo del tipo $e^{j\omega t}$, la ecuación de ondas (4.55) puede admitir la siguiente solución general:

$$p(z,t) = \left(C_1 e^{-j\omega/(c_0 + U)z} + C_2 e^{+j\omega/(c_0 - U)z}\right) e^{j\omega t} =$$
(4.56)

$$= \left(C_1 e^{-jk_0 z/(1+M)} + C_2 e^{+jk_0 z/(1-M)} \right) e^{j\omega t}.$$
(4.57)

Escribiendo:

$$u(z,t) = \left(C_3 e^{-jk_0 z/(1+M)} + C_4 e^{+jk_0 z/(1-M)}\right) e^{j\omega t},$$
(4.58)

sustituyendo las Ecs. (4.57) y (4.58) en la Ec. (4.53), e igualando a cero los coeficientes $e^{-jk_0 z/(1+M)}$ y $e^{+jk_0 z/(1-M)}$ separadamente, se llega a:

$$C_3 = \frac{C_1}{\rho_0 c_0}$$
 y $C_4 = -\frac{C_2}{\rho_0 c_0}$.

Entonces, la velocidad acústica de masa v(z,t) es dada por:

$$v(z,t) = \rho_0 Su(z,t) = \frac{1}{Y_0} \Big(C_1 e^{-jk_0 z/(1+M)} - C_2 e^{+jk_0 z/(1-M)} \Big) e^{j\omega t},$$
(4.59)

donde la impedancia característica es la misma que para un medio estacionario (Ec. 4.34b).

La ecuación (4.56) indica (simbólicamente) el efecto convectivo del flujo medio en las dos componentes de las ondas estacionarias, como se mencionó con anterioridad.

Se puede decir que el efecto del flujo es modificar el número de onda k de la onda de ida y de la onda de vuelta por $k_p = k_0/(1+M)$ y $k_m = k_0/(1-M)$, respectivamente.

4.2.4) Ondas tridimensionales en un medio no viscoso en movimiento

Es necesario hacer un análisis de ondas en 3D en un conducto portando flujo para entender la propagación de modos de más alto orden y para evaluar la frecuencia límite bajo la cual sólo la onda plana se propagará sin atenuación.

Combinando los argumentos presentados en los puntos 4.2.2 y 4.2.3 se pueden obtener las siguientes relaciones básicas:

Continuidad de masa:
$$\rho_0 \nabla \bullet u + \frac{D\rho}{Dt} = 0;$$
 (4.60)

Equilibrio dinámico:
$$\rho_0 \frac{Du}{Dt} + \nabla p = 0; \qquad (4.61)$$

Ecuaciones de ondas 3D convectivas:
$$\left(\frac{D^2}{Dt^2} - c_0^2 \nabla^2\right) p = 0.$$
 (4.62)

Aquí, la velocidad del flujo medio se asume constante en el espacio y tiempo, esto es, independiente de todas las coordenadas.

Para un conducto circular, la solución de la Ec. (4.62) sería (considerando lo visto en la sección 4.2.2.1):

$$p(r,\theta,z,t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} J_m(k_{r,m,n}r) e^{jm\theta} e^{j\omega t} \times \left(C_{1,m,n} e^{-jk^+ z,m,nz} + C_{2,m,n} e^{+jk^- z,m,nz} \right),$$
(4.63)

donde $k_{z,m,n}^+$ y $k_{z,m,n}^-$ se encuentran determinadas por la ecuación:

$$k_{z,m,n}^{2} + k_{r,m,n}^{2} = \left(k_{0} + Mk_{z,m,n}\right)^{2}, \qquad (4.64a)$$

es decir,

$$k_{z,m,n}^{\pm} = \frac{\mp Mk_0 + \left[k_0^2 - \left(1 - M^2\right)k_{r,m,n}^2\right]^{\frac{1}{2}}}{1 - M^2}.$$
(4.64b)

Entonces, la condición para que los modos de más alto orden se propaguen sin atenuación estaría dada por:

$$k_0^2 - (1 - M^2) k_{r,m,n}^2 \ge 0.$$
(4.65a)

En otras palabras, sólo se propagaría una onda plana si la frecuencia fuera lo suficientemente pequeña como para que:

$$k_0 r_0 < 1.84 (1 - M^2)^{\frac{1}{2}}$$
, o $\lambda > \frac{D\pi}{1.84 (1 - M^2)^{\frac{1}{2}}}$, o $f < \frac{1.84 c_0}{D\pi} (1 - M^2)^{\frac{1}{2}}$ (4.65b)

La reducción de la frecuencia de corte causada por el flujo medio ha sido demostrada experimentalmente por Mason (refs. 11,12 de ref. [2]). En particular, demostró que la frecuencia de corte para conductos circulares con flujo es reducida en un factor $(1 - M^2)^{1/2}$ para número de Mach bajo [*M*<0.2, Ec. (4.17)], que es el caso típico en silenciadores de motores de combustión.

4.2.5) Impedancia de Radiación

El primer objetivo de nuestro trabajo experimental fue determinar la Impedancia de Radiación de un conducto circular bajo condiciones teóricamente representables. Como ya se mencionó (sección 4.1), la impedancia de radiación representa la impedancia impuesta por la atmósfera sobre la radiación acústica desde el extremo de un tubo.

Ésta puede ser evaluada a partir del campo acústico creado por un pistón hipotético (plano, circular y rígido) localizado en el extremo radiante del tubo y vibrando con la misma velocidad de partículas.

4.2.5.1) Impedancia Mecánica de Radiación

Se denomina Impedancia Mecánica de Radiación de un pistón, a la relación compleja entre la fuerza de reacción f_r aplicada al pistón por el medio y la velocidad u de la superficie, es decir:

$$Z_{MR} = \frac{f_r}{u} \tag{4.66}$$

Físicamente, Z_{MR} es la expresión cuantitativa de la manera cómo el medio (aire que rodea la superficie que vibra), reacciona contra el movimiento de una superficie vibrante.

4.2.5.2) Impedancia Acústica de Radiación

Podemos expresar la Impedancia de Radiación de acuerdo a las componentes que estemos utilizando. En el caso de que ocupemos f y u, hablaremos de una impedancia mecánica de radiación. Si las componentes son p y U (presión y velocidad de volumen), hablaremos de una impedancia acústica de radiación:

$$Z_{Rad} = \frac{p}{U} = \frac{f}{uS^2} = \frac{Z_{MR}}{S^2}$$
(4.67)

4.2.5.2.1) Cuantificación de la Impedancia Acústica de Radiación

Existen dos configuraciones básicas para las cuales se han determinado resultados teóricos de la Impedancia Acústica de Radiación que son comúnmente utilizadas para distintos propósitos [por ejemplo: modelación de sistemas de bocinas, evaluación de sistemas de altavoces, entre otros].

En nuestro caso, éstas fueron utilizadas para determinar la confiabilidad de nuestro sistema de medición y generar condiciones de borde de radiación conocidas.

Ambas configuraciones evalúan la Impedancia de Radiación según el montaje del pistón radiante hipotético:

a) Montaje del pistón en un sonodeflector infinito:

Situación válida para montajes donde la superficie del pistón radiante es mucho menor que la superficie del sonodeflector (ver figura 5).



Figura 5: Montaje del pistón en un sonodefllector.

b) Montaje del pistón en el extremo de un tubo

Situación válida para montajes donde la superficie del pistón irradia desde el extremo de un tubo, sin pantalla (ver figura 6).



Figura 6: Montaje del pistón en el extremo de un tubo.

Los resultados teóricos de la Impedancia Acústica de Radiación, para cada configuración son los siguientes:

a) *En el caso de un pistón radiando en presencia de un sonodeflector infinito*, la expresión de la Impedancia Acústica de Radiación estaría dada por la ecuación 8 de [3]:

$$Z_{Rad} = \rho c \left[\left(1 - \frac{2J_1(v)}{v} \right) + \frac{i2S_1(v)}{v} \right], \qquad (4.68)$$

donde v = 2kr, *r* es el radio de la boca (del tubo donde se irradia, o bien el radio del pistón hipotético), J_1 es la función de Bessel del primer tipo y primer orden y S_1 es la función de Rayleigh-Struve del primer tipo y primer orden (ref. 5 de [4]). Esto, para el caso de propagación de onda en un medio estacionario. Sin embargo, para un medio en movimiento (presencia de flujo de aire), la parte real de la impedancia acústica de la ecuación (4.68) es modificada por el número de Mach del flujo en la boca.

Este efecto ha sido estudiado analíticamente por Carrier [5]. Se ha demostrado que la impedancia acústica en la boca estaría dada por [6]:

$$Z_{Rad} = \rho c \left[\left(1 - \frac{2J_1(v)}{v} \right) - M(L) + \frac{i2S_1(v)}{v} \right],$$
(4.69)

siendo M(L) el número de Mach del flujo en la boca.

En el caso de un conducto absorbiendo aire desde la boca, esto es flujo viajando en la dirección z negativa, M(L) debe ser reemplazado por -M(L).

La cuantificación de la ecuación (4.68) se llevó a cabo utilizando Matlab. En el punto 5.3.2.1 de la sección 5.3.2, (*"Programas para la obtención de resultados teóricos"*), se muestran los programas utilizados para obtener una solución de esta ecuación.

b) *En el caso de un pistón radiando en el extremo de un tubo*, existe una complicada expresión matemática obtenida por H.Levine y J.Schwinger [7].

Para obtener una expresión más simple, se aplicó un método de aproximación numérica [8] donde se puede expresar la impedancia de radiación como:

$$Z_{Rad} = ik\delta - iv^{3}(0.036 - 0.034\log(v) + 0.0187v^{2}) + 0.25v^{2} + v^{4}(0.0127 + 0.082\log(v) - 0.023v^{2})$$
(4.70)

donde v = 2kr, r es el radio de la boca, k es el número de onda y $\delta = 0.6133r$ es el factor de corrección de la terminación.

Esta aproximación lleva a un resultado con un error menor al 1%. En el punto 5.3.2.2 (sección 5.3.2, "*Programas para la obtención de resultados teóricos*") se utiliza esta fórmula para obtener Z_{Rad} en el caso del tubo radiando sin sonodeflector.

Para el caso de un conducto radiando sin sonodeflector, en presencia de flujo medio bajo, podemos utilizar como referencia las relaciones obtenidas empíricamente por [9], en base a su buena concordancia con otros autores (refs 8 y 9 de [9]). Sus resultados se obtuvieron a partir de la determinación del coeficiente de reflexión de la terminación del conducto (relacionado con la impedancia acústica normalizada por la Ec. 4.11b). Estas investigaciones han determinado que en presencia de flujo medio bajo, la parte real de la impedancia de radiación $R_{Rad}(M)$ de un conducto radiando sin sonodeflector, se modifica según la siguiente relación:

$$R_{Rad}(M) = R_{Rad} - 2M^2, \tag{4.71}$$

donde R_{Rad} es la parte real de la impedancia de radiación en ausencia de flujo y *M* es el número de Mach. Debido a que no se han encontrado variaciones en el ángulo de fase del coeficiente de reflexión al aplicar flujo medio bajo ([9] y refs. 3, 8 y 9 de [9]), tampoco se ha percibido variación en la parte imaginaria X_{Rad} de la impedancia de radiación, por lo que se puede considerar:

$$X_{Rad}(M) \cong X_{Rad} \quad . \tag{4.72}$$

4.2.6) Impedancia de Entrada en Sistemas de Conductos

Otro propósito en nuestra experimentación fue medir la Impedancia de Entrada para sistemas de conductos. Por esto, en esta sección, se determinará la impedancia acústica de entrada para dos sistemas de conductos con el fin de encontrar expresiones teóricas que nos permitan evaluar los resultados experimentales y observar el efecto de variables tales como el flujo y la curvatura.

El primer sistema a evaluar corresponde a un conducto recto (punto 4.2.6.1). Con la condición de borde de impedancia de radiación en un extremo, se determinará la expresión para la impedancia en la entrada (boca) del conducto.

El segundo sistema corresponde a un sistema silenciador (punto 4.2.6.2) formado por tres conductos (dos iguales más una cavidad o cámara central). Se encontrará una expresión para la impedancia de entrada tomando en cuenta las condiciones de borde de cada sistema evaluado (son tres sistemas, un sistema por conducto).

En todos los sistemas se asumirá propagación sólo de onda plana. Por esto, se analizarán según lo visto en la sección 4.2.1.

Cabe mencionar que la impedancia de entrada no es un parámetro de uso común para la evaluación del rendimiento de un sistema silenciador. Los parámetros más comunes para la evaluación (rendimiento en la atenuación) de los sistemas de conductos se encuentran descritos en el punto 4.2.7.4.

4.2.6.1) Determinación de la Impedancia de Entrada para un Conducto Recto con ambos extremos abiertos.



Figura 7: Esquema del sistema para el conducto recto con ambos extremos abiertos.

Para un sistema como el de la figura 7, se tiene que:

$$Z_a = \frac{p}{U} = \frac{p}{u \cdot S} \ ; \ Z_S = \frac{p}{u} \ .$$

La impedancia acústica de entrada sería la impedancia en x = 0:

$$Z_{in} = Z_{(x=0)}; (4.73)$$

La condición de borde en el extremo radiante es:

$$Z_{Rad} = Z_{(x=L)};$$
 (4.74)

La presión sonora del campo acústico al interior del conducto estaría dada por [Ec. (4.30)]:

$$p = Ae^{-jkx} + Be^{jkx} av{4.75}$$

donde A y B son las amplitudes de la onda incidente y reflejada, respectivamente.

Nota: Para facilitar la escritura de las ecuaciones se omitirá el término de dependencia temporal $e^{j\omega t}$ en esta sección, aunque siempre se supone presente.

La velocidad de partículas es dada por la expresión (4.32); de igual forma podemos obtener la velocidad de partículas u a partir de la presión, utilizando la ecuación de Euler para estado estacionario:

$$u=\frac{-1}{j\omega\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x};$$

Entonces:

$$u = \frac{1}{\rho_0 c} \Big[A e^{-jkx} - B e^{jkx} \Big]; \tag{4.76}$$

De esta forma podemos calcular:

$$Z_{S(x)} = \frac{p}{u} = \rho_0 c \cdot \frac{A e^{-jkx} + B e^{jkx}}{A e^{-jkx} - B e^{jkx}};$$
(4.77)

Para determinar la impedancia de entrada Z_{in} como función de la impedancia de radiación Z_{Rad} debemos resolver el sistema de ecuaciones:

1)
$$Z_{S(x=L)} = Z_{Rad} \Rightarrow \rho_0 c \cdot \left[A e^{-jkL} + B e^{jkL} \right] = Z_{Rad} \left(A e^{-jkL} - B e^{jkL} \right);$$
 (4.78)

2)
$$Z_{S(x=0)} = Z_{in} \Longrightarrow \rho_0 c \cdot [A+B] = Z_{in}(A-B);$$
 (4.79)

Si normalizamos las impedancias de entrada y de radiación (dividir por $\rho_0 c$) y consideramos la impedancia acústica específica como parámetro, la solución de este sistema de ecuaciones da como resultado:

$$Z_{in} = -\frac{(1 - \delta \cdot e^{2jkL})}{(1 + \delta \cdot e^{2jkL})} , \qquad (4.80)$$

donde
$$\delta = \frac{1 + Z_{Rad}}{1 - Z_{Rad}};$$
 (4.81)

De esta forma, la Impedancia Acústica Específica Normalizada de Entrada de un conducto recto, queda determinada como función del largo L, del radio interno del conducto r, de la Impedancia de Radiación (normalizada) en su extremo Z_{rad} y de la frecuencia f.

$$Z_{in(Tubo\,\operatorname{Re}\,cto)} = f(L, r, Z_{Rad}, f);$$

Este resultado [Ec. (4.80)] se utilizó para encontrar las curvas teóricas de la Impedancia de Entrada de un conducto recto. Se creó un programa llamado *Zentrada.m* (punto 5.3.2.3 de la sección 5.3.2, "*Programas para la obtención de resultados teóricos*") que realiza esta resolución.

Es importante señalar que el programa debe ejecutar internamente la resolución de Z_{Rad} para obtener el resultado. Como hemos visto, ésta depende de la condición de borde de radiación con o sin sonodeflector en el extremo del tubo y su resolución es hecha por los programas *Zradiacion_sonodef.m* y *Zradiacion_libre.m*, respectivamente.

4.2.6.2) Determinación de la Impedancia de Entrada de un Sistema Silenciador

Para un sistema silenciador como el mostrado en la figura 8, se determinará la Impedancia Acústica de Entrada Normalizada Z_{in} .



Figura 8: Sistema silenciador a analizar, formado por tres conductos conexos.

Para lograrlo podemos dividir el problema en tres partes:

- 1) Obtener $Z_{(b)}$ como función de Z_{Rad} de forma análoga a lo hecho al calcular Z_{in} para un tubo recto.
- 2) Con la condición de borde $Z_{(b)}$ obtener la impedancia en x = a, $Z_{(a)}$.
- 3) Por último, con la condición de borde $Z_{(a)}$ obtener la impedancia de entrada $Z_{(x=0)}=Z_{in}$.

Como parámetro se utilizará la Impedancia Acústica Normalizada, ya que ésta considera la sección de área del conducto en que se esté realizando el cálculo.

Parte 1:

Para $x \in [b,L]$ (ver figura 8), podemos expresar la Impedancia Acústica Normalizada en algún punto como:

$$Z(x) = \frac{1}{S_3} \cdot \frac{Ae^{-jkx} + Be^{jkx}}{Ae^{-jkx} - Be^{jkx}} , \qquad (4.82)$$

donde A y B son las amplitudes de la onda incidente y reflejada a lo largo del conducto de salida, respectivamente.

Aplicando la condición de borde (i) $Z(L) = Z_{Rad}$, y ya que (ii) $Z(x = b) = Z_b$, establecemos el siguiente sistema de ecuaciones:

i)
$$Z_{Rad} \cdot S_3 \left[A e^{-jkL} - B e^{jkL} \right] = A e^{-jkL} + B e^{jkL}$$
 (4.83)

ii)
$$Z_b \cdot S_3 \left[A e^{-jkb} - B e^{jkb} \right] = A e^{-jkb} + B e^{jkb}$$
. (4.84)

Despejando Z_b se obtiene:

$$Z_{b} = -\frac{1}{S_{3}} \cdot \left[\frac{1 - \alpha \cdot e^{2jk(L-b)}}{1 + \alpha \cdot e^{2jk(L-b)}} \right]; \text{ y como } L_{3} = L \cdot b:$$
(4.85a)

$$Z_b = -\frac{1}{S_3} \cdot \left[\frac{1 - \alpha \cdot e^{2jkL_3}}{1 + \alpha \cdot e^{2jkL_3}} \right], \qquad (4.85b)$$

donde
$$\alpha = \frac{1 + Z_{Rad} \cdot S_3}{1 - Z_{Rad} \cdot S_3};$$

Parte 2

Para $x \in [a,b]$ podemos expresar la Impedancia Acústica Normalizada en algún punto como:

$$Z(x) = \frac{1}{S_2} \cdot \frac{Ce^{-jkx} + De^{jkx}}{Ce^{-jkx} - De^{jkx}} , \qquad (4.86)$$

donde C y D son las amplitudes de la onda incidente y reflejada a lo largo del conducto central, respectivamente.

Aplicando la condición de borde (iii) $Z(x=b) = Z_b$, y ya que (iv) $Z(x=a) = Z_a$, establecemos el siguiente sistema de ecuaciones:

iii)
$$Z_b \cdot S_2 \Big[Ce^{-jkb} - De^{jkb} \Big] = Ce^{-jkb} + De^{jkb}$$
 (4.87)

iv)
$$Z_a \cdot S_2 \left[Ce^{-jka} - De^{jka} \right] = Ce^{-jka} + De^{jka}$$
. (4.88)

Despejando Z_a se obtiene:

$$Z_{a} = -\frac{1}{S_{2}} \cdot \left[\frac{1 - \beta \cdot e^{2jkL_{2}}}{1 + \beta \cdot e^{2jkL_{2}}} \right], \tag{4.89}$$

donde $L_2 = b \cdot a$; $\beta = \frac{1 + Z_b \cdot S_2}{1 - Z_b \cdot S_2}$ y Z_b esta dado por la Ec. (4.85)

Parte 3

Para $x \in [0,a]$ podemos expresar la Impedancia Acústica Normalizada en algún punto como:

$$Z(x) = \frac{1}{S_1} \cdot \frac{Ee^{-jkx} + Fe^{jkx}}{Ee^{-jkx} - Fe^{jkx}} , \qquad (4.90)$$

donde E y F son las amplitudes de la onda incidente y reflejada a lo largo del conducto de entrada (izquierda), respectivamente.

Aplicando la condición de borde $(v)Z(x = a) = Z_a$, y ya que $(vi)Z(x = 0) = Z_{in}$, establecemos el siguiente sistema de ecuaciones:

v)
$$Z_a \cdot S_1 \left[Ee^{-jka} - Fe^{jka} \right] = Ee^{-jka} + Fe^{jka}$$
 (4.91)

vi)
$$Z_{in} \cdot S_1 [E - F] = E + F$$
. (4.92)

Despejando Z_{in} , finalmente se obtiene:

$$Z_{in} = -\frac{1}{S_1} \cdot \left[\frac{1 - \gamma \cdot e^{2jkL_1}}{1 + \gamma \cdot e^{2jkL_1}} \right],$$
(4.93)

donde $L_1 = a$; $\gamma = \frac{1 + Z_a \cdot S_1}{1 - Z_a \cdot S_1}$ y Z_a está dada por la Ec. (4.89).

La expresión (4.93) define la Impedancia Acústica Normalizada de Entrada para el Sistema Silenciador de la figura 8 como función de las secciones de área de los conductos: S_1 , S_2 y S_3 , las longitudes: L_1 , L_2 y L_3 , la Impedancia Acústica de Radiación en la salida: Z_{Rad} , y la frecuencia: f.

$$Z_{in(Silenciador)} = f(S_1, S_2, S_3, L_1, L_2, L_3, Z_{Rad}, f);$$

Como hemos visto, la forma de resolución del sistema utiliza la impedancia obtenida en un extremo (terminación o juntura entre conductos), como condición de borde para obtener la impedancia en el otro y así sucesivamente hasta obtener la impedancia en la boca Z_{in} .

Para obtener esta curva teórica de Impedancia Acústica Normalizada de Entrada se creó el programa *ZSilenciador.m* (punto 5.3.2.4 de la sección 5.3.2, "*Programas para la obtención de resultados teóricos*") que realiza la resolución de los sistemas hasta obtener una curva del parámetro en el dominio de la frecuencia.

4.2.7) Modelación Acústica de Sistemas Conductos-Fuente y Parámetros de Evaluación de estos Sistemas.

Asociando en un sistema, como el que muestra la figura 9, a la fuente (motor en este caso) como componente activa del sistema, y a la carga como el camino hasta la terminación (conductos, silenciador, incluyendo la terminación misma), podemos ver más claramente que el rendimiento acústico del sistema dependerá de las interacciones entre la fuente y la carga. Las representaciones básicas de un sistema fuente-carga son mostradas en la figura 10.



Figura 9: Típico sistema silenciador de un motor de combustión interna.

Las ecuaciones para el sistema fuente-carga, basadas en las representaciones complejas de presión y velocidad (de volumen) de la fuente son [10]:

$$p_L = \frac{p_S Z_L}{Z_S + Z_L},\tag{4.94}$$

$$V_L = \frac{V_S Z_S}{Z_S + Z_L},\tag{4.95}$$

donde p_s y V_s son la presión y velocidad de volumen de la fuente, respectivamente; p_L y V_L son la respuesta de presión y velocidad de volumen del sistema fuente-carga, respectivamente; Z_s y Z_L son las impedancias complejas de la fuente y carga, respectivamente [10].



Figura 10: Analogías eléctricas de un sistema de conductos fuente-carga: (a) fuente de presión, (b) fuente de velocidad de volumen.

4.2.7.1) Características de la Fuente

La fuente en un extremo del sistema representa una de las condiciones de borde. La caracterización de una fuente es más difícil que la de una terminación, debido a la naturaleza dinámica de la fuente (ref. 3 cap.14 de [10]). El método de la matriz de transferencia ha demostrado ser efectivo en la modelación y evaluación de sistemas de conductos en el dominio de la frecuencia, por sobre otros métodos en el dominio de la frecuencia y el tiempo. Antes, cuando no existían métodos directos ni indirectos para la evaluación de la impedancia de la fuente, se asumían valores arbitrarios, independientes de la frecuencia (por ejemplo, impedancias infinitas), pero estas suposiciones normalmente no se cumplen en la práctica.

4.2.7.1.1) Métodos directos e indirectos para la determinación de la impedancia de la fuente

Los *métodos directos* están basados en dos técnicas principales: (1) Técnica de onda estacionaria y (2) Técnica de la función de transferencia. La técnica (2) ha demostrado ser más efectiva y rápida que la (1). Estas técnicas se han utilizado para realizar mediciones de parámetros de fuentes de prueba activas, dada una relación aceptable (al menos 10 dB) entre el nivel de ruido y de señal. En este contexto (dado que para medir la impedancia de una fuente se necesita otra fuente [secundaria o de medición] propia del sistema de medición que entrega la señal), señal se refiere al nivel de la fuente secundaria de medición, y ruido se refiere al nivel de presión sonora de la fuente bajo evaluación, en condiciones de operación. En los métodos directos, los micrófonos se colocan dentro del conducto, midiendo así la función de transferencia compleja H_{12} . Con ésta, se puede obtener el factor de reflexión complejo r y con éste la impedancia acústica normalizada Z_n , mirando hacia la fuente, de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$r = e^{j(k_p + k_m)x} \left[\frac{H_{12} - e^{-jk_p s}}{e^{-jk_r s} - H_{12}} \right],$$
(4.96)

$$Z_n = \frac{1+r}{1-r},$$
(4.97)

donde *s* es la separación de los micrófonos, *x* es la distancia entre la fuente bajo evaluación y el micrófono más lejano y k_p y k_m son los números de onda de ida y de vuelta en presencia de flujo, respectivamente [a saber, $k_p = k_0/(1 + M)$; $k_m = k_0/(1 - M)$].

Los *métodos indirectos* están basados en el uso de distintas cargas y las respuestas correspondientes del sistema. En la Ec. (4.94) la respuesta de presión p_L es medida para una impedancia de carga conocida, Z_L . Asumiendo que la presión de la fuente es invariante, el sistema de ecuaciones para dos, tres, cuatro o más impedancias de carga se resuelve para calcular la impedancia de la fuente. La ventaja de estos métodos indirectos es que no se requiere implementar una fuente secundaria para realizar las mediciones. La desventaja es que son muy sensibles a pequeños errores de medición.

Los métodos directos e indirectos para la determinación de la impedancia de la fuente son principalmente experimentales, basados en el análisis en el dominio de la frecuencia.

4.2.7.2) Matriz de cuatro polos y elemento de camino

Ahora asociemos un sistema como el de la figura 9 a tres elementos: la fuente, el camino y la terminación. El "elemento de camino" (*path element*) puede ser un conducto recto, o un conducto formado por distintas discontinuidades de área, desde una cámara de expansión simple, hasta un silenciador mucho más complejo. El enfoque de la matriz de cuatro polos
resulta conveniente para este tipo de sistemas ya que permite "poner en cascada" los distintos sub-elementos que forman el camino a la terminación, evaluándolos por separado. Está basado en la teoría de líneas de transmisión utilizando las variables presión sonora y velocidad de volumen. Cualquier par de uniones 1 y 2 en el camino puede relacionarse usando:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ V_2 \end{bmatrix},$$
(4.98)

donde p y V son la presión y velocidad de volumen complejas y A, B, C y D son los parámetros de cuatro polos complejos que describen la respuesta espectral del elemento. Estos parámetros se pueden obtener utilizando métodos clásicos o numéricos para cualquier diseño geométrico, también en presencia de flujo y gradientes de temperatura. Por ejemplo, para un conducto recto en presencia de flujo, los parámetros de cuatro polos estarían dados por:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ V_1 \end{bmatrix} = e^{-Mk_c L} \begin{bmatrix} \cos k_c L & j \frac{\rho c}{S} \operatorname{senk}_c L \\ j \frac{S}{\rho c} \operatorname{senk}_c L & \cos k_c L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ V_2 \end{bmatrix},$$
(4.99)

donde *M* es el número de Mach, $k_c = k / (1-M^2)$ es el número de onda convectivo, y *L* es el largo del conducto. Los parámetros de cuatro polos para varios tipos de elementos tubulares se encuentran disponibles en la literatura ([2], y ref. 10 cap.14 de [10]). El tipo de formulación en matrices de los parámetros de los cuatro polos resulta conveniente, particularmente para su uso en un computador.

4.2.7.3) Impedancia de la terminación

La impedancia de la terminación Z_{Rad} corresponde a la impedancia de radiación (sección 4.2.5) a considerar al final del conducto de salida. Como hemos visto, pueden considerarse distintos casos. Lo más común, al modelar sistemas de escape, es considerar la impedancia de una terminación sin pantalla, en el extremo de un tubo. Esta es dada por la ecuación (4.70).

4.2.7.4) Parámetros para la Evaluación de la Eficiencia de los Silenciadores

La figura 9 muestra un típico silenciador de sistemas de escape en motores de combustión interna. Invariablemente, el silenciador posee un conducto de pequeño diámetro en cada extremo. Al de la izquierda es común llamarlo "conducto de escape" y al de la derecha "conducto de salida". Al de la mitad, el de mayor tamaño, se le puede denominar el "silenciador mismo" [2].

El rendimiento de un filtro acústico (o silenciador) se puede medir en términos de alguno de los siguientes parámetros [2]:

- (a) Pérdida de Inserción, IL (Insertion Loss).
- (b) Pérdida de Transmisión, TL (Transmission Loss).
- (c) Diferencia de Nivel, LD (Level Diference;, Noise Reduction, NR)

a) Pérdida de Inserción de un Silenciador (IL)

Se define como la diferencia entre la potencia acústica radiada sin el silenciador (W_s) y la potencia acústica radiada con el silenciador instalado (W_c).

$$IL = 10\log\frac{W_s}{W_c} \quad [\text{dB}] \tag{4.100a}$$

La medición de este parámetro implica medir el nivel de presión sonora en un mismo punto de referencia (desde la terminación) sin y con el silenciador instalado.

Para predecir la IL, en términos de los parámetros de cuatro polos, se tiene que [10]:

$$IL = \left| \frac{AZ_{Rad} + B + CZ_{S}Z_{Rad} + DZ_{S}}{A'Z_{Rad} + B' + C'Z_{S}Z_{Rad} + D'Z_{S}} \right|$$
 [dB] (4.100b)

Los parámetros de cuatro polos con prima en la Ec. (4.100b) se refieren al sistema sin los elementos reductores de ruido (como una cámara de expansión) instalados.

Como se puede apreciar de la Ec. (4.100b), la determinación de *IL* requiere el conocimiento de la impedancia de la fuente Z_S . De todas formas, este parámetro evalúa la atenuación del sistema completo de conductos que forman el silenciador, considerando las interacciones del silenciador con la fuente y con la terminación.

b) Pérdida de Transmisión de un Silenciador (TL)

La Pérdida de Transmisión de un Silenciador es la diferencia de niveles de potencia acústica entre las onda incidente (W_i) y transmitida (W_t) asumiendo una terminación anecoica (ref. 11 de [11]).

$$TL = 10 \log_{10} \frac{W_i}{W_t} \text{ [dB]}$$
 (4.101a)

La medición de este parámetro implica medir con dos micrófonos instalados en el tubo para separar la onda incidente de la reflejada y obtener la potencia incidente (sección 4.2.9). Si la terminación anecoica esta bien diseñada, la potencia transmitida se puede obtener instalando un micrófono en el conducto de salida.

Para predecir el TL, en términos de los parámetros de cuatro polos, se tiene que [10]:

$$TL = 20\log_{10}\left|\frac{1}{2}\left(A + \frac{BS}{\rho c} + \frac{C\rho c}{S} + D\right)\right| \quad [dB]$$
(4.101b)

Como se puede apreciar de la Ec. (4.101b), el TL de un silenciador es independiente de la fuente y de la terminación. Depende sólo de la geometría del camino, y permite evaluar la atenuación de lo que se ha llamado el "silenciador mismo" en la figura 9.

c) Diferencia de nivel (LD)

Diferencia de nivel (o reducción de ruido, NR) es la diferencia entre los niveles de presión sonora en dos puntos seleccionados arbitrariamente en el conducto de entrada (p_1) y en el conducto de salida (p_2) del silenciador (fig. 9). Para su medición no se requiere implementar una terminación anecoica.

$$LD = 20\log\frac{p_1}{p_2}$$
 [dB] (4.102a)

Para predecir la LD, en términos de los parámetros de cuatro polos, se tiene que [10]:

$$LD = 20\log_{10} \left| \left(A + \frac{B}{Z_{Rad}} \right) \right| \quad [dB] .$$
(4.102b)

De la Ec. (4.102b) podemos observar que la diferencia de nivel depende de la terminación y del camino (silenciador), pero no requiere el conocimiento de la impedancia de la fuente, Z_s .

4.2.7.4.1) Comparación de los parámetros de evaluación

De los tres parámetros definidos recientemente, el que realmente evalúa el rendimiento del silenciador es la *pérdida de inserción*, ya que ésta representa la baja en la potencia radiada debido a la inserción del silenciador (filtro) entre la fuente y el receptor (carga), considerando las interacciones del silenciador con la fuente y la terminación.

La desventaja es que requiere el conocimiento de la impedancia de la fuente Z_S . Por esto la *IL* es un parámetro más fácil de medir que de predecir.

La obtención de la *pérdida de transmisión* no involucra el conocimiento de la impedancia de la fuente Z_s ni de la impedancia de radiación Z_{Rad} , ya que representa la diferencia entre la potencia incidente y la transmitida a un ambiente anecoico. Por ser independiente de las terminaciones, es utilizada mayormente cuando es necesario encontrar las características acústicas de transmisión de elementos independientemente de sus terminaciones. La desventaja radica en que para obtener la potencia entrando al silenciador se debe medir con

dos micrófonos en el conducto de entrada y aplicar técnicas de descomposición (sección 4.2.9). Por esto, el *TL* es un parámetro más fácil de predecir que de medir.

La *diferencia de nivel* o reducción de ruido es la diferencia en los NPS en dos puntos: uno en el conducto de entrada y otro en el conducto de salida. Como el *TL*, no requiere conocer la impedancia interna de la fuente y como el *IL* no requiere una terminación anecoica. Por esto es el más fácil de medir.

De todas formas, aunque todos estos parámetros tengan ventajas y desventajas, en el análisis final (para el usuario) el criterio de evaluación para algún filtro dado es la pérdida de inserción [2].

En nuestra experimentación se buscó determinar la *Pérdida de Transmisión (TL)* de un silenciador reactivo simple (una cámara de expansión simple). El cambio de área en estos silenciadores es abrupto. Para el caso de conductos con cambios de área graduales, se han hecho estudios para la resolución numérica del *TL* [12].

La próxima sección detalla el funcionamiento de una cámara de expansión simple y los factores que determinan su eficiencia en la atenuación.

4.2.8) Cámara de Expansión Simple

Consiste en un filtro tipo "rechaza banda" (como veremos atenúa una banda específica de frecuencias determinada por el largo L de su cavidad), generalmente llamado cámara de expansión simple, construido al insertar un tubo de sección transversal S_2 en otro de sección transversal S_1 como muestra la figura 11.



Figura 11: Esquema de una cámara de expansión simple.

La resistencia acústica de este dispositivo es nula ($R_a=0$), ya que no existe mecanismo de disipación de energía acústica. La atenuación que produce este silenciador se debe sólo a la energía acústica almacenada y a la devuelta a la fuente.

4.2.8.1) Pérdida de Transmisión en Cámaras de Expansión Simples

La Pérdida de Transmisión de un Silenciador, definida por la ecuación (4.101a), puede expresarse también como:

$$TL = 10\log_{10}\left(\frac{1}{\tau}\right),\tag{4.103}$$

donde τ es el coeficiente de transmisión de potencia sonora definido en la Ec. (4.14).

La reactancia acústica en frecuencias bajas puede expresarse como [1]:

$$X_a = \frac{\rho c^2}{\varpi S_2 l} \text{ para } kL \ll l . \tag{4.104}$$

Sustituyendo (4.104) en (4.15) se obtiene:

$$\tau = \frac{1}{1 + \left(S_2 k L / 2S_1\right)^2} \tag{4.105}$$

Para frecuencias altas, considerando las ondas incidente y reflejada en los tres conductos, el coeficiente de transmisión estaría dado por [1]:

$$\tau = \frac{4}{4\cos^2(kL) + \left(\frac{S_2}{S_1} + \frac{S_1}{S_2}\right)^2 sen^2(kL)} \quad .$$
(4.106)

Entonces sustituyendo la Ec. (4.106) en la Ec. (4.103), la Pérdida de Transmisión queda determinada por:

$$TL = 10\log_{10}\left[\cos^{2}\left(\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_{n}}\right) + 0.25\left(\frac{S_{2}}{S_{1}} + \frac{S_{1}}{S_{2}}\right)^{2}sen^{2}\left(\frac{\pi}{2}\frac{f}{f_{n}}\right)\right] , \qquad (4.107)$$

donde $f_n = c/4L$.

Cuando $kl = \pi/2$, τ asume un valor mínimo dado por:

$$\tau_{\min} = \left(\frac{2S_1S_2}{S_1^2 + S_2^2}\right)^2.$$
(4.108)

Este mínimo valor del coeficiente de atenuación, dado por la ecuación (4.108), se alcanza para frecuencias tales que $kL = (2n+1)\pi/2$ o $f = (2n+1)f_n$ para n = 0,1,2,3,...

Debido a esto, la máxima atenuación ocurrirá cuando $L = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots, etc$.

Un factor importante en la eficiencia de este tipo de silenciador es la magnitud del cambio de sección que produzca la cámara. La figura 12 muestra como varía el nivel de atenuación de acuerdo a la razón entre la sección de área de la cámara y la sección de área del conducto base, S_2/S_1 .



Figura 12: Variación de TL con S_2/S_1 y f/f_n [simulado en Matlab aplicando (4.107)].

Otro factor capaz de determinar la eficiencia de una cámara de expansión es la forma en que se produce el cambio de área (ver figura 13). Aunque la razón entre las áreas sea la misma, si el cambio de área es abrupto, la eficiencia será mayor. No así si el cambio de área es suave. En este caso, la eficiencia sería menor y la atenuación decaería.



Figura 13: Grados de cambio de área y eficiencia asociada a la transmisión.

Mientras mayor sea la relación L'/λ , menor será la atenuación producida por la cámara [1]. Una atenuación efectiva puede obtenerse en una banda dada por [1]:

$$\frac{0.5}{2\pi}\lambda \le L \le \frac{2.6}{2\pi}\lambda \quad . \tag{4.109}$$

La expresión (4.107) se utilizó para encontrar la curva teórica de la pérdida de transmisión para el sistema silenciador, evaluado experimentalmente y así graficarla junto a la curva obtenida a partir de las mediciones.

El programa que obtiene el *TL* de una cámara de expansión simple según la Ec. (4.107) fue llamado *TLteorico.m* y se encuentra detallado en el punto 5.3.2.5 de la sección 5.3.2, *"Programas para la obtención de resultados teóricos"*.

4.2.9) Fundamentos del método de descomposición y determinación de la Pérdida de Transmisión

Como ya hemos descrito, la pérdida de transmisión de un silenciador es la diferencia de niveles de potencia acústica incidente y transmitida, asumiendo una terminación anecoica.

Generalmente, la potencia transmitida puede ser obtenida simplemente midiendo la presión sonora p_t a la salida del silenciador. La potencia acústica correspondiente puede ser relacionada con la presión sonora si se asume un frente de ondas plano sin reflexiones.

Aplicando las ecuaciones (4.3) y (4.4), se obtiene que:

$$W_t = I_t \cdot S_0 = \frac{p_t^2}{\rho c} S_0 \quad , \tag{4.110}$$

donde S_0 es la sección de área del conducto de salida (ver figura 14), ρ es la densidad del fluido y c es la velocidad del sonido.

Sin embargo, la potencia incidente es más difícil de medir debido a la reflexión sonora desde el silenciador.



Figura 14: Sistema para la evaluación de TL utilizando el Método de Descomposición.

Como muestra la figura 14, se crea una onda estacionaria cuando una onda incidente encuentra un cambio de impedancia en la entrada del silenciador. La presión sonora puede ser descompuesta en su espectro incidente S_{AA} y su espectro reflejado, S_{BB} [11].

Una forma de descomponer la onda es utilizar el método de los dos micrófonos y separar las ondas utilizando teoría de descomposición [13].

Por la teoría de descomposición, el auto-espectro de la onda incidente S_{AA} es:

$$S_{AA} = \frac{S_{11} + S_{22} - 2C_{12}\cos kx_{12} + 2Q_{12}senkx_{12}}{4sen^2 kx_{12}},$$
(4.111)

donde S_{11} y S_{22} son los auto-espectros de la presión sonora total en los puntos 1 y 2, respectivamente, C_{12} y Q_{12} son las partes real e imaginaria del espectro cruzado entre los puntos 1 y 2, k es el número de onda y x_{12} es la distancia entre los dos micrófonos [11].

La amplitud rms de la presión sonora de la onda incidente p_i puede encontrarse a partir de:

$$p_i = \sqrt{S_{AA}} \,. \tag{4.112}$$

Entonces, la potencia sonora de la onda incidente, asumiendo ondas planas, puede ser expresada en términos de la amplitud rms de la presión incidente como:

$$W_{i} = \frac{p_{i}^{2}}{\rho c} S_{i} \quad , \tag{4.113}$$

donde S_i es el área del conducto de entrada del silenciador.

Si reemplazamos las ecuaciones (4.110) y (4.113) en la ecuación (4.101a), el *TL* puede ser expresado como:

$$TL = 20\log_{10}\frac{p_i}{p_i} + 10\log_{10}\frac{S_i}{S_0}$$
 (4.114)

La expresión (4.114) fue utilizada para obtener una curva experimental de *TL* aplicando los fundamentos teóricos aquí señalados.

El programa creado para realizar esto fue llamado *TL_decomposicion.m* y está descrito con mayor detalle en el punto 5.3.1.3 de la sección 5.3.1, "*Programas de análisis de datos adquiridos*".

4.3) Procesamiento de señales acústicas

La señal más común en las medidas acústicas es la que se obtiene a partir de la medición de la presión sonora utilizando, por ejemplo, un micrófono. La fluctuación de presión es convertida por el transductor a una señal de voltaje y luego amplificada. En este punto, la señal puede ser visualizada en distintas formas para ver su contenido de frecuencias, distribución de amplitud u otras características, dependiendo de la información requerida.

En muchas aplicaciones, incluida ésta, se está interesado en conocer el contenido de frecuencias de la señal, o el *espectro de frecuencias*. Hay dos razones principales para la obtención de información de la señal en el dominio de la frecuencia. Primero, la respuesta del oído y la sensación del sonido en los humanos es fuertemente dependiente de la frecuencia. Segundo, los procesos físicos de emisión sonora, propagación, difracción y transmisión son todos dependientes de la frecuencia.

Las señales acústicas pueden ser clasificadas ya sea como *deterministas* o como *aleatorias*. Las señales deterministas son aquellas que se originan de procesos que se repiten (ej: mecanismos rotatorios) o son transientes (por ejemplo: impactos o explosiones). Las señales aleatorias son aquellas que se originan de procesos tan complejos que no tienen naturaleza determinista aparente. El sonido producido por la capa límite turbulenta en los flujos de aire de alta velocidad es un típico ejemplo de señales aleatorias. En la práctica, todas las señales acústicas son combinaciones de señales deterministas y aleatorias, en distintos grados.

4.3.1) Teoría Estadística de Señales Acústicas

4.3.1.1) Parámetros en el Dominio de la Magnitud

Una señal estacionaria puede ser una señal determinista o aleatoria cuyas características de promediación no varían con el paso del tiempo. Por ejemplo, todas las señales periódicas son estacionarias. Las descripciones de señales acústicas en términos de magnitud están generalmente limitadas a señales acústicas estacionarias.

Las próximas definiciones se aplican a una señal acústica estacionaria x(t) definida sobre el intervalo de tiempo $0 \le t \le T$.

4.3.1.2) Funciones en el dominio del tiempo

Para una señal determinista, la relación lineal entre los valores de la señal en dos tiempos diferentes t y $t+\tau$, puede ser determinada directamente a partir de la función que representa a la señal. Para señales estacionarias aleatorias, en cambio, esta relación lineal es definida por la función de auto-correlación $R_{xx}(\tau)$, la cual está dada por (ref. 2 cap.81 de [10]):

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T - \tau} \int_{0}^{T - \tau} x(t) x(t + \tau) dt.$$
(4.115)

Se puede observar de la Ec. (4.115) que las funciones de auto-correlación son siempre pares, esto es, $R_{xx}(-\tau) = R_{xx}(\tau)$. La función de auto-correlación puede ser directamente interpretada como una medida de qué tan bien pueden predecirse los valores futuros de la señal basándose en el conocimiento de valores pasados. De todas formas, en muchos casos, la información contenida en la función de auto-correlación puede ser interpretada más fácilmente en términos de su transformada de Fourier, llamada densidad espectral de energía, analizada en la sección 4.3.1.3, ii).

4.3.1.3) Funciones en el Dominio de la Frecuencia

La forma más común y útil de presentar señales acústicas individuales es mediante alguna forma de descomposición en el dominio de la frecuencia.

i) Descripción Espectral de Señales Periódicas

Dada una señal periódica , x(t), $0 \le t \le T$, donde $T = iT_p$, i = 1,2,3..., la descomposición en frecuencias de la señal estaría dada por el *espectro lineal* $|P_x(f)|$, el cual está definido para frecuencias no negativas (espectro de un lado), por:

$$|P_{x}(f)| = \begin{cases} \frac{2}{T} |X(f,T)|, & f > 0, \\ \frac{1}{T} |X(f,T)| & f = 0, \\ 0, & f < 0, \end{cases}$$
(4.116)

donde |X(f,T)| es la Magnitud de la Transformada Finita de Fourier de x(t), $0 \le t \le T$, definida por:

$$X(f,T) = \int_{0}^{T} x(t)e^{-2j\pi ft} dt = \int_{0}^{T} x(t)\cos(2\pi ft)dt - j\int_{0}^{T} x(t)\sin(2\pi ft)dt,$$

$$-\infty \le f \le \infty.$$
 (4.117a)

Para una señal de valores discretos, $x(n\Delta t)$, $n = 0, 1, \dots, N-1$ (es conveniente indexar los valores de la señal para la transformada de Fourier desde n = 0 en vez de n = 1):

$$X (k \Delta f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} x (n \Delta t) \exp \left[-j 2 \pi kn / N \right], \quad k = 0, 1, ..., N-1, \quad (4.117b)$$

donde $\Delta f = (1/N\Delta t)$. La formulación de valores discretos en la ecuación (4.117b) es referida usualmente como *Transformada Discreta de Fourier* (DFT). La DFT de una señal de valores discretos puede ser calculada eficientemente utilizando algoritmos comúnmente referidos como procedimientos de *Transformada Rápida de Fourier* (FFT) (ref. 8 cap.81 de [10]).

En la Ec. (4.117), notar que X(f,T) o $X(n\Delta f)$ está definido para frecuencias tanto negativas como positivas (en la formulación de valores discretos, las componentes espectrales k > N/2 corresponden a componentes de frecuencia negativa). Es por esto que el factor 2 aparece en el espectro lineal definido para frecuencias positivas en la Ec. (4.116).

ii) Descripción Espectral de Señales Aleatorias Estacionarias

Dada una señal acústica estacionaria y randómica x(t), $0 \le t \le T$, la descomposición de la señal en la frecuencia es dada por la *función densidad espectral de energía* $G_{xx}(f)$ (también llamada auto-espectro), la cual está definida para frecuencias no negativas (espectro de un lado) por:

$$G_{xx}(f) = \begin{cases} \lim_{T \to \infty} \frac{2}{T} E |X(f,T)|^2, & f > 0, \\ \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} E |X(f,T)|^2, & f = 0, \\ 0, & f < 0, \end{cases}$$
(4.118)

donde X(f,T) es la transformada de Fourier finita definida en la Ec. (4.117) y $E[\cdot]$ denota la esperanza matemática, esto es, un promedio de un conjunto infinito de cálculos de transformadas cuadráticas de Fourier a partir de bloques de datos estadísticamente independientes.

Puede demostrarse (ref. 2 cap.81 de [10]) que el auto-espectro es igual a la transformada de Fourier de la función de auto-correlación, definida en la Ec. (4.115), esto es:

$$G_{xx}(f) = 2\int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi/\tau} d\tau = 2\int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau, \quad f \ge 0,$$
(4.119)

donde el factor 2 aparece debido a que $G_{xx}(f)$ es un espectro de un lado y la segunda igualdad ocurre debido a que $R_{xx}(\tau)$ es una función par. Un gráfico típico del auto-espectro tiene unidades de magnitud al cuadrado versus frecuencia (usualmente presión al cuadrado versus frecuencia en hertz, para señales acústicas).

La interpretación del auto-espectro se facilita gracias a dos importantes propiedades. Primero, la integral del auto-espectro (el área bajo la función), entre cualquier par de frecuencias f_1 y f_2 , define el valor cuadrático medio (el cuadrado del valor rms), de la señal entre f_1 y f_2 ; esto es,

$$\int_{f_1}^{f_2} G_{xx}(f) df = \psi_x^2 [f_1 \le f \le f_2].$$
(4.120)

Se deduce también que:

$$\int_{0}^{\infty} G_{xx}(f) df = \psi_{x}^{2} = R_{xx}(0).$$
(4.121)

Segundo, dadas 2 o más señales estadísticamente independientes con auto-espectros $G_{ii}(f)$, i = 1, 2, ..., M, el auto-espectro de la suma de las señales es la suma de sus auto-espectros individuales; esto es,

$$G_{xx}(f) = \sum_{i=1}^{M} G_{11}(f) .$$
(4.122)

Respecto a la Ec. (4.118), tanto la operación de la esperanza como la operación de límite en T, no pueden cumplirse en la práctica. De todas formas, la esperanza puede ser aproximada promediando los auto-espectros individuales calculados para cada uno de los bloques de datos (estadísticamente independientes), creados subdividiendo una medición larga en n_d segmentos contiguos, cada uno de largo finito T. El número de segmentos n_d para la operación de promediación determina el error de muestreo en la estimación resultante del autoespectro, mientras que la inhabilidad de lograr la operación de límite en la duración T, produce un error de bias de resolución de frecuencia. Estos errores son discutidos en la sección 4.3.1.5.

4.3.1.4) Funciones Conjuntas

Para aplicaciones más avanzadas que involucran señales acústicas randómicas se requieren funciones conjuntas de dos o más señales. Existen algunas aplicaciones donde es conveniente presentar la información en el dominio de la frecuencia usando funciones de correlación-cruzada u otras funciones relacionadas. Sin embargo, generalmente es más común trabajar directamente en el dominio de la frecuencia utilizando funciones como la densidad espectral-cruzada (espectro-cruzado) u otras funciones relacionadas.

i) Funciones en el Dominio del Tiempo

Existen tres descripciones relacionadas de señales randómicas estacionarias en el dominio del tiempo que son de interés común y que se definen a continuación.

a) Funciones de Correlación-Cruzada:

Dadas dos señales estacionarias aleatorias x(t) e y(t), $0 \le t \le T$, cualquier relación lineal entre estas dos señales será extraída por la *función de correlación-cruzada* $R_{xy}(\tau)$, definida como:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T - \tau} \int_{0}^{T - \tau} x(t) y(t + \tau) dt .$$
(4.123)

Un gráfico típico de esta función tendría unidades del producto de magnitudes de x(t) e y(t) (usualmente pascales al cuadrado para señales acústicas) versus desplazamiento temporal. Puede demostrarse (ref. 2 cap.81 de [10]) que la función de correlación cruzada es la transformada inversa de Fourier de la función de densidad espectral-cruzada definida más adelante en la Ec. (4.125) y por esto no contiene información que no esté disponible en el espectro-cruzado.

b) Funciones de Coeficiente de Correlación

Para algunas aplicaciones es más conveniente estimar una función de correlación-cruzada normalizada, llamada *función de coeficientes de correlación* $\rho_{xy}(\tau)$, dada por:

$$\rho_{xy} = \frac{R_{xy}(\tau)}{\sigma_x \sigma_y},\tag{4.124}$$

donde x(t) y/o y(t) poseen un valor medio nulo, y σ_x y σ_y son las desviaciones estándar de x(t) e y(t), respectivamente. La cantidad $\rho_{xy}^2(\tau)$ adopta valores entre cero y uno y define la fracción de la varianza (el cuadrado de la desviación estándar) de y(t), que está linealmente relacionada con x(t); esto es, $\rho_{xy}^2(\tau) = 0$ significa que no existe relación lineal y $\rho_{xy}^2(\tau) = 1$ representa que existe una relación lineal perfecta entre x(t) e y(t) en el tiempo de desplazamiento τ .

c) Funciones Respuesta de Impulso Unitario

La *función respuesta de impulso unitario* $h_{xy}(\tau)$ de un sistema físico está definida como la respuesta del sistema a una función de entrada delta, esto es, haciendo que y(t) sea la respuesta del sistema a una entrada x(t), $h_{xy}(\tau) = y(t)$ cuando $x(t) = \delta(t)$. La función respuesta de impulso unitario es la transformada inversa de Fourier de la función respuesta de frecuencia definida en el punto ii), c) de esta sección y es más fácil de interpretar en ese contexto.

ii) Funciones en el Dominio de la Frecuencia

Existen tres descripciones relacionadas de señales randómicas estacionarias en el dominio de la frecuencia que son de interés común y que se definen a continuación.

a) Funciones de Densidad Espectral-Cruzada

Dadas dos señales x(t) e y(t), $0 \le t \le T$, cualquier relación lineal entre estas dos señales en varias frecuencias distintas será extraída por la *función de densidad espectral-cruzada* $G_{xy}(f)$ (también llamada el *espectro-cruzado, "cross-spectrum"*), la cual está definida, para frecuencias no negativas (un espectro de un lado), como:

$$G_{xy}(f) = \begin{cases} \lim_{T \to \infty} \frac{2}{T} E[X^{*}(f,T)Y(f,T)], & f > 0, \\ \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} E[X^{*}(f,T)Y(f,T)], & f = 0, \\ 0, & f < 0, \end{cases}$$
(4.125)

donde $X^*(f,T)$ es el complejo conjugado de la transformada finita de Fourier de x(t) e Y(f,T) es la transformada finita de Fourier de y(t), como se definió en la Ec. (4.117). La notación de la esperanza $E[\cdot]$ tiene el mismo significado que el visto en la sección 4.3.1.3, ii). Puede demostrarse (ref. 2 cap. 81 de [10]) que la función de densidad espectral-cruzada

es igual a la transformada de Fourier de la función de correlación-cruzada, definida en la Ec. (4.123); esto es:

$$G_{xy}(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \qquad f \ge 0$$
(4.126a)

donde el factor 2 aparece debido a que $G_{xy}(f)$ es un espectro de un lado. La función espectro-cruzado es generalmente un número complejo, que puede escribirse como:

$$G_{xy}(f) = C_{xy}(f) - jQ_{xy}(f)$$
(4.126b)

donde la parte real indicada como $C_{xy}(f)$, es llamada *función densidad espectral-en coincidencia* o "*cospectrum*", y la parte imaginaria indicada como $Q_{xy}(f)$ es llamada *función densidad espectral-en cuadratura* o "*quad-spectrum*".

El espectro cruzado también puede representarse en términos de magnitud y fase por:

$$G_{xy}(f) = |G_{xy}(f)|e^{-j\theta_{xy}(f)},$$
(4.126c)

donde:

$$\left|G_{xy}(f)\right| = \left[C_{xy}^{2}(f) + Q_{xy}^{2}(f)\right]^{\frac{1}{2}}, \theta_{xy}(f) = \tan^{-1}\left[\frac{Q_{xy}(f)}{C_{xy}(f)}\right].$$
(4.126d)

Un gráfico típico de la función densidad espectral-cruzada entre dos señales randómicas correlacionadas con anchos de banda amplios, tendría unidades del producto de magnitudes (usualmente pascales al cuadrado para señales acústicas) versus frecuencia en Hz. El espectro-cruzado puede interpretarse como una medida de la dependencia lineal entre dos señales como función de la frecuencia, aunque la función de coherencia analizada a continuación es más útil para esta aplicación. Los errores de muestreo estadístico y de bias en las estimaciones de espectro-cruzados se encuentran dados en la sección 4.3.1.5

b) Funciones de Coherencia

Es conveniente normalizar la magnitud de la función de densidad espectral-cruzada para obtener una cantidad llamada la *función de coherencia* $\gamma_{xy}^2(f)$ dada por:

$$\gamma_{xy}^{2}(f) = \frac{\left|G_{xy}(f)\right|^{2}}{G_{xx}(f)G_{yy}(f)} , \qquad (4.127)$$

donde $G_{xy}(f)$ es el espectro cruzado definido en la Ec. (4.125) y $G_{xx}(f)$ y $G_{yy}(f)$ son los autoespectros definidos en la Ec. (4.118). La función de coherencia está limitada por $0 \le \gamma_{xy}^2 \le 1$ en todas las frecuencias, y esencialmente identifica la porción fraccional de dependencia lineal (o correlación) entre dos señales x(t) e y(t) como función de la frecuencia. Específicamente $\gamma_{xy}^2(f) = 0$ significa que no existe relación lineal, y $\gamma_{xy}^2(f) = 1$ significa que existe una correspondencia lineal perfecta entre x(t) e y(t) en la frecuencia f. Para valores entre cero y la unidad, la coherencia puede interpretarse como la porción fraccional de $G_{yy}(f)$ que puede determinarse a partir del conocimiento de $G_{xx}(f)$. Un gráfico típico de $\gamma_{xy}^2(f)$ es un número adimensional entre cero y uno versus la frecuencia. Los errores de muestreo estadístico y de bias en la estimación de esta función están dados en la sección 4.3.1.5.

c) Funciones Respuesta de Frecuencia

Para dos señales x(t) e y(t) representando la entrada y respuesta, respectivamente de un sistema físico, la meta final de la función de densidad espectral-cruzada es a menudo la determinación de la *función respuesta de frecuencia* $H_{xy}(f)$ del sistema, la cual está dada por (ref. 2 cap.81 de [10]):

$$H_{xy}(f) = \frac{G_{xy}(f)}{G_{xx}(f)} , \qquad (4.128a)$$

donde $G_{xy}(f)$ es el espectro-cruzado, definido en la Ec. (4.125) y $G_{xx}(f)$ es el auto-espectro, definido en la Ec. (4.118). Notando que $G_{xy}(f) = C_{xy}(f) - jQ_{xy}(f)$ es una cantidad compleja, la función respuesta de frecuencia puede ser escrita en términos de una magnitud y fase, como:

$$H_{xy}(f) = |H_{xy}(f)|e^{-j\phi_{xy}(f)}, \qquad (4.128b)$$

donde

$$\left|H_{xy}(f)\right| = \frac{\left[C_{xy}^{2}(f) + Q_{xy}^{2}(f)\right]^{\frac{1}{2}}}{G_{xx}(f)}, \quad \phi_{xy}(f) = \tan^{-1}\left[\frac{Q_{xy}(f)}{C_{xy}(f)}\right].$$
(4.128c)

La función respuesta de frecuencia de un sistema físico es la transformada de Fourier de la respuesta de impulso unitaria del sistema, definida en la sección 4.3.1.4 i) c); esto es:

$$H_{xy}(f) = \int_{0}^{\infty} h_{xy}(\tau) e^{-2j\pi f\tau} d\tau .$$
(4.128d)

Un gráfico típico de la función respuesta de frecuencia posee unidades de razón de magnitudes (p.e.: metros por newton) versus frecuencia en hertz. Las funciones respuesta de frecuencia son llamadas, a menudo, *funciones de transferencia*, aunque la función de transferencia es una descripción más detallada de un sistema físico dada por la transformada de Laplace de la función respuesta unitaria de impulso (ref. 2 cap.81 de [10]). También, el factor de fase muchas veces está definido como el negativo del factor dado en la Ec. (4.128c). Las funciones de respuesta de frecuencia pueden ser interpretadas como la

ganancia y fase de un filtro que produce una salida y(t) debido a una entrada x(t). El error de muestreo estadístico en la estimación de esta función está dado en la sección 4.3.1.5.

4.3.1.5) Errores de Estimación

Las definiciones de varias de las funciones descriptivas de señales aleatorias en la secciones 4-3.1.1-4.3.1.4 involucran operaciones de límite que no pueden efectuarse en la práctica. Se sigue que el cálculo de cada una de estas funciones entregará sólo una estimación de la función, la cual incluirá un error (aleatorio) de muestreo estadístico, y en algunos casos un error de bias también. Es conveniente cuantificar estos errores de estimación en términos normalizados; esto es:

Error Randómico =
$$\varepsilon_r(\hat{\phi}) = \frac{\sigma_{\hat{\phi}}}{\phi},$$
(4.129)

Error de Bias = $\varepsilon_b = \frac{b_{\hat{\phi}}}{\phi}$,

donde ϕ es la función de interés , $\hat{\phi}$ es una estimación de la función ϕ , $\sigma_{\hat{\phi}}$ es la desviación estándar de la estimación $\hat{\phi}$, y $b_{\hat{\phi}}$ es el bias de la estimación $\hat{\phi}$.

La interpretación de los errores normalizados es la siguiente [10]. Si $\varepsilon_r(\hat{\phi}) = 0.1$, la desviación estándar de la estimación $\hat{\phi}$ es un 10 % de la función ϕ siendo estimada. En términos de intervalo de confianza, puede decirse que existe cerca de un 68% de seguridad de que la estimación $\hat{\phi}$ esté dentro de un 10% del valor real ϕ , asumiendo que la estimación está sin bias. Si $\varepsilon_b(\hat{\phi})$ es igual a +0.1 ó -0.1 (los errores de bias llevan signo), la estimación es, en promedio, un 10% mayor o un 10% menor que la función ϕ siendo estimada (asumiendo $\phi \neq 0$).

La tabla 1 muestra expresiones aproximadas para los errores normalizados de estimación asociados con las magnitudes de las funciones definidas entre las secciones 4.3.1.1 a 4.3.1.5. Todas las fórmulas están presentadas en términos análogos, pero pueden ser convertidos a términos discretos substituyendo $x(n\Delta t)$ por x(t) y $N\Delta t$ por T. Las fórmulas son aproximaciones generalmente aceptables para $\varepsilon < 0.2$.

Parámetro o función	Fórmula de estimación	Error Randómico normalizado	Error de bias normalizado
φ	$\hat{\phi}$	${\cal E}_r(\hat{\phi})$	${\cal E}_b(\hat{\phi})$
μ_x	$\frac{1}{T}\int_{0}^{T}x(t)dt$	$\frac{1}{\sqrt{2BT}} \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x} \right)$	0
$\psi_x(\mu_x=0)$	$\left\{\frac{1}{T}\int_{0}^{T}x^{2}(t)dt\right\}^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{BT}}$	0
p(x)	$\frac{T_{x(t)\in\Delta x}}{T\Delta x}$	$\frac{c}{\sqrt{2BT\Delta x}}$	$\frac{\Delta x^2}{24} \left(\frac{d^2 p(x)/dx^2}{p(x)} \right)$
$R_{xx}(\tau)$	$\frac{1}{T-\tau}\int_{0}^{T-\tau}x(t)x(t+\tau)$	$d\tau = \frac{1}{\sqrt{2BT}} \left[1 + \rho_{xx}^{-2}(\tau) \right]^{1}$	2 0
$G_{xx}(f)$	$\frac{2}{n_d T} \sum_{i=1}^{n_d} \left X_i(f,T) \right ^2$	$rac{1}{\sqrt{n_d}}$	$\frac{\Delta f^2}{24} \left(\frac{d^2 G_{xx}(f)/df^2}{G_{xx}(f)} \right)$
$R_{xy}(\tau)$	$\frac{1}{T-\tau}\int_{0}^{T-\tau} x(t)y(t+\tau)$	$d\tau \qquad \frac{1}{\sqrt{2BT}} \left[1 + \rho_{xy}^{-2}(\tau) \right]^{\frac{1}{2}}$	0
$\left G_{xy}(f)\right $	$\left \frac{2}{n_d T}\sum_{i=1}^{n_d}X_i^*(f,T)Y_i(f,T)\right $	$T) \qquad \frac{1}{\left \gamma_{xy}(f)\right \sqrt{n_d}}$	$\frac{\Delta f^2}{24} \left(\frac{d^2 G_{xy}(f)/df^2}{G_{xy}(f)} \right)$
$\gamma^2_{xy}(f)$	$rac{\left \hat{G}_{xy}(f) ight ^2}{\hat{G}_{xx}(f)\hat{G}_{yy}(f)}$	$\frac{\sqrt{2}\left(1-\gamma_{xy}^2(f)\right)}{\left \gamma_{xy}^2(f)\right \sqrt{n_d}}$	$\frac{\left(1-\gamma_{xy}^2(f)\right)^2}{\gamma_{xy}^2(f)n_d}$
$\left H_{xy}(f)\right $	$rac{\left \hat{G}_{_{XY}}(f) ight }{\hat{G}_{_{XX}}(f)}$	$\frac{\left(1-\gamma_{xy}^2(f)\right)^{\frac{1}{2}}}{\left \gamma_{xy}(f)\right \sqrt{2n_d}}$	a

Tabla 1: Resumen de Errores de Estimación para Estimaciones Comunes en Análisis de Señal [10].

Símbolos asociados a la tabla 1:

B = ancho de banda de la señal asumiendo un espectro uniforme en su interior

T = duración total de la señal o duración de los bloques de datos para el análisis espectral

 Δf = resolución de frecuencia para el análisis espectral (1/*T*)

 n_d = número de bloques de datos estadísticamente independientes para el análisis espectral

 Δx = ancho de la ventana de resolución de magnitud para el análisis de densidad de probabilidad, en unidades de x

 $c = {\rm coeficiente}$ con un valor 0.3 < c < 1 , dependiendo de la razón de muestreo

__a Ver referencias 2 y 9 Cap. 81 de [10].

4.3.2) Consideraciones Prácticas en el Procesamiento Digital de Señales

El procesamiento *práctico* de señales implica adquirir datos válidos y seleccionar métodos para la reducción de datos con tal de conseguir resultados útiles. Los métodos prácticos están usualmente basados en la FFT (transformada rápida de Fourier), una implementación eficiente de la DFT (transformada discreta de Fourier). (En esta sección DFT implica cálculo utilizando FFT.) El objetivo de este punto es ver más en detalle los métodos basados en la DFT y su uso práctico.

Los 4 factores principales que deben ser especificados y que se discutirán en esta sección son:

- 1. La frecuencia máxima f_{max} para la información en una señal, determina la razón de muestreo: $f_s > 2f_{max}$ (punto 4.3.2.1.5).
- 2. El tiempo mínimo de registro T_r aceptable, determina el mínimo tamaño aceptable del bloque DFT, $N = T_r f_s$ (puntos 4.3.2.1.3).
- 3. Puede requerirse una ventana de datos para controlar filtraciones (puntos 4.3.2.1.6 y 4.3.2.1.7).
- 4. Para señales aleatorias, normalmente se requiere promediación de bloques para alcanzar una cierta estabilidad estadística deseada.

Existen tres métodos generales para el procesamiento práctico de señales: método de covarianza, paramétrico y directo. El método de covarianza cobra mayor relevancia cuando se trata de estimaciones de auto-espectros y se cuenta con cantidades muy limitadas de datos. Los métodos paramétricos son más importantes cuando la cantidad de información está de alguna forma limitada (ej: señales cuasi-estacionarias como el habla) y se desea obtener modelos.

Los métodos directos están basados en la DFT. Pueden usarse con cantidades limitadas o ilimitadas de datos y pueden reducir significativamente el tiempo de cálculo requerido por los métodos de covarianza y paramétrico. Sin embargo, una DFT trata *siempre* un registro de datos simple como si la señal analógica subyacente fuera periódica (determinista). Esto implica que el tratamiento de señales aleatorias debe tener en cuenta la naturaleza determinista de las DFTs individuales.

4.3.2.1) Transformadas y espectros

Transformada significa cualquiera de las varias ecuaciones que puede entregar un espectro dada una señal. *Transformada inversa* significan las ecuaciones correspondientes que pueden entregar una señal dado su espectro. Como representaciones teóricas se utilizan ampliamente las Transformadas de Fourier, Series de Fourier y Transformadas-*z*. Sólo las transformadas finitas de Fourier, series de Fourier y la DFT involucran registros de datos. Sólo la DFT es usada normalmente para calcular espectros.

4.3.2.1.1) Transformada Discreta de Fourier

Las ecuaciones para la DFT utilizadas normalmente en procesamiento de señales,

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{j 2\pi k n / N} \qquad 0 \le n \le N-1$$
(4.130a)

$$X(K) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N} \qquad 0 \le k \le N-1$$
(4.130b)

están basadas en una derivación de la transformada-z (refs.5 y 6 cap. 82 de [10]), donde N es el largo de registro y tamaño de la DFT.

Una FFT es un algoritmo computacional eficiente utilizado para calcular una DFT (refs.5 y 6 cap. 82 de [10]). Existen muchos algoritmos como tal, llamados colectivamente como "los FFT". El tiempo computacional requerido para una FFT de N puntos es de aproximadamente $N \log_2 N$, mientras que para un cálculo directo de DFT es de N^2 . Los ahorros de tiempo son importantes con los registros de datos relativamente largos, típicos de aplicaciones acústicas. La DFT está representada por la Ec. (4.130b), la IDFT está representada por la transformada inversa de la Ec. (4.130b).

4.3.2.1.2) Espectro Lineal

Las ecuaciones (4.130) pueden ser utilizadas para definir un espectro lineal discreto,

$$X(k) = |X(k)|e^{j\theta(k)},$$
(4.131)

donde |X(k)| representa un *espectro de magnitud*, $\phi(k)$ un *espectro de fase* y k es un índice entero de frecuencias (sección 4.3.2.1.3). Los espectros representados por la Ec. (4.131) son lineales (distintos de los espectros de energía o auto-espectros). Estos espectros son originalmente "de dos lados", esto significa que se extienden sobre frecuencias tanto negativas como positivas. El espectro de magnitud de una señal física es una función par de la frecuencia, y su espectro de fase es impar. Debido a que la parte en frecuencias negativas de un espectro de dos lados puede ser siempre obtenida a partir de la parte positiva, es común mostrar sólo la parte positiva. Los espectros de magnitud de un lado y de dos lados difieren por un factor 2; sus espectros de fase son iguales. Para aplicaciones prácticas, los espectros de energía o auto-espectros a menudo están dados como "de un lado", significando que toda la energía es mostrada en el rango positivo de frecuencias.

4.3.2.1.3) Unidades de Señal y Espectro

El tiempo y frecuencia discreta están dados por:

$$t(n) = n\Delta t = nT_s, \tag{4.132a}$$

$$f(k) = k\Delta f , \qquad (4.132b)$$

donde *n* y *k* son enteros, llamados *índices* de tiempo y frecuencia. El tiempo entre valores discretos de datos, $T_s = \Delta t$, es el *intervalo de muestreo* (llamado también *período de muestreo* e *intervalo de Nyquist*), y Δf es el *intervalo de frecuencias* espectral.

La *frecuencia de muestreo* f_s (también llamada *razón de muestreo*) es la tasa de tiempo a la cual se toman valores discretos de datos, usualmente de una señal analógica. La *frecuencia de Nyquist* se puede definir como:

$$f_{Ny} = \frac{1}{2} f_s \,. \tag{4.133}$$

Rango de Nyquist quiere decir el rango de frecuencias $-f_{Ny} \le f \le f_{Ny}$, o, alternativamente, el rango de la parte positiva de frecuencias $0 \le f \le f_{Ny}$.

Al obtener un registro de datos x(t) de duración T_r de una señal analógica, el registro digital x(n) de largo N está relacionado con T_r por la Ec. (4.132a) y:

$$T_r = NT_S \quad , \tag{4.134}$$

donde el intervalo de muestreo es:

$$T_{S} = \frac{1}{f_{S}} = \frac{1}{2f_{Ny}} .$$
(4.135)

El registro de datos analógico se extiende desde t=0 hasta $t=T_r-\varepsilon$ donde ε es infinitesimalmente pequeño, mientras que los valores de datos discretos exclusivos se extienden sólo de t(0) a t(N-1).

Si T_r es medido en segundos,

$$\Delta f = f(1) = \frac{1}{T_r} = \frac{f_s}{N} \text{ [Hz]}.$$
(4.136)

La frecuencia correspondiente al índice *k* es:

$$f(k) = k\Delta f = \frac{kf_s}{N}$$
[Hz]. (4.137)

La frecuencia de muestreo habitualmente se utiliza para definir una *frecuencia normalizada* adimensional:

$$f_{norm} = \frac{f(k)}{f_s} = \frac{k}{N}$$
(4.138)

El rango de frecuencias normalizado $0 \le f_{norm} \le 0.5$ corresponde al rango de Nyquist.

4.3.2.1.4) Periodicidad y Funciones Circulares

Las ecuaciones (4.130) hacen tanto a x(n) como a X(k) periódicas de periodo N. Las funciones que poseen estas características son llamadas funciones *circulares*.

Una ventaja computacional de esta periodicidad es que, luego de que un registro de datos ha sido adquirido, las sumas tomadas sobre cualquiera de los N valores secuenciales de x(n) o X(k) son idénticas. Por ejemplo:

$$\sum_{0}^{N-1} (\cdot) = \sum_{-N/2+1}^{N/2} (\cdot)$$
 (4.139)

4.3.2.1.5) Aliasing

El teorema de información de Shannon (ref. 11 cap 82 de [10]) expresa que toda la información (componentes de señal) en una señal continua en las frecuencias $f \le f_{Ny}$ será preservada cuando la señal es muestreada a una tasa constante $f_s \ge 2f_{Ny}$. Aliasing se refiere a la incorrecta identificación de componentes en una señal continua de frecuencias mayores que f_{Ny} como componentes de baja frecuencia en la señal muestreada. Las componentes de frecuencias mayores que f_{Ny} son tomadas como componentes de más baja frecuencia. Por ejemplo, un tono de 8 KHz muestreado a una tasa de 10 KHz aparecerá como una señal de 2 KHz.

Sólo existe una manera de evitar el aliasing. Antes de muestrear, asegurarse de que no existan componentes en la señal analógica a frecuencias mayores que la frecuencia de Nyquist.

Existen dos formas prácticas de prevenir el aliasing:

- Utilizar una razón de muestreo $f_s > 2f_{\text{max}}$.
- Utilizar un *filtro anti-aliasing* (AAF).

4.3.2.1.6) Filtraciones y Ventanas

Filtración se refiere a una dispersión espectral en una transformada que ocurre debido a la aplicación de la transformada a un registro de datos finito. No es producto del muestreo y no depende del tipo de señal.

El concepto de filtración se puede entender de forma más fácil con una señal sinusoidal. Una señal infinitamente larga de frecuencia f_m muestreada,

$$x(n) = \frac{Asen \ 2\pi f_m}{f_s}, \qquad -\infty \le n \le \infty, \qquad (4.140)$$

posee un espectro lineal dado por su transformada-z (ver figura 15). Si la señal es truncada de tal forma que sólo una parte finita de largo N no es cero, cada uno de los valores ideales mostrados en la figura 15 se dispersa o se "filtra" sobre todo el espectro.



Figura 15: Espectro ideal de una señal de duración infinita. También es el espectro DFT de una señal sinusoidal que es periódica en el tiempo de registro.



Figura 16: Contribuciones directa e imagen del espectro de magnitud de una señal sinusoidal de duración finita.

Las dos partes del espectro disperso pueden llamarse una contribución directa, centrada en f_m , y una contribución imagen, centrada en $-f_m$. La figura 16 muestra las magnitudes de las contribuciones espectrales. La magnitud del espectro complejo (figura 17) corresponde a la suma de las dos contribuciones. La falta de simetría alrededor de las frecuencias $\pm f_m$ se debe a la filtración de las contribuciones directa e imagen entre sí.



Figura 17: Magnitud del espectro complejo de una señal sinusoidal finita.

Aplicar una transformada-z a una señal truncada a una duración finita N es equivalente matemáticamente a multiplicar la señal infinitamente larga por la función de ponderación:

$$b(n) = \begin{cases} 1.0, & 0 \le n \le N - 1 \\ 0, & resto \end{cases}$$
(4.141)

Esta función es llamada *Ventana*. La forma específica de la ventana dada en la Ec. (4.141) es llamada comúnmente ventana rectangular. Cuando se utiliza con una DFT se puede decir que actúa como una *ventana abierta*, todo lo que se puede ver a través de la ventana es mostrado por ella.

El espectro de una ventana es llamado *ventana espectral*. Las ventanas espectrales poseen típicamente un *lóbulo principal* y *lóbulos laterales* a cada lado del principal. El lóbulo principal de una ventana espectral abierta posee un ancho de $2/T_r$, mientras que los lóbulos laterales poseen la mitad de ese ancho.

Cuando se utiliza una ventana, la señal analizada por la DFT es el producto:

$$\widetilde{x}(n) = b(n)x(n) \tag{4.142a}$$

El espectro de $\tilde{x}(n)$ es la convolución (sección 4.3.2.3.1):

$$\widetilde{X}(k) = B(k) * X(k) \tag{4.142b}$$

Entonces el espectro disperso de una señal sinusoidal truncada (figura 17) es equivalente a un espectro ideal de dos lados (figura 15) convolucionado con el espectro de una ventana abierta (figura 18).



Figura 18: Espectro de una ventana rectangular.

La apariencia de una DFT puede resultar engañosa debido a las filtraciones, especialmente cuando se trata de señales sinusoidales que (como en la mayoría de los casos) no son periódicas en el intervalo de registro de datos.

4.3.2.1.7) Ventanas y Control de Filtraciones en Señales Estacionarias

Casi siempre las filtraciones corrompen el espectro DFT de una señal estacionaria (sección 4.3.2.1.6). *Control de filtraciones* es el proceso por el cual las amplitudes espectrales de los lóbulos laterales que aparecen debido a los registros de datos finitos son disminuidas utilizando una ventana de ajuste. Este tipo de ventanas pueden expresarse por la serie de Fourier:

$$b(n) = \sum_{i=0}^{M-1} B_i \cos \frac{2\pi i n}{N} \qquad 0 \le n \le N-1$$
(4.143)

donde *i* es un entero , *M* es el número de coeficientes de Fourier (de un lado) y *N* es par. Sólo se necesitan 4 coeficientes para reducir las amplitudes de los lóbulos laterales hasta por 98 dB. La ventana rectangular (o abierta) es una ventana de un coeficiente (M = 1) definida por $B_0 = 1$. Las ventanas *Hanning* y *Hamming* son comunes para estas aplicaciones y poseen dos coeficientes. La tabla 2 muestra los valores de los coeficientes y de los parámetros: SAR = Razón de amplitud selectiva: Razón entre las amplitudes del lóbulo lateral mayor y el lóbulo principal; S = Selectividad: Ancho del lóbulo principal en el SAR y SLDR = Tasa de decaimiento de los lóbulos laterales.

	SAR (dB)	S (<i>k</i>)	SLDR (db/oct.)	B0	B1	
Abierta	-13.46	1.626	6	1.0		
Hanning	-31.47	3.743	18	0.5	-0.5	
Hamming	-43.19	3.846	6	0.53836	-0.46164	

Tabla 2: Parámetros y coeficientes correspondientes a tres ventanas típicas.

Observando la Tabla 2, vemos que los tres aspectos más importantes de los espectros de ventanas son: el ancho del lóbulo principal, la depresión de los lóbulos laterales y la tasa de decaimiento de los lóbulos laterales. El ancho del lóbulo principal generalmente aumenta a medida que los lóbulos laterales decaen en amplitud y su tasa de decaimiento aumenta.

La ventaja práctica de seleccionar una ventana con los lóbulos laterales disminuidos hasta el nivel de ruido de la señal, es que los efectos significativos de la filtración quedarán concentrados en una banda de frecuencias igual al ancho del lóbulo principal.

4.3.2.2) Sistemas Digitales de Medición

La figura 19 muestra los principales componentes en un sistema típico de adquisición y análisis de datos.



Figura 19: Componentes típicos de un sistema digital de medición.

- Un fenómeno físico que varía en el tiempo es percibido por un transductor, asumiendo que posee una salida eléctrica linealmente proporcional a la entrada *p(t)*. Si los transductores poseen una impedancia eléctrica alta, como lo micrófonos de condensador y acelerómetros piezoeléctricos, se debe tener precaución en disponer de forma adecuada el instrumental para evitar problemas debido a capacitancia de línea, ruido electromagnético aislado y loops de tierra.
- El acondicionamiento de una señal implica aparatos electrónicos para asegurarse de que se genere un voltaje adecuado x(t) proporcional a la entrada p(t) (los conversores análogo-digitales normalmente requieren voltajes de entrada entre 10 mV y 10 V.).
- x(t) puede ser nuevamente acondicionada por un filtro anti-aliasing. (AAF, sección 4.3.2.2.1)
- La señal analógica x(t) es convertida entonces a una señal digital x(n) por un conversor análogo-digital (conversor A/D, sección 4.3.2.2.2).

Cada paso del proceso de adquisición de señal desde la señal física p(t) hasta la señal digital x(n) esta sujeto a error. La señal captada por el transductor no es la misma que la que existiría en ausencia del transductor (p.e.: efectos de la presencia del micrófono). Los transductores, el acondicionamiento de señal, los filtros AAF y los conversores A/D están sujetos a errores de amplitud y tiempo. El proceso de conversión A/D esta sujeto a errores de cuantización, entre otros. Cualquier proceso analógico puede producir distorsión armónica.

Tomados como un conjunto, estos errores de medición limitan el rango dinámico efectivo que es posible alcanzar y por esto restringen la resolución nominal que esté especificada en los conversores A/D.

Para la mayoría de los propósitos prácticos, una resolución de 16-bit se encuentra cercana a lo óptimo [10].

Nuestro sistema de medición constó de una tarjeta adquisidora de datos de 16 bits de resolución. El detalle del sistema de medición digital implementado para la experimentación está dado en la sección 5.1.4.6 "*Equipamiento para el procesamiento de señales*".

4.3.2.2.1) Filtros Anti-Aliasing

Un filtro anti-aliasing es un dispositivo que permite filtrar la señal analógica antes de pasar por el conversor A/D, de manera que las frecuencias de la señal analógica que se encuentren por sobre la frecuencia de Nyquist ($f_s/2$) se atenúen (p.e.: -100 dB) y la frecuencia máxima a considerar (f_{max}) en el análisis, sea menor o igual a la frecuencia de corte f_c , donde la atenuación es débil (ej: -5 dB), ambas menores a la frecuencia de Nyquist.

Además de estas características que representan una *respuesta de magnitud* deseada en este tipo de filtros, se deben considerar también la *respuesta de fase* y *respuesta transiente*.

En cuanto a la *respuesta de fase*, estos filtros generalmente poseen una respuesta de fase pobre, típicamente no-lineal en la región de interés (región no atenuada). Estas distorsiones de fase pueden alterar la forma de la señal. Para disminuir la distorsión de fase se recomienda utilizar deconvolución (sección 4.3.2.3.2), sobre-muestreo (*oversampling*) o un filtro tipo "all-pass" [10].

La *respuesta transiente* también puede traer inconvenientes. Si la señal a adquirir es una transiente (pulso), la salida del filtro AAF será la convolución entre la señal y la respuesta de impulso del filtro AAF. Existen tres formas de disminuir los efectos de la respuesta de impulso de un filtro AAF [10]: (1) usar un filtro de Bessel, (2) deconvolucionar la respuesta de impulso del AAF desde la salida del AAF, y (3) aplicar sobre-muestreo.

Debido a los muchos inconvenientes que se presentan al implementar un filtro AAF, y principalmente, a la importancia de la información de fase en nuestra aplicación, no se utilizó filtro AAF en nuestro sistema de medición. Por otra parte en muchas de nuestras mediciones se utilizó un altavoz con emisión máxima cercana a los 4000 Hz, y dado que nuestra frecuencia de muestreo utilizada fue de 8000 reg/s, en estricto rigor no se necesitaría un filtro AAF en ese caso (ver sección 4.3.2.1.5, Aliasing).

4.3.2.2.2) Conversor Analógico-Digital (A/D)

Un conversor analógico-digital está diseñado para convertir una señal analógica x(t) a una digital x(n) a una razón de muestreo constante, f_s . Cada valor discreto x(n) es almacenado en una memoria computacional como *bits* de una palabra digital. La señal x(t) es adquirida por un módulo de muestreo y retención S/H (*sample-and-hold*), el cual opera bajo control computacional para tomar valores "fotográficos" de x(t) lo suficientemente largos como para que el conversor A/D disponga todos los *bits* y los transfiera a una palabra digital.

4.3.2.3) Análisis de Sistemas

Sistema se refiere a una operación analógica lineal e invariante en el tiempo (LTI) o lineal discreta invariante a la traslación (LSI) que transforma una señal de entrada en una señal de salida.

La figura 20 muestra los diagramas de bloques que representan las relaciones de entrada/salida de sistemas analógicos (LTI) y digitales (LSI) en los dominios del tiempo (a) y frecuencia (b).



Figura 20: Relaciones de entrada y salida para sistemas LTI y LSI.

4.3.2.3.1) Convolución

Convolución es el proceso por el cual un sistema LTI o LSI transforma una entrada $x(\cdot)$ en una salida $y(\cdot)$ (fig. 20). Para un sistema LSI inicialmente sin alteración o cuando la respuesta transiente ha desaparecido, la convolución es definida por la secuencia:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{n} x(i)h(n-i), \qquad n \ge 0, \qquad (4.144)$$

o, equivalentemente, por la función de respuesta:

$$Y(k) = H(k)X(k)$$

$$(4.145)$$

Cuando se utiliza una DFT, la Ec. (4.145) entrega una función de respuesta circular $Y^{c}(k)$.

Una secuencia de convolución circular estaría dada por:

$$y^{c}(n) = IDFT \left\{ Y^{c}(k) \right\}.$$

$$(4.146)$$

El proceso es llamado *convolución rápida* cuando se utiliza una FFT. Cuando se aplican señales a un sistema físico el proceso es llamado *convolución lineal*. Aunque la convolución circular habitualmente no entrega los mismos resultados que la convolución lineal, la convolución lineal puede ser recuperada.

4.3.2.3.2) Deconvolución

Deconvolución significa deshacer los efectos de la convolución. Puede utilizarse para estimar x(n) o h(n). Ambas se pueden implementar en el dominio de la frecuencia rearreglando la Ec. (4.145). La deconvolución puede implementarse también en el análisis cepstral (ref.5 cap. 82 de [10]). Los efectos del ruido pueden ser disminuidos.

5) METODOLOGÍA

5.1) Metodología general del sistema de medición

Se implementó un sistema de medición con el fin de obtener parámetros acústicos que logren definir el comportamiento de sistemas de conductos y observar la influencia de distintas variables inherentes a un problema real de silenciadores, tales como la presencia de flujo, curvatura y cambios de área en los conductos (ver figura 21).

Para encontrar estos parámetros acústicos se aplicó el "*método de la función de transferencia*" ISO/FDIS 10534-2:1998(E) [14]. Este método involucra la medición de presiones en dos puntos fijos a lo largo de un conducto o "tubo de impedancia" para luego obtener parámetros acústicos en puntos arbitrarios dentro de él. La instalación del sistema de medición debe cumplir ciertos requerimientos recomendados en la norma, que se detallan en este capítulo.

Por otra parte, la adquisición de datos involucró para nuestro sistema un procesamiento digital de las señales provenientes de los dos micrófonos instalados. Para esto, se implementó un sistema de medición que debió constar de una interfase análogica/digital, una tarjeta adquisidora digital (DSP o "DAQ") y de software especializados para adquisición y procesamiento de datos. Las principales herramientas para la adquisición y análisis de datos fueron los programas Labview y Matlab.

En Labview se programó, principalmente, la adquisición de datos. El programa se comunica con la tarjeta adquisidora, y además de controlar todo tipo de parámetros de muestreo (frecuencia de muestreo, número de muestras, ventanas, número de promediaciones, etc.) es capaz de calcular funciones instantáneas (como la función de transferencia) y exportar estos datos procesados y promediados a Matlab.

Una vez en Matlab se aplican los programas necesarios para obtener, a partir de estas funciones medidas, resultados de los parámetros acústicos estudiados y gráficos de éstos en el domino de la frecuencia.

Matlab también se utilizó para encontrar resultados teóricos de los parámetros estudiados y así poder comparar con los experimentales. En caso de que se estudie el efecto de una variable, para la que no se conoce resultado teórico alguno (o se quiera verificar experimentalmente), se comparan las curvas experimentales que contengan el efecto de esta variable con las que no, para obtener alguna información y/o conclusión al respecto.



Figura 21: Sistema general de medición implementado.

5.1.1) Principio

La metodología aplicada esta basada en la norma ISO/FDIS 10534-2: 1998(E) [14]. El experimento consiste en generar, por medio de una fuente acústica, ondas planas en un conducto o "tubo de impedancias" recto, rígido y de paredes lisas, y montar en un extremo algún elemento (puede ser, por ejemplo: un material absortor de prueba, un silenciador, una terminación abierta, etc., ver figura 22) para el cual se determinan los parámetros acústicos deseados. La presión sonora del campo acústico generado es medida en dos posiciones cercanas al punto donde se encuentre el elemento y es utilizada para calcular la función de transferencia compleja entre las señales de los micrófonos. Esta función es utilizada para determinar el factor de reflexión a incidencia normal y, a partir de éste, otros parámetros acústica normalizada en el punto donde se encuentre el elemento (o algún punto de referencia arbitrario).

Las cantidades quedan determinadas como funciones de la frecuencia, con una resolución determinada por la razón de muestreo y el número de muestras que obtenga el sistema digital de medición. El rango de frecuencias válidas de trabajo dependerá del ancho del conducto y de la separación que exista entre las posiciones de micrófono. Es posible obtener un rango de frecuencias extendido a partir de la combinación de mediciones con distintos anchos y separaciones.

Las mediciones se pueden realizar empleando una de las dos técnicas:

1: Método de los dos micrófonos (utilizando dos micrófonos en posiciones fijas) 2: Método de un micrófono (utilizando un micrófono sucesivamente en dos posiciones)

- *Técnica 1* Requiere de un procedimiento de corrección para minimizar las diferencias de amplitud y fase entre los micrófonos; de todas formas combina velocidad, alta precisión y fácil implementación. La técnica 1 se recomienda para propósitos generales de medición y fue la utilizada en nuestro sistema.
- *Técnica 2* Posee requerimientos de generación y procesamiento de señal particulares y puede tomar más tiempo; de todas formas elimina las diferencias de fase entre micrófonos y permite la selección de posiciones óptimas de micrófono para cualquier frecuencia. La técnica 2 se recomienda para precisar resonadores sintonizados.

Como se mencionó, se escogió la Técnica 1 en nuestro sistema de medición.

5.1.2) Sistema básico para la determinación de parámetros acústicos

Para un sistema como el de la Figura 22 es posible obtener una expresión para el factor de reflexión r(f) a incidencia normal en el plano de referencia, en este caso, la terminación abierta del conducto (donde x = 0).



Figura 22: Sistema básico para la determinación de los parámetros acústicos.

Las presiones sonoras de la onda incidente p_1 y la onda reflejada p_r son, respectivamente:

$$p_I = \hat{p}_I e^{jk_0 x} \tag{5.1}$$

$$p_r = \hat{p}_r e^{-jk_0 x},$$
 (5.2)

donde:

 \hat{p}_I y \hat{p}_r son las magnitudes de p_I y p_r en el plano de referencia (x = 0) y $k_0 = k_0' - jk_0''$ es un número de onda complejo (que considera atenuaciones de la onda en el tubo).

Las presiones sonoras p_1 y p_2 en las dos posiciones de los micrófonos son:

$$p_1 = \hat{p}_1 e^{jk_0 x_1} + \hat{p}_r e^{-jk_0 x_1} \tag{5.3}$$

$$p_2 = \hat{p}_1 e^{jk_0 x_2} + \hat{p}_r e^{-jk_0 x_2}.$$
 (5.4)

La función de transferencia H_I para la onda incidente sola es:

$$H_{I} = \frac{p_{2I}}{p_{1I}} = e^{-jk_{0}(x_{1}-x_{2})} = e^{-jk_{0}s}$$
(5.5)

donde $s = x_1 - x_2$ es la separación entre micrófonos.

Similarmente, la función de transferencia H_r , sólo para la onda reflejada, es:

$$H_r = \frac{p_{2r}}{p_{1r}} = e^{-jk_0(x_1 - x_2)} = e^{jk_0 s}$$
(5.6)

La función de transferencia H_{12} para el campo sonoro total puede ahora ser obtenida usando las ecuaciones (5.3) y (5.4) y notando que $\hat{p}_r = r\hat{p}_1$:

$$H_{12} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{e^{jk_0x_2} + re^{-jk_0x_2}}{e^{jk_0x_1} + re^{-jk_0x_1}} .$$
(5.7)

Despejando r de la ecuación (5.7), y usando las ecuaciones (5.5) y (5.6), se tiene:

$$r = \frac{H_{12} - H_I}{H_r - H_{12}} e^{2jk_0 x_1}$$
(5.8)

0

$$r(f) = \frac{H_{12} - e^{-jk_0 s}}{e^{jk_0 s} - H_{12}} e^{2jk_0 x_1}$$
(5.9)

si existe flujo medio bajo, r puede modificarse (a partir de lo visto en la sección 4.2.3) y quedar como:

$$r(f) = \frac{H_{12} - e^{-jk_p s}}{e^{jk_m s} - H_{12}} e^{j(k_p + k_m)x_1},$$
(5.10)

donde $k_p = \frac{k_0}{1+M}$; $k_m = \frac{k_0}{1-M}$, $M = \frac{V}{c}$: número de Mach y V es la velocidad del flujo medio.

Entonces, el factor de reflexión a incidencia normal queda finalmente determinado por la separación de micrófono: $s = x_1 - x_2$, $H_{12} = p_2(f)/p_1(f)$: "Función de Transferencia" entre ambos micrófonos y x_1 : distancia desde el micrófono más lejano a la terminación o plano de referencia en x = 0. Podemos encontrar también las expresiones para otros parámetros acústicos (definidos en la sección 4.1) a partir de *r*, tales como:

$$\alpha = 1 - |r|^2$$
: Coeficiente de absorción a incidencia normal (5.11)

$$Z_n(f) = \frac{1+r}{1-r}$$
: Impedancia acústica normalizada (5.12)

La obtención de *s* y x_1 es sencilla, son parámetros (distancias) de fácil medición o preestablecidos en la etapa de diseño del sistema. Lo más importante es la adecuada estimación de la función de transferencia entre ambas posiciones de micrófono $H_{12} = p_2(f)/p_1(f)$.

5.1.3) Determinación de la Función de transferencia entre las dos posiciones de micrófono, H_{12}

5.1.3.1) Definición de la función a medir

En la normativa aplicada [14], se define *H* de tres formas:

$$H_{12} = \frac{S_{12}}{S_{11}} = |H_{12}|e^{j\phi} = H_r + jH_i$$
(5.13)

$$H_{12} = \frac{S_{22}}{S_{21}} = |H_{12}|e^{j\phi} = H_r + jH_i$$
(5.14)

$$H_{12} == \left[\frac{S_{12}}{S_{11}} \cdot \frac{S_{22}}{S_{21}}\right]^{\frac{1}{2}} = H_r + jH_i$$
(5.15)

En este trabajo se utilizó la función descrita por la ecuación (5.13), que es la usada normalmente según la normativa (es la llamada " H_1 ").

Las funciones descritas en las ecuaciones (5.14) y (5.15) se recomiendan en caso de que exista ruido en la entrada o salida del sistema, respectivamente.

El programa *H12.vi* creado en Labview (descrito con mayor detalle en el punto 5.2.1 de la sección 5.2 "*Programas creados en Labview*"), contiene por defecto las tres opciones disponibles para el cálculo de H (H₁, H₂ y H₃).

5.1.3.2) Corrección de amplitud y fase entre canales

Se considera canal al conjunto formado por el micrófono más el preamplificador y el canal de la interfase. Cualquier diferencia entre canales, ya sea de amplitud o fase, provocará una estimación incorrecta de la función de transferencia H_{12} . Es por esto que se debe aplicar una corrección a cada función de transferencia medida. Esto se logra efectuando dos mediciones, como muestran las figuras 23 y 24. Se obtiene primero una función H_{12} en la configuración normal (figura 23), para luego intercambiar los micrófonos y medir H_{12} en la configuración mostrada en la figura 24.



Figura 23: Configuración normal

Figura 24: Configuración intercambiada

Una vez medidas ambas funciones, es posible obtener una función corregida, dada por:

$$H_{12} = \left(H_{12}^{'} / H_{12}^{''}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(5.16)

Análogamente, se puede utilizar un factor de calibración dado por

$$H_{c} = \left(H_{12}^{'} \cdot H_{12}^{''}\right)^{\frac{1}{2}} , \qquad (5.17)$$
para corregir la función $H_{12}^{'}$ medida en la configuración normal y obtener la función corregida de la siguiente forma:

$$H_{12} = \frac{H_{12}}{H_c} \,. \tag{5.18}$$

La función H_{12} , que se obtiene a partir de las ecuaciones (5.16) y (5.18) es la misma. En nuestro sistema de análisis de resultados en Matlab, se utilizó el factor de corrección H_c como herramienta para corregir las funciones medidas. Para esto, se creó el programa *calibracion.m*, descrito en el punto 5.3.1.2 de la sección 5.3.1), "*Programas de análisis de datos adquiridos*".

5.1.3.3) Selección del número de promediaciones

Para cancelar los errores debido al ruido (aleatorio), se debe promediar los espectros medidos. El número de promediaciones dependerá de la magnitud del error que se acepte. Por ejemplo, la norma [14] recomienda que el número de promediaciones (*n*) requeridas para alcanzar un cierto error estándar (σ) para las mediciones en una posición de micrófono en particular, sea:

$$n = (1/2\sigma)^2 \tag{5.19}$$

Para nuestro sistema se utilizó n = 1000, con lo que se obtiene un error estándar menor al 2 % ($\sigma = 1.58\%$). El programa *H12.vi* creado en Labview (punto 5.2.1 de la sección 5.2) permite promediar las veces que se desee (siempre que se disponga del tiempo necesario para tal operación) y almacenar el valor de la función de transferencia final una vez realizadas las promediaciones requeridas.

Alternativamente, se puede promediar en base a la exactitud con que se desee estimar la función de transferencia. Para alcanzar un cierto error estándar normalizado (o error aleatorio normalizado, ver sección 4.3.1.5), de la magnitud de la función de transferencia medida, la norma [14] recomienda un número de promediaciones cercano a:

$$n = \frac{1}{2\varepsilon^2} \left[\frac{1}{\gamma^2} - 1 \right],\tag{5.20}$$

donde *n* es el número de promediaciones; ε es el error estándar normalizado y γ^2 es la función de coherencia.

Naturalmente, en este caso el número de promediaciones dependerá de la frecuencia, ya que la coherencia depende de ésta. Por ejemplo, para una frecuencia en particular, si queremos que $\varepsilon < 1\%$, y tenemos una coherencia $0.85 < \gamma^2 < 0.9$, el número de promediaciones debería cumplir: 555 < n < 882, según el valor de coherencia. Por lo tanto con n = 1000 se asegura un error estándar normalizado menor al 1 % en la determinación

de la magnitud de H, considerando que, en muchos casos, la coherencia era muy cercana a 1 en un rango amplio de frecuencias.

Cabe mencionar que, aunque en la Tabla 1 de la sección 4.3.1.5 se muestran otras recomendaciones para la estimación de la función de transferencia, se utilizaron las recomendaciones dadas por la norma [14].

5.1.4) Equipamiento necesario para las mediciones

5.1.4.1) Construcción del tubo de impedancia

Éste consiste básicamente en un conducto con una fuente de sonido en un extremo y un porta muestras en el otro. Las posiciones de micrófono se ubican usualmente en dos o tres posiciones a lo largo del tubo. Para nuestros propósitos no se utilizó un porta muestras ya que fue necesario mantener un extremo abierto. Éste extremo abierto se insertó a través de un orificio en la sala anecoica, con el propósito de generar condiciones de borde apropiadas para la interpretación de los resultados (ver figura 25).



Figura 25: Esquema de la instalación del tubo de impedancia. El plano de referencia puede ser un punto escogido arbitrariamente.

5.1.4.1.1) Requerimientos del tubo de impedancia

El tubo (conducto) debe ser recto, con sección de área uniforme, paredes lisas (sin "costura" y no porosas) y sin orificios más que los de las posiciones de micrófono, en la zona de pruebas. Las paredes deben ser macizas para no ser excitadas por vibraciones de la fuente sonora ni mostrar resonancias vibratorias en el rango de frecuencias de trabajo. Para conductos circulares de paredes metálicas se recomienda un ancho de al menos el 5 % del diámetro. La forma de la sección de área del tubo es arbitraria en principio, pero se recomiendan formas circulares o rectangulares. Además, el conducto debe ser lo suficientemente largo como para desarrollar ondas planas entre la fuente y el punto de medición. Las posiciones de los micrófonos deben estar en la zona donde el campo de

ondas es plano. Además del modo plano, la fuente de ruido generalmente producirá modos no planos, los cuales se extinguirán dentro de una distancia cercana a tres diámetros del conducto, para frecuencias bajo la frecuencia de corte del primer modo superior. Por esto, la norma [14] recomienda no ubicar los micrófonos más cerca de la fuente que lo sugerido con anterioridad.

Las muestras, o elementos que generen algún cambio de impedancia, también pueden causar distorsión en su proximidad. Por esto, la norma [14] recomienda distancias al menos entre $\frac{1}{2}$ a 2 diámetros entre el elemento y los micrófonos.

5.1.4.1.2) Conductos empleados

En la experimentación se utilizaron dos conductos con características similares, pero para cubrir distintos rangos de frecuencia de trabajo. Las características de los conductos empleados se muestran en la Tabla 3. La Tabla 4 muestra las separaciones de micrófono escogidas para cada conducto. La figura 26 muestra esquemáticamente las características de los tubos de impedancia utilizados.

Tubo	Material	Sección de área	Diámetro interno d (cm)	Espesor de la pared (mm)
Conducto 1	Acero carbonizado	Circular	6,35 (5% <i>d</i> = 3.18 mm)	5.16>5% d
Conducto 2	Acero carbonizado	Circular	3,81 (5% <i>d</i> = 1.9 mm)	3,82>5% d

Tabla 3: Características físicas de los conductos utilizados.

<u>Tubo</u>	Separaciones (cm)		
	S1	S2	S3
Conducto 1	4	8	16
Conducto 2	3	6	12

Tabla 4: Separaciones de micrófono utilizadas en cada conducto (ver figura 26).



Figura 26: Características de los tubos de impedancia utilizados (distancias en cm).

Se puede apreciar de la Tabla 3, que se cumplen las condiciones de espesor de la pared respecto al diámetro interno de los conductos. De la figura 26 se desprende también, que se cumplen los requerimientos de distancia entre fuente y zona de medición, y entre zona de medición y elemento a evaluar.

5.1.4.2) Micrófonos

5.1.4.2.1) Requerimientos de los micrófonos a utilizar

Deben emplearse micrófonos de idéntico tipo en cada posición. Cuando se ocupan micrófonos montados a ras de la pared del conducto, como es nuestro caso, el diámetro de los micrófonos debe ser pequeño en comparación a $c_0/f_{\rm max}$. Además, se recomienda que los diámetros de los micrófonos sean menores al 20 % de la separación entre ellos [14].

5.1.4.2.2) Micrófonos utilizados

En nuestro sistema se utilizaron dos micrófonos de condensador de ¹/4" Bruel & Kjaer tipo 4939 con sus respectivos preamplificadores Bruel & Kjaer tipo 2670. Su respuesta de frecuencia es prácticamente plana en un rango de frecuencias de 0 a 20 KHz y su tipo de incidencia es randómica.

Las Tablas 5 y 6 comparan las características de nuestro sistema con los requerimientos mencionados en esta sección.

Separaciones de micrófono s (cm)	<u>c/Fmax (cm)</u>	Diámetro micrófonos (cm)
3	7.62 >:	> 0.635
4	12.70 >:	> 0.635
6	13.30 >:	> 0.635
8	17.70 >:	> 0.635
12	26.67 >:	> 0.635
16	35.54 >:	> 0.635

Tabla 5: Comparación del diámetro de los micrófonos con $c_0/f_{\rm max}$, para cada separación de micrófono.

Separaciones de micrófono s (cm)	<u>20% s (cm)</u>	Diámetro micrófonos (cm)
3	0.6 ≅	0.635
4	0.8 >	0.635
6	1.2 >	0.635
8	1.6 >	0.635
12	2.4 >	0.635
16	3.2 >	0.635

Tabla 6: Comparación del 20% de la separación de micrófono con el diámetrode los micrófonos.

Como se puede apreciar de las Tablas 5 y 6, los requerimientos mencionados en el punto anterior (5.1.4.2.1) se cumplen o sobrepasan en prácticamente todos los casos.

5.1.4.2.3) Instalación de los micrófonos

Cuando se utilizan micrófonos ubicados en la pared del conducto, cada micrófono debe ser montado con el diafragma alineado a la pared interior del conducto. A menudo es necesario dejar un pequeño espacio como muestra la figura 27. El espacio debe mantenerse pequeño y ser idéntico para ambos micrófonos. La cápsula del micrófono debe ajustarse con firmeza al orificio de la pared y debe haber un sello entre el micrófono y el orificio de montaje [14].

Para ajustar apropiadamente los micrófonos se utilizó un sistema que nos permitió atornillarlos, dejándolos fijos. Para sellar se utilizaron anillos de goma elástica. Los orificios no utilizados durante cada medición eran tapados por micrófonos falsos que consistieron en tornillos ajustados y sellados con goma.



Figura 27: Esquema del montaje de los micrófonos.

5.1.4.3) Altavoz

5.1.4.3.1) Requerimientos del altavoz

Se debe instalar un altavoz ubicado al lado opuesto de la muestra o elemento de pruebas. La superficie de la membrana del altavoz debe cubrir al menos dos tercios del área de la sección del tubo de impedancia. El eje del altavoz puede estar alineado (como en nuestro caso), inclinado, o conectado por un codo al conducto.

El altavoz debe estar contenido en una caja aislante para evitar transmisiones o fugas a través del aire hacia los micrófonos. Debe existir aislamiento elástico entre el tubo de impedancia, los bordes del altavoz y de la caja del altavoz, para evitar vibración estructural del tubo [14].

5.1.4.3.2) Altavoz utilizado

En nuestro sistema se utilizaron distintos tipos de altavoces, ya que fue necesario renovarlos debido a la alta exigencia y a los distintos requerimientos de potencia acústica.

En las mediciones de impedancia de radiación y de conductos curvos (con y sin flujo) se utilizó un altavoz de radiación directa marca Selenium, de 8", 80 w y emisión en rango extendido de frecuencias.

En las mediciones que involucraron la instalación del silenciador se utilizó un altavoz de radiación directa Selenium de 12", 400 w y emisión hasta 4000 Hz.

La caja se construyó de madera terciada, con paredes dobles de 30 mm de espesor y un volumen de 30x30x40 cm³. Las conexiones con el tubo de impedancia se sellaron con silicona y se cubrieron con goma elástica para evitar la transmisión estructural de vibraciones.

5.1.4.3.3) Terminación del altavoz

Debido a que siempre aparecerán resonancias de la columna de aire en el tubo de impedancia, se cubrió con material absorbente la superficie interior del tubo en la zona cercana al altavoz.

5.1.4.4) Generador de señal

5.1.4.4.1) Requerimientos del generador de señal

El generador de señal debe entregar una señal estacionaria, con una densidad espectral plana en el rango de frecuencias de interés. Debe poder generar una o más de las siguientes señales: aleatoria, pseudo- aleatoria, periódica pseudo- aleatoria, o frecuencias discretas si es necesario.

5.1.4.4.2) Generador de señal utilizado

Nuestro generador de señal consistió en el conjunto formado por un reproductor de CD (Harman Kardon, HD 7325) más un amplificador de señal (Tascam PA 20 MK II, 90 w). El CD reproducido contiene distintas señales de ruido y frecuencias discretas. Para las mediciones se utilizó *ruido rosa* debido a su mayor contenido de bajas frecuencias en comparación al *ruido blanco*. La señal de ruido rosa puede ser aplicada uniforme y continuamente durante diez minutos, tiempo suficiente como para medir con tranquilidad y hacer un buen número de promediaciones.



Figura 28: Esquema del sistema para la generación de señal.

5.1.4.5) Equipamiento para las mediciones de temperatura y flujo medio

Las mediciones, tanto de temperatura como de flujo medio, se realizaron por medio de un termoanemómetro de cable caliente (Velocicalc Plus, TSI). La norma [14] especifica para las mediciones de temperatura una precisión de $\pm 0.5K$ o mejor. El termoanemómetro mide temperatura con una precisión de $\pm 0.3K$. La medición de flujo se realiza con una precisión de $\pm 0.015m/s$. El instrumento posee un certificado de calibración avalado por la NIST (*National Institute of Standards and Technology*).

5.1.4.6) Equipamiento para el procesamiento de las señales

5.1.4.6.1) Requerimientos del equipo de procesamiento de señales

El equipo de procesamiento de señal debe consistir de un amplificador más un sistema de análisis de Transformada Rápida de Fourier (FFT). El sistema debe medir la presión sonora en las dos posiciones de micrófono y calcular la función de transferencia H_{12} entre ellas. El rango dinámico del analizador debe ser mayor a 65 dB. Los errores en la determinación de la función de transferencia H_{12} debido a no linealidades, resolución, inestabilidad y sensibilidad a la temperatura deben ser menores a 0.2 dB [14].

5.1.4.6.2) Equipamiento para el procesamiento digital

Los amplificadores de las señales captadas por los micrófonos fueron los respectivos preamplificadotes Bruel & Kjaer tipo 2670.

El sistema de análisis FFT se implementó en el software Labview. El programa empleado será visto en mayor detalle en las secciones 5.1.4.7.1 y 5.2.

Debido a la naturaleza digital del sistema de análisis, se debió traspasar la información analógica al dominio digital. Para esto se utilizó una interfase (tipo BNC-2090, 22 conexiones tipo BNC montadas en un rack, conector 68 pines de salida, National Instruments) con dos de sus canales conectados a las señales amplificadas provenientes de los micrófonos. La salida de la interfase se conectó por medio de un cable SH68-68-EP (cable blindado con conectores de 68 pines, crosstalk reducido) a una tarjeta adquisidora de datos (DAQ Multifunction I/O 200 KS/s, 16 canales, 16 bits, modelo 6052E de National Instruments). Una vez en el dominio digital, se obtuvieron las funciones de transferencia entre los micrófonos utilizando el software Labview instalado en el PC (ver figura 29).

Se asumió que la sumatoria de errores en cuanto a no linealidades, resolución, inestabilidad y sensibilidad a la temperatura del conjunto de elementos que formaron el sistema fue pequeña y que se estuvo de acuerdo con lo requerido con la norma [14].

Cabe mencionar que este conjunto de elementos se escogió como tal, debido a que todos los elementos son compatibles entre sí (todos son de National Instruments, con certificados de calibración avalados por la NIST). Tanto el programa Labview, como la interfase y el cable de conexión entre ésta con la tarjeta adquisidora, son accesorios de la tarjeta multifunción DAQ. Descripciones más detalladas de éstos y otros instrumentos para realizar distintos

tipos de mediciones se pueden encontrar en la página web de National Instruments, <u>www.ni.com</u>.



Figura 29: esquema de la cadena de elementos para procesar la señal en el dominio digital (ver sección 4.3.2.2).

5.1.4.7) Software empleados

5.1.4.7.1) Software de adquisición y manejo de datos

La principal herramienta de adquisición y manejo de datos en el dominio digital fue el programa Labview. Éste se comunica con la tarjeta adquisidora de datos y controla diversos parámetros de adquisición. Además, el programa permite aplicar múltiples funciones a la señal adquirida, crear nuevos programas o "instrumentos virtuales" y guardar los datos en distintos formatos que pueden ser compatibles con Matlab. Su configuración consta de un *panel de control*, donde se comandan las funciones a aplicar y se ingresan todo tipo de parámetros de adquisición y manejo de datos (frecuencias de muestreo, gráficos, ventanas, número de promediaciones, comandos para detener adquisición o exportar datos a Matlab, etc.) y de un *diagrama*, donde se crea el programa propiamente tal, se conectan, relacionan y distribuyen los flujos de información a diversos módulos que representan las funciones y controles reflejadas en el *panel de control*.

En la sección 5.2 se detallan los programas o "instrumentos virtuales" creados para nuestros propósitos de medición.

5.1.5) Rango de frecuencias de trabajo

El método es aplicable para frecuencias que se propagan bajo el modo de onda plana (ver sección 4.2.2). Es por esto que el límite superior de frecuencias a considerar en un conducto dependerá primeramente de su diámetro interno.

La norma [14] recomienda que para conductos circulares de diámetro d, la frecuencia máxima f_{max} para la cual se asegura estar midiendo bajo condiciones de onda plana sea tal que:

$$f_{\max} < \frac{0.5c_0}{d}$$
 [Hz]. (5.21)

Si comparamos esto con la ecuación 4.50 de la sección 4.2.2.1 podemos ver que la norma [14] fija una frecuencia máxima para medir en condiciones de onda plana, que es menor a la frecuencia de corte para la aparición del primer modo en un conducto circular, $(f_c \approx 0.586c_0/d)$ asegurando aún más que se medirá en condiciones de propagación de onda plana.

Para escoger una separación de micrófono adecuada, se debe tener en cuenta que el método [14] es incapaz de entregar resultados para frecuencias en que la separación de micrófonos sea igual a un múltiplo entero de media longitud de onda. Para evitar estos puntos, hasta una frecuencia f_{max} , la separación s debe escogerse de manera que:

$$s \le \frac{c}{2f_{\max}} \quad [\mathbf{m}] , \tag{5.22}$$

y en caso de que exista flujo medio bajo, en base a lo discutido en la sección 4.2.4 [Ecs. (4.65b)]:

$$s \le \frac{c}{2f_{\max}} (1 - M^2)^{\frac{1}{2}} [m]$$
 (5.23)

Las Tablas 7 y 8 contienen las frecuencias máximas a considerar según los diámetros internos de los conductos y las separaciones de micrófono escogidas.

Diámetro interno (m)		Frecuencia máxima a considerar (Hz)	
Conducto 1	0,0635		2700
Conducto 2	0,0381		4500

Tabla 7: Frecuencias máximas según los diámetros internos [según (5.21)].

Separación de micrófono (m)		Frecuencia máxima a considerar (Hz)
	0,04	3859→2700
Conducto 1	0,08	1929
	0,16	965
	0,03	5145→4500
Conducto 2	0,06	2572
	0,12	1286

Tabla 8: Frecuencias máximas según separación de micrófono [según (5.22)].

La frecuencia máxima para la mínima separación de micrófono se escogió mayor a la frecuencia máxima determinada por el diámetro interno, para poder cubrir todo el rango útil determinado por éste. Naturalmente, las frecuencias máximas válidas para las mediciones bajo la mínima separación de micrófono serán las de la Tabla 7, las frecuencias máximas para las cuales se asegura estar midiendo aún bajo condiciones de propagación de onda plana.

Si existe flujo medio bajo (M < 0.2), la frecuencia máxima a considerar disminuye en un factor $(1 - M^2)^{\frac{1}{2}}$, como se observa de la ecuación (5.23). La Tabla 9 muestra como varía la frecuencia máxima a considerar, para cada separación de micrófono, si aplicamos distintos flujos medios bajos.

Separación de micrófono (m)		Frecuencia máxima a considerar (Hz)			
		М=0	M=0.05	M=0.1	M=0.2
	0,04	2700	2697	2686	2645
Conducto 1	0,08	1929	1927	1919	1890
	0,16	965	963	960	945
	0,03	4500	4494	4477	4409
Conducto 2	0,06	2572	2569	2559	2520
	0,12	1286	1285	1280	1260

Tabla 9: Frecuencia máximas a considerar para cada separación según el flujo medio presente.

Por otra parte, para estimar las frecuencias máximas, mínimas e ideales de trabajo, podemos considerar también el criterio recomendado en [15], el cual establece que la separación entre micrófonos define no sólo la frecuencia máxima a considerar, sino que también la frecuencia mínima e ideal de trabajo. Este criterio se basa en la menor variación de la curva *ks* entre 0 y π , constatando que la menor variación en la curva ocurrirá cuando *ks* = $\pi/2$. Basado en resultados experimentales, se recomienda como banda de utilización, la definida por la relación:

$$0.1\pi < k < s0.8\pi \,. \tag{5.24}$$

A partir de la condición (5.24) se pueden determinar las frecuencias mínima y máxima recomendadas, en función de la separación de micrófono *s* adoptada:

$$f_{\max} < \frac{0.8c}{2s} \quad [\text{Hz}]$$
y
(5.25)

$$f_{\min} > \frac{0.1c}{2s} \quad [\text{Hz}] \tag{5.26}$$

Análogamente, considerándose $ks = \pi/2$, se puede determinar la frecuencia ideal de trabajo, f_i , donde se espera que la curva presente la menor variación. El valor está dado por:

$$f_i = \frac{c}{4s} \quad [\text{Hz}] \tag{5.27}$$

Separación de micrófono (m)		<u>Fmin (Hz)</u>	Fmax (Hz)	Fideal (Hz)
	0,04	429	3430→2700	2144
Conducto 1	0,08	214	1715	1072
	0,16	107	858	536
	0,03	572	4573→4500	2858
Conducto 2	0,06	287	2287	1429
	0,12	143	1143	715

La Tabla 10 muestra los rangos de frecuencia recomendados según estos criterios.

Tabla 10: Rangos de frecuencias recomendados según los criterios dados en [15].

Para obtener nuestros resultados en un rango extendido de frecuencias, se solaparon los resultados obtenidos utilizando cada separación de micrófono, considerando los criterios recomendados en la norma [14].

5.1.6) Mediciones de temperatura y flujo medio

En cada medición se realizaron medidas de temperatura al interior del conducto. La temperatura se obtuvo antes y después de cada medición de las funciones de transferencia. Las cantidades se promediaron para obtener el valor de c_0 modificado. Para esto se utilizó la siguiente relación dada en la norma [14]:

$$c_0 = 343.2\sqrt{T/293} \text{ [m/s]},$$
 (5.28)

donde T es la temperatura en grados Kelvin, o:

 $c_0 = 343.2\sqrt{0.9317 + T/293} \text{ [m/s]}, \tag{5.29}$

si T es dada en grados Celsius.

Para determinar el flujo medio se ingresó el sensor del termoanemómetro al interior del conducto por medio de orificios perforados en las paredes laterales, en la zona de pruebas y antes, a forma de efectuar comparaciones y verificar que el flujo fuera estable.

Se determinó la velocidad del flujo en tres puntos arbitrarios (iguales para cada medición), dentro del plano formado por la sección de área del conducto, como ilustra la figura 30. El flujo medio final se obtuvo promediando estos tres valores ($V_1, V_2 y V_3$ en la figura).



Figura 30: Esquema para la determinación del flujo medio.

Entonces, para nuestras mediciones:

$$V_{promedio} = V = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{3}$$
 [m/s]: velocidad media del flujo y
 $M = \frac{V_{promedio}}{c_0}$: número de Mach promedio.

5.1.7) Correcciones por atenuación del conducto

La atenuación que se produce por la propagación de la onda dentro del tubo, puede ser descrita analíticamente a través del reemplazo del número de onda real por uno complejo:

 $k_0 = k_0 - jk_0^{"}$; $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ y $k_0^{"}$ es la atenuación, en nepers por unidad de longitud.

La determinación de $k_0^{"}$ se logró aplicando un método de estimación indicado en la norma [14]. En este método la constante de atenuación $k_0^{"}$ puede ser estimada numéricamente por:

$$k_0'' = 1.94 \times 10^{-2} \sqrt{f} / c_0 d \tag{5.30}$$

donde d es el diámetro interno del conducto circular (en metros) y f es a frecuencia en Hz.

5.2) Programas creados en Labview

En este punto se entregan las descripciones específicas del funcionamiento de los programas creados en Labview. Para esto se muestra una imagen global del panel de control y del diagrama de cada uno de los programas creados. Basándose en la imagen del diagrama, se describen por separado los diversos elementos (o "módulos"), marcados con índices que representan esquemáticamente el orden del flujo de la información.

Dentro de los programas creados, los principales son los siguientes: *H12.vi* ; *Antes de medir.vi*; *Medición de auto-espectros.vi* y *Medición de espectro-cruzado.vi*. La extensión *.*vi* indica que son archivos que funcionan como "instrumentos virtuales" en Labview.

A continuación se detalla el funcionamiento y estructura de cada uno de los programas creados para nuestros propósitos de medición:

5.2.1) H12.vi:

Creado para obtener las funciones de transferencia entre los micrófonos y es el principal programa utilizado. Se aplicó en todas las mediciones de impedancia de radiación y de impedancia de entrada. Además de obtener H_{12} , calcula y grafica la coherencia de la medición. Una vez hechas las promediaciones requeridas puede guardar los datos, ya sea la función de transferencia (como parte real e imaginaria) o la coherencia. Los datos, que son guardados como archivos de texto, pueden importarse en Matlab, para su posterior análisis.

Las figuras 31 y 32 muestran vistas generales del panel de control y diagrama, respectivamente.



Figura 31: Panel de control del programa H12.vi creado en Labview.



Figura 32: Diagrama del programa *H12.vi*. Las flechas indican la dirección del flujo de información. Los índices son funciones y módulos que son explicados a continuación.

5.2.1.1) Descripción de las funciones y módulos aplicados en *H12.vi* (observar índices en la figura 32).

i) Módulo de adquisición analógico de formas de onda (AI Acquire Waveforms.vi)

Para adquirir la señal proveniente de la interfase, Labview se comunica con las entradas analógicas de la tarjeta DAQ mediante este módulo.



Figura 33: Diagrama del módulo de adquisición analógica.

Instrumento
Canales
^L _{0,1}
Número de muestras/c
2048
Razón de muestreo
8000

Figura 34: Panel de control del módulo de adquisición analógica, i).

De la figura 33 se observan los distintos controles de muestreo (izquierda) y los datos de salida correspondientes al módulo (derecha). La figura 34 muestra el panel de control del módulo de adquisición. La descripción de cada entrada y salida es la siguiente:

-Instrumento:

Es el número asignado a la tarjeta DAQ en la configuración, siendo 1 el valor por defecto.

-Canales:

Especifica el conjunto de canales analógicos que se desea medir. En nuestra configuración se establecieron por defecto los canales 0 y 1 como canales a medir. La señal amplificada, proveniente del micrófono 1, entra al canal 0 de la interfase y la del micrófono 2 al canal 1.

-<u>Número de muestras /c</u>:

Es el número de muestras N por canal que este instrumento virtual adquiere antes de que la adquisición se complete. En las mediciones se estableció N = 2048 muestras/c, o N = 4096 muestras /c, dependiendo del tiempo disponible para realizar las mediciones (el sistema demora mucho más en realizar las promediaciones a medida que se incrementa el número de muestras por canal).

-Razón de muestreo:

Es el número de registros por segundo o frecuencia de muestreo f_s a la cual se desea que este instrumento haga la adquisición. Este parámetro fija la mayor frecuencia a considerar por Nyquist. En este caso a f_s =8000 reg/s la mayor frecuencia a considerar sería $f_s / 2 = 4000$ Hz.

Al mismo tiempo, la razón de muestreo y el número de muestras determinan la resolución en el dominio de las frecuencias. Para nuestro sistema:

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{8000}{4096};$$

En este caso, la resolución del sistema sería cercana a un punto cada 2 Hz. Cuando se utilizó N = 2048, la resolución fue cercana a un punto cada 4 Hz.

-Formas de onda:

Es la salida del módulo. Corresponde a un arreglo de una dimensión (arreglo de formas de onda) que contiene información (amplitud y tiempo) acerca de las formas de onda adquiridas desde cada canal.

ii) Índice de arreglos de formas de onda (*Index Waveform Array.vi*)

Este instrumento virtual permite escoger una forma de onda a partir de un arreglo de formas de onda. La forma de onda a obtener se puede seleccionar de acuerdo al nombre del canal desde el cual proviene.



Figura 35: Diagrama y panel del módulo.

Descripción de entradas y salida (ver figura 35):

-Arreglo de formas de onda

Es el arreglo de formas de onda proveniente de la salida del módulo de adquisición. Contiene las dos formas de onda provenientes de cada uno de los dos canales.

-Index

Es el índice de selección mediante el cual se escoge la forma de onda a obtener. En este caso se seleccionó la forma de onda proveniente del canal 0 (ver figura 35).

-Forma de onda

Es la salida del módulo. Corresponde a una forma de onda individual (amplitud y tiempo) correspondiente al canal seleccionado por el índice.

iii) Función Respuesta de Frecuencia (FRF, Frequency Response Function (Real-Im).vi)

Es la función utilizada para obtener la *función de transferencia* entre ambos micrófonos [ver punto c), ii) sección 4.3.1.4]. Realiza el mismo algoritmo matemático que el que debe realizar la función de transferencia según la norma [14] y de esta forma puede obtener H_1 , H_2 y H_3 . Al mismo tiempo calcula la coherencia de la medición (ver punto b), ii) de la sección 4.3.1.4).

Las figuras 36 y 37 muestran el diagrama y panel de control de FRF, respectivamente.



Figura 36: Diagrama del módulo FRF.



Figura 37: Panel del módulo FRF.

La descripción de las entradas y salidas es la siguiente (figura 36):

-<u>Señal temporal X e Y</u>:

Son las formas de onda individuales provenientes de cada canal. La señal X corresponde a la señal proveniente del canal 0 y la Y a la del canal 1. Éstas, a la vez, provienen de los micrófonos 1 y 2, respectivamente (mic. 1 al canal 0 y mic. 2 al canal 1.) En esta configuración, este instrumento virtual calcula H_{12} según lo expuesto en la sección 5.1.2, $[p_2(f)/p_1(f)]$, correspondiente a la requerida por la norma [14].

-Ventana:

Es la ventana en el dominio del tiempo a utilizar. Las opciones disponibles son: Uniforme, Hanning, Hamming, Blackman-Harris, Exact Blackman, Blackman, Flat Top, Four Term Blackman-Harris, Seven Term Blackman-Harris y Low Sidelobe. Se escogió por defecto la ventana Hanning, debido a que es recomendable cuando se usan señales de ruido (ver sección 4.3.2.1.7).

-Parámetros de promediación:

Controlan las distintas opciones para realizar el cálculo iterativo de H_{12} . Los tres parámetros principales son los que muestra la figura 37 y la descripción de cada uno es la siguiente:

- *Modo de promediación*: Controla la forma algorítmica en que se obtiene H₁₂. Existen dos opciones: Promediación tipo Vector y tipo RMS. Se escogió de tipo RMS para ser compatible con la norma [14].
- *Modo de ponderación*: Corresponde a la forma en que se evalúan las restantes promediaciones respecto al resto de valores acumulados de H₁₂. Existen dos opciones: Ponderación Lineal y ponderación Exponencial. Se escogió el tipo Exponencial debido a que durante mediciones de prueba se comprobó que se convergía más rápidamente a un valor de H₁₂, cuando se utilizaba este tipo de ponderación.
- *Número de promediaciones*: Esta opción permite controlar el número total de promediaciones (n) que se desee efectuar. Un número adecuado de promediaciones permitirá disminuir el error debido al ruido aleatorio y obtener un cierto error estándar controlado. El número de promediaciones escogido por defecto fue n = 1000 (ver secciones 4.3.1.5 y 5.1.3.3).

-Modo FRF:

Selecciona el tipo de función de transferencia a calcular: H_1 , H_2 o H_3 . La opción es válida cuando el *Modo de promediación* es de tipo RMS. Se utilizó la función H_1 por defecto (ver sección 5.1.3.1).

-Promediaciones completadas

Indica en cada momento el número de promediaciones que el sistema contabiliza.

-Parte Real e Imaginaria:

Son las salidas del módulo FRF. Corresponden a la parte real e imaginaria de la función de transferencia H_{12} calculada.

-Coherencia:

Es otra de las salidas. El instrumento virtual calcula y grafica la coherencia de cada medición [ver sección 4.3.1.4 ii), b)].

iv) Función desagrupar (Unbundle)

Herramienta utilizada para separar el conjunto de datos provenientes del módulo FRF. Los "cables" que contienen la parte real e imaginaria de la función de transferencia llevan a la vez otra información que no es necesaria para nuestros propósitos. Por esto se utiliza esta función para optimizar el sistema.



Figura 38: Función desagrupar.

Las entradas y salidas son las siguientes:

-Grupo de datos:

Es la información que contiene la parte real e imaginaria de H₁₂. Además, contiene la frecuencia inicial de consideración $f_0=0$ (por defecto) y el Δf determinado por la razón de muestreo y el número de muestras.

-<u>Componentes 0,1,.., n-1</u>:

Son las salidas del módulo. Cada elemento es separado individualmente. De esta forma, se obtiene sólo la parte real o imaginaria de H_{12} . Análogamente, si se desea, se puede obtener la coherencia de la medición.

v) Crear arreglo (*build array*)

Crea un arreglo de *n* dimensiones a partir de *n* elementos de entrada. En nuestro caso a partir de la parte real e imaginaria de H_{12} crea un arreglo de dos dimensiones que contiene ambas partes como (*parte real, parte imaginaria*). El largo de este arreglo o número de puntos para los que se tiene un par de valores, es la mitad del número de puntos a adquirir por canal (=N/2).



Figura 39: Función Crear arreglo.

Descripción de entradas y salidas (figura 39):

-Elementos 1,2,...,n:

Son las componentes provenientes de la herramienta *desagrupar* y corresponden a la parte real e imaginaria de la función de transferencia o la coherencia de la medición.

-Arreglo de n dimensiones:

Es la salida del módulo. Para nuestro sistema, corresponde al arreglo de dos dimensiones que contiene la parte real e imaginaria de H_{12} o, alternativamente, un arreglo de una dimensión que contiene la coherencia de la medición.

vi) Estructura de casos (*case structure*)

Esta función permite realizar distintas operaciones programadas dentro de su estructura, dependiendo del estado de su variable de control.

Dentro de nuestro programa H12.vi se empleó esta herramienta para poder guardar distinta información según se requiera. Al mismo tiempo fue útil para guardar los datos de H_{12} cuando se cumplieran las promediaciones que se deseara efectuar.

Las figuras 40, 41 y 42 muestran los tres casos opcionales de funcionamiento de esta estructura de casos, según la configuración hecha en *H12.vi*. En todos los casos la variable de control es el módulo "datos a exportar".



Figura 40: Caso 1: "no exportar" o no guardar datos a archivo.



Figura 41: Caso 2: "Exportar (guardar) parte real e imaginaria de H12".



Figura 42: Caso 3: "Exportar la coherencia de la medición".

Descripción de las entradas para los tres casos:

-Datos a exportar a Matlab

Es la variable de control. Selecciona la función a desarrollar dentro de la *estructura de casos*. Las tres opciones se comandan desde el panel de control (ver figura 43). El primer caso "no exportar" permite seguir promediando los valores de H_{12} sin alterar el desarrollo de *H12.vi*. El segundo caso "exportar la parte real e imaginaria de H_{12} ", permite guardar los resultados promediados cuando se desee, deteniendo automáticamente el programa una vez hecho esto. El tercer caso permite guardar los datos de coherencia de la medición, deteniendo el programa también, una vez hecha la operación.



Figura 43: Panel de control del módulo "datos a exportar".

-Arreglos 2 D y 1 D

Son los datos provenientes de la herramienta *crear arreglo* que contienen la parte real e imaginaria (arreglo de 2 dimensiones) o la coherencia (arreglo de una dimensión). Estos datos pueden ingresar a la estructura según sea el caso en que se encuentre.

vii) Guardar como archivo de texto (Write to Spreadsheet File.vi)

Se encuentra dentro de la estructura de casos (observar figuras 41 y 42). Permite guardar ya sea los valores de la parte real, la parte imaginaria de H_{12} (arreglo de 2 D) o la coherencia de la medición (arreglo de 1 D) como archivos de texto. Estos archivos son compatibles con Matlab. Posteriormente se aplica este programa para importarlos y realizar el análisis que se requiera. Ver figura 44.



Figura 44: "Guardar como archivo de texto".

Descripción de entradas y salidas:

-Datos de 2D y 1 D:

Son los datos a guardar. Las partes real (p_r) e imaginaria (p_i) de la función de transferencia H_{12} son enviadas a este módulo en un arreglo de dos dimensiones. Esto significa que, para cada punto, se tiene un par de valores como $(p_r, p_i)_f$. La coherencia es enviada como arreglo de una dimensión, teniendo para cada punto un único valor entre 0 y 1.

-Archivo de texto:

Es la salida del módulo. Éste convierte los arreglos de 2 D y 1D (que contienen números de precisión ajustable) a archivos de texto, formados por filas de números separados por espacios. Estos archivos se pueden importar en Matlab, para el posterior análisis de resultados.

viii) Ciclo while (while loop)

Permite ejecutar continuamente el programa, iterando indefinidamente el diagrama que rodea, ver figuras 32 y 45. Su variable de control (botón rojo en la esquina inferior izquierda) se encuentra representada por el control "Detener" en el panel. Cualquier cambio en el estado de ésta, detiene el ciclo.



Figura 45: Ciclo while.

5.2.2) Antes de medir.vi

Programa creado para establecer el nivel de ruido necesario a generar por la fuente para realizar mediciones en que se esté, al menos, 10 dB sobre el ruido de fondo.

Adquiere las señales de los micrófonos por separado (una a la vez) y se usa para medir el nivel (a escala arbitraria) de las señales sin aplicar y al aplicar excitación acústica. De esta forma, se compara el nivel de ruido de fondo y ruido eléctrico del sistema con el nivel que existirá al aplicar la excitación acústica.

Si la diferencia de niveles (nivel_{con excitación} – nivel _{ruido de fondo y eléctrico}) no es mayor a 10 dB para alguna frecuencia dentro del rango de interés, la aplicación de este programa permite regular el nivel de excitación acústica hasta superar este margen, recomendado por la normativa [14].

E antes de medir1.vi Ele Edit Operate Tools Browse Window He		
💠 🛞 🛑 🖬 13pt Application Font	· 10 · 00 ·	1
instrumento istrumento istrumento istrumento istrumento istrumento istrumento istrumento istrumero de muestras por canal istrumero de muestras por canal istrumero de muestras por canal istrumero de promediación index istrumentos de promediación index istrumentos de promediación Modo de ponderac. istrumental Número de prom. istrumental istrument	Señal en canal selecconado 10-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-0-	

Las figuras 46 y 47 muestran el panel de control y diagrama del programa, respectivamente.

Figura 46: Panel de control del programa Antes de medir.vi.



Figura 47: Diagrama del programa Antes de medir.vi.

5.2.2.1) Descripción de funciones y módulos aplicados en Antes de medir.vi

Todas las funciones aplicadas en este programa se encuentran descritas en el punto 5.2.1, ya que fueron empleadas también en *H12.vi*. Los puntos i), ii) e iv) indicados en la figura 47 son las funciones e instrumentos virtuales descritos en los puntos i), ii) y viii) de 5.2.1.1, respectivamente. La única excepción es que este programa calcula la magnitud de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) de la señal del micrófono seleccionado y no la función de transferencia entre ambos micrófonos. El módulo que representa esta función en el diagrama de la figura 47 es el indicado por iii).

iii) Espectro FFT (FFT Spectrum(Mag-Phase).vi)

Esta herramienta calcula el espectro FFT promedio de la señal de entrada (ver sección 4.3.1.3). Entrega los resultados como magnitud y fase, permitiendo su visualización en decibeles, a escala arbitraria. En nuestro caso, para los propósitos de este programa, sólo nos interesó la magnitud de la FFT. La figura 48 muestra las entradas, controles (izquierda) y salidas (derecha) del módulo que representa esta función en el diagrama.



Figura 48: Diagrama del módulo FFT.

La descripción de cada entrada y salida es la siguiente:

-Señal temporal

Es la señal en el dominio del tiempo adquirida por el sistema. Se puede escoger el micrófono a evaluar seleccionando el número del canal al cual está conectado.

-Ventana

Es la ventana en el dominio del tiempo a utilizar. La figura 49 muestra las opciones disponibles. Se escogió de tipo Hanning por defecto, debido a que es recomendable cuando se trata de excitaciones acústicas de ruido (ver sección 4.3.2.1.7)



Figura 49: Ventanas disponibles para la aplicación.

-<u>Vista</u>

Define como se entregarán los resultados de este instrumento virtual. Nos permite visualizar los resultados en decibeles (a escala arbitraria), facilitando así la aplicación de criterios respecto al nivel de excitación acústica y nivel de ruido de fondo existente en el sistema.

-Parámetros de promediación

Son los mismos descritos en el punto iii) de 5.2.1.1. La única excepción es que el módulo FFT permite obtener el valor Peak que el espectro alcanzó durante el intervalo de

promediación. La figura 50 muestra las opciones de promediación y los valores escogidos por defecto para nuestro sistema.



Figura 50: Parámetros de promediación disponibles y escogidos por defecto.

-Promediaciones completadas

Entrega a cada instante el número de promediaciones que el sistema contabiliza.

-Magnitud

Es la salida del módulo. La magnitud del espectro FFT promediado de la señal de entrada se entrega lista para graficar y de esta forma hacer las comparaciones de niveles que corresponden.

5.2.3) Medición de Autoespectros.vi

Programa creado para realizar mediciones de Pérdida de Transmisión (T.L) aplicando el método de descomposición (sección 4.2.9). Adquiere la señal proveniente del micrófono seleccionado, calcula el auto-espectro de esta señal y una vez hechas las promediaciones correspondientes guarda los resultados como archivo de texto. Las figuras 51 y 52 muestran el panel de control y diagrama del programa, respectivamente.

le Edit Operate Iools Browse Win 수 @ ● ■ 13pt Application	font v ton v ton v		2
Instrumento 2 1 Canal 2016 razón de muestras 2000 2 8000 Ventania 4 Harning dB On (P) OFF	Señal micrófono del canal seleccionado)	Plot 0	
parámetros de promediación modo de promed. RMtS averaging modo de ponderac. Exponential numero de promed.	reiniclar promediación OFF Se completaron las promed? promediaciones completadas D		

Figura 51: Panel de control de Medición de autoespectros.vi.



Figura 52: Diagrama del programa Medición de autoespectros.vi.

5.2.3.1) Descripción del funcionamiento de Medición de Autoespectros.vi

La señal del micrófono a evaluar es adquirida por el módulo de *adquisición analógica de datos* (i). El auto-espectro es calculado por el módulo indicado por ii) en la figura. La salida del módulo (magnitud del auto-espectro) es separada de otros datos innecesarios mediante la función *desagrupar*, indicada por iii) en la figura. Los datos ingresan a una *estructura de casos* (iv) en la figura) y son guardados como archivo de texto cuando se completan las promediaciones requeridas. Entonces, la variable que controla la estructura de casos, es el indicador de que se completaron las promediaciones requeridas.

Todas las funciones y módulos utilizados en este programa se encuentran descritos con anterioridad, ya que se usaron en la programación de los otros programas. La única excepción es la función que calcula el auto-espectro de la señal (iii), y su descripción es la siguiente:

iii) Función auto-espectro (FFT Power Spectrum.vi)

Calcula el auto-espectro G_{xx} de una señal de entrada x [ver sección 4.3.1.3, ii)]. Permite promediar los resultados y obtener los resultados en dB si se desea. La figura 53 muestra el diagrama del módulo que representa esta función.



Figura 53: Diagrama del módulo FFT Power Spectrum.vi.

Descripción de entradas y salidas del módulo:

-Señal temporal

Es la señal en el tiempo proveniente del micrófono seleccionado.

-Reiniciar promediación

Permite comenzar a promediar nuevamente los valores de auto-espectro, una vez que ya se inició el proceso.

-Ventana

Es la ventana en el dominio del tiempo a utilizar. Las opciones disponibles son Uniforme, Hanning, Hamming, Blackman-Harris, Exact Blackman, Blackman, Flat Top, Four Term Blackman-Harris, Seven Term Blackman-Harris y Low Sidelobe.

Se escogió por defecto la ventana Hanning, debido a que es recomendable cuando se trata de señales de ruido (ver sección 4.3.2.1.7).

- <u>dB On</u>

Control que permite obtener los resultados en dB si es que se requiere.

-Parámetros de promediación

Permiten seleccionar el modo de promediación, modo de ponderación y número de promediaciones a efectuar. Las opciones disponibles y valores por defecto escogidos se encuentran en la figura 50 [(5.2.2.1, iii)].

-Promediaciones completadas

Entrega a cada instante el número de promediaciones que el sistema contabiliza.

-<u>Se completaron las promediaciones?</u>

Variable que cambia de estado una vez que se completan las promediaciones requeridas. En el programa se utilizó como variable de control de la *estructura de casos*, permitiendo guardar automáticamente los resultados una vez hechas las promediaciones.

-Autoespectro

Es la salida del módulo. El instrumento virtual entrega el auto-espectro promediado de la señal de entrada, en un el rango de frecuencias determinado por la razón de muestreo empleada en la adquisición.

5.2.4) Medición de Espectro Cruzado.vi

Programa creado para obtener la Pérdida de Transmisión de un silenciador utilizando el método de descomposición. Adquiere las señales de ambos micrófonos, obtiene el espectro cruzado G_{xy} entre ellas y guarda los resultados (parte real e imaginaria de G_{xy}) como archivos de texto. Las figuras 54 y 55 muestran el diagrama y panel de control del programa, respectivamente.



Figura 54: Panel de control del programa Medición de espectros cruzados.vi.



Figura 55: Diagrama del programa Medición de espectros cruzados.vi.

5.2.4.1) Descripción del funcionamiento de Medición de Espectro Cruzado.vi

El funcionamiento es similar al programa *Medición de auto-espectros.vi* (ver figura 55). El módulo indicado por i) adquiere las señales provenientes de ambos micrófonos. Las señales (formas de onda) son separadas utilizando los módulos indicados por ii). El espectro cruzado G_{xy} es calculado por el módulo indicado por iii). Los resultados (parte real e imaginaria de G_{xy}) son separados de otra información no utilizada por las funciones indicadas por iv). El módulo indicado por v) forma un arreglo de 2 dimensiones que contiene la parte real e imaginaria del espectro cruzado, facilitando así el almacenamiento de la información como archivo de texto, realizado por el módulo indicado por vii), dentro de la estructura de casos indicada por vi). El ciclo while aplicado está indicado por viii).

Las funciones utilizadas en este programa se encuentran descritas con anterioridad ya que se usaron en la estructura de los otros programas creados. La única excepción es el indicado por iii) en la figura 55. Éste representa la función "calcular espectro cruzado G_{xy} entre las señales de entrada x e y" [ver punto a), ii) de la sección 4.3.1.4]. El diagrama de esta función (figura 56) muestra las entradas y salidas requeridas por el módulo que representa esta función.



Figura 56: Diagrama del módulo "cálculo de espectro cruzado".

5.3) Programas creados en Matlab

5.3.1) Programas de análisis de datos adquiridos

Estos fueron creados para obtener resultados experimentales de los parámetros acústicos evaluados. Los resultados fueron principalmente curvas experimentales graficadas en el dominio de la frecuencia.

Los programas creados son los siguientes: *Parámetros_acústicos.m*; *Calibración.m* y *TL_decomposición.m*.

A continuación se muestran los programas de análisis de datos adquiridos que se crearon.

5.3.1.1) Parámetros_ acústicos.m:

Fue uno de los programas más utilizados y más importantes en el análisis de datos. Se utilizó para obtener curvas experimentales de parámetros acústicos tales como el factor de reflexión a incidencia normal, la impedancia acústica normalizada o el coeficiente de absorción sonora a incidencia normal.

Su configuración permite ingresar tanto los datos adquiridos por Labview (ya importados), como nuevos datos de entrada, representando la configuración física del sistema y las condiciones en que se realizó la medición (por ej: distancias, separaciones de micrófono, temperatura, etc).

El programa es el siguiente:

function parametros_acusticos(T,delta,d,x1,fs,h,hx);
%parametros_acusticos(T,delta,d,x1,fs,h,hx)
%Calcula los parametros acusticos
%T=temperatura en grados Celsius
% delta=distancia entre microfonos,m
% d=diametro interno del tubo,m
%x1=distancia del microfono mas lejano de la terminacion del tubo,m
%fs=frecuencia de muestreo utilizada en la medicion, Hz
%h=funcion de transferencia medida en configuracion normal
%hx=funcion de transferencia medida con los microfonos intercambiados
% Se calcula internamente Hc=funcion de transferencia calibrada para error de fase
-1 c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
-2 rho=1.186;
-3 x2=x1-delta;
-4 Hmedida=h(1,:)+j.*h(2,:);
-5 Hc=calibracion(h,hx);
-6 H12=Hmedida./Hc;
-7 tam=length(H12);
-8 f1=0;
-9 fmax=fs/2;
-10 freq=linspace(f1,fmax,tam);
-11 k0=(2*pi*freq/c);
-12 k02=1.94e-2*(sqrt(freq)./(c*d));
-13 k=k0-j*k02;
-14 HI=exp(-j*k*delta);
-15 HR=exp(j*k*delta);
-16 <i>r</i> =((H12-HI)./(HR-H12)).*exp(j*(2.*k)*x1);
$-17 \alpha = 1-abs(r).^{2};$
-18 Z=(1+ <i>r</i>)./(1- <i>r</i>);
-19 plot(freq,abs(Z));

Figura 57: Programa parámetros_acústicos.m creado en Matlab para obtener gráficos experimentales de los parámetros acústicos requeridos.

5.3.1.1.1) Descripción del funcionamiento del programa

Una vez en la ventana de comandos, con las funciones de transferencia ya importadas, se aplica este programa como una función que requiere los datos de entrada mostrados en el recuadro que muestra la figura 57 (letras en color verde).

Luego de ingresar los datos de entrada, el programa hace una serie de cálculos (pasos 1 al 19), utilizando tanto las funciones de transferencia como los demás datos de entrada para, finalmente, encontrar los parámetros acústicos a evaluar y graficarlos en el dominio de la frecuencia.

La obtención del factor de reflexión a incidencia normal r se obtuvo aplicando la ecuación (5.9) descrita en la sección 5.1.2.

La obtención del coeficiente de absorción α y la impedancia acústica normalizada Z se obtuvo aplicando las ecuaciones (5.11) y (5.12) respectivamente.

La velocidad del sonido corregida para la temperatura se obtuvo aplicando la ecuación (4.6). La densidad del aire fue considerada constante ($\rho_0 = 1.186 \text{ Kg/m}^3$).

Para obtener los números complejos que representan las funciones de transferencia el programa hace la operación mostrada en el paso 4.

El factor de corrección H_c se obtiene aplicando la ecuación (5.17). Para su obtención el programa llama a otro programa llamado *calibración.m* descrito en el punto que viene a continuación.

La corrección de amplitud y fase se logra aplicando la ecuación (5.18). El número de onda k es corregido también, para considerar la atenuación de la onda en el tubo. Esto se logra considerando un número de onda complejo, cuya constante de atenuación está dada por la ecuación (5.30).

Para graficar los resultados en el dominio de la frecuencia se creó un vector de frecuencias de igual tamaño a las funciones de transferencia importadas y con una frecuencia máxima igual a la mitad de la frecuencia de muestreo f_s utilizada en la adquisición de las funciones.

5.3.1.2) Calibración.m:

Programa creado para obtener el factor de corrección H_c obtenido a partir de las funciones de transferencia medidas en la configuración normal y con los micrófonos intercambiados.

La figura 58 muestra la estructura del programa

```
function Hc=calibracion(h1,h2);
%Hc=calibracion(h1,h2)
%Calcula el factor de correccion de fase Hc
%h1=medicion en configuracion normal
%h2=medicion con los microfonos intercambiados
-1 H12i=h1(1,:)+j.*h1(2,:);
-2 H12ii=h2(1,:)+j.*h2(2,:);
-3 Hc=sqrt(H12i.*H12ii);
```

Figura 58: Programa calibración.m creado para eliminar errores de fase.
5.3.1.2.1) Descripción del funcionamiento del programa

En los pasos 1 y 2 crea los números complejos que representan las funciones de transferencia, a partir de la parte real e imaginaria. Luego el paso 3 aplica la ecuación (5.17) para encontrar el factor de corrección H_c.

5.3.1.3) TL_descomposicion.m

Programa creado para obtener la pérdida de transmisión (T.L) de un silenciador, empleando el método de descomposición (ver sección 4.2.9). Esta vez los datos experimentales de entrada corresponden a mediciones de auto-espectros y espectros cruzados.

La figura 59 muestra el programa implementado



Figura 59: Programa TLdescomposición.m creado para obtener el TL experimental.

5.3.1.3.1) Descripción del funcionamiento del programa

Los datos de entrada son los indicados en letras de color verde. Una vez ingresados, el programa obtiene el auto-espectro S_{AA} de la onda incidente en base a la teoría de descomposición. Para esto, se aplica la ecuación (4.111). Con esto y con el auto-espectro S_{33} se obtienen las presiones de las ondas incidente y transmitida (ver figura 14).

Luego el programa calcula la pérdida de transmisión en base a la ecuación (4.114), considerando las superficies de los conductos de entrada y salida.

Además, el programa calcula la velocidad del sonido en base a la temperatura promedio registrada en la medición y grafica los resultados en función de la frecuencia de igual forma que la vista en 5.3.1.1) *parámetros_acústicos.m.*

5.3.2) Programas para la obtención de resultados teóricos

Se crearon programas en Matlab para, una vez graficadas las curvas de parámetros acústicos determinados experimentalmente, poder compararlos con las curvas predichas por la teoría, simulando un sistema con similares características físicas y condiciones de borde aplicadas. De forma similar, en los casos en que se requería observar el efecto de una variable (como el flujo o curvatura), se utilizaron los resultados teóricos del sistema sin considerar esa variable, a modo de poder compararlos con los experimentales que contenían el efecto de dicha variable y observar diferencias y/o efectuar conclusiones al respecto. Esto fue válido para los sistemas en que los resultados teóricos y experimentales tenían buena concordancia en ausencia de la variable en cuestión. A continuación se muestran los programas para la obtención de los resultados teóricos:

5.3.2.1) Zradiacion_sonodef.m

Obtiene la Impedancia Acústica de Radiación de un pistón circular montado en un sonodeflector infinito. Para obtener los resultados, se resuelve la expresión (4.68), sección 4.2.5.2.1. El programa hace uso de otros programas que realizan la resolución de esta expresión por separado. Todos los programas utilizados se verán en este punto [16].

El programa es el siguiente:

function Zradiacion_sonodef(r,T); % Zradiacion_sonodef(r,T) % Calcula la Impedancia Acustica de Radiacion de un piston % radiando en presencia de un sonodeflector infinito % r = radio interno del piston circular, m % T = temperatura bajo la cual se desea simular el efecto, °Celsius % La frecuencia maxima hasta donde grafica resultados es la que se % determina a partir de la condicion K*r<1.5 -1 c=343.2*sqrt(0.9317+T/293); -2 Fmax=(1.5*c)/(2*pi*r); -3 for f=1:Fmax: -4 K=2*pi*f/c; -5 kr=K*r; -6 Zrad(f)=zpiston(kr); -7 end -8 plot([1:Fmax],abs(Zrad),'k');

Figura 60: Programa Zradiacion_sonodef.m creado para obtener la impedancia acústica de radiación normalizada de un conducto con un sonodeflector en el extremo radiante.

5.3.2.1.1) Descripción del funcionamiento del programa:

Para obtener la impedancia de radiación, *Zradiacion_sonodef.m* "llama" a otro programa llamado *zpiston.m*, como se puede apreciar en el paso 6. Éste programa tiene la siguiente configuración:

```
function ZP=ZPISTON(u);
% zpiston(u=k*R): impedancia de un piston radiando en presencia de un sonodeflector;
% k=numero de onda;
% R=radio del piston;
-1 global x
-2 x=2*u;
-3 N=1-2*bessel(1,x)/x; %Parte real de la impedancia;
-4 M=2*struve(x)/x; %Parte imaginaria de la impedancia;
-5 ZP=N+j*M;
```

Figura 61: Programa Zpiston.m: Obtiene la parte real e imaginaria de Z_{rad} para ser utilizadas por la función Zradiacion_sonodef.m.

Como se puede apreciar, para obtener el resultado que se entrega en el paso 5, el programa *zpiston.m* calcula una función de Bessel (que se encuentra disponible en Matlab) y una función llamada *struve.m* que es la siguiente:

```
function h=struve(t)
% Struve(x) genera el valor de la funcion de Rayleigh-Struve
% de orden 1 en x; struve es usada por la funcion ZPISTON(u);
% ------
-1 global x
-2 x=t;
-3 h=2/pi-quad('sw',0,pi);
```

Figura 62 Programa Struve.m: Genera valores de la función de Rayleigh-Struve para ser utilizados por Zpiston.m.

Entonces, como muestra la figura 62, el programa debe generar valores de la función de Rayleigh-Struve (ref.5 de [4]).

El programa *struve.m* realiza una integración numérica de otra función denominada *sw.m*, que es la siguiente:

Figura 63 Función sw.m: Genera valores de la función de Weber [17] para ser utilizados por struve.m.

De esta forma, el programa *Zradiacion_sonodef.m*, obtiene una curva teórica de la impedancia de radiación de un pistón circular montado en un sonodeflector infinito.

Cabe señalar, que la obtención del resultado es, en este caso, más lenta que en el caso del programa *Zradiacion_libre.m* (que se detalla a continuación). Esto se debe a que, en este caso, se requiere la evaluación numérica de una integral, y en el otro caso, sólo se evalúa una aproximación numérica en forma de polinomio.

5.3.2.2) Zradiacion_libre.m

Programa creado para obtener de manera sencilla la Impedancia Acústica de Radiación teórica de un pistón circular de radio r radiando al aire libre (sin sonodeflector). El cálculo es efectuado a partir de la ecuación (4.70) [8], sección 4.2.5.2.1.

El programa es el siguiente:

```
function Zradiacion_libre(r,T);
% Zradiacion_libre(r,T)
% Calcula la Impedancia Acustica de Radiacion de un piston circular
% radiando al aire libre
% r = radio interno del piston circular, m
% T = temperatura bajo la cual se desea simular el efecto, °Celcius
% La frecuencia maxima hasta donde grafica resultados es la que se
% determina a partir de la condicion K*r<1.5
-1 c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
-2 delta=0.6133*r;
-3 Fmax=(1.5*c)/(2*pi*r);
-4 for f=1:Fmax;
-5 K=2*pi*f/c;
-6 kr=K*r;
-7 Zrad(f)=j*K*delta-j*((kr)^3)*(0.036-0.034*log(kr)+0.0187*((kr)^2))+0.25*(kr)^2
+(kr)^{4}(0.0127+0.082*\log(kr)-0.023*(kr)^{2});
-8 end:
-9 plot([1:Fmax],abs(Zrad),'k');
```

Figura 64: Función Zradiación_libre.m: Obtiene la impedancia de radiación para un conducto sin sonodeflector.

5.3.2.2.1) Descripción del funcionamiento del programa

Como se puede apreciar, el programa simplemente aplica (paso 7) la Ec. (4.70), una vez ingresado el radio del conducto para el cual se desee simular la radiación.

5.3.2.3) Zentrada.m

Calcula la impedancia de entrada de un conducto circular recto de radio r y largo L, considerando la condición de borde aplicada en su extremo (radiación con o sin sonodeflector).

El programa es el siguiente:

```
function Zentrada(r,L,T);
% Zentrada(r,L,T);
% Calcula la impedancia de entrada de un conducto recto de largo L y radio r,
% para distintas condiciones de borde
% r=radio del conducto,m
% L=largo del conducto, m
% T= temperatura a la cual se desea simular
-1 c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
-2 delta=0.6133*r;
-3 Fmax=(1.5*c)/(2*pi*r);
-4 for f=1:Fmax;
-5 K=2*pi*f/c;
-6 kr=K*r;
   %tubo sin sonodeflector
-8 Zrad(f)=j*K*delta-j*((kr)^3)*(0.036-0.034*log(kr)+0.0187*((kr)^2))+0.25*(kr)^2
-9+(kr)^4*(0.0127+0.082*log(kr)-0.023*(kr)^2);
    %tubo con sonodeflector
-8 %Zrad(f)=zpiston(kr); %con sonodeflector;
-10 gama(f)=(1+Zrad(f))./(1-Zrad(f));
-11 Zentrada(f)=-1*(1-gama(f).*exp(2*j.*K.*L))./(1+gama(f).*exp(2*j.*K.*L));
  %Zentrada=Z(x=0);
-12 end:
-13 plot([1:Fmax],abs(Zentrada),'r');
```

Figura 65: Función Zentrada.m: obtiene la impedancia normalizada de entrada de un conducto recto de largo L y radio r.

5.3.2.3.1) Descripción del funcionamiento del programa

La obtención de la expresión de la impedancia de entrada (paso 11), se logra aplicando la Ec. (4.80) de la sección 4.2.6.1. De esta forma, la impedancia de entrada de un conducto recto, $Z_{(x=0)}$, queda como función de la impedancia de radiación, $Z_{(x=L)}$, del radio r y largo L del conducto. Por esto el programa obtiene primero la impedancia de radiación, según sea el caso (pasos 8), y luego calcula la impedancia de entrada.

5.3.2.4) Zsilenciador.m

Realiza el cálculo de la impedancia de entrada de un sistema silenciador formado por tres conductos, de acuerdo a lo visto en la sección 4.2.6.2 (ver figura 8).

```
function Zsilenciador(r1,r2,r3,x1,x2,x3,T);
%Zsilenciador(r1,r2,r3,x1,x2,x3,T)
% calcula la impedancia de entrada de un sistema silenciador
% formado por 3 conductos
%r1= radio del conducto 1 (de izquierda a derecha),m
%r2= radio de la camara del silenciador,m
%r3= radio del conducto de salida, puede ser igual a r1,m
%x1 = largo del conducto 1,m
%x2= largo del conducto 2,m
%x3= largo del conducto 3,m
%T= temperatura media de la medicion experimental con la que se comparara la curva, °C
-1 a=x1;
-2 b=a+x2;
-3 L=b+x3:
-4 c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
-5 S1=pi*r1^2;
-6 S2=pi*r2^2;
-7 S3=pi*r3^2;
-8 delta=0.6133*r3;
-9 limite=4000;
-10 for f=1:limite
-11 K=2*pi*f/c;
-12 kr=K*r3;
%tubo 3 con terminacion sin sonodeflector
-13 Zrad(f)=j*K*delta-j*((kr)^3)*(0.036-0.034*log(kr)+0.0187*((kr)^2))+0.25*(kr)^2
    +(kr)^4*(0.0127+0.082*log(kr)-0.023*(kr)^2);
%tubo 3 con terminacion con sonodeflector
%Zrad(f)=(zpiston(kr))/S3; %con sonodeflector;
%x en [b.L]
-14 alfa(f)=(1+S3.*Zrad(f))./(1-S3.*Zrad(f));
-15 Zb(f)=-(exp(j*K*b)-alfa(f).*exp(2*j*K*L-j*K*b))./(S3*(exp(j*K*b)+
    alfa(f).*exp(2*j*K*L-j*K*b)));
-16 beta(f)=(1+S2*Zb(f))./(1-S2*Zb(f));
%x en [a,b]
-17 Za(f) = -(exp(j*K*a) - beta(f).*exp(2*j*K*b-j*K*a))./(S2*(exp(j*K*a) + exp(2*j*K*b-j*K*a).*beta(f)));
-18 gama(f)=(1+S1*Za(f)./(1-S1*Za(f)));
%x en [0,a]
-19 Zin(f)=-(1-gama(f).*exp(2*j*K*a))./(S1*(1+gama(f).*(exp(2*j*K*a))));
%Zin=Z(x=0):
-20 end:
-21 plot([1:limite],abs(Zin),'k');
```

Figura 66: Función Zsilenciador.m: Obtiene la impedancia de entrada de un sistema silenciador formado por tres conductos conexos.

5.3.2.4.1) Descripción del funcionamiento de Zsilenciador.m

Con datos de entrada correspondientes a los radios y largos de los conductos en consideración, calcula la impedancia de entrada del sistema completo, considerando el tipo de terminación que presente el conducto de salida. Para obtener el resultado final (paso 19) se aplica la Ec. (4.93), determinada a partir de lo visto en la sección 4.2.6.2.

5.3.2.5) TLteorico.m

Programa creado con el objetivo de obtener una curva teórica de la Pérdida de Transmisión de un silenciador o cámara de expansión simple.

El programa es el siguiente:

function TLteorico(fs,T,L,r1,r2);
%TLteorico(fs,T,L,r1,r2);
% fs=frequencia de sampleo medicion experimental con que se desea comparar, Hz
%T=temperatura media medicion experimental con que se desea comparar, Celsius
%L=longitud horizontal cavidad del silenciador, m
%r1=radio del conducto de entrada(r1=r3 cond. salida),m
%r2=radio del conducto del silenciador, m
-1 fmax=fs/2;
-2 c=343.2*sqrt(0.9317+T/293);
-3 fn=c/(4*L);
-4 S1=pi*r1^2;
-5 S2=pi*r2^2;
-6 f=linspace(0,fmax,fmax);
-7 Arg=(cos((pi.*f)/(2*fn))).^2 + 0.25*(S2/S1+S1/S2).^2.*(sin((pi.*f)/(2*fn))).^2
-8 TL=10.*log10(Arg);
-9 plot(f,TL,'g')

Figura 67: Función TLteorico.m: Obtiene la pérdida de transmisión teórica de una cámara de expansión simple.

5.3.2.5.1) Descripción del funcionamiento del programa

Se obtiene la Pérdida de Transmisión de una cámara de expansión simple aplicando la ecuación (4.107), sección 4.2.8.1. El límite máximo de frecuencias a considerar se hace igual a la mitad de la frecuencia de muestreo utilizada en la medición experimental de TL, para efectos de comparación. Con el mismo objetivo, la temperatura a ingresar en las ecuaciones, corresponde a la temperatura promedio que se obtuvo durante la medición experimental.

Vale mencionar que este modelo no considera la presencia de modos superiores de propagación dentro de la cámara, producidos a partir de la frecuencia de corte inferior que presente la cavidad [ver Ecs. (4.50)].

5.4) Detalles de las instalaciones experimentales

En esta sección se detallan los montajes experimentales implementados, las condiciones de borde aplicadas y la forma y magnitud de las variables que se estudiaron.

Cabe señalar que en todas las mediciones de impedancia de radiación e impedancia de entrada (puntos 5.4.1 y 5.4.2 de esta sección) se aplicó el método de la función de transferencia [14] descrito con mayor detalle en la sección 5.1 "*Metodología general del sistema de Medición*".

Se emplea el sistema básico mostrado en la figura 22, donde a partir de H_{12} , $s y x_1$ se obtiene el factor de reflexión a incidencia normal r. Luego a partir de r se obtiene la impedancia acústica normalizada Z y el coeficiente de absorción a incidencia normal α .

La única excepción es la medición de Pérdida de Transmisión (T.L, punto 5.4.3). Ésta requiere una modificación de la metodología a aplicar, involucrando cambios en las funciones a adquirir y en las condiciones de borde del sistema básico de medición.

Los cambios a efectuar al sistema de medición se entregan en el punto 5.4.3.

5.4.1) Mediciones de Impedancia de Radiación

5.4.1.1) Mediciones de Impedancia de Radiación en Ausencia de Flujo

Para la medición de impedancia de radiación se instaló el montaje ilustrado en la figura 68. La impedancia de Radiación será aquella medida en la terminación (x = 0). Por esto fue importante determinar con exactitud x_1 , x_2 y s ya que son los parámetros de entrada del sistema que representan la configuración física de éste.



Figura 68: Montaje para la medición de impedancia de radiación.

Se aplicaron dos condiciones de borde para la terminación abierta en la sala anecoica:

La primera consistió en dejar la terminación sin reborde para simular la radiación de un pistón en un tubo al aire libre.

La segunda consistió en simular la presencia de un sonodeflector infinito. Se instaló en la sala anecoica una pantalla de 15mm de espesor (1.9 x 1.52 m) perforada con un orificio de diámetro igual al diámetro externo del conducto, para luego conectarla a ras de la terminación del conducto. (Ver puntos a) y b) de la sección 4.2.5.2.1).

El sistema mostrado en la figura 68 posee las siguientes características:

Nombre	Detalle	Valor
d	Diámetro interno del conducto	6.35 cm
S	separaciones de micrófono utilizadas	0.04 m; 0.08 m; 0.16 m
x1	Distancia desde el micrófono más lejano a la terminación	0.95 m
x2	Distancia desde el micrófono más cercano a la terminación	0.91 m; 0.87 m; 0.79 m

Tabla 11: Características del sistema instalado (ver figura 68).

Una vez instalado el sistema, se midieron las funciones de transferencia entre los micrófonos, aplicando el programa *H12.vi* (descrito en el punto 5.2.1 de la sección 5.2 *"Programas creados en Labview"*, según el procedimiento descrito en 5.1.3.

Para graficar los resultados experimentales se utilizó el programa *parametros_acusticos.m.* La obtención de las curvas teóricas se logró aplicando los programas *Zradiacion_libre.m* y *Zradiacion_sonodef.m*, que entregaron las curvas de impedancia de radiación para terminaciones sin sonodeflector y con sonodeflector, respectivamente. Todos estos programas aplicados están descritos dentro de la sección 5.3, "*Programas creados en Matlab*".

5.4.1.2) Mediciones de Impedancia de Radiación en presencia de flujo medio bajo.

Se agregó una fuente generadora de flujo al montaje instalado y se midió la impedancia en x = 0, para distintos flujos medios (ver figura 69). En cada medición se obtuvo el flujo medio en dos puntos distintos, uno en la cercanía de los micrófonos y el otro cerca de la terminación, asegurándose de que el flujo fuera estable. La medición de flujo medio se llevó a cabo según lo descrito en la sección 5.1.6, "Mediciones de temperatura y flujo medio".

Nombre	Detalle	Valor
d	diámetro interno del conducto	6.35 (cm)
S	separaciones de micrófono utilizadas	0.04 m; 0.08 m; 0.16 m
x1	distancia desde el micrófono más lejano a la terminación	0.95 (m)
x2	distancia desde el micrófono más cercano a la terminación	0.91 m; 0.87 m; 0.79 m
f	flujo medio	entre 0 y 8 m/s

El sistema posee las siguientes características:

Tabla 12: Características del sistema experimental implementado (ver figura 69).



Figura 69: Montaje para la medición de impedancia de radiación con flujo.

Los resultados experimentales se obtuvieron utilizando el programa *parametros_acusticos.m* y fueron graficados junto a las curvas experimentales de impedancia de radiación sin flujo.

5.4.2) Mediciones de Impedancia de entrada

Para realizar esta medición, la instalación básica requerida es esencialmente la misma que la implementada para las mediciones de impedancia de radiación. La única diferencia es que el plano de referencia es ahora un punto arbitrario a lo largo del conducto. Este será el nuevo x = 0 para el sistema ("entrada" o "comienzo" del sistema de conductos).

5.4.2.1) Mediciones de Impedancia de entrada de un conducto recto, en ausencia de flujo

Para realizar estas mediciones se instaló un sistema de conductos como el mostrado en la figura 70. Aplicando la misma metodología de medición, se midieron las funciones de transferencia entre ambos micrófonos y se determinó el valor de los parámetros físicos (x_1 , x_2 y s).

Nombre	Detalle	<u>Valor</u>
d	diámetro interno del conducto	3.81 cm
S	separaciones de micrófono utilizadas	0.03 m; 0.06 m; 0.12 m
x1	distancia desde el micrófono más lejano al punto de entrada (x = 0)	0.055 m;0.085 m; 0.145 m
x2	distancia desde el micrófono mas cercano al punto de entrada (x=0)	0.025 m

El sistema posee las siguientes características:

Tabla 13: Características físicas del sistema utilizado (ver figura 70).



Figura 70: Montaje para la medición de impedancia de entrada de un conducto recto sin flujo.

Es importante observar que el conducto recto que se está evaluando (de 1.411 m de largo total), está formado por la unión de dos conductos, uno de 40 cm y otro de 1.011 m de largo.

La importancia de esto se debe a que en el estudio del efecto de la curvatura en la impedancia de entrada (sección 5.4.2.2), se reemplazó el segmento de 40 cm por otros segmentos de 40 cm, pero con distintas curvaturas. En todos los casos, se mantuvo el conducto de 1.011 m conectado a la salida, siendo el largo total fijo e igual a 1.411m.

5.4.2.2) Mediciones del efecto de la curvatura en la Impedancia de Entrada de conductos de diámetro constante y largo total fijo en ausencia de flujo

Se instaló un sistema de conductos como el mostrado en la figura 71, donde la única variación hecha al sistema original (figura 70), fue intercalar sucesivamente conductos curvos de largo fijo (40 cm.), cubriendo un rango de curvaturas de 0° a 90°.

Se midió la impedancia de entrada de cada configuración, considerando que el largo total del sistema de conductos se mantuvo fijo e igual a 1.411m.

Nombre	Detalle	Valor
d	diámetro interno del conducto	3.81 (cm)
S	separaciones de micrófono utilizadas	0.03; 0.06; 0.12 (m)
X1	distancia desde el micrófono más lejano al punto de entrada (x = 0)	0.055;0.085;0.145 (m)
X2	distancia desde el micrófono mas cercano al punto de entrada ($x = 0$)	0.025 (m)
θ	Ángulo de curvatura del segmento de 40 cm. intercalado	0°; 15°; 45°; 60° y 90°

El detalle del sistema es el siguiente:

Tabla 14: Características físicas del sistema instalado (ver figura 71).



Figura 71: Montaje para la medición del efecto de la curvatura en la impedancia de entrada de un conducto.



Figura 72: Esquema representativo de cómo se doblaron los conductos.

Es importante señalar que, como muestra la figura 72, la idea fue simular el doblamiento de un mismo conducto originalmente recto, por esto se mantuvo el largo (del lado superior) fijo e igual a 40 cm. Se debe tomar en consideración que la longitud del eje de estos conductos curvos fue variando, siendo cada vez menor a medida que la curvatura aumentaba.

Para encontrar el largo del eje correspondiente a cada uno de los conductos curvos se puede utilizar la siguiente relación:

$$L_{eje} = L_{lado} - \frac{d\theta\pi}{360} \quad [m]$$
(5.31)

donde L_{Lado} es la longitud del lado superior de los conductos en metros (0.4 m. en todos los casos), d es el diámetro de los conductos en metros y θ es el ángulo de curvatura en grados (ver figura 72).

Ángulo de curvatura θ (°)	Radio de curvatura (m)	Longitud del eje (m)	Longitud total del eje del sistema (m)
0	00	0.4	1,4110
15	15,26	0,3950	1,4060
45	5,07	0,3850	1,3960
60	3,80	0,3801	1,3911
90	2,53	0,3701	1,3811

Tabla 15: Ángulos de curvatura y longitud total del eje del sistema.

La Tabla 15 toma en consideración el largo total que tiene el *eje* del sistema de conductos, para cada tubo curvo instalado. Al mismo tiempo entrega información acerca del radio de curvatura y ángulo de curvatura de los conductos curvos.

5.4.2.3) Mediciones del efecto del flujo en la impedancia de entrada de conductos de largo, diámetro y curvatura constante.

Al mismo sistema mostrado en la figura 71 se le agregó una fuente de flujo, para así generar distintas velocidades de flujo para cada sistema de conductos instalado (intercalando los conductos de 0° a 90° de curvatura), como se muestra en la figura 73.

Nombre	Detalle	Valor
d	diámetro interno del conducto	3.81 (cm)
S	separaciones de micrófono utilizadas	0.03; 0.06;0.12 (m)
x1	distancia desde el micrófono más lejano al punto de entrada (x=0)	0.055;0.085; 0.145 (m)
x2	distancia desde el micrófono mas cercano al punto de entrada (x=0)	0.025 (m)
θ	ángulo de curvatura del conducto de 40 cm intercalado	0°; 15°; 45°; 60°; 90°
f	Flujo medio (en cada caso)	entre 0 y 13 m/s.

Tabla 16: Parámetros físicos y magnitud de las variables aplicadas al sistema de la figura 73.



Figura 73: Montaje para la medición del efecto del flujo en conductos de diámetro y curvatura constantes.

Es importante recalcar que, tal como en el sistema de la figura 71, la longitud total del *eje* del sistema de conductos que muestra la figura 73 no es constante y está dada en la Tabla 15.

5.4.2.4) Mediciones de Impedancia de Entrada de un Sistema Silenciador en Ausencia de Flujo.

Se instaló un sistema de conductos como el mostrado en la figura 74, donde el sistema a evaluar está formado por la unión de tres conductos rectos circulares de distintos largos y diámetros.



Figura 74: Montaje instalado para la medición de parámetros en un sistema silenciador.

Nombre	Detalle	Valor
d	diámetro interno del conducto de entrada (izquierda)	3.81 (cm)
L	longitud del conducto de entrada	5.60 (cm)
D	diámetro interno del conducto central	15.57 (cm)
L	longitud del conducto central	50 (cm)
d	diámetro interno del conducto de salida (derecha)	3.81 (cm)
L	longitud del conducto de salida	1.056 (m)
S	separaciones de micrófono utilizadas	0.03; 0.06; 0.12 (m)
X1	distancia desde el micrófono más lejano al punto de entrada (x=0)	0.055;0.085; 0.145 (m)
X2	distancia desde el micrófono mas cercano al punto de entrada (x=0)	0.025 (m)

Tabla 17: Características físicas del sistema silenciador instalado mostrado en la figura 74.

Los conductos de entrada y salida poseen igual diámetro entre sí. El conducto central posee un diámetro mayor, formando una cámara de expansión simple.

5.4.2.5) Mediciones de impedancia de entrada para el sistema silenciador en presencia de flujo medio bajo

Al sistema mostrado en la figura 74 se le agregó una fuente generadora de flujo de aire, como se puede observar en la figura 75. La configuración física del sistema es la misma. La única diferencia es la aplicación de flujos de distinta velocidad, como se puede observar en la Tabla 18.



Figura 75: Montaje para la determinación de parámetros para un sistema silenciador portando flujo medio bajo.

Nombre	Detalle	Valor
d	diámetro interno del conducto de entrada (izquierda)	3.81 (cm)
L1	longitud del conducto de entrada (izquierda)	5.60 (cm)
D	diámetro interno del conducto central	15.57 (cm)
L2	longitud del conducto central	50 (cm)
d	diámetro interno del conducto de salida (derecha)	3.81 (cm)
L3	longitud del conducto de salida (derecha)	1.056 (m)
S	separaciones de micrófono utilizadas	0.03; 0.06; 0.12 (m)
x1	distancia desde el micrófono más lejano al punto de entrada (x=0)	0.055;0.085;0.145 (m)
x2	distancia desde el micrófono mas cercano al punto de entrada (x=0)	0.025 (m)
f	Flujo medio aplicado al sistema silenciador	entre 0 y 19 m/s.

Tabla 18: Características físicas del sistema ilustrado en la figura 75.

Para verificar si la fuente de flujo estaba filtrando ruido al sistema, desmejorando de esta manera los resultados, se instaló un silenciador entre la fuente generadora de flujo y el sistema de medición, como puede observarse en la figura 76.



Figura 76: Montaje de un silenciador entre la fuente de flujo y el sistema de medición.

5.4.3) Mediciones de Pérdida de Transmisión (TL)

Las mediciones de TL se hicieron aplicando el Método de Descomposición descrito en la sección 4.2.9. Debido a esto, la medición de la pérdida de transmisión requiere efectuar una modificación al sistema básico de medición. En base a lo expuesto en la sección 4.2.9, obtener el TL de un silenciador aplicando el método de descomposición implica la medición de los auto-espectros en las tres posiciones señaladas en las figuras 14 y 77. Además, se requiere de una medición del espectro cruzado entre las posiciones 1 y 2. Realizando esta medición, e instalando una terminación en el conducto de salida (derecha) lo más anecoica posible, se puede determinar la Pérdida de Transmisión del silenciador.



Figura 77: Esquema del montaje necesario para realizar la medición de T.L. aplicando el método de descomposición.

Tal como se puede apreciar en la figura 77, nuestra terminación anecoica fue una de prueba. Consistió en una malla que contiene un relleno de material absorbente (lana mineral) de una longitud cercana a 1 metro, inserta al interior del conducto de salida.

Este tipo de terminación está lejos de ser lo ideal, ya que en general se requiere de un diseño mucho más elaborado y costoso para obtener un borde anecoico efectivo en bajas frecuencias.

La norma ISO 7235:1991(E) [18] detalla en su anexo D ejemplos de terminaciones anecoicas recomendables. A continuación, en las próximas dos páginas, se muestran imágenes de los diseños recomendados por la norma.



Figura 78: Ejemplos de bordes anecoicos recomendados en [18] para obtener una mayor absorción.



Figura 79: Otros ejemplos de bordes anecoicos recomendados en [18].

6) Resultados

6.1) Mediciones de Impedancia de Radiación

6.1.1) Mediciones en ausencia de flujo



Figura 80: Resultados experimentales y teóricos de la *Impedancia Acústica de Radiación Normalizada Z*, en la terminación de un tubo como función de *ka*: a) y b) son los resultados de la magnitud de Z para el tubo sin sonodeflector y con sonodeflector, respectivamente, c) y d) son la fase de Z para el tubo sin sonodeflector y con sonodeflector, respectivamente.

6.1.2) Mediciones de Impedancia de Radiación en presencia de flujo medio bajo



Figura 81: Magnitud de *la Impedancia Acústica de Radiación Normalizada* para los casos con sonodeflector y sin sonodeflector [a) y b) respectivamente], en presencia de flujo medio bajo.

6.2) Mediciones de Impedancia de Entrada

6.2.1) Mediciones de impedancia de entrada para un conducto recto en ausencia de flujo



Figura 82: Impedancia normalizada de entrada para un conducto recto de 1.411 m. de largo y 1.905 cm. de radio.

6.2.2) Mediciones del efecto de la curvatura en la impedancia de entrada de conductos de diámetro constante y largo total fijo en ausencia de flujo

Las figuras 83, 84, 85, 86 y 87 muestran resultados experimentales de Impedancia Acústica Normalizada de Entrada (en la boca) de conductos de distinta curvatura (entre 0 y 90°) y largo constante (ver figura 72 en 5.4.2.2). En todos los casos L = 1.411m es el largo total del conducto y d = 3.81 cm (1.5") el diámetro interno del conducto. Los resultados son comparados con la impedancia de entrada teórica de un conducto recto de igual largo y diámetro en ausencia de flujo.



Figura 83: Impedancia de entrada normalizada para un conducto recto.



Figura 84: Impedancia de entrada normalizada para el conducto de 15º de curvatura.



Figura 85: Impedancia de entrada normalizada para el conducto de 45° de curvatura.



Figura 86: Impedancia de entrada normalizada para el conducto de 60° de curvatura.



Figura 87: Impedancia de entrada normalizada para el conducto de 90º de curvatura.



Figura 88: Comparación del efecto de distintas curvaturas en la impedancia de entrada para un conducto de largo fijo L = 1.411 m. y diámetro 3.81 cm. respecto a la impedancia de entrada teórica de un conducto recto de iguales características, en ausencia de flujo.

6.2.3) Mediciones del efecto del flujo en la impedancia de entrada de conductos de largo, diámetro y curvatura constante



Figura 89: Impedancia de entrada normalizada aplicando flujo medio nulo y flujo medio de 13 m/s a un conducto de largo, diámetro y curvatura constantes.



Figura 90: Impedancia de entrada normalizada aplicando flujo medio nulo y flujo medio de 8 m/s a un conducto de largo, diámetro y curvatura constantes.



Figura 91: Impedancia de entrada normalizada para un conducto de largo, diámetro y curvatura constantes, aplicando dos velocidades de flujo no nulas.



Figura 92: Impedancia de entrada normalizada para un conducto de largo, diámetro y curvatura constantes, aplicando dos velocidades de flujo no nulas.



Figura 93: Comparación del efecto producido en la Impedancia de entrada de un conducto de largo, diámetro y curvatura constantes, al aplicar flujos de distinta velocidad.



Figura 94: Comparación del efecto producido en la Impedancia de entrada de un conducto de largo, diámetro y curvatura constantes, al aplicar flujos de distinta velocidad.

6.2.4) Mediciones de Impedancia de Entrada para el Sistema Silenciador en ausencia de flujo



Figura 95: Curva teórica (rojo) y experimental (negro) de la Impedancia de entrada normalizada para el Sistema Silenciador, en ausencia de flujo.



Figura 96: Impedancia normalizada de entrada para el sistema silenciador y coherencia de la medición.



Figura 97: Impedancia de entrada normalizada para el sistema silenciador en la zona de mayor coherencia.

6.2.5) Mediciones de impedancia de entrada para el sistema silenciador en presencia de flujo medio bajo



Figura 98: Magnitud de la Impedancia Normalizada de entrada de un sistema silenciador para flujo medio nulo y flujo medio de 8.6 m/s en la zona de mayor coherencia.



Figura 99: Magnitud de la impedancia normalizada de entrada para flujo medio nulo y flujo medio de 12.6 m/s en la zona de mayor coherencia.



Figura 100: Coherencias en las mediciones del sistema silenciador al aplicar distintos flujos medios.



Figura 101: Comparación entre la coherencia para las mediciones hechas en el sistema silenciador si se conecta un silenciador entre el generador de flujo y el sistema de medición, o, si se mide sin este silenciador intercalado (ver figura 76 en la sección 5.4.2.5).

6.3) Mediciones de Pérdida de Transmisión (TL)



Figura 102: Pérdida de Transmisión para el sistema silenciador obtenida aplicando el método de descomposición.



Figura 103: Coeficiente de absorción a incidencia normal obtenido para una terminación anecoica de prueba, acoplada al sistema silenciador.

7) Análisis de Resultados

En esta sección se discuten los resultados obtenidos y se examina el efecto de las variables estudiadas (por ejemplo, flujo y curvatura en los sistemas de conductos), comparando las predicciones teóricas con las observaciones experimentales. También, a partir de la observación del efecto de dichas variables en los resultados experimentales, se determinan analogías teóricas que entregan el mismo efecto que el de las variables, variando otros parámetros de entrada en los programas para la determinación de resultados teóricos. De esta forma, es posible visualizar cómo realmente afectan tales variables a los parámetros acústicos del sistema de conductos bajo análisis.

7.1) Análisis de resultados de impedancia de radiación en ausencia y en presencia de flujo medio bajo

Los resultados de impedancia de radiación normalizada mostrados en la sección 6.1 muestran que existe un grado de concordancia aceptable entre las mediciones experimentales y las predicciones teóricas. Tanto para el caso de radiación con sonodeflector como para el caso de radiación sin sonodeflector las gráficas muestran una buena aproximación. Sin embargo, para frecuencias más bajas (ka <0.1 o f< 172 Hz. para el conducto en consideración), los resultados se alejan de lo esperado. Esto se debe

mayormente a que las amplitudes de las resonancias que producen las ondas estacionarias son mucho mayores en bajas frecuencias y afectaron considerablemente la coherencia de las mediciones. Es importante señalar que los resultados dependen mucho de la precisión de las mediciones de distancias y largo.

Para el caso de los conductos transportando flujo medio bajo se demostró, en base a los resultados experimentales mostrados en la sección 6.1.2, que en presencia de flujos medios como los utilizados en la experimentación ($M \le 0.03$), la impedancia de radiación queda prácticamente inalterada [19]. Esto se puede verificar graficando una curva teórica que entregue la parte real de la impedancia de radiación sin flujo y otra que considere el efecto del flujo sobre ésta, según [9], (Ec. (4.71), sección 4.2.5.2.1). La figura 104 muestra esto. Además, la figura muestra un flujo (50 m/s, M=0.146) que comienza a mostrar efectos apreciables sobre la impedancia de radiación de un conducto circular.



Figura 104: Variación de la parte real de la impedancia normalizada de radiación teórica para distintos flujos según [9].

Los resultados de impedancia de radiación en presencia de flujo medio bajo obtenidos en este estudio, fueron presentados en el Décimo Congreso Internacional de Sonido y Vibración, realizado en Suecia el año 2003 [19].

7.2) Análisis de Resultados de Impedancia de Entrada para un Conducto Recto en Ausencia de Flujo



Figura 105: Impedancia normalizada de entrada teórica y experimental para un conducto recto en ausencia de flujo.

Muchas observaciones se pueden hacer de la figura 105. Primero, podemos determinar (basándonos simplemente en la observación de la concordancia teórico experimental de los resultados), que la frecuencia inferior confiable para las mediciones de impedancia de entrada para un conducto recto es cercana a los 50 Hz. Respecto a la frecuencia máxima de confianza, en base a lo mostrado en la sección 6.2.1, podemos determinar que es cercana a los 4000 Hz.

Para examinar el fenómeno de propagación de ondas en un conducto recto con ambos extremos abiertos desde otra perspectiva, podemos utilizar la solución entregada en [20], que describe la presión acústica de la onda estacionaria que se forma dentro del conducto como:

$$p = p_0 \frac{senk(L-x)}{senkL} \exp(j\omega t)$$
(7.1)

donde p_0 es la presión en el punto x = 0 y L es el largo del conducto (L = 1.411 en nuestro caso).
Las frecuencias de resonancia (de la presión) ocurren cuando el denominador se hace cero, esto es, cuando:

$$k_m = \frac{m\pi}{L},\tag{7.2a}$$

o
$$f_m = m \frac{c}{2L}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$
 (7.2b)

Por otra parte, la impedancia acústica en la entrada (p/uS) es dada por [20]:

$$Z = \frac{j\rho c}{S} \tan(kL) \,. \tag{7.3}$$

Las caídas de impedancia corresponderán a las frecuencias para las que la tangente se hace cero, las cuales están dadas por la Ec. (7.2b).

Las resonancias en la impedancia aparecerán cuando la tangente se hace infinita, esto es cuando:

$$f_n = \frac{(2n+1)c}{4L}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$
 (7.4)

De esta forma, podremos comprobar nuestros resultados teóricos y experimentales, además de comprender el porqué de la forma de la curva mostrada por la figura 105.

La primera caída de impedancia ocurrirá cuando m = 1, esto es, cuando f = c/2L = 121 Hz, para nuestro sistema. Examinando la figura 105 se determinó ciertamente que la primera caída en la curva de impedancia corresponde a los 121 Hz, concordando plenamente con lo planteado en [20].

Análogamente, la primera resonancia en la impedancia de entrada ocurrirá cuando n = 0, o f = c/4L = 61 Hz para nuestro sistema. Las sucesivas resonancias y caídas en la impedancia de entrada harán que la curva presente crestas y valles cada $\left(\frac{c}{2L} - \frac{c}{4L}\right) = \frac{c}{4L} =$

61 Hz para nuestro sistema. A esto se debe la forma de la curva con continuas alternancias entre crestas y caídas.

Otra observación a partir de lo mostrado por la figura 105 es que tanto las crestas como las caídas de la curva experimental, no alcanzan la amplitud de la teórica. Esto se debe, en parte a que en este caso el modelo teórico no consideró la atenuación de la onda en el conducto, cosa que la medición experimental lleva implícita. También se debe a la resolución de la medición experimental. Como vimos, las frecuencias en que existen resonancias o caídas acentuadas en la curva de impedancia de entrada, son frecuencias unitarias. Estos valores singulares de frecuencia no fueron siempre reconocidos por el

sistema, dado que la resolución de frecuencias varió entre un valor cada 2 o 4 Hz. Pese a esto, se observa una concordancia aceptable entre teoría y experimento.

Si consideramos en el modelo teórico el número de onda con una componente imaginaria [dada por la Ec. (5.30), ver sección 5.1.7] que represente la atenuación de la onda en el conducto, entonces nos acercamos más a los valores de impedancia en las crestas de la gráfica experimental (ver figura 106). Las caídas, sin embargo, son difíciles de alcanzar completamente debido a la presencia del ruido de fondo.



Figura 106: Impedancia normalizada de entrada experimental y teórica considerando la atenuación que produce el conducto.

Si observamos una curva de coherencia para el sistema bajo análisis (figura 107), podemos ver que las caídas de coherencia coinciden aproximadamente con los valores de frecuencia para los que la presión al interior del conducto se indetermina (o los valores donde la impedancia se anula).



Figura 107: Coherencia correspondiente a las mediciones de impedancia normalizada de entrada para un conducto recto [el eje x corresponde a f/(c/2L)].

Lo anterior concuerda con lo esperado, ya que para dichas frecuencias la presión se indetermina y los micrófonos no lograrán captar señales lo suficientemente correlacionadas.

Observando la figura 82 de la sección 6.2.1, podemos ver que tanto para la curva teórica como para la experimental se cumple que la atenuación de la onda es mayor a medida de que aumenta la frecuencia.

7.3) Análisis de Resultados del Efecto de la Curvatura en Impedancia de Entrada de Conductos de Diámetro Constante y Largo Total Fijo en Ausencia de Flujo

Lo que veremos en este punto nos llevará a la conclusión de que la propagación de ondas en conductos curvos dependerá de la longitud del eje central del sistema de conductos. Si curváramos un conducto a partir de su eje central y no a partir de un lado exterior (contrario a lo que muestra la figura 72), entonces no se encontraría algún efecto notable, al menos para las curvaturas estudiadas en este trabajo. Pero, como la curvatura se hizo respecto a lo mostrado en la figura 72 (dejando el lado exterior constante y no el eje central), en nuestro caso el eje central fue disminuyendo su longitud (ver Tabla 15).

El análisis para llegar a la conclusión mencionada es el siguiente:

Como puede observarse en los resultados experimentales mostrados en el punto 6.2.2, se advirtió un efecto apreciable en la impedancia de entrada de los conductos evaluados al variar su curvatura (comparándolos con la impedancia de entrada de un conducto recto de igual largo). El efecto fue cada vez más notable (mayor), a medida que aumentábamos la curvatura (ver figura 88). Es importante observar la figura 72 (sección 5.4.2.2) para ver la forma en que se curvaron los conductos. Debe notarse que el largo del lado exterior se mantuvo constante, simulando el doblamiento de un conducto inicialmente recto no a partir del eje, sino que a partir del lado exterior.

Basándonos en las figuras 83-88 podemos observar que el efecto se hacía más apreciable a mayores frecuencias.

Examinando los resultados, se advirtió que las separaciones entre las sucesivas crestas en la curva de impedancia para los conductos curvos eran constantes, de igual forma como lo son para los conductos rectos. La figura 108 muestra un ejemplo de esto, indicando lo aquí mencionado.



Figura 108: Impedancia de entrada normalizada con el conducto de 90° de curvatura.

Otra observación, es que en todos los casos, las separaciones entre sucesivas crestas o caídas en la curva de impedancia de entrada de los conductos curvos fueron, además de constantes, mayores a las de un conducto recto de igual largo (refiriéndonos a "igual largo"

según lo visto en la figura 72. La explicación de por qué el efecto es más notorio en altas frecuencias proviene de esto. Llamemos $\Delta f_{Cresta,curva}$ a la diferencia en frecuencias entre sucesivas crestas para la gráfica de impedancia de entrada de un tubo curvo y $\Delta f_{Cresta,recto}$ al mismo parámetro, pero para el conducto recto.

Por lo analizado en las curvas experimentales, $\Delta f_{Cresta,curva} > \Delta f_{Cresta,recto}$ y hagamos, por ejemplo: $\Delta f_{Cresta,curva} - \Delta f_{Cresta,recto} = \Delta f_{c-r}$. Si la primera cresta de la gráfica de impedancia de entrada del tubo curvo ocurre a f_{Ic} Hz y la primera cresta de la gráfica de impedancia de entrada del tubo recto ocurre a f_{Ir} Hz, entonces la diferencia entre ambas crestas será $\Delta f_1 = (f_{1c} - f_{1r})$ Hz. La segunda cresta en la gráfica de impedancia de entrada para un tubo curvo estará en una frecuencia dada por: $f_{2c} = f_{1c} + \Delta f_{Cresta,curva}$, y para un tubo recto por: $f_{2r} = f_{1r} + \Delta f_{Cresta,recto}$. La diferencia entre las frecuencias en que ocurren las segundas crestas en las gráficas de impedancia de entrada para un tubo curvo y uno recto sería: $\Delta f_2 = f_{2c} - f_{2r} = (f_{1c} - f_{1r}) + (\Delta f_{Cresta,curva} - \Delta f_{Cresta,recto}) = \Delta f_1 + \Delta f_{c-r}$.

La frecuencia donde se ubique la enésima cresta en la gráfica de impedancia de un tubo curvo sería: $f_{nc} = f_{1c} + (n-1)\Delta f_{cresta,curva}$, y para un tubo recto: $f_{nr} = f_{1r} + (n-1)\Delta f_{cresta,recto}$. La diferencia entre las frecuencias donde se ubiquen las enésimas crestas en las gráficas de impedancia de tubos curvos y rectos sería:

$$\Delta f_n = f_{nc} - f_{nr} = (f_{1c} - f_{1r}) + (n-1) \left[\Delta f_{cresta,curva} - \Delta f_{cresta,recto} \right] = \Delta f_1 + (n-1) \Delta f_{c-r}$$
(7.5)

Observando este último resultado, podremos ver más claramente por qué el efecto es más notorio en altas frecuencias, donde el número de crestas n es mayor.

Para ejemplificar aún más el incremento lineal del efecto, a medida que aumenta la frecuencia, se muestra el gráfico siguiente (figura 109), hecho a partir del análisis de los gráficos experimentales de impedancia de entrada para el caso de un tubo inicialmente recto y doblado (según lo indicado en la fig. 72) en 90°.



Figura 109: Incremento en las frecuencias de resonancia de un tubo de 90° de curvatura, respecto a las resonancias de un tubo recto.

Según lo visto en la sección 7.2, las sucesivas crestas en la curva de impedancia de entrada de un conducto recto aparecen cada c/2L Hz. Basándonos en esto, y determinando las separaciones entre las sucesivas crestas en los gráficos experimentales de impedancia de entrada de los conductos curvos, se encontró que correspondían exactamente a las curvas de impedancia de entrada de conductos rectos, pero más cortos. Las figuras 110 y 111 ejemplifican esto.



Figura 110: Impedancia de entrada normalizada para el conducto de 15° de curvatura en comparación a la impedancia de entrada teórica de un conducto recto más corto.



Figura 111: Impedancia de entrada normalizada para el conducto de 90° de curvatura en comparación al mismo parámetro teórico para un conducto recto más corto.

Entonces, una vez determinados los largos "aparentes" a partir de las separaciones entre crestas examinadas en los gráficos experimentales de impedancia de entrada de conductos curvos, se graficó una curva teórica de un conducto recto de esa longitud encontrada *vs* la medición experimental.

Se observó que la curva teórica de un conducto recto más corto calzó exactamente con la curva experimental, correspondiente a un conducto curvo (como muestran las figuras 110 y 111). A medida que aumentaba la curvatura, se encontró que el largo aparente era cada vez de menor longitud, al igual que el eje central del sistema.

Luego, al observar los valores de largo aparente y el largo del eje central para la curvatura en cuestión, se advirtió que eran casi idénticos, con gran exactitud, como muestra la tabla 19.

Curvatura (º)	Largo eje central del sistema (m)	Largo aparente (m)
0	1,411	1,411
15	1,406	1,404
60	1,391	1,387
90	1,381	1,378

Tabla 19: Comparación entre el largo total teórico del eje del sistema y los largos aparentes del sistema encontrados a partir del el análisis de las gráficas experimentales.

La figura 112 también muestra lo mencionado. Se ve que existe una gran correspondencia entre longitud del eje central del tubo curvo y el largo aparente del tubo curvo obtenido a partir del gráfico experimental de su impedancia normalizada de entrada.



Figura 112: Longitudes del eje teórico del sistema y largos aparentes del sistema encontrados a partir de la experimentación.

En base a todo esto, se concluyó que la impedancia de entrada de los conductos curvos dependerá fuertemente de la variación del eje central. Como en nuestro sistema se curvaron los conductos a partir del lado exterior (manteniendo éste constante, como muestra la figura 72), se varió el eje central. Éste fue menor a medida que aumentaba la curvatura, como puede deducirse de la Ec. (5.31) (sección 5.4.2.2). Luego, a partir de los largos aparentes encontrados en los gráficos de impedancia de conductos curvos, se encontró que no sólo depende del eje central, sino que corresponde casi exactamente al eje central.

A partir de esto, podemos concluir que la impedancia de entrada de un tubo curvo corresponde a la impedancia de entrada de un tubo recto cuyo eje central es el mismo que el del tubo curvo. Otra forma de decirlo, es que si doblamos un tubo inicialmente recto y el eje central no se altera, la curvatura no afecta en mayor medida las características correspondientes a la impedancia de entrada de ese tubo cuando era recto (para los ángulos estudiados).

7.4) Análisis de Resultados del Efecto del Flujo en la Impedancia de Entrada de Conductos de Largo, Diámetro y Curvatura Constantes.

En base al análisis teórico-experimental que se desarrollará en esta sección, se llegará a la conclusión de que el flujo medio afecta a la impedancia de entrada, (al menos para estas velocidades de flujo analizadas), en una forma que se parece sólo en parte a la analizada en la sección 4.2.3. De hecho se encontró que el flujo no tuvo el efecto convectivo como el que se vio en la sección 4.2.3 (formado a partir de la modificación del número de onda de la onda de ida y de la onda de vuelta), sino que afectó mayormente sólo a la onda que viaja en su misma dirección (alterando su velocidad de c a c+v), quedando la onda que viaja de vuelta prácticamente inalterada (los motivos de esto son dignos de mayor análisis y deben discutirse en el futuro). Se encontró una alta concordancia con la teoría cuando se compararon las gráficas experimentales de impedancia de entrada de conductos portando flujo con curvas teóricas que consideran la influencia del flujo, pero sólo sobre la onda que viaja en su misma dirección.

El análisis para llegar a estas conclusiones es el siguiente:

1) Para el caso de conductos portando flujo medio bajo, los resultados mostrados en las figuras 89-94 de la sección 6.2.3 indican que existe un efecto evidente en los resultados de impedancia de entrada si se aplica flujo medio bajo al conducto, en comparación a si no aplicamos flujo medio al mismo conducto. Los resultados también muestran que el efecto es mayor, a mayor velocidad de flujo aplicada, y que análogamente a lo visto en el caso de tubos curvos, el efecto es más evidente en altas frecuencias.

2) Se encontró que existía nuevamente una equivalencia entre los gráficos experimentales de impedancia de entrada (esta vez de conductos portando flujo) y los gráficos de impedancia de entrada teóricos correspondientes a conductos más cortos, sin considerar el efecto del flujo (ver figuras 113, 114, y 115).



Figura 113: Impedancia de entrada normalizada para un conducto recto portando un flujo medio de 8 m/s en comparación al mismo parámetro teórico para un conducto recto más corto.



Figura 114: Impedancia de entrada normalizada para un conducto recto portando un flujo medio de 11 m/s en comparación al mismo parámetro teórico para un conducto recto más corto.



Figura 115: Impedancia de entrada normalizada para un conducto recto portando un flujo medio de 13 m/s en comparación al mismo parámetro teórico para un conducto recto más corto.

Esto significa, primeramente, que la impedancia de entrada de un conducto recto portando flujo medio bajo se comporta de forma similar a la impedancia de entrada de otro conducto recto, pero con su largo modificado por el flujo. Como veremos, esta modificación proviene originalmente del efecto sobre el número de onda que produce el flujo y puede considerarse como una modificación al largo del conducto en consideración.

Según lo visto en la sección 4.2.3, se puede modificar el número de onda de la onda de ida y de la onda de vuelta respectivamente por $k_p = k_0/(1+M)$ y $k_m = k_0/(1-M)$. Si aplicamos esto a lo visto en la sección 4.2.6.1, podemos obtener una solución para la impedancia de entrada de un conducto recto transportando flujo, de la forma:

$$Z_{in} = -\frac{(1 - \delta \cdot e^{jL(k_p + k_m)})}{(1 + \delta \cdot e^{jL(k_p + k_m)})},$$
(7.6)

donde δ está dado por la Ec. (4.81). Es importante señalar que podemos considerar también en nuestro modelo teórico, la influencia del flujo en la parte real de la impedancia de radiación, dada en la Ec. (4.71) [sección 4.2.5.1 b)], pero el efecto es tan mínimo para estas velocidades de flujo que no se encontró un cambio significativo en el resultado (ver sección 7.1).

Con este resultado de impedancia de entrada normalizada, correspondiente a un conducto recto en presencia de flujo medio bajo, se modificó el programa *Zentrada.m* (sección 5.3.2.3) para que calcule la expresión (7.6) que considera el efecto teórico del flujo sobre este parámetro. Luego de graficar el resultado y compararlo con los gráficos experimentales se comprobó que el efecto medido era distinto al tipo de efecto convectivo que predice la

teoría (ver figura 116) y por el contrario, corresponde a un efecto como el que muestra la figura 117.

Se hicieron varias mediciones del efecto del flujo para estar seguro de que los resultados experimentales no estaban errados y todas coincidieron en un efecto contrario. La figura 116 compara una gráfica teórica de impedancia de entrada para un conducto recto en ausencia de flujo (que concuerda con la experimental en ausencia de flujo), con una gráfica teórica que considera el efecto del flujo y ejemplifica el tipo de efecto convectivo que predice la teoría. La figura 118 muestra como las mediciones experimentales mostraron el efecto contrario en comparación al efecto predicho por la teoría.



Figura 116: Impedancia de entrada normalizada teórica de un conducto recto en ausencia de flujo en comparación al mismo parámetro teórico en presencia de flujo medio bajo.



Figura 117: Impedancia de entrada normalizada teórica para un conducto recto en ausencia de flujo en comparación al mismo parámetro en presencia de flujo medio bajo en una medición experimental de ejemplo.



Figura 118: Impedancia de entrada normalizada teórica y experimental para un conducto recto portando un flujo medio de 11 m/s.

Luego de observar el comportamiento de las gráficas teóricas de impedancia de entrada para un conducto recto portando flujo, se observó que si el flujo alterara solamente la velocidad de la onda que va en su dirección (desde la boca a la terminación), el comportamiento de la gráfica teórica sería del mismo tipo al visto en todas las gráficas correspondientes a las mediciones experimentales, esto es, según lo que muestran las figuras 89-94 de la sección 6.2.3 y lo que ejemplifica la figura 117. Se observó que estos gráficos de impedancia de entrada teórica de conductos transportando flujo (considerando el efecto del flujo sólo sobre la onda de ida) y los gráficos de las mediciones experimentales de impedancia de entrada (con flujo) se aproximan bastante.

Las figuras 119, 120 y 121 muestran esto:



Figura 119: Impedancia de entrada normalizada teórica* y experimental para un conducto recto portando un flujo medio de 8 m/s.



Figura 120: Impedancia de entrada normalizada teórica* y experimental para un conducto recto portando un flujo medio de 11 m/s.



Figura 121: Impedancia de entrada normalizada teórica* y experimental para un conducto recto portando un flujo medio de 13 m/s.

La expresión teórica que considera el efecto del flujo sólo sobre la onda de ida (representada con *) que se aplicó para lograr la gráfica teórica es la misma dada en la Ec. (7.6), sólo que se hace $k_m \cong k_0$, quedando k_p inalterada. Si modificamos la ecuación (7.6), podemos ver el por qué de la equivalencia con un conducto más corto a mayor velocidad de flujo:

$$Z_{in} = -\frac{1 - \delta \cdot e^{jL(k_p + k_0)}}{1 + \delta \cdot e^{jL(k_p + k_0)}} = -\frac{1 - \delta \cdot e^{jL\left(\frac{k_0}{1 + M} + k_0\right)}}{1 + \delta \cdot e^{jL\left(\frac{k_0}{1 + M} + k_0\right)}} = -\frac{1 - \delta \cdot e^{jk_0L\left(\frac{2 + M}{1 + M}\right)}}{1 + \delta \cdot e^{jk_0L\left(\frac{2 + M}{1 + M}\right)}}.$$
(7.7)

Con esto, podemos deducir que el largo equivalente dependerá del número de Mach del flujo y será tal que:

$$L_{eq}(M) = \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{(2+M)}{(1+M)}\right] L,$$
(7.8)

donde L es el largo original y M el número de Mach.

La ecuación (7.8) es una relación empírica que debe ser comprobada con más datos de velocidad de flujo. Por el momento nuestro sistema cuenta con un generador de flujo de baja potencia, no siendo posible obtener más datos que no sean muy cercanos unos a otros.

7.5) Análisis de Resultados de Impedancia de Entrada para el Sistema Silenciador en Ausencia y en Presencia de Flujo Medio Bajo

Los resultados de la impedancia de entrada de un silenciador en ausencia y presencia de flujo medio bajo se encuentran ilustrados en las figs. 95-101, secciones 6.2.4 y 6.2.5. La figura 122 muestra un ejemplo de las mediciones sin flujo junto con la coherencia de la medición.



Figura 122: Impedancia de entrada normalizada teórica y experimental para el sistema silenciador y coherencia de la medición.

En base a lo que muestra la figura 122 (resultado típico para todas las mediciones), podemos decir que la concordancia con la teoría es aceptable en un rango entre los 100 y 1000 Hz, aproximadamente. Se puede apreciar que, principalmente las zonas de alta impedancia (resonancias en la impedancia de entrada), hacen decaer la coherencia de la medición y la confiabilidad de los resultados decae. Por esto, el mayor inconveniente en las mediciones de impedancia de entrada del sistema silenciador evaluado (a diferencia de un conducto de diámetro constante) fue la reducción en la coherencia en las mediciones en la zona donde se producían estas grandes resonancias (sobre los 1100 Hz aproximadamente). De todas formas, en el rango de mayor coherencia, los resultados teóricos y experimentales se asemejan bastante.

Las mediciones efectuadas en presencia de flujo medio bajo (sección 6.2.5) no muestran gran variación respecto a las sin flujo. Debemos considerar a que el flujo aplicado posee un número de Mach muy pequeño (M < 0.05). De hecho, si graficamos dos curvas de impedancia de entrada normalizada para el sistema silenciador (ver figura 123), notaremos sólo pequeñas diferencias y que en este caso el flujo no genera un efecto tan evidente como el estudiado en conductos de diámetro constante.



Figura 123: Impedancia de entrada normalizada experimental para el sistema silenciador portando flujo medio nulo y un flujo medio de 14 m/s.

Algunos resultados, analizados más detenidamente, parecen mostrar un efecto parecido al visto en la sección 7.4 (ver figura 99, sección 6.2.5).

Los efectos del flujo pudieron apreciarse mejor a través de la coherencia de las mediciones. Primero, se comprobó que la reducción en la coherencia que se producía a medida que aumentaba la velocidad del flujo era, principalmente, producto del ruido propio del flujo en el sistema y no debido al ruido provocado por el generador de flujo. Para esto, se instaló el montaje descrito en la figura 76, sección 5.4.2.5. Con el resultado mostrado en la figura 101 (sección 6.2.5) se observó que la coherencia, al instalar un silenciador específicamente para la fuente de flujo, no fue mejor que la coherencia sin ese silenciador instalado. Por esto la baja en la coherencia a mayores velocidades de flujo, mostrada en la figura 100, debió deberse al ruido propio del flujo en el sistema.

Para analizar el efecto del flujo de mejor forma, se observaron las caídas de coherencia correspondientes a las resonancias o a las caídas en la impedancia de entrada del sistema silenciador. Si analizamos por ejemplo las dos últimas caídas de coherencia mostradas en la figura 100, veremos que son producto de las ondas estacionarias que se forman en la cavidad central que causa las resonancias. Como vimos en la sección 7.2 (ver figura 107), los puntos donde la coherencia tiende a decaer dependen del largo del conducto y son puntos tales que $f_m = m \cdot (c/2L)$, m = 1,2,... Si consideramos m = 2 y dado que la cavidad tiene L = 0.5 m., estaremos en un punto cercano a los 688 Hz, como muestra la gráfica de

coherencia para el sistema sin flujo. Para m = 3 estaremos cerca de los 1020 Hz, como se puede apreciar también. Si observamos los valores de las frecuencias asociadas a los mismos puntos, pero en los gráficos de coherencia del sistema con flujo, veremos que la tendencia de los puntos es a aumentar su frecuencia, esto es, la longitud de la onda estacionaria disminuyó debido al flujo. También puede decirse que el largo equivalente del conducto para el cual se producen estas resonancias queda modificado y es tal que:

$$L_{eq}(f'_m) = m \cdot \frac{c}{2f'_m}, m = 1, 2, ...$$
 (7.9)

donde f'_{eq} es la frecuencia de resonancia modificada por el flujo.

Naturalmente, ya que los valores de f'_m van en aumento, el largo equivalente tenderá a disminuir (análogamente a lo visto en los conductos rectos portando flujo).

7.6) Análisis de Resultados de Pérdida de Transmisión para el Sistema Silenciador

Los resultados de Pérdida de Transmisión de una cámara de expansión simple utilizando el Método de Descomposición (mostrados en la sección 10) indican que el sistema coincide de mejor forma con la teoría en un rango de frecuencias que va desde los 1000 a los 2000 Hz. El método de descomposición está hecho sobre la base de que la terminación (conducto de salida) es completamente anecoica, esto es, que absorbe completamente todas las ondas en el rango de frecuencias de medición. Debido a que estas mediciones se hicieron con un borde anecoico de prueba, éste no fue completamente efectivo en todo el rango de frecuencias, como se puede apreciar en la figura 103. Especialmente en bajas frecuencias, la absorción fue débil, ya que se necesitan configuraciones especiales como las mostradas en las figuras 78 y 79 (sección 5.4.3) para absorber longitudes de onda grandes. Dado que el altavoz utilizado para realizar estas mediciones posee un rango de emisión limitado (principalmente a bajas frecuencias), las frecuencias más altas no fueron generadas con un nivel suficiente como para medirse con una correlación suficiente. Debemos considerar también, que el modelo teórico no considera la propagación de modos de más alto orden en la cavidad. De todas formas, se espera mejorar el borde anecoico y lograr mejores resultados en un rango más amplio de frecuencias. También se pretende aplicar otros métodos como el "Método de las dos Fuentes" [21] o el "Método de las dos Cargas" [22] para mejorar los resultados de pérdida de transmisión y poder considerar los efectos del flujo en este parámetro.

8) Conclusiones Generales

En base a lo expuesto en este trabajo, se puede concluir en primer lugar que el sistema de medición implementado permite, en general, obtener resultados confiables de los parámetros acústicos evaluados, en los rangos de frecuencia de interés. Parámetros tales como la impedancia acústica de radiación, impedancia acústica de entrada y pérdida de transmisión, pudieron ser determinados para los sistemas de conductos evaluados, con un grado de concordancia aceptable con la teoría. Gracias a la concordancia teóricoexperimental entregada por el sistema, se pudo hacer un análisis más detallado acerca del efecto de otras variables inherentes a un problema real, tales como el flujo de aire y la curvatura. Para cada uno de estos factores se detectó un efecto y se realizó un análisis respectivo con el propósito de obtener conclusiones. Respecto a la influencia de la curvatura en los conductos, se detectó (para el parámetro evaluado), que si se curva un conducto inicialmente recto y se altera la longitud de su eje central, entonces la impedancia de entrada de este conducto curvo sería igual a la impedancia de entrada de un conducto recto cuyo largo es igual al largo del eje central del conducto curvado. En cambio, si se curva respecto al eje central (no se altera su longitud), la impedancia de entrada del conducto curvo sería igual a la del conducto inicialmente recto. Esto, para los ángulos de curvatura estudiados. En cuanto a la influencia de la presencia de flujo de aire de bajo número de Mach en los conductos rectos, se detectaron distintos efectos según el parámetro evaluado. Al observar la influencia del flujo sobre la impedancia acústica de radiación, se determinó que, para flujos medios tan bajos como los generados ($M \le 0.03$), el efecto sobre dicho parámetro es prácticamente despreciable. Esto se ratificó considerando el efecto que tendrían teóricamente estos flujos. Por otra parte, la influencia del flujo sobre la impedancia de entrada de conductos rectos mostró un efecto más notable, aunque contrario al esperado según el análisis teórico entregado. La evidencia presentada indicó que el efecto del flujo sobre el parámetro evaluado se puede traducir como una variación del largo equivalente del conducto que lo transporta. Este largo equivalente fue cada vez menor a mayores velocidades de flujo. Luego de realizar un análisis comparativo del comportamiento de la gráfica teórica respecto a las gráficas experimentales, se determinó una expresión teórica modificada que se ajustó de muy buena forma a los resultados obtenidos a partir de las mediciones. Esta expresión teórica modificada de la impedancia de entrada de un conducto recto portando flujo, considera el efecto del flujo sólo sobre la onda de ida (onda que va en su misma dirección). Con esto, se obtuvo una expresión para determinar el largo equivalente que tendría un conducto transportando flujo de aire a partir del número de Mach del flujo que transporta. Esta expresión empírica entregada debe ser comprobada con más datos de velocidad de flujo. Las razones de este fenómeno son dignos de mayor análisis y deben ser considerados en futuros estudios.

9) Referencias Bibliográficas

1. Gerges, S. N. Y. y Arenas, J. P., "Fundamentos y Control de Ruido y Vibraciones", *NR Editora*, Florianópolis (2004).

2. Munjal, M. L., "Acoustics of Ducts and Mufflers", John Wiley & Sons, New York (1987).

3. Arenas, J.P. y Crocker, M.J., "A note on WKB Application to a Duct of Varying Cross-Section", *Appl. Math. Lett.*, **14** (6), pp. 667,671, (2001).

4. Arenas, J.P. y Poblete, V., "Asymptotic Approximation for Sound Propagation in Ducts Carrying Low Subsonic Mean Flow" *Mathematical and Computer Modelling*, **5-6**, pp. 459-463, (2003).

5. Carrier, G.F., "Sound transmission from a tube with flow", *Quarterly of Applied Mathematics* **13**(4), pp. 457-461 (1956).

6. Lumsdaine, E. y Ragab, S., "Effect of flow on quasi-one-dimensional acoustic wave propagation in a variable area duct of finite length", *J. Dound Vib.* **53**(1), pp. 47-61 (1977).

7. Levine, H. y Schwinger, J., "On the Radiation of Sound from Unflanged Circular Pipe", *Phys. Rev*, **73**, pp. 383-406, (1948).

8. Dalmont , J.P., Neverdeen, C.J. y Joly, N., "Radiation Impedance of tubes with different flanges: numerical and experimental investigations", *J. Sound and Vib.* **244**, pp. 505-534 (2001).

9. Panicker, V. B. y Munjal, M. L., "Radiation Impedance of an Unflanged Pipe with Mean Flow", *Noise Control Engineering*, **18**, pp. 48-51, (1982).

10. Crocker, M. J., "Handbook of Acoustics", John Wiley & Sons, New York (1998).

11. Tao, Z. y Seybert, A. F., "A Review of Current Techniques for Measuring Muffler Transmission Loss", *Society of Automotive Engineers*, Inc, (2001).

12. Arenas, J.P. and Crocker, M.J., "Numerical Solution for the Transmission Loss in Pipes and Reactive Expansion Chambers of Gradual Area Change, *Noise Control Eng. Journal* **49**(5), pp. 224-230 (2001).

13. Seybert, A.F, "Two sensor Methods for the Measurement of Sound Intensity and Acoustic Properties in Ducts", *J. Aoust. Soc. Am*, **83**, pp. 2233-2239 (1988).

14. International Standard "Acoustics-Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes. Part 2: Transfer-function method", *ISO 10534-2*, (1998).

15. Abom, M. y Bodén, H., "Error analysis of two-microphone measurements in ducts with flow", *J. Acoust. Soc. Am.* **83**(6), pp. 2429-2438 (1988).

16. Arenas, J.P., "Analysis of the Acoustic Radiation Resistance Matrix and its Application to Vibro-Acoustic Problems", Tesis Doctoral, *Auburn University*, Auburn, Alabama, (2001).

17. Abramowitz, M., y Stegun, I. (editores), "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables", New York: Dover, (1965).

18. International Standard, "Acoustics-Measurement procedures for ducted silencers-Insertion loss, flow noise and total pressure loss", *ISO* 7235, (1991).

19. Arenas, J. P., Jurado, C. A. y Poblete, V., "Experimental Setup to Measure Radiation Impedance of Pipes Carrying Low Mean Flow", *Tenth International Congress on Sound and Vibration, Stockholm Sweden*, 3343-3350 (2003).

20. Tohyama, M. y Koike, T., "Fundamentals of Acoustic Signal Processing", Academic Press, (1998).

21. Munjal, M.L y Doige A.G., "Theory of a Two Source-location Method for Direct Experimental Evaluation of the Four Pole Parameters of an Aeroacustic Element," *J. Sound and Vib.*, **141**(2), pp. 323-333 (1990).

22. Lung, T.Y. y Doige A.G., "A Time-averaging Transient Testing Method for Acoustic Properties of Piping Systems and Mufflers", *J. Acoust. Soc. Am.* **73**, pp. 867-876 (1983).

Referencias citadas de referencia 2:

1. Sreenath A.V., y Munjal, M.L., "Evaluation of noise attenuation due to exhaust mufflers", *J Sound and Vibration*, **12**(1), pp. 1-19 (1970).

2. Prasad, M.G., y Crocker, M.J., "Acoustical source characterization studies on multicylinder engine exhaust system", *J. Sound and Vibration*, **90**(4), pp. 479-490 (1983).

3. Prasad, M.G., y Crocker, M.J., "Studies of acoustical performance of a multi-cylinder engine exhaust muffler system", *J. Sound and Vibration*, **90**(4), pp. 491-508 (1983).

4. Ross, D. F., y Crocker, M. J., "Measurements of the acoustic internal impedance of an internal combustion engina", *J. Acous. Soc. Amer.*, **74**(1), pp. 18-27 (1983).

5. Munjal, M.L, Sreenath, A.V., y Narasimhan, M.V., "An algebraic algorithm for the design and analisys of linear dynamical systems ",*J. Sound and Vibration*, **26**(2), pp. 193-208 (1973).

11. Davies, P. O. A. L., "Flow-acoustic coupling in ducts", *J. Sound and Vibration*, **77**(2), pp. 191-209 (1981).

12. Thawani, P. T. y Noreen, R. A., "Computer-aided analysis of exhaust mufflers", *ASME Winter Annual Meeting*, Phoenix, 82-WA-NCA-10 (1982).

Referencias citadas de referencia 4:

5. Martinez-Finkelshtein, A., Martinez-Gonzalez, P., y Zarzo, A., "WKB approach to zero distribution of solutions of linear second order differential equations", *J. Comput. Appl. Math.* **145**(1) 167-182 (2002).

Referencias citadas de referencia 9:

8. Ingard, K.U., y Singhal, V.K., "Upstream and Downstream Sound Radiation into a Moving Fluid", J. Acoust. Soc. Am., **54**(5), pp. 1343-1346 (1973).

9. Alfredspn, R. J., y Davies, P.O.A.L., "The Radiation of Sound from an Engine Exhaust", *J. Sound. Vib.*, **13**(4), pp. 389-408 (1970).

Referencias citadas de referencia 10:

* Capítulo 14:

3. Prasad, M.G., "Characterization of Acoustical Sources in Duct Systems-Progress and Future Trends" *Proceedings of Noise Control, Tarrytown, NY*, pp. 213-220, (1991).

10. Galaitsis, A.G., y Ver, I.L., "Passive Silencers and Lined Ducts" Noise and Vibration Control Engineering, Wiley, New York, (10), (1992).

* Capítulo 81:

2. Bendat, J.S., y Piersol, A.G., "RANDOM DATA: Analysis and Measurement Procedures", 2da ed., Wiley New York, (1986).

8. Cooley, J.W., y Tukey, J. W., "An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series", *Math. Comput.*, **19**, pp. 347-427, (1965).

9. Schmidt, H., "Resolution Bias Errors in Spectral Density, Frequency Response and Coherence Function Estimates", *J. Sound Vib.*, **101**, pp. 347-427, (1985).

* <u>Capítulo 82</u>:

5. Oppenheim, A.V., y Schafer, R.W., "Discrete Time-Signal Processing", *Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ*, (1989).

6. Rabiner, L. R., y Gold, B., "Theory and Application of Digital Signal Processing", *Prentice Englewood Cliffs, NJ*, (1975).

Referencias citadas de referencia 11:

11. Beranek, L.L., y Vér, I.L., "Noise and Vibration Control Engineering", *John Wiley & Sons, Inc.*, **374** (1992).

10) Agradecimientos

Quisiera agradecer a todos los que, de alguna u otra manera, permitieron la realización de este trabajo. En especial agradezco a mi familia, por su apoyo incondicional y la infinita confianza depositada en mi persona. También agradezco al profesor Jorge Arenas del Instituto de Acústica de la Universidad Austral de Chile, por su gran orientación académica y su impecable calidad como impulsor de las ciencias. De igual forma agradezco a Fondecyt y a Conicyt, ya que gracias a ellos este proyecto (N° 1020196) pudo ser financiado, incentivando así la investigación científica en nuestra área de estudio. Agradezco también al profesor Víctor Poblete, por su apoyo y cooperación como profesor informante de esta tesis. Por último, debo agradecer la importante cooperación del auxiliar del instituto, don Víctor Cumián, por su excelente disposición y ayuda en todo momento, permitiendo concretar cada uno de los trabajos requeridos en forma rápida y eficiente.